

Géométrie multi-vues

mineur robotique : perception

Aurélien Plyer
Guy Le Besnerais, Martial Sanfourche



INSTITUT
d'OPTIQUE
GRADUATE SCHOOL
ParisTech

ONERA
THE FRENCH AEROSPACE LAB

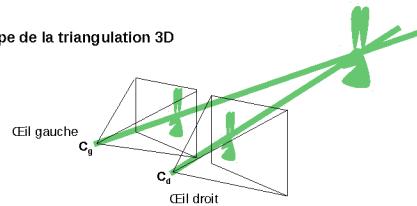
IM3D/IOGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 1

Stéréovision



- Deux capteurs c'est mieux....

Principe de la triangulation 3D



IM3D/IOGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 4

Plan

- Introduction à la stéréovision
- Modèle géométrique de caméra (1) : modèle sténopé
- Modèle géométrique de caméra (2) : distorsions et calibration
- Géométrie à deux caméras
- Exploitation d'images stéréo
 - Cadre non calibré
 - Cadre calibré
 - Cas du banc stéréo calibré
- Pour conclure

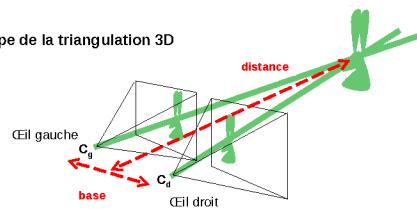
IM3D/IOGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 2

Stéréovision



- Deux capteurs c'est mieux....

Principe de la triangulation 3D

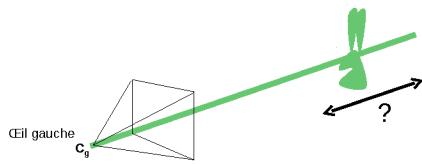


IM3D/IOGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 5

Stéréovision



- Deux capteurs c'est mieux....



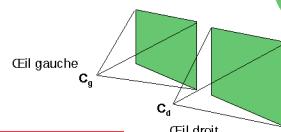
IM3D/IOGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 3

Stéréovision



- Utiliser deux capteurs....

Principe de la triangulation 3D



Echec de l'appariement sur les zones homogènes (cf. cours 1)

IM3D/IOGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 6

Stéréovision

- Deux capteurs c'est mieux...
... mais c'est une question de rôle



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 7

Plan

- Introduction à la stéréovision
- Modèle géométrique de caméra (1) : modèle sténopé**
- Modèle géométrique de caméra (2) : distorsions et calibration
- Géométrie à deux caméras
- Exploitation d'images stéréo
 - Cadre non calibré
 - Cadre calibré
 - Cas du banc stéréo calibré
- Pour conclure

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 10

Stéréovision

- Deux capteurs c'est mieux...
... mais c'est une question de rôle



Pour la stéréovision, mieux vaut avoir des champs recouvrants

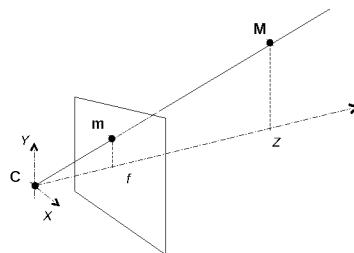
Pour la veille, champs disjoints

Prédateur : doit trianguler sa proie pour lui sauter dessus

Proie : large champ de vue pour apercevoir son prédateur

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 8

Modèle de projection centrale



Comment trouver les coordonnées de m ?

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 11

Stéréovision : cas général

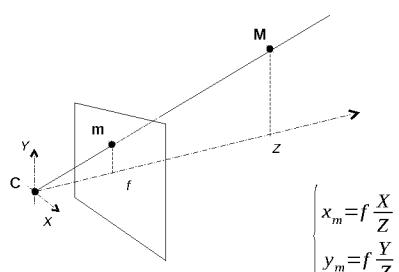
- Deux images quelconques d'une même scène constituent un "banc stéréo"
 - Elles peuvent ne pas avoir été prises au même moment du moment que la scène est restée fixe



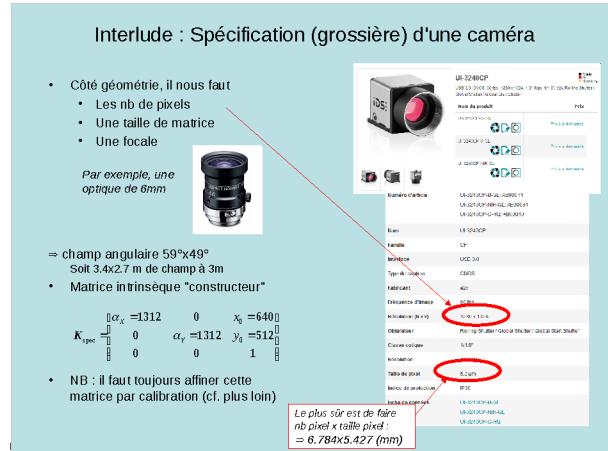
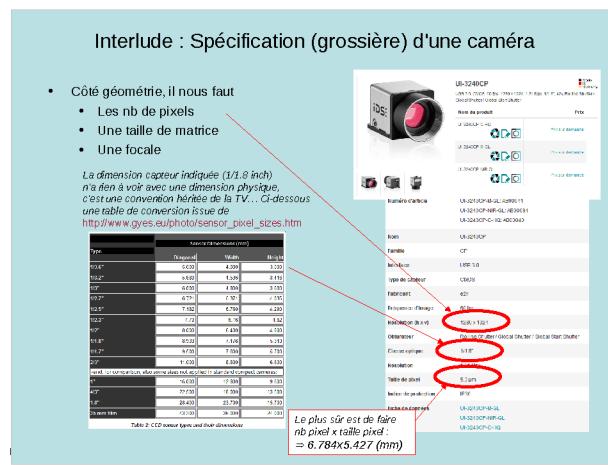
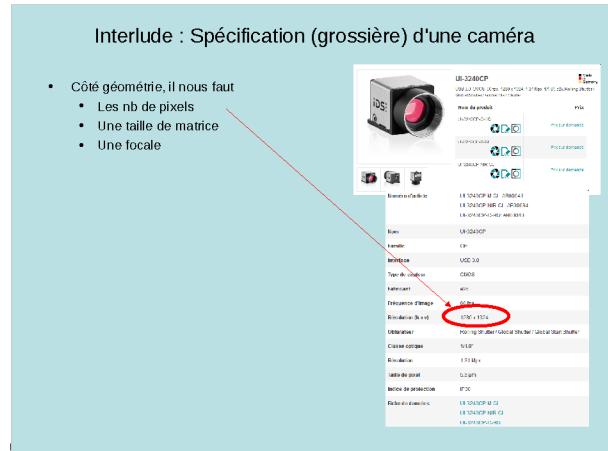
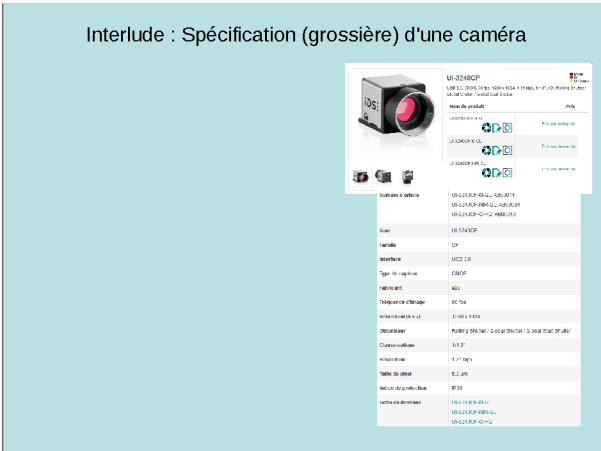
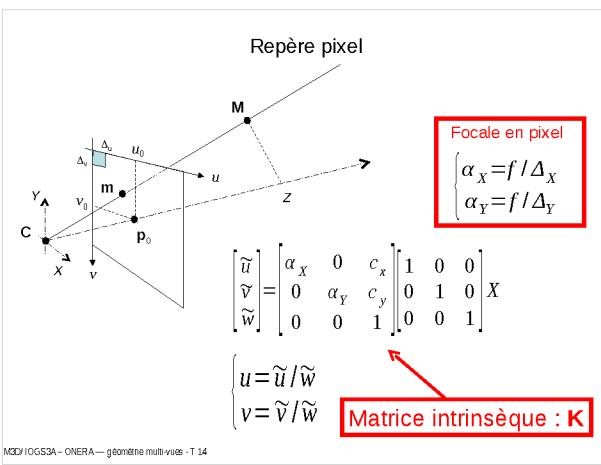
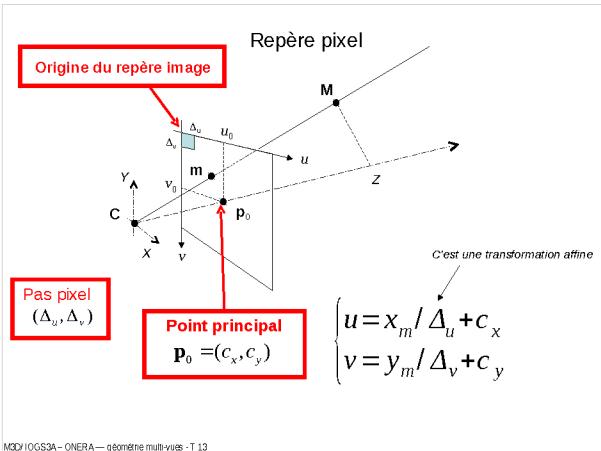
- Miracle stéréo : si on a trouvé des points homologues dans deux images quelconques de la même scène
 - On peut estimer la transformation géométrique de l'une à l'autre
 - On peut reconstruire la scène en 3D par triangulation

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 9

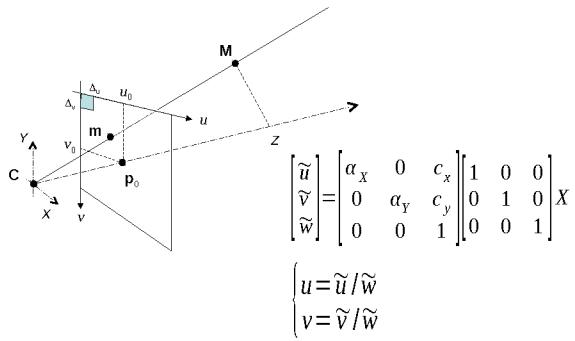
Modèle de projection centrale



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 12

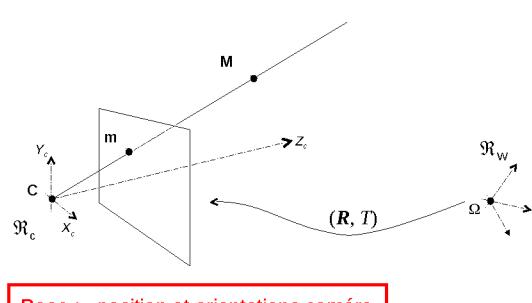


Repère pixel



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 19

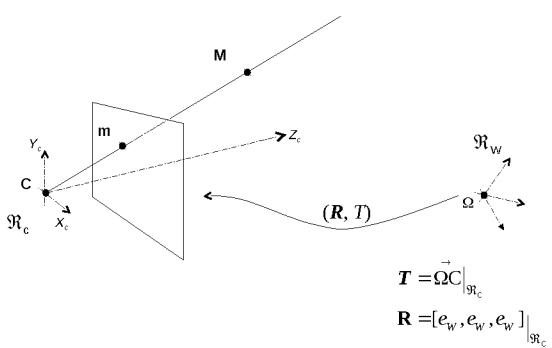
Repère monde



Pose := position et orientations caméra exprimées dans le repère monde

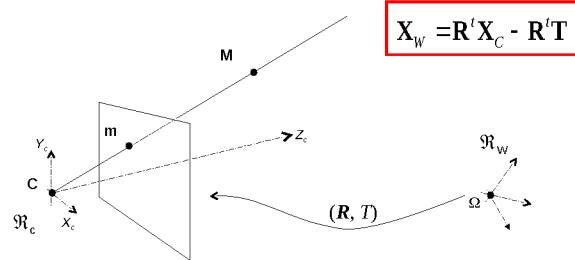
IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 22

Repère monde



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 20

Repère monde



Pose := position et orientations caméra exprimées dans le repère monde

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 23

Raisonner en 3D est difficile....

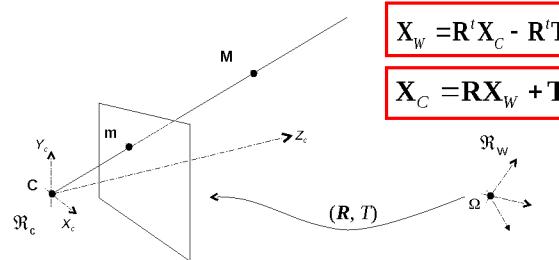
... et source d'erreurs

... le mieux est de manipuler!



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 21

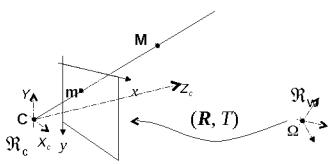
Repère monde



Pose := position et orientations caméra exprimées dans le repère monde

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 24

Modèle sténopé général



$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & c_x \\ 0 & \alpha_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (\mathbf{R}\mathbf{X} + \mathbf{T})$$

- Matrice de projection 3x4 (régulière) : $P = \lambda \mathbf{K} [\mathbf{R} - \mathbf{RT}]$

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 25

P est connue à un facteur près : 11 DDL

Modèle sténopé général

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & c_x \\ 0 & \alpha_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & & T \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{X}$$

Coordonnées homogènes

$$\tilde{X} = \lambda \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 28

Modèle sténopé général

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & c_x \\ 0 & \alpha_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (\mathbf{RX} + \mathbf{T})$$

Modèle sténopé général

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & c_x \\ 0 & \alpha_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & & T \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{X}$$

$$\tilde{X} = \lambda \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \lambda \mathbf{K} [\mathbf{R} - \mathbf{T}]$$

La matrice 3x4 de projection \mathbf{P} est connue à un facteur déchelle près

Modèle sténopé général

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & c_x \\ 0 & \alpha_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & & T \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{X}$$

Plan

- Introduction à la stéréovision
- Modèle géométrique de caméra (1) : modèle sténopé
- Modèle géométrique de caméra (2) : distorsions et calibration
- Géométrie à deux caméras
- Exploitation d'images stéréo
 - Cadre non calibré
 - Cadre calibré
 - Cas du banc stéréo calibré
- Pour conclure

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 29

Distorsions

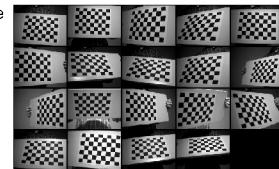


<http://www.flickr.com/people/eriksof/>

IM3D/IOGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 31

Calibration géométrique de caméra

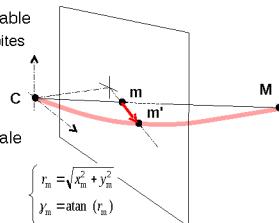
- Détermination d'un modèle précis de la projection caméra
 - Une généralisation du calcul de pose dans le principe
 - Observation d'un objet connu
 - Estimation des paramètres aux moindres carrés
 - Principaux paramètres d'intérêt :
 - Paramètres intrinsèques
 - Paramètres de distorsion
 - Les données constructeur peuvent servir d'initialisation, et on néglige souvent la distorsion (au centre de l'image) dans un premier temps
- Procédé courant : utilisation d'une série d'images d'une mire plane



IM3D/IOGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 34

Distorsions

- Le modèle sténopé n'est plus valable
 - Perte de la conservation des droites



- Modèle de perturbation polynomiale

- Modèle "fisheye" radial

$$y_m = y_m (k_1 y_m^2 + k_2 y_m^4 + \dots)$$

$$\begin{cases} r_m = \sqrt{y_m^2 + x_m^2} \\ y_m = \text{atan}(r_m) \end{cases}$$

- Modèle "rad/tan"

$$x'' = x' \frac{1+k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6}{1+k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6} + 2p_1 x' y' + p_2 (r^2 + 2x'^2)$$

$$y'' = y' \frac{1+k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6}{1+k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6} + p_1 (r^2 + 2y'^2) + 2p_2 x' y'$$

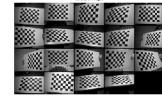
Cr. site OpenCV : http://docs.opencv.org/modules/calib3d/doc/camera_calibration_and_3d_reconstruction.html

IM3D/IOGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 32

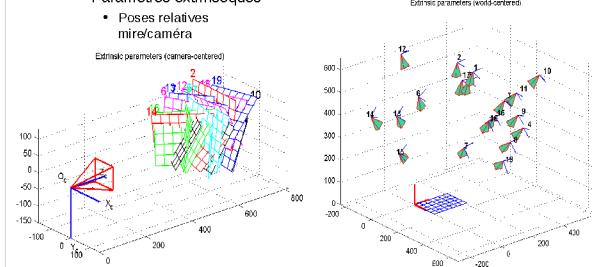
Calibration géométrique de caméra

- Résultat typique

Calibration toolbox Matlab
J-Y Bouquet



Extrait paramètres world-centré



IM3D/IOGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 35

Modèle géométrique "complet"

$$x = \Pi(X; m = (\theta, T), (\alpha_x, \alpha_y, x_0, s), (k, p))$$

- Non linéaire : entre 13 et 20 paramètres

$$\text{Projection centrale}$$

$$x_m = \frac{[\mathbf{R}X + \mathbf{T}]_x}{[\mathbf{R}X + \mathbf{T}]_z}$$

$$y_m = \frac{[\mathbf{R}X + \mathbf{T}]_y}{[\mathbf{R}X + \mathbf{T}]_z}$$

$$\text{Distortion} \quad x_m = d(x_m; k, p)$$

$$\text{Passage en pixels} \quad \begin{cases} x = \alpha_x x_m + x_0 \\ y = \alpha_y y_m + y_0 \end{cases}$$

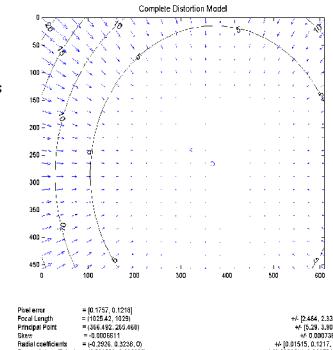
IM3D/IOGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 33

Calibration géométrique de caméra

- Résultat typique

Calibration toolbox Matlab
J-Y Bouquet

- Paramètres extrinsèques
 - Poses relatives mire/caméra
- Paramètres intrinsèques



IM3D/IOGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 36

Dédistorsion

- La calibration intrinsèque permet de dédistordre les images et de se ramener à des images virtuelles sorties d'une caméra sténopé classique
 - L'inversion du modèle de distorsion est simple dans le cas radial
 - la correction radiale est racine d'un polynôme, comprise entre 0 et radmax...
 - Solution itérative dans le cas radial/tangential
- Grâce à cette opération on peut s'abstraire des distorsions dans la suite...

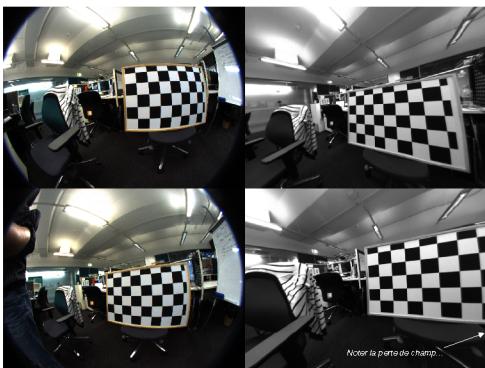
IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 37

Plan

- Introduction à la stéréovision
- Modèle géométrique de caméra (1) : modèle sténopé
- Modèle géométrique de caméra (2) : distorsions et calibration
- Géométrie à deux caméras
- Exploitation d'images stéréo
 - Cadre non calibré
 - Cadre calibré
 - Cas du banc stéréo calibré
- Pour conclure

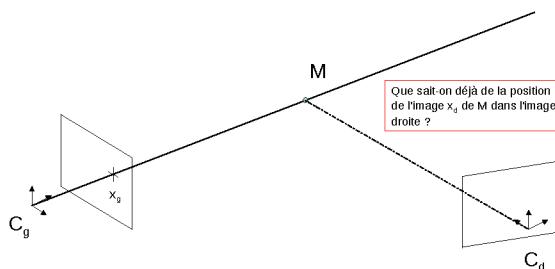
IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 40

Dédistorsion : exemple



Exemple mis en ligne par Hu He, <https://wiki.cvt.edu.au/display/cyphy/Camera+Calibration>
IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 38

Géométrie à deux caméras



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 41

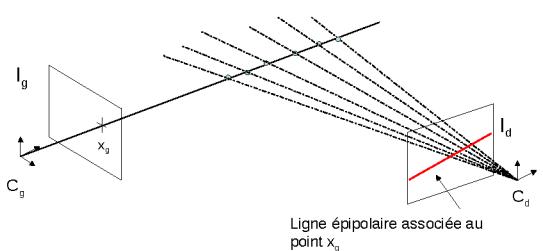
Dédistorsion



Données drone Pessac ONERA.
et traitement ONERA

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 39

Contrainte épipolaire



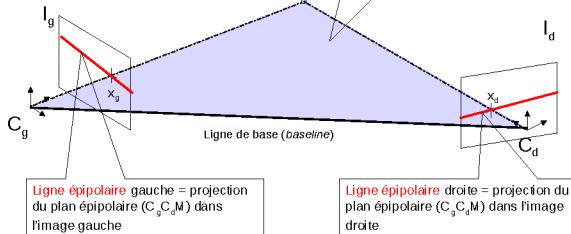
- La **contrainte épipolaire** impose que le correspondant (*au sens image d'un même point 3D*) d'un pixel de l'image gauche (respect. droite) se trouve sur la ligne épipolaire associée aux 3 points C_{dg} , C_g et x_g dans l'image droite (respect. gauche).

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 42

Géométrie épipolaire

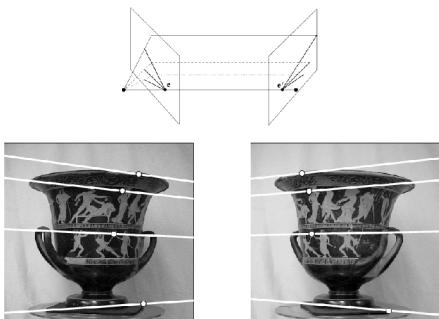
Le point M se projette sur l'image gauche (resp. image droite) en x_g (x_d).

Les points C_g , C_d , et M définissent un **plan épipolaire**.



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 43

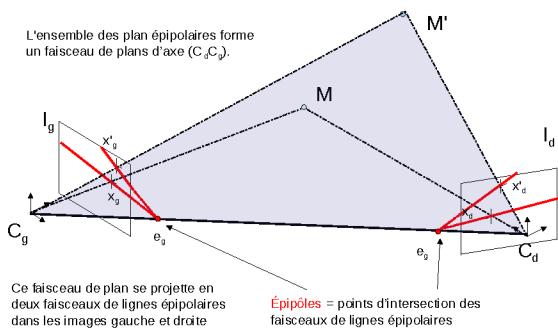
Exemple 1 : caméras convergentes



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 46

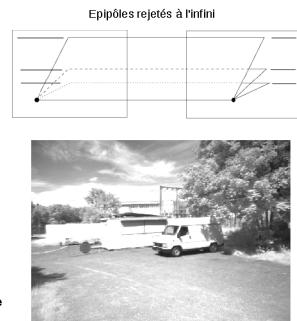
Faisceaux épipolaires

L'ensemble des plans épipolaires forme un faisceau de plans d'axe (C_g, C_d).



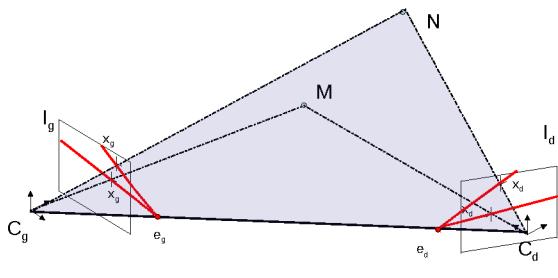
IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 44

Exemple 2 : Mouvement inter-caméra parallèle au plan image



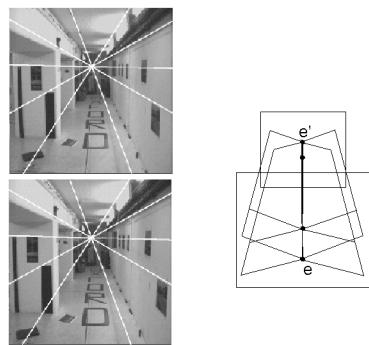
IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 47

Epipôles



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 45

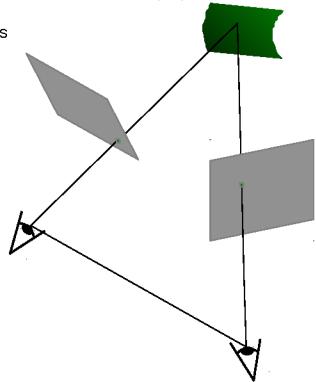
Exemple 3 : Mouvement selon l'axe optique



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 48

Rectification stéréoscopique

- Transformation des images pour se ramener au cas rectifié



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 49

Exemple de rectification

Les points homologues sont alignés

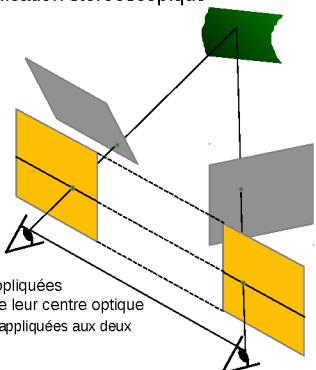


Fusello, Andrea, and Luca Insara. "Quasi-euclidean uncalibrated epipolar rectification." *Pattern Recognition*, 2008. ICPR 2008.

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 52

Rectification stéréoscopique

- Transformation des images pour se ramener au cas rectifié

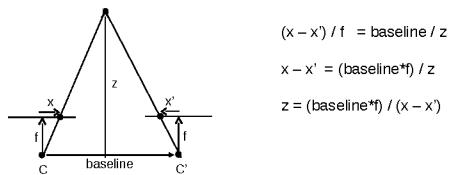


- Il s'agit de deux rotations appliquées aux deux caméras autour de leur centre optique
 - Donc deux homographies appliquées aux deux images

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 50

Configuration rectifiée

- Calcul de profondeur (Z) en fonction de la disparité x-x'



- Incertitude en fonction de Z : évolue en Z^2

$$z = \frac{fB}{d} \quad \partial z = -\frac{fB}{d^2} \partial d \quad \partial z = -\frac{z^2}{fB} \partial d$$

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 53

Exemple de rectification



Fusello, Andrea, and Luca Insara. "Quasi-euclidean uncalibrated epipolar rectification." *Pattern Recognition*, 2008. ICPR 2008.

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 51

Plan

- Introduction à la stéréovision
- Modèle géométrique de caméra (1) : modèle sténopé
- Modèle géométrique de caméra (2) : distorsions et calibration
- Géométrie à deux caméras
- Exploitation d'images stéréo
 - Cadre non calibré
 - Cadre calibré
 - Cas du banc stéréo calibré
- Pour conclure

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 54

Cadre non calibré : motivation

- Avec deux images quelconques non calibrées dans lesquelles on a trouvé des points homologues, on peut :
 - Estimer la matrice fondamentale
 - Et disposer d'une contrainte d'appariement pour les points $\tilde{x}_d^T F \tilde{x}_g = 0$ permettant de faire de l'estimation robuste
 - Rectifier les images
 - Et faciliter encore plus l'appariement : recherche sur la même ligne
 - Estimer les matrices de projection et reconstruire la scène à une transformation projective près
- NB : Le point 3 ne sera pas abordé dans ce cours
 - Voir le livre de Hartley et Zisserman

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 55

Solution à 8 points (en fait 8 couples)

Avec 8 points ou plus

- Construire le système d'équations
 $Af = 0$
- Effectuer la SVD de $A : A = UDV^T$
 avec $D = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_9)$
 et $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_9$
- Solution : le vecteur singulier associé à la plus petite valeur singulière (dernière colonne de V)

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 58

Estimation de F fondée sur le système homogène

Soient deux pixels mis en correspondance

$$x_g \leftrightarrow x_d$$

Ils vérifient (sous l'hypothèse d'absence de bruit de mesure) $\tilde{x}_d^T F \tilde{x}_g = 0$

En développant :

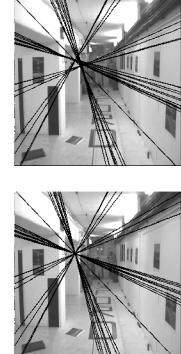
$$\begin{aligned} & x_g x_d f_{11} + x_g y_d f_{12} + x_d f_{13} + x_g y_d f_{21} + y_g y_d f_{22} + y_g f_{23} + x_g f_{31} + y_g f_{32} + f_{33} = 0 \\ \text{Soit : } & \begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ f_{13} \\ f_{21} \\ f_{22} \\ f_{23} \\ f_{31} \\ f_{32} \\ f_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_g x_d & x_g y_d & x_d & x_g y_d & y_g y_d & y_d & x_g & y_g & 1 \end{bmatrix} = 0 \end{aligned}$$

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 56

Solution à 8 points (en fait 8 couples)

Avec 8 points ou plus

- Construire le système d'équations
 $Af = 0$
- Effectuer la SVD de $A : A = UDV^T$
 avec $D = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_9)$
 et $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_9$
- Solution : le vecteur singulier associé à la plus petite valeur singulière (dernière colonne de V)
- 1^{er} problème : $\text{rang}(F_{\text{estimée}})$ est généralement égal à 3 \Rightarrow les lignes épipolaires ne sont pas concourantes
- Solution : faire une SVD de $F_{\text{estimée}}$.
 $F_{\text{final}} = U_D V^T$
 \Leftrightarrow Minimiser la distance de Frobenius
 $\|F_{\text{final}} - F_{\text{estimée}}\|$ sous contrainte $\det(F_{\text{final}}) = 0$



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 59

- En collectant les équations pour chaque couple de points en correspondance, construction d'un système d'équations homogène

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ f_{13} \\ f_{21} \\ f_{22} \\ f_{23} \\ f_{31} \\ f_{32} \\ f_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_g x_d & x_g y_d & x_d & x_g y_d & y_g y_d & y_d & x_g & y_g & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_g x_d & x_d y_g & x_d & x_g y_g & y_g y_d & y_d & x_g & y_g & 1 \end{bmatrix} = 0 \\ \Rightarrow & Af = 0 \end{aligned}$$

- Combien d'équations nécessaires ? (\Leftrightarrow combien d'appariements)
 - Nombre minimal : 7 \Rightarrow algorithme 7 points
 - Classiquement : 8 ou + \Rightarrow algorithme 8 points (solution unique à un facteur multiplicatif près)

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 57

Solution à 8 points (en fait 8 couples)

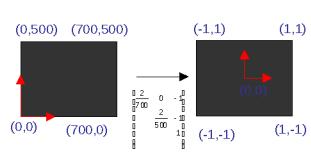
Avec 8 points ou plus

- Construire le système d'équations
 $Af = 0$
- Effectuer la SVD de $A : A = UDV^T$
 avec $D = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_9)$
 et $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_9$
- Solution : le vecteur singulier associé à la plus petite valeur singulière (dernière colonne de V)

$$\begin{bmatrix} x_g x_d & x_d y_g & x_d & x_g y_d & y_g y_d & y_d & x_g & y_g & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_g x_d & x_d y_g & x_d & x_g y_d & y_g y_d & y_d & x_g & y_g & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- 2nd problème : A est mal conditionnée

- Solution : normaliser les coordonnées images
- Faire le calcul ci-dessus
- Dénormnaliser la matrice estimée

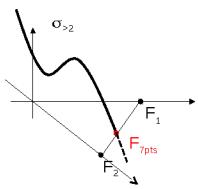


IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 60

Solution à 7 points

Avec 7 points

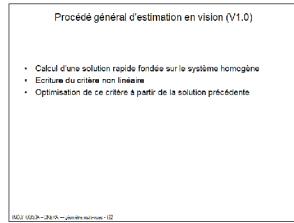
1. Construire le système d'équations $\mathbf{Af} = 0$
2. Effectuer la SVD de \mathbf{A} : $\mathbf{A} = \mathbf{UDV}^t$ avec $\mathbf{D} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_7, 0, 0)$
3. 2 Solutions : les deux derniers vecteurs colonnes de \mathbf{V} . Soient \mathbf{F}_1 et \mathbf{F}_2 les matrices correspondantes.
4. Rechercher dans la famille de solutions $\mathbf{F}_{\text{estima}}(\alpha) = \alpha\mathbf{F}_1 + (1-\alpha)\mathbf{F}_2$, celle(s) qui vérifie : $\det(\mathbf{F}) = 0$



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 61

Estimation de la matrice fondamentale

- En pratique, on pourrait appliquer le :



- Mais il y a des données aberrantes, donc on applique le principe général d'estimation en vision V2.0...

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 64

Estimation de la matrice fondamentale : optimisation non linéaire

- Problème de l'estimation linéaire
 - Biais inhérent au critère : le bruit n'affecte pas l'équation homogène $\mathbf{Af} = 0$ de manière additive, car il intervient dans les coefficients de \mathbf{A}
- Utilisation de critères non linéaires
 - Nécessitent une bonne initialisation (fournie par méthode linéaire)
- Plusieurs critères NL proposés dans la littérature (cf. résumé dans [H&Z03])
 - Distance symétrique aux épipolaires $\min_F \sum_n [d^2(\tilde{x}_d^{(n)}, F \tilde{x}_g^{(n)}) + d^2(\tilde{x}_g^{(n)}, F^t \tilde{x}_d^{(n)})]$
 - Semblaient un peu moins précis que d'autres méthodes
 - Simple à calculer
 - MC pondéré sur la contrainte épipolaire $D_{\text{app}}(\mathbf{F}) = \sum_n \frac{(\tilde{x}_d^{(n)t} \mathbf{F} \tilde{x}_g^{(n)})^2}{v_n(\mathbf{F})}$
 - Les variations de chaque terme sont approximées au 1er ordre,
 - $v_n(\mathbf{F}) = [\mathbf{F} \tilde{x}_g^{(n)}]_x^2 + [\mathbf{F} \tilde{x}_g^{(n)}]_y^2 + [\mathbf{F}^t \tilde{x}_d^{(n)}]_x^2 + [\mathbf{F}^t \tilde{x}_d^{(n)}]_y^2$

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 62

Un procédé général en vision (V2.0)

- Rejet des données aberrantes par RANSAC
 - Sélection aléatoire d'un ensemble minimal de données
 - Calcul d'une solution rapide fondée sur le système homogène
 - Calcul du consensus
- Sortie : solution à consensus maximal et inliers
- Écriture du critère non linéaire
- Optimisation de ce critère à partir de la solution précédente

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 65

- Critère le plus précis (maximum de vraisemblance)

$$\sum_n d(\tilde{x}_d^{(n)}, \hat{x}_d^{(n)})^2 + d(\tilde{x}_g^{(n)}, \hat{x}_g^{(n)})^2$$

- Où $(\tilde{x}_d^{(n)}, \tilde{x}_g^{(n)})$ sont les points détectés et apparus
- Et les points $(\hat{x}_d^{(n)}, \hat{x}_g^{(n)})$ sont des points triangulés à partir

de la matrice fondamentale qui satisfont donc par construction la contrainte épipolaire

$$(\hat{x}_d^{(n)})^t \mathbf{F} \hat{x}_g^{(n)} = 0$$

- Optimisation complexe, cf. [H&Z03]

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 63

Un procédé général en vision (V2.0)

- Rejet des données aberrantes par RANSAC
 - Sélection aléatoire d'un ensemble minimal de données
 - Calcul d'une solution rapide fondée sur le système homogène
 - Calcul du consensus
- Sortie : solution à consensus maximal et inliers
- Écriture du critère non linéaire
- Optimisation de ce critère à partir de la solution précédente

Pour \mathbf{F} on prendra ici la solution linéaire à 7 points

Seuillage de la distance pondérée de la contrainte épipolaire $D_{\text{app}}(\mathbf{F})$

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 66

Motivation

- Avec deux images quelconques calibrées et des points homologues, on peut
 - Estimer la fondamentale/essentielle et disposer d'une contrainte d'appariement
 - Rectifier les images
 - Calculer la position des caméras et la reconstruction 3D de la scène à un facteur d'échelle près

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 67

Estimation de la matrice essentielle

- Deux approches :
 1. Utiliser une des techniques déjà présentées pour estimer la matrice fondamentale sur une image normalisée
 2. Utiliser une technique à 5 points. Il s'agit alors de résoudre :

$$A v_E = 0$$

où v_E est un vecteur contenant les composantes de E

Avec les contraintes :

$$(EE^T)E - \frac{1}{2} \text{trace}(EE^T)E = 0 \text{ et } \det(E) = 0$$

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 70

Matrice Essentielle

Oui, ils avaient un peu la grosse tête, les théoriciens de la vision...

$$F = K_d^{-1} [T]_+ R K_g^{-1}$$

E

- = Équivalent de la matrice fondamentale dans une caméra normalisée ($f=1$)
- Deux points homologues vérifient $\bar{x}_d^T E \bar{x}_g = 0$
 - En coordonnées normalisées
- La matrice essentielle est de rang 2, elle a 5 degrés de liberté
 - 3 (rotation) + 3 (translation) - 1 (homogène)
- Propriétés

Une matrice 3x3 est une matrice essentielle si et seulement si deux de ses valeurs singulières sont égales et la troisième est nulle.

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 68

Estimation de R et t à partir de la matrice essentielle

- Méthode formelle

(Longuet-Higgins, 1981)

 1. Calcul de t

$$t t^T = \frac{1}{2} \text{trace}(EE^T)I - EE^T$$

⚠ Ambiguité sur le signe de t
= 2 solutions possibles

2. Calcul de R

$$t^T R = \text{Cofacteur}(E)^T - [t]_+ E$$

avec

$$\text{Cofacteur}(E) = [e_3 \times e_2 \ e_2 \times e_1 \ e_1 \times e_3]^T$$

⚠ Ambiguité sur R par propagation de celle sur t
= 2 solutions possibles

- Décomposition SVD
 1. Décomposition SVD de la matrice E et modification des valeurs singulières pour obtenir : $E = \text{diag}(1,1,0) V^T$
 2. On pose $P_d = [I|0]$ et $W = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Alors on a 4 solutions pour P_d :

$$\begin{aligned} P_d &= UWV^T | u_3 \rangle \\ P_d &= UWV^T | -u_3 \rangle \\ P_d &= UWV^T | u_1 \rangle \\ P_d &= UWV^T | -u_1 \rangle \end{aligned}$$

Outre l'ambiguité sur l'échelle, la décomposition conduit à 4 solutions différentes

Propriétés de la matrice essentielle

- Pour

$$E = [T]_+ R \quad (1)$$

On montre : $E^T T = 0 \quad \forall v \perp T : E E^T v = \|T\|^2 v$

Propriété

Une matrice 3x3 est une matrice essentielle si et seulement si deux de ses valeurs singulières sont égales et la troisième est nulle.

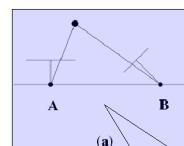
Si la SVD de E s'écrit

$$E = U \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} V^T$$

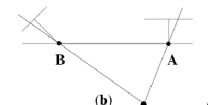
Alors elle admet une décomposition telle que (1) dont on peut expliciter les composantes (R et T)

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 69

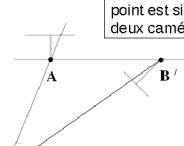
Choix de la solution par test d'un point



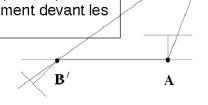
(a)



(b)



(c)



(d)

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 71

Plan

- Introduction à la stéréovision
- Modèle géométrique de caméra (1) : modèle sténopé
- Modèle géométrique de caméra (2) : distorsions et calibration
- Géométrie à deux caméras
- Exploitation d'images stéréo
 - Cadre non calibré
 - Cadre calibré
 - Cas du banc stéréo calibré
- Pour conclure

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 73

Pour conclure

- La géométrie multivue est un sujet bien maîtrisé aujourd'hui avec des algorithmes efficaces pour la plupart des situations
 - Cadre calibré, non calibré, banc stéréo etc.
 - La plupart de ces méthodes sont présentées dans la référence [H&Z03]
- Ces méthodes permettent de déduire un maximum d'information sur la scène observée et les poses des caméras
 - Nombreuses approches publiées pour déduire des informations euclidiennes sur la scène à partir d'informations ajoutées par l'utilisateur
- A suivre :
 - algorithmes de mise en correspondance stéréo dense
⇒ voir premier cours du Module 2 (23/09)
 - Étude du cadre à $N > 2$ caméras
⇒ voir Module 3 (à partir du 6/10) "vision robotique"

IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 76

Motivation

- Un autre cadre encore plus favorable : le banc stéréo calibré
 - On connaît R et T par précalibrage du banc
 - Rectification et triangulation simplifiée
 - La connaissance de la translation inter-caméra permet de reconstruire la scène à l'échelle

quadrioptère autonome développé à l'ONERA Palaiseau



Références

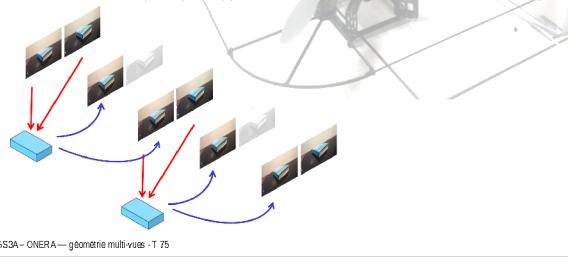
- [H&Z03] Livre de référence : Hartley, Richard, and Andrew Zisserman. *Multiple view geometry in computer vision*. Cambridge university press, 2003.
- [Szeliski Book] Computer Vision, Algorithms and application, R. Szeliski, (Springer), disponible en ligne : <http://szeliski.org/Book/>
- openCV : librairie de vision par ordinateur, avec un ensemble de routines sur la calibration et la 3D
 - NB : la Matlab Computer Vision Toolbox s'en inspire largement



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 77

TP : odométrie par stéréovision

- Principe
 - Le robot embarque un système stéréo calibré et rectifié
- 1. A un instant donné, il fait une reconstruction 3D de points extraits dans l'environnement
- 2. Il suit ces points dans une image à l'instant suivant
- 3. Il calcule sa pose par rapport au modèle 3D construit en 1



IM3D/IGS3A - ONERA — géométrie multi-vues - T 75