

## TD no3 : Filtre de Kalman Estimation de l'orientation d'un drone

L'objectif de ce TD est d'implémenter un filtre de Kalman linéaire et de le mettre en œuvre pour estimer l'angle de tangage d'un drone à partir des données fournies par une centrale inertielle.

### I. Implémentation du filtre de Kalman

Le fichier Python *KalmanFilter.py* définit la classe d'objet *KalmanFilter* pour l'implémentation d'un filtre de Kalman linéaire.

I.1) A partir des formules vues en cours, complétez les méthodes *predict* et *update* implantant respectivement les phases de prédiction et de mise à jour du filtre.

Fonctions *numpy* utiles :

*numpy.dot(A, B)* : calcul du produit matriciel  $A*B$

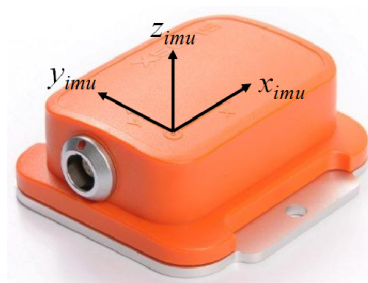
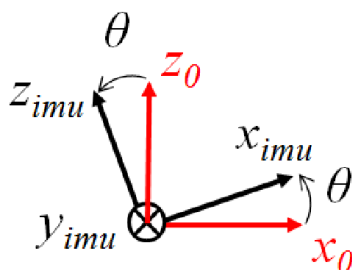
$A.T$  : calcul de la transposée de la matrice  $A$

*numpy.linalg.inv(A)* : calcul de l'inverse d'une matrice  $A$  inversible

II.2) Exécutez le fichier *KalmanFilter.py* pour valider votre implémentation à partir de l'exemple fourni dans la fonction *main*.

### II. Estimation d'attitude d'un drone

On cherche à estimer l'angle de tangage  $\theta$  d'un drone à partir des mesures fournies par une centrale inertielle embarquée. On note  $(x_{imu}, y_{imu}, z_{imu})$  le repère associé à la centrale inertielle (et donc au drone) et  $(x_0, y_0, z_0)$  le repère de référence global supposé fixe au sol avec  $z_0$  orienté vers le haut. L'angle de tangage  $\theta$  est défini sur le schéma ci-dessous :



#### II.A) Exploitation des mesures fournies par la centrale inertielle

Des enregistrements des mesures issues d'une centrale inertielle Xsens MTI (image ci-dessus) ont été réalisés dans deux cas : centrale inertielle immobile à l'horizontale (*donneesIMUAuRepos.txt*) et

centrale inertielle en mouvement, subissant des rotations de faible amplitude (*donneesIMUPetitsAngles.txt*).

Le format de chacun de ces deux fichiers est défini par l'en-tête de fichier ci-dessous (unités SI):

```
// Start Time: 0
// Sample rate: 100.0Hz
// Scenario: 0.0
// Firmware Version: 0.0.0
Counter Acc_X Acc_Y Acc_Z Gyr_X Gyr_Y Gyr_Z Mag_X Mag_Y Mag_Z Roll Pitch Yaw
```

Les trois premières mesures correspondent à celles des accéléromètres, les suivantes à celles des gyromètres, puis des magnétomètres. Les trois dernières valeurs correspondent aux angles estimés par les traitements embarqués sur la centrale inertielle. On supposera que ces valeurs d'angles pourront être considérées comme la réalité.

Le fichier Python *ImuData.py* définit la classe d'objet *ImuData* qui sera utilisée pour lire, afficher et manipuler les données issues des fichiers textes d'enregistrements.

II.A.1) Créez un fichier Python *analyseFichierIMU.py*, et codez un script permettant de visualiser graphiquement les enregistrements contenus dans le fichier *donneesIMUAuRepos.txt*. Conclure quant à l'hypothèse d'horizontalité de la centrale inertielle lors de l'enregistrement.

II.A.2) Par quels types d'erreurs les mesures accélérométriques et gyrométriques sont-elles affectées ? Utilisez les fonctions *np.mean* et *np.std* pour coder dans le fichier *analyseFichierImu.py* le calcul et l'affichage en console de leurs moyennes et écarts types. Proposer une modélisation des mesures issues des accéléromètres et des gyromètres.

### II.B. Estimation de l'angle de tangage à partir des mesures accélérométriques

On supposera que les accéléromètres permettent d'obtenir une mesure  $\theta_{Acc}^m$  de l'angle de tangage  $\theta$  par la formule suivante :

$$\theta_{Acc}^m = \text{Atan} \left( \frac{-Acc_x}{\sqrt{Acc_y^2 + Acc_z^2}} \right) \quad (1)$$

II.B.1) Créez un fichier Python *pitchFromAcc.py* et implémentez le calcul de l'angle de tangage à partir des mesures accélérométriques contenues dans le fichier *donneesIMUPetitsAngles.txt*.

II.B.2) Affichez graphiquement l'évolution de l'angle obtenu et comparez avec les valeurs de l'angle de tangage fourni par la centrale inertielle et considéré comme la réalité. Que peut-on conclure ?

### II.C. Estimation de l'angle de tangage à partir des mesures gyrométriques

On supposera que les gyromètres permettent d'obtenir une mesure  $\theta_{Gyr}^m$  de l'angle de tangage  $\theta$  par la formule suivante :

$$\frac{d\theta_{Gyr}^m(t)}{dt} = Gyry(t) \quad (2)$$

II.C.1) Créez un fichier Python *pitchFromGyro.py* et implémentez numériquement cette formule pour calculer l'angle de tangage à partir des mesures gyrométriques contenues dans le fichier *donneesIMUPetitsAngles.txt*.

II.C.2) Affichez graphiquement l'évolution de l'angle obtenu et comparez avec les valeurs de l'angle de tangage fourni par la centrale inertielle et considéré comme la réalité. Que peut-on conclure ?

#### II.D. Estimation de l'angle de tangage par fusion des mesures accélérométriques et gyrométriques

On souhaite fusionner les mesures provenant à la fois des accéléromètres et des gyromètres pour mieux estimer l'angle de tangage. Pour cela, on utilisera un filtre de Kalman défini de la manière suivante :

- le modèle d'état considéré sera défini à partir de l'équation reliant la mesure de vitesse angulaire  $\dot{\theta}_{Gyr}^m$  fournie par le gyromètre à la vitesse angulaire réelle  $\dot{\theta}$  :

$$\dot{\theta}_{Gyr}^m = \dot{\theta} + b_{Gyr} + v_{Gyr} \quad (3)$$

où  $v_{Gyr}$  est un bruit  $v_{Gyr} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{Gyr}^2)$ , et  $b_{Gyr}$  un biais que l'on supposera quasiment constant :

$$\dot{b}_{Gyr} = v_b \quad (4)$$

où  $v_b$  est un bruit  $v_b \sim \mathcal{N}(0, \sigma_b^2)$

- l'équation de mesure considérée est celle reliant l'angle  $\theta_{Acc}^m$  fourni par les accéléromètres à l'angle de tangage réel  $\theta$  :

$$\theta_{Acc}^m = \theta + w_\theta \quad (5)$$

où  $w_\theta$  est un bruit  $w_\theta \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\theta_{acc}}^2)$

II.D.1) On définit le vecteur d'état  $X(k) = [\theta(k) \quad b_{Gyr}(k)]^T$ , le vecteur de bruit d'état  $V(k) = [-v_{Gyr}(k) \quad v_b(k)]^T$  et l'entrée  $U(k) = \dot{\theta}_{Gyr}^m(k)$ . A partir des relations (3) et (4), écrire l'équation d'état en temps discret sous la forme :  $X(k+1) = A.X(k) + B.U(k) + V(k)$ . Donner l'expression des matrices A et B. On notera  $T_e$  la période d'échantillonnage. Donner sa valeur numérique.

II.D.2) On définit le vecteur de mesure  $Y(k) = \theta_{Acc}^m(k)$  et le bruit de mesure  $W(k) = w_\theta(k)$ . Ecrire l'équation de mesure sous la forme  $Y(k) = C.X(k) + W(k)$ . Donner l'expression de la matrice C.

II.D.3) Ecrire l'expression de la matrice de covariance R du bruit de mesure ( $W(k) \sim \mathcal{N}(0, R)$ )

II.D.4) Complétez le fichier Python *pitchEstimation.py* pour implémenter le filtre de Kalman ainsi défini et calculer une estimée de l'angle de tangage à partir des mesures accélérométriques et gyrométriques contenues dans le fichier *donneesIMUPetitsAngles.txt*.

II.D.5) Affichez graphiquement l'évolution de l'angle obtenu et comparez avec les valeurs de l'angle de tangage fourni par la centrale inertielle et considéré comme la réalité. Que peut-on conclure ?