Systems Engineering — Theory & Practice

文章编号: 1000-6788(2013)02-0296-12

中图分类号: F830; O212

文献标志码: A

## 中国股市高频波动率的特征、预测模型以及预测精度比较

陈浪南1,杨科2

(1. 中山大学 岭南学院 经济研究所, 广州 510275; 2. 华南农业大学 经济管理学院, 广州 510642)

摘 要 在 HAR-GARCH 模型和 HAR-CJ 模型的基础上构建了自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型,并用以对中国股市高频波动率进行了预测,然后利用上证综指 2000 年至 2008 年的高频数据实证检验了中国股市高频波动率的特征,最后运用 SPA 检验评价和比较了构建的模型与其他 6 类高频波动率模型的样本外预测能力.结果表明:中国股市高频波动率同时具有长记忆性、结构突变、不对称性和周内效应等特征;结构突变仅部分解释其长记忆性;高频波动率连续性成分的长记忆性很强,而跳跃性成分的长记忆性非常弱.相比于其他 6 类模型,自适应的不对称性HAR-CJ-D-FIGARCH 模型对样本内数据的拟合效果最好,同时也是样本外预测性能最好的模型.

关键词 高频波动率; 预测; 自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型; SPA 检验

# High-frequency volatility features, forecast model and performance evaluation

CHEN Lang-nan<sup>1</sup>, YANG Ke<sup>2</sup>

- (1. Institute for Economics, Lingnan College, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China;
- 2. College of Economics and Management, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China)

Abstract Based on HAR-GARCH model and HAR-CJ model, this article proposes an adaptive asymmetry HAR-D-CJ-FIGARCH model and utilizes it to conduct a volatility forecast. And then this article investigates the various properties of volatility simultaneously by utilizing the proposed model and the high-frequency data from SSEC from 2000 to 2008. Finally this article employs the SPA test to evaluate and compare the out-of-sample forecast performance of 7 high-frequency volatility models. The results show that the high-frequency volatility in Chinese stock markets has long term memory, structural breaks, asymmetry, and day-of-the-week effects. The structural breaks can only partially explain the long memory. The continuous components of high-frequency volatility have strong long-term memory, and the long-term memory of jump components is very weak. As compared to the other 6 models, the proposed model improves the in-sample fitting significantly, and provides the best out-of-sample forecast.

**Keywords** high-frequency volatility; forecast; adaptive asymmetry HAR-CJ-D-FIGARCH model; SPA test

## 1 引言与文献综述

金融资产收益的波动率建模一直以来都是金融经济学研究的核心内容之一. 关于波动率的估计、预测及其各种典型特征的刻画,对于资产组合选择、金融风险管理以及金融衍生品定价,都具有极为重要的理论价值和现实意义. 最近 20 多年来,国内外学者对以 Engle<sup>[1]</sup> 的 ARCH 模型和 Taylor<sup>[2]</sup> 的 SV 模型为代表的两类波动率模型进行了不同程度的扩展和改进,以刻画波动率的各种特征和提高模型的预测性能,Poon等 <sup>[3]</sup> 对这些模型进行了很好的评述. 然而,这两类波动率模型都是基于低频的收益率数据,损失了大量的日内交易信息,对真实波动率的估计和预测存在较大的偏差. 随着日内高频交易数据的广泛采用, Andersen 和

收稿日期: 2012-04-17

**资助项目:** 国家自然科学基金 (71203067, 71241019); 国家社会科学基金 (08ATL007); 广东省社会科学基金 (GD10CYJ01); 中山大学 "985 工程" 产业与区域发展研究创新基地; 广东省普通高校人文社会科学重点研究基地; 华南农业大学经济管理学院 "211 工程" 青年项目 (2012211QN03)

**作者简介:** 陈浪南 (1958--), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向: 金融经济学、货币经济学; 通讯作者: 杨科 (1983--), 男, 讲师, 研究方向: 金融经济学.

Bollerslev<sup>[4]</sup> 以及 Barndorff-Nielsen 和 Shephard<sup>[5-7]</sup> 提出的基<mark>于高频交易数据的已实现波动率</mark> (即高频波动率, realized volatility, 后文记为 RV) 方法开始广泛流行. 该方法不但可以得到金融资产收益波动率的精确估计量, 而且可以将该估计量看成一个可以观测到的时间序列. 以此为基础, 关于金融资产收益波动率的典型特征刻画和预测研究大为扩展, 国内学者杨科等 <sup>[8]</sup> 对这方面的研究进行了较好的评述.

在高频波动率的预测建模方面,最具代表性的是 Andersen 等 <sup>[9]</sup> 的 ARFIMA 模型以及 Corsi <sup>[10]</sup> 的 HAR 模型. 最近,国外学者对 ARFIMA 模型和 HAR 模型进行了重要的扩展和改进: 为考虑波动率的不对称性,Giot 和 Laurent <sup>[11]</sup> 将 ARFIMA 模型扩展为具有不对称性的 ARFIMAX 模型,进一步提高了 ARFIMA 模型对高频波动率的样本外预测精度;Corsi 等 <sup>[12]</sup> 将负收益率作为解释变量加入到 HAR 模型中,构建的具有不对称性的 AHAR 模型也进一步提高了 HAR 模型的预测性能;Beltratti 和 Morana <sup>[13]</sup> 和 Corsi 等 <sup>[14]</sup> 分别通过 FIGARCH 模型和 GARCH 模型来刻画 ARFIMA 模型和 HAR 模型的误差项的条件异方差性,构建的 ARFIMA-FIGARCH 模型和 HAR-GARCH 模型也进一步提高了 ARFIMA 模型和 HAR 模型的样本外预测精度;为了进一步考虑周内效应对高频波动率预测的影响,Martens 和 Dijk <sup>[15]</sup> 构建的 ARFIMA-DARL 模型也进一步提高 ARFIMA 模型样本外预测性能. 近些年,国内学者对高频波动率的预测建模方面也做了一些研究,例如,郭名媛和张世英 <sup>[16]</sup> 基于赋权已实现波动率构建的 ARFIMA 模型、王春峰等 <sup>[17]</sup> 构建的长记忆随机波动率模型、魏宇 <sup>[18]</sup> 构建的基于多分形波动率(multifractal volatility)的 ARFIMA 模型以及杨科和陈浪南 <sup>[19]</sup> 构建的半参数预测模型都进一步提高了波动率的样本外预测精度.

虽然上述模型都较好的捕获高频波动率的一些典型特征并取得了较好的预测效果,但这些模型都没有考 虑高频波动率的结构突变特征. 而 Liu 和 Maheu<sup>[20]</sup> 和 Choi 等 <sup>[21]</sup> 的研究均发现了高频波动率具有结构突 变特征的证据, 如果忽略结构突变的影响, 会过大估计波动率的长记忆性, 影响波动率模型的预测效果. 现 有文献中, 关于结构突变条件下高频波动率的预测研究非常少. 最近 Liu 和 Maheu<sup>[22]</sup> 运用贝叶斯加权模 型 (Bayesian model average) 的方法综合考虑了不同解释变量的 HAR 模型并对 S&P500 指数的日高频波 动率进行了预测, 他们发现贝叶斯加权模型的方法在各种评价标准下其预测精度比其他基准模型高. 然而 运用贝叶斯加权模型的方法需要考虑各种可能的潜在解释变量、需要考虑的各种可能的预测模型也非常多、 较难运用于现实中. 此外, 上述模型也没有考虑高频波动率的连续性成分和跳跃性成分对波动率预测的影响. Andersen 等 [23] 基于多次幂变差测量理论将已实现波动率分解为连续性成分和跳跃性成分,并在此基础上 构建的 HAR-CJ 模型较大程度上提高了波动率的样本外预测精度. Forsberg 等 [24]、Giot 等 [25] 以及国内学 者王春峰等[26]和陈国进等[27]基于多次幂变差测量理论发现,在预测未来的高频波动率时,跳跃性成分具有 负向影响或者不具有显著影响. 他们的研究均采用基于多次幂变差测量理论的 Z 统计量来估计高频波动率 的连续性成分和跳跃性成分, 而 Corsi 等 [28] 的研究表明, 该统计量低估了高频波动率的跳跃性成分, 使得一 部分跳跃成分包含在高频波动率的连续性成分中. 杨科和陈浪南 [29] 基于 Corsi 等 [28] 的修正的已实现门阀 多幂次理论和修正的 Z 统计量从上证综指的高频波动率中分离出连续性成分和跳跃性成分, 发现高频波动 率的跳跃性成分对中国股市未来波动率的预测存在显著的正向影响, 这一实证结论与 Shalen<sup>[30]</sup> 和 Wang<sup>[31]</sup> 的理论研究结论一致.

鉴于现有文献的研究不足,本文构建了综合考虑高频波动率的结构突变、长记忆性、不对称性、周内效应以及高频波动率的不同成分特征的自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型,并对中国股市高频波动率进行了预测. 最后,通过最新发展的 SPA 检验,在各种不同的损失函数下,检验本文构建的新模型对高频波动率的样本外预测性能.与其他文献不同的是: ①采用修正的 Z 统计量从高频波动率中分离出连续性成分和跳跃性成分,并作为解释变量加入到模型中; ②通过 Gallant 的灵活函数形式 [32] 拟合高频波动率的结构突变特征; ③以标准收益率及其绝对值为基础,采用灵活的 EGARCH- 族结构来刻画高频波动率的不对称性; ④通过 FIGARCH 模型结构刻画模型残差方差的长记忆性; ⑤在各种稳健损失函数评价标准下,通过SPA 检验评价和比较各类高频波动率预测模型的预测性能,以获得稳健的实证比较结论.

## 2 模型与方法

## 2.1 波动率不同成分的剥离

如上文文献综述所述, Corsi 等 [28] 的研究表明, 当日内资产价格连续出现跳跃的频率非常高时, Tauchen和 Zhou<sup>[33]</sup> 的 Z 统计量对波动率的显著跳跃性成分的甄别能力较差, 而基于修正的已实现门阀多次幂变差

(corrected realized threshold multipower variation, 记为  $C_-$ TMPV) 的修正 Z 统计量 (记为  $C_-$ TZ 统计量) 在日内资产价格连续出现跳跃的频率很高时, 对波动率的显著跳跃性成分的甄别能力明显高于 Z 统计量. 因此, 本文采用 Corsi 等 [28] 的  $C_-$ TZ 统计量剥离出中国股市高频波动率的连续性成分和跳跃性成分.

根据 Corsi 等 [28] 的研究,  $C_{-}$ TMPV 由下式表述:

$$C_{-}TMPV_{t}^{[\gamma_{1},\gamma_{2},\cdots,\gamma_{M}]} = (1/n_{t})^{1-\frac{1}{2}(\gamma_{1}+\gamma_{2}+\cdots+\gamma_{M})} \sum_{j=M}^{n_{t}} \prod_{k=1}^{M} Z_{\gamma_{k}}(r_{t,j-k+1}, \upsilon_{j-k+1})$$

$$\tag{1}$$

其中  $v_s$  表示严格为正的随机门阀函数, $\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_M$  为任意正数.式 (1) 中函数  $Z_\gamma(x,y)$  可表述为: $Z_\gamma(x,y)=\begin{cases} |x|^\gamma,&x^2\leq y\\ \frac{1}{2N(-c_v)\sqrt{\pi}}(\frac{c^2}{c^2v}y)^{\frac{\gamma}{2}}\Gamma(\frac{\gamma+1}{2},\frac{c^2}{2}),&x^2>y \end{cases}$ ,其中, $\Gamma(\cdot)$  表示 Gamma 函数, $N(\cdot)$  表示标准正态分布的累积密度函数.本文根据 Corsi 等  $[^{28}]$  的建议取  $v_t=c_v^2\hat{V}_t^2,\hat{V}_t^2$  表示点波动率的辅助估计量(auxiliary estimator),本文设定  $c_v=3$ .本文采用长度为 2L+1 的非参数滤波迭代估计法来估计  $\hat{V}_t^2$ ,在本文实证研究一般只需迭

估计过程请参见文献 [28]. 由式 (1) 关于  $C_-$ TMPV 表述方式可知,修正的已实现门阀二次幂变差  $C_-$ TBV $_t = \mu_1^{-2}C_-$ TMPV $_t^{[1,1]}$ ,修正的门阀三次幂变差  $C_-$ TTP $_t = \mu_{4/3}^{-3}C_-$ TMPV $_t^{[\frac{4}{3},\frac{4}{3},\frac{4}{3}]}$ . 其中  $\mu_k = 2^{k/2}\Gamma((k+1)/2)/\Gamma(1/2)$ . 基于上述的  $C_-$ TMPV, Corsi 等 [28] 构建的修正的 Z 统计量为:

代 2 或 3 次, 其中 L 为带宽参数, 本文设定 L=25, 采用高斯核函数  $K(x)=(1/\sqrt{2\pi})\exp(-x^2/2)$ , 具体的

$$C_{-}TZ_{t} = \frac{(RV_{t} - C_{-}TBV_{t})/RV_{t}}{\sqrt{((\frac{\pi}{2})^{2} + \pi - 5)\frac{1}{n_{t}}\max(1, \frac{C_{-}TTP_{t}}{C_{-}TBV_{t}^{2}})}}$$
(2)

Corsi 等 [28] 理论证明了当资产价格不存在跳跃时, 修正的 Z 统计量在  $n_t \to \infty$  时, 渐进服从标准正态分布. 若  $C_-$ TZ 统计量大于  $\Phi_{\alpha}$  ( $\Phi_{\alpha}$  表示标准正态分布在显著水平  $\alpha$  的临界值), 则推断波动率的跳跃成分是显著的, 故高频波动率显著的跳跃性成分可以通过下式估计:

$$\hat{J}_{C\_TZ,t} = I(C\_TZ_t > \Phi_\alpha) \times (RV_t - C\_TBV_t)^+$$
(3)

其中  $I(\cdot)$  为示性函数,  $x^+ = \max(x, 0)$ .

#### 2.2 HAR 族模型

Corsi<sup>[10]</sup> 构建的近似长记忆模型 - 异质性自回归已实现波动率模型 (heterogeneous autoregressive realized volatility model, HAR 模型) 主要基于异质市场假说和 HARCH 模型, 他们通过模拟和实证分析发现,以自回归结构加总日、周以及月波动率成分可以捕获高频波动率的长记忆性. 结合他们的研究, 高频波动率的 HAR 模型可以表述如下:

$$\ln RV_t^d = a_0 + a_d \ln RV_{t-1}^d + a_w \ln RV_{t-1}^w + a_m \ln RV_{t-1}^m + u_t$$
(4)

其中,  $\ln RV_t^h = (\ln RV_t + \ln RV_{t-1} + \ln RV_{t-2} + \cdots + \ln RV_{t-h+1})/h$ , h = d = 1, h = w = 5 和 h = m = 22 分别表示日、周和月波动率成分,本文实证研究部分以及 Andersen 等 <sup>[9]</sup> 的研究表明  $\ln RV_t^d$  是近似正态的,因此扰动项  $u_t$  也近似服从正态分布. 此外,HAR 模型的滞后结构等价于有限制条件的 AR(22),仅用 OLS 就能估计该模型参数,使用比较方便.

为了考虑 HAR 模型<mark>正态扰动项的时变条件异方差性</mark>, Corsi 等 <sup>[14]</sup> 构建的 HAR-GARCH 模型较大程度提高了模型参数估计的精确度以及预测性能. 该模型可以表述为:

$$\ln RV_{t}^{d} = a_{0} + a_{d} \ln RV_{t-1}^{d} + a_{w} \ln RV_{t-1}^{w} + a_{m} \ln RV_{t-1}^{m} + u_{t}$$

$$u_{t} = \sigma_{u,t} \varepsilon_{t}$$

$$\sigma_{u,t}^{2} = \omega + \alpha(L)u_{t}^{2} + \beta(L)\sigma_{u,t}^{2}$$
(5)

其中  $\varepsilon_t|I_{t-1}\sim N(0,1)$ ,  $I_{t-1}$  是到 t-1 为止所能获得的信息, L 为滞后算子,  $\alpha(L)=\alpha_1L+\alpha_2L^2+\cdots+\alpha_pL^p$  和  $\beta(L)=\beta_1L+\beta_2L^2+\cdots+\beta_qL^q$  分别为 p 阶和 q 阶滞后算子.

Andersen 等 [23] 的研究表明, 将高频波动率分解为连续性成分和跳跃性成分加入到 HAR 模型中, 可以提高波动率的样本外预测精度. 参照 Andersen 等 [23] 构建的 HAR-CJ 模型以及 Corsi 等 [28] 的研究结论, 本文考虑如下形式的 HAR-CJ 模型 (类似于参考文献 [29] 中的模型 (19)):

$$\ln RV_t^d = a_0 + a_d \ln \hat{C}_{t-1}^d + a_w \ln \hat{C}_{t-1}^w + a_m \ln \hat{C}_{t-1}^m + a_{d,J} \ln (\hat{J}_{t-1}^d + 1) + a_{w,J} \ln (\hat{J}_{t-1}^w + 1) + a_{m,J} \ln (\hat{J}_{t-1}^m + 1) + u_t$$
(6)

其中  $\hat{J}_t$  表示高频波动率的跳跃性成分,由式 (3) 估计得到, $\hat{C}_t$  表示高频波动率的连续性成分,由  $\hat{C}_t$  =  $RV_t - \hat{J}_t$  估计得到, $\hat{C}_t^h = (\hat{C}_t + \hat{C}_{t-1} + \hat{C}_{t-2} + \cdots + \hat{C}_{t-h+1})/h$ , $\hat{J}_t^h = (\hat{J}_t + \hat{J}_{t-1} + \hat{J}_{t-2} + \cdots + \hat{J}_{t-h+1})/h$ ,h = d = 1,h = w = 5 和 h = m = 22.

## 2.3 自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型

为了同时考虑中国股市高频波动率的结构突变、长记忆性、不对称性、周内效应以及高频波动率的不同成分特征 (在本文的实证研究部分发现中国股市同时具有这些特征),本文通过以下五个途径进一步扩展上述的 HAR-GARCH 模型以及 HAR-CJ 模型: ①采用修正的 Z 统计量从高频波动率中剥离出连续性成分和跳跃性成分,并作为解释变量加入到模型中,以分别考虑高频波动率的连续性成分和跳跃性成分对高频波动率预测的影响; ②通过 Gallant 的灵活函数形式 [32] 来设定 HAR-GARCH 模型的截距项  $a_0$ ,使模型的截距为时变的和自适应性的,以拟合高频波动率的结构突变特征; ②通过设定周内不同日期的示性函数来刻画波动率的周内效应; ④以标准收益率及其绝对值为基础,采用灵活的 EGARCH- 族结构来刻画高频波动率的不对称性; ③通过 FIGARCH 模型结构刻画模型残差方差的长记忆性. 我们将新构建的 HAR 模型命名为自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型,具体结构如下:

$$\ln RV_t^d = a(t) + a_d \ln \hat{C}_{t-1}^d + a_w \ln \hat{C}_{t-1}^w + a_m \ln \hat{C}_{t-1}^m + a_{d,J} \ln (\hat{J}_{t-1}^d + 1) + a_{w,J} \ln (\hat{J}_{t-1}^w + 1) 
+ a_{m,J} \ln (\hat{J}_{t-1}^m + 1) + b_d z_{t-1}^d + b_w z_{t-1}^w + b_m z_{t-1}^m + c_d |z_{t-1}^d| + c_w |z_{t-1}^w| + c_m |z_{t-1}^m| 
+ d_1 D_{1,t}^* + d_2 D_{2,t}^* + d_4 D_{4,t}^* + d_5 D_{5,t}^* + u_t$$
(7)

$$a(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{k} \left[ \gamma_j \sin(2\pi j t/T) + \delta_j \cos(2\pi j t/T) \right]$$
 (8)

$$u_t = \sigma_{u,t} \varepsilon_t$$

$$\sigma_{u,t}^2 = \omega + \beta(L)\sigma_{u,t}^2 + [1 - \beta(L) - \varphi(L)(1 - L)^{d_u}]u_t^2$$
(9)

其中  $z_t^h,h=1,5,22$  由  $z_t^h=\sum_{i=1}^h r_{t-i+1}/\sum_{i=1}^h \sqrt{RV_{t-i+1}}$  估计得到,分别表示日标准收益率(h=d=1)、周标准收益率(h=w=5)以及月标准收益率(h=m=22)。 $\hat{J}_t$  表示高频波动率的跳跃性成分,由式 (3) 估计得到, $\hat{C}_t$  表示高频波动率的连续性成分,由  $\hat{C}_t=RV_t-\hat{J}_t$  估计得到, $\hat{C}_t^h=(\hat{C}_t+\hat{C}_{t-1}+\hat{C}_{t-2}+\cdots+\hat{C}_{t-h+1})/h$ , $\hat{J}_t^h=(\hat{J}_t+\hat{J}_{t-1}+\hat{J}_{t-2}+\cdots+\hat{J}_{t-h+1})/h$ ,h=d=1、h=w=5 和 h=m=22.  $D_{s,t}^*=D_{s,t}-D_{3,t}$ ,s=1,2,4,5 表示中心化的示性函数,若交易日 t 对应为星期 s (1= 星期一,2= 星期二等)为 1,反之则为 0. 当差分参数  $d_u$  取 0 到 1 之间的数值时,(1-L) $d_u$  可表述为无限加总形式(参见式(10)),因此,FIGARCH 模型也可以表述为无限阶加总形式 [34],此时波动率过程的自相关性以双曲线速率衰减。在模型的估计过程中,本文参照 Baillie 等 [34] 的建议,取滞后期 1000 来逼近(1-L) $d_u$ .

$$(1-L)^{d_u} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(d_u+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d_u-k+1)} L^k = 1 - d_u L - \frac{1}{2} d_u (1-d_u) L^2 - \frac{1}{3} d_u (1-d_u) (2-d_u) L^3 - \cdots$$
(10)

模型中波动率的杠杆效应由系数  $b_h(h=1,5,22)$  给出, 若显著为负, 则表明过去负冲击 (负收益率) 对未来波动率的影响效应要大于正冲击 (正收益率).

Engle 和 Lee<sup>[35]</sup> 通过 Monte Carlo 模拟发现, 尽管式 (8) 所示的 Gallant 灵活函数是光滑的 (smooth), 但通过设定极少的参数 (k=1,2,3,4), 就可以非常精确地拟合数据的区制转换 (regime change) 和结构突变特征, 并且在估计模型之前不需要确定结构突变点也不会增加模型估计的复杂性, 因此本文基于 Gallant 的灵活函数构建的新型 HAR 模型是自适应性的.

#### 2.4 ARFIMA 族模型

为了评价和比较新构建的自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型与 ARFIMA 族模型的预测性能,本文主要考虑 Andersen 等 <sup>[9]</sup> 的 ARFIMA 模型、Giot 和 Laurent <sup>[11]</sup> 的 ARFIMAX 模型以及 Degiannakis <sup>[36]</sup>的 ARFIMAX-FIGARCH 模型、这三类 ARFIMA 族模型分别表述如下:

$$\Phi(L)(1-L)^d(\ln RV_t - \mu) = \Theta(L)u_t \tag{11}$$

$$\Phi(L)(1-L)^d(\ln RV_t - \mu - b_d z_{t-1}^d - c_d | z_{t-1}^d |) = \Theta(L)u_t$$
(12)

$$\Phi(L)(1-L)^{d}(\ln RV_{t} - \mu - b_{d}z_{t-1}^{d} - c_{d}|z_{t-1}^{d}|) = \Theta(L)u_{t}$$

$$u_{t} = \sigma_{u,t}\varepsilon_{t}$$

$$\sigma_{u,t}^{2} = \omega + \beta(L)\sigma_{u,t}^{2} + [1 - \beta(L) - \varphi(L)(1-L)^{d_{u}}]u_{t}^{2}$$
(13)

其中, $\Phi(L)=1-\phi_1L-\phi_2L^2-\cdots-\phi_pL^p$ , $\Theta(L)=1+\theta_1L+\theta_2L^2+\cdots+\theta_qL^q$  分别表示自回归滞后 p 阶算子以及移动平均滞后 q 阶算子,且各自的特征根都在单位圆外,L 为滞后算子, $(1-L)^d$  为分数差分算子, $z_t^d$  表示日标准收益率, $\mu$  表示对数高频波动率的均值,假定  $\{\varepsilon_t\}$  是高斯白噪声.考虑到不同滞后阶数的 ARFIMA 族模型对高频波动率的估计结果十分接近,同时结合不同滞后阶数模型估计的 AIC 和 BIC 的比较结果,本文仅采用 p=1 和 q=1 时的 ARFIMA 族模型对中国股市高频波动率进行预测.

## 3 数据及描述性分析

本文研究的数据样本为上证综指 2000 年 1 月 04 日到 2008 年 12 月 31 日 (剔除一些数据记录不全的交易日后总共有 2085 个交易日) 的分笔交易高频数据,数据来源于中国经济研究中心 (CCER) 股票市场高频数据库.考虑到市场微观结构扰动的影响,本文按照 Bollerslev 等 [37] 的建议,对分笔交易高频数据进行每 5 分钟抽样,每天可以产生 48 个高频股价记录,样本总体的高频数据量为 100080 个. 假设  $p_t$  表示对数形式的股价,则交易日内高频对数收益率可以由下式计算得到:

$$r_{t+i\Delta} = 1 \underbrace{\forall \theta} \langle (p_{t+i\Delta} - p_{t+(i-1)\Delta}), \Delta = 1/48 \tag{14}$$

由式(14)可知,每日的对数收益率为  $r_{t+1} = \sum_{j=1}^{48} r_{t+j\Delta,\Delta}$ . 根据 Andersen 和 Bollerslev 的定义 [4],每日的已实现高频波动率  $RV_t$  可表示为日内的高频对数收益率的平方和,即  $RV_{t+1} = \sum_{j=1}^{48} r_{t+j\Delta,\Delta}^2$ ,但最近 Hansen 和 Lunde [38] 的研究指出,可以记录到的高频股价数据只能反映有交易时段的市场波动状况,无法反映无交易时段的市场波动信息. 为了获得更加精确地可以反映整个交易日市场波动状况的已实现高频波动率估计量,我们通过 Hansen 和 Lunde [38] 构建的尺度参数 (scale parameter)  $\delta$  来对已实现高频波动率进行尺度变换,该估计量可表述如下:

$$RV_{t+1}^{\delta} = \delta RV_{t+1}, \delta = \frac{N^{-1} \sum_{t=1}^{N} r_t^2}{N^{-1} \sum_{t=1}^{N} RV_t^2}$$
(15)

表 1 给出了各个序列的描述性统计量,其中日标准收益率  $z_t=r_t/\sqrt{RV_t}$ . 由表 1 可知: 虽然上证综指日高频波动率的均值与日平方收益率相同,但日高频收益率的标准离差更小,意味着高频波动率波动率是更为精确的真实波动率估计量;日高频波动率和日收益率都具有尖峰厚尾的特征,但对数形式的高频波动率和标准化后的日收益率与正态分布非常接近,基于这个原因,本文建模中主要考虑对数形式的高频波动率和标准化的收益率.

表 1 上证综指日收益率和日已实现波动率的描述性统计量

	均值	最小值	最大值	标准离差	偏度系数	峰度系
收益率	0.007	-12.833	9.401	1.746	-0.181	8.269
标准收益率	024	-3.115	3.559	1.170	-0.042	2.677
平方收益率	2.569	0.000	164.69	8.218	8.257	108.12
已实现波动率	2.569	0.015	108.080	5.390	9.497	137.85
对数已实 现波动率	0.154	-4.140	4.683	1.204	0.296	2.945

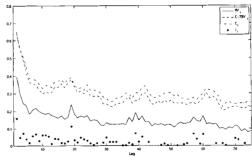


图 1 各变量的样本自相关函数图

## 4 实证研究

## 4.1 高频波动率的特征

#### 4.1.1 高频波动率的不同成分

图 1 给出了中国股市的高频波动率,高频波动率的连续性成分 (由  $\hat{C}_t = RV_t - \hat{J}_{C\_TZ,t}$  估计得到) 和跳跃性成分 (由式 (3) 得到) 以及修正的已实现门阀二次幂变差的样本自相关函数图. 由图 1 可以看出: 中国股市的已实现门阀二次幂变差、已实现波动率及其连续性成分的样本自相关函数值衰减速度都很慢,在 5% 的显著水平下,滞后 70 期仍然显著,说明这三个序列都存在较强的长记忆性;修正的已实现门阀二次幂变差与已实现波动率的连续性成分的长记忆性比较接近,并且都大于已实现波动率的长记忆性,而已实现波动率的跳跃性成分的长记忆性非常弱.

## 4.1.2 长记忆性和结构突变

参照 Choi 等 [21] 的研究, 本文运用 Bai 和 Perron [39-40] 的纯均值多突变 (pure multiple mean break)

模型检验高频波动率序列的结构突变特征. M- 均值突变模型 (有 M+1 个状态) 表述如下:

$$\ln RV_t = m_j + \varepsilon_t, \ t = T_{j-1} + 1, T_{j-1} + 2, \cdots, T_j, \ j = 1, 2, \cdots, M + 1$$
(16)

其中, $T_1, T_2, \cdots, T_M$  表示未知的结构突变点,扰动项  $\varepsilon_t$  可以存在序列相关和异方差. 为确定上证综指对数高频波动率序列的结构突变点数目,本文首先采用  $UD_{\max}$  统计量和  $WD_{\max}$  统计量确定  $\ln RV_t$  是否至少存在一个突变点,若存在结构突变,再利用  $\sup F_T(l+1|l)$  统计量确定结构突变点的具体数目 [39]. 其中, $UD_{\max}$  和  $WD_{\max}$  这两个统计量是检验结构突变数目最大允许值  $\max$  下 (本文设定  $\max=8$ ) 是否存在结构突变,而序贯的  $\sup F_T(l+1|l)$  统计量是检验已存在 l 个结构突变点的条件下是否存在第 l+1 个结构突变点,关于相关统计量和检验过程的具体介绍请参见文献 [39-40]。表 2 给出了结构突变检验的所有统计量值、结构突变点的估计值、90% 的置信区间以及均值  $m_j$  的估计值。由  $UD_{\max}$ 、 $WD_{\max}$  以及  $\sup F_T(l)$  的估计值可知上证综指  $\ln RV_t$  序列存在结构突变点,序贯的  $\sup F_T(l+1|l)$  统计量值表明在 5% 的显著水平下上证综指  $\ln RV_t$  存在 5 个结构突变点.

表 3 给出了结构突变调整前后  $\ln RV_t$  的长记忆性估计值, 以分析结构突变对  $\ln RV_t$  序列长记忆性的影响, 采用的估计方法为局部消减 (local whittle) 法、R/S 法以及周期图法 (periodgram method), 其中结构突变调整后的  $\ln RV_t$  序列由  $\ln RV_t - \hat{m}_j$  估计得到 ( $\hat{m}_j$  由表 2 给出). 比较表 3 中结构突变调整前后  $\ln RV_t$  的长记忆性估计值可知, 无论采用何种估计方法, 结构突变调整后的上证综指  $\ln RV_t$  序列的长记忆性都减弱, 但仍具有长记忆性, 表明  $\ln RV_t$  序列的结构突变只能部分解释其长记忆性, Choi 等 [21] 的研究也发现了类似的结论.

表 2 结构突变检验结果

	衣 4	结构夹变位短结末	
检验统计量		结构突变数目的选择	
最大允许值 max	8	BIC	6
		LWZ	4
$\sup F_T(l)$ 统计量	į	Squential	5
$\sup_T(1)$	480.370	结构突变点时间的估	<del>ों</del>
$\sup_T(2)$	265.387	突变点 1	2001.07.26
$\sup_T(3)$	182.368		$[01.06.27,\ 01.11.05]$
$\sup_T(4)$	156.179	突变点 2	2002.07.02
$\sup_T(5)$	151.168		[02.05.21,02.08.29]
$\sup_T(6)$	126.263	突变点 3	2003.10.21
$\sup_T(7)$	111.942		[03.08.28,  03.12.15]
$\sup_T(8)$	87.093	突变点 4	2006.11.09
$UD_{\max}$	480.370**		$[06.10.26,\ 06.11.28]$
$WD_{ m max}$	480.370**	突变点 5	2008.01.16
			$[08.11.26,\ 08.04.22]$
序贯统计量 sup.	$F_T(l+1 l)$	每个状态区间的均值	估计
$\sup F_T(2 1)$	23.476	均值估计 1	-1.162(0.022)
$\sup F_T(3 2)$	16.797	均值估计 2	-0.657(0.029)
$\sup F_T(4 3)$	27.081	均值估计 3	-1.053(0.025)
$\sup F_T(6 5)$	7.341	均值估计 4	-0.700(0.016)
$\sup F_T(7 6)$	4.513	均值估计 5	0.106(0.025)
$\sup F_T(8 7)$	0.000	均值估计 6	1.747(0.028)

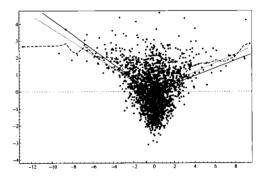


图 2 高频波动率的不对称性

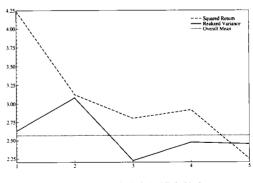


图 3 高频波动率的周内效应

表 3 长记忆参数的估计

K - 1710	022744271471						
44×1>->4	长记忆参数的估计						
估计方法	结构突变调整前	结构突变调整后					
Local Whittle 法	0.496	0.453					
R/S 分析	0.482	0.397					
周期图法 (period gram method)	0.506	0.390					

### 4.1.3 不对称性和周内效应

图 2 给出了  $\ln RV_t$  对滞后一期的收益率  $r_{t-1}$  的散点图,为了检验波动率是否存在不对称性,图中还给

出了 Engle 等 [41] 的 "消息影响曲线" (news impact curve) (图 2 中的实线直线):

$$\ln RV_t = \beta_0 + \beta_1 |r_{t-1}| + \beta_2 I[r_{t-1} < 0] + \beta_3 |r_{t-1}| I[r_{t-1} < 0]$$
(17)

其中,  $I[r_{t-1}<0]$  表示事件  $r_{t-1}<0$  的示性函数, 若滞后一期的收益率  $r_{t-1}$  为负,  $I[r_{t-1}<0]$  等于 1, 反之则等于 0. 图 2 中的虚线表示式 (17) 中  $\beta_2=\beta_3=0$  时的回归拟合曲线. 由这两条拟合曲线可知, 滞后一期的负收益率对波动率的影响效应要明显大于正收益率的影响效应, 表明上证综指  $\ln RV_t$  序列存在明显的不对称性. 此外, 图 2 还给出了  $\ln RV_t$  与  $r_{t-1}$  的非参数回归拟合曲线, 通过比较三种曲线可知, 式 (17) 所示的"消息影响曲线"的参数设定形式与  $\ln RV_t$  和  $r_{t-1}$  的实际关系存在较大的偏差.

图 3 给出了上证综指高频波动率的周内效应 (day-of-the-week effect) 图 (通过周内不同日期波动率的平均值得到, 具体参见文献 [15]), 由图可知, 以对数收益率平方度量的波动率平均值在星期一时达到最大值, 星期五的波动率平均值低于所有交易日的波动率平均值, 而以已实现高频波动率度量的波动率平均值的周内模式有较大不同: 星期二的波动率平均值最大, 而星期三到星期五的波动率平均值均低于所有交易日的波动率平均值, 表明上证综指高频波动率具有较为明显的周内效应.

## 4.2 四类 HAR 模型的样本内估计结果

表 4 给出了四类 HAR 族模型 —— HAR 模型、HAR-GARCH 模型、HAR-CJ 模型以及自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型的估计结果以及相关的样本内检验结果,所有模型均采用 MLE 和 QMLE 方法进行估计,估计样本为 1359 个交易日的上证综指高频波动率序列,其对应的时间区间为 2000/2/24-2005/12/30. 为了确定新构建模型的最优滞后阶数,本文通过比较滞后阶数 p 和 q 不同组合的模型的 AIC 和 SIC 信息准则,发现当 q=1 和 p=1 时能最小化 AIC 和 SIC 信息准则,因此,表 4 只报告了自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH(1, d, 1) 模型的估计结果.

由表 4 可知,除了 HAR 模型和 HAR-GARCH 模型的截距 ao 在 1% 和 5% 的显著水平下都不显著以外, 其他参数的估计值在统计上都显著. HAR 模型以及 HAR-CJ 模型估计后残差平方的 Ljung-Box 统计量 (滞 后 5 期) 以及  $ARCH-LM(\cdot)$  检验的 p 值都显示了模型残差的时变异方差性. 由 HAR 模型、HAR-GARCH模型以及 HAR-CJ 模型中参数  $a_d$ ,  $a_w$  以及  $a_m$  的估计结果可知: 未来波动率是不同期限的波动率成分共同 影响的结果, 其中, 周波动率成分对未来波动率的影响最大, 其次是月波动率成分, 而日波动率成分对未来波 动率的影响最小; 当加入不对称性和结构突变等特征因素时, 日波动率成分以及周波动率成分对未来波动率 的影响效应显著下降, 而月波动率成分的影响效应显著增加并超过了周波动率成分的影响效应, 这一结论与 Corsi<sup>[10]</sup> 分析的经济理性一致. 由 HAR-CJ 模型和自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型中跳跃性 成分的影响效应系数  $(a_{d,J}, a_{w,J})$  以及  $a_{m,J}$  的估计结果可知,不同期限的跳跃性成分对未来波动率都有显 著的正效应, 这一结论与杨科和陈浪南 [29] 的研究结论一致. 由自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模 型中参数  $b_h(h)$  为 d, w, m 和  $c_h(h)$  为 d, w, m 的估计结果可知, 未来的波动率对过去的日、周和月的负收 益率都有不对称反应,其中过去的月标收益率对未来波动率的影响效应最大,并且过去的日、周以及月正负 冲击都趋向于增加未来的波动率. 此外, 通过采用 ELW (exact local whittle)1 估计法估计 HAR-CJ 模型残差 平方的分数差分参数  $d_u$ , 发现当选取  $\mu \in [0.4,0.6]$  时,  $d_u$  的估计值均小于 0.5, 意味着 HAR-CJ 模型的残差 具有协方差平稳的长记忆性, 因此, 新构建的自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型选择 FIGARCH 结构来刻画 HAR-CJ 模型的残差的长记忆性是恰当的, 并且 du 的估计值 (0.2644) 也非常接近 ELW 估计值. 最后, 通过比较四种 HAR 模型的 AIC 和 SIC, 发现本文新构建的自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型对样本内数据的拟合效果最好.

## 4.3 样本外预测精度评价与比较

#### 4.3.1 预测方法

针对上述的 HAR 模型、HAR-GARCH 模型、HAR-CJ 模型、自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型、ARFIMA 模型、ARFIMAX 模型以及 ARFIMAX-FIGARCH 模型,本文采用滚动时间窗的预测方法 获得各个模型的样本外预测值,具体过程如下:首先将总体数据样本 - 上证综指 2000/01/04-2008/12/31 的 日高频波动率序列划分为估计样本和预测样本两部分,其中估计样本为 2000/02/24-2005/12/31 共 1359 个交易日的高频波动率序列,预测样本为 2006/01/04-2008/12/31 共 705 个交易日的高频波动率序列;然后设定固定时间窗口 H=1359,利用区间  $[1+t:(H+t)]_{t=0}^{M-1}$  上的高频波动率值循环重复地估计上述 7 类高频

<sup>1.</sup> ELW (exact local whittle) 估计法的详细介绍可以参见文献 [42].

波动率模型, 每估计一次就可以获得高频波动率一个向前一步预测值, 最终每个模型都可以获得 M=705 个高频波动率的向前一步预测值. 其中, 高频波动率的向前一步预测可以由  $E(RV_t^k/I_{t-1})=\exp(\widehat{\ln RV}_{t/t-1}^k+0.5\sigma_{u,t/t-1}^k)$  得到, 其中,  $\widehat{\ln RV}_{t/t-1}^k$  和  $\sigma_{u,t/t-1}^k$  分别表示上述模型对对数高频波动率的向前一步预测值以及 残差波动率的向前一步预测值 (参见文献 [11], [14]).

表 4 四类 HAR 模型的估计结果

	表 4 四类 HAR 模型的估计结果							
	HAR	HAR-GARCH	HAR-CJ	自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH				
$\overline{a_0}$	0.0121(0.0233)	0.0261(0.0240)	0.0378(0.0294)	-0.3112*(0.0442)				
$a_d$	0.3058*(0.0282)	0.3006*(0.0265)	0.2317*(0.0225)	0.2047*(0.0264)				
$a_{m{w}}$	0.4640*(0.0602)	0.4744*(0.0613)	0.4086*(0.0633)	0.3215*(0.0457)				
	0.3494*(0.0633)	0.3398*(0.0646)	0.2480*(0.0627)	0.3760*(0.0412)				
$a_{d,J}$	_	_	0.1631*(0.0462)	0.1548*(0.0454)				
$a_{w,J}$	_	_	0.1027**(0.0460)	0.1006**(0.0450)				
$a_{m,J}$		_	0.0914**(0.0448)	0.0926*(0.0446)				
$b_d$	_	_	_	-0.0622*(0.0147)				
$b_w$		_		-0.1227**(0.0450)				
$b_m$	_			-0.1857*(0.0228)				
$c_{oldsymbol{d}}$		_	_	0.1482*(0.0198)				
$c_w$	_	_	_	0.3940*(0.0609)				
$c_m$		_	_	0.5477*(0.1324)				
$d_1$	_			0.0441(0.0176)				
$d_2$		_	_	0.0351(0.0101)				
$d_4$	_			-0.0163(0.0160)				
$d_5$	_	_		-0.0380(0.0190)				
$\gamma_1$	_		_	-0.1724**(0.0096)				
$\gamma_2$	_	_	_	-0.1330**(0.0416)				
$\gamma_3$		_	_	-0.0887**(0.0337)				
$\gamma_4$			_	-0.0363*(0.0048)				
$\delta_1$	_			0.0469**(0.0230)				
$\delta_2$				0.0356*(0.0094)				
$\delta_3$	_	_		-0.0539**(0.0200)				
$\delta_4$	_		_	0.0358**(0.0164)				
$d_u$	_	_		0.2644**(0.0934)				
$\omega$	0.5086*(0.0245)	0.0104**(0.0321)	0.4554*(0.0141)	0.0115*(0.0014)				
$\alpha_1$		0.0227**(0.0390)		0.5239*(0.0643)				
$eta_1$	_	0.9568*(0.1015)	<del></del>	0.7720*(0.0415)				
$\frac{1}{\log L}$	-2229.9200	-2204.9130	-2189.8622	-2074.4409				
AIC	2.1667	2.1443	2.1405	2.0130				
SIC	2.1803	2.1635	2.1622	2.1028				
Skewness	0.9300	0.9867	0.9273	1.0485				
ExcessKurt	2.7815	2.6244	2.6039	3.2407				
JB 统计量	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]				
Q(5)	[0.5601]	[0.6711]	[0.4566]	[0.8870]				
Q(50)	[0.2441]	[0.3140]	[0.1764]	[0.6921]				
Q2(5)	[0.0020]	[0.2775]	[0.0057]	[0.8006]				
Q2(50)	[0.2130]	[0.3148]	[0.1844]	[0.9873]				
ARCH-LM(2)	[0.0003]	[0.1669]	[0.0010]	[0.9710]				
ARCH-LM(5)	[0.0036]	[0.5693]	[0.0068]	[0.9662]				

注: 1. 圆括号内为标准误; 2. \* 和 \*\* 分别代表在显著水平 1%, 5% 上显著; 3.  $\log L$  表示对数似然的最优值; 4. A(S)IC 是 Akaike (Schwartz) Information Criterion; 5.  $Q(h)(Q^2(h))$  是标准残差 (残差平方)h 阶序列相关的 Ljung-Box 统计量; 6. JB 统计量、 $Q(\cdot)$ 、 $Q^2(\cdot)$  以及  $ARCH-LM(\cdot)$  检验的 p 值由中括号给出.

## 4.3.2 预测精度评价和比较

通过上述的滚动时间窗的样本外预测方法,7类高频波动率模型都可以获得M=705个高频波动率预测值,有了这些预测值,我们就可以评价和比较各个模型的预测性能.然而,真实波动率是潜在的,无法直接

观测到, 因此在文献中一般用波动率的代理变量来代替真实波动率来评价波动率模型的预测性能, 本文采用在预测样本区间 2006/01/04-2008/12/31 上的高频波动率估计值作为真实波动率的代理变量来评价和比较上述 7 类高频波动率的预测性能. 学术界对于采用何种损失函数来评价波动率模型的预测精度尚未达到共识, Hansen 和 Lunde 建议尽可能采用多种不同形式的损失函数 [43]. 因此, 本文同时考虑文献中常用的 4 类损失函数和 6 类稳健损失函数来作为模型预测精度的评价标准.

文献中常用的 4 类损失函数分别为平均误差平方 (mean square error, MSE)、平均绝对误差 (mean absolute error, MAE)、平均百分比误差平方 (mean square percentage error, MSPE) 以及平均绝对百分比误差 (mean absolute percentage error, MAPE) [44], 分别记为  $L_i$ , i = 1, 2, 3, 4, 这四种损失函数可以表述为:

$$L_{1}: MSE = \frac{1}{M} \sum_{m=H+1}^{H+M} e_{km}^{2}, \qquad L_{2}: MAE = \frac{1}{M} \sum_{m=H+1}^{H+M} |e_{km}|$$

$$L_{3}: MSPE = \frac{1}{M} \sum_{m=H+1}^{H+M} \left(\frac{e_{km}}{RV_{m}}\right)^{2}, \quad L_{4}: MAPE = \frac{1}{M} \sum_{m=H+1}^{H+M} \left|\frac{e_{km}}{RV_{m}}\right|$$
(18)

其中,  $e_{km} = RV_m - RV_{km}^f$  表示预测误差,  $RV_{km}^f$  表示模型 k 对高频波动率的预测值.

由于波动率的代理变量。真实的波动率总存在一定程度的偏差,因此用<mark>波动率代理变量来评价</mark>和比较波动率模型的预测性能可能导致相悖的结论 <sup>[45]</sup>,因此本文在考虑以上 4 类损失函数基础上,进一步采用 Patton 最近构建的一类对存在噪声的波动率代理变量是同质并且稳健的损失函数 <sup>[45]</sup>:

$$L_{5}: L(RV_{m}, RV_{km}^{f}, b) = \begin{cases} \frac{1}{M} \sum_{m=H+1}^{H+M} \left[ \frac{1}{(b+1)(b+2)} (RV_{m}^{(b+2)} - (RV_{km}^{f})^{b+2}) - \frac{1}{(b+1)} (RV_{km}^{f})^{b+1} (RV_{m} - RV_{km}^{f}) \right], & b \neq -1, -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{M} \sum_{m=H+1}^{H+M} \left( RV_{km}^{f} - RV_{m} + RV_{m} \ln \frac{RV_{m}}{RV_{km}^{f}} \right), & b = -1 \quad (19) \end{cases}$$

$$\frac{1}{M} \sum_{m=H+1}^{H+M} \left( \frac{RV_{m}}{RV_{km}^{f}} - \ln \frac{RV_{m}}{RV_{km}^{f}} - 1 \right), & b = -2 \end{cases}$$

为了检验和比较 HAR 模型、HAR-GARCH 模型、HAR-CJ 模型、自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型、ARFIMA 模型、ARFIMAX 模型以及 ARFIMAX-FIGARCH 模型的样本外预测性能,本文采用 Hansen 的 SPA 检验  $^{[43]}$ . SPA 检验的理论基础和具体操作过程参见文献  $^{[43]}$ . SPA 检验的零假设  $H_0$  可以定义为:与对比模型  $M_k(k=1,2,\cdots,J)$  相比,基准模型  $M_0$  是预测精度最高的模型.相比于基准模型  $M_0$ ,每个对比模型的相对损失函数值可由下式计算得到:

$$d_{k,m} = L_{i,0,m} - L_{i,k,m} (20)$$

其中, 基准模型和对比模型的损失函数由上述的式 (18) 和式 (19) 计算得到, 在本文中分别采用 b=1,-1,2,-2,3,-3 时的 6 类稳健损失函数.

假设  $d_m = (d_{1,m}, d_{2,m}, \dots, d_{J,m})'$ , 令  $u \equiv E(d_m)$ , 则上述的零假设可以表述为:  $H_0: u \leq 0$ . Hansen<sup>[46]</sup> 给出了检验这一零假设的统计量为:

$$T_M^{SPA} = \max \left[ \max_{k=1,2,\cdots,J} \frac{M^{1/2} \overline{d}_k}{\widehat{\omega}_k}, 0 \right]$$
 (21)

其中:  $\overline{d}_k = M^{-1} \sum_{m=H+1}^{H+M} d_{k,m}$ ,  $\widehat{\omega}_k^2 = \text{var}(M^{1/2}\overline{d}_k)$ . 为获得检验统计量  $T_M^{SPA}$  的分布状况及 p 值, Hansen 和 Lunde  $[^{43}]$  建议采用 "自举法" (bootstrap) 来获得, 得到的 p 值越大, 表明越不能拒绝上述的零假设  $H_0$ , 说明基准模型的预测精度越高.

表 5 给出了在 4 个常用的损失函数和 6 个稳健的损失函数评价标准下 7 种高频波动率模型对波动率的样本外预测的精度及其排名. 由表 5 可知: 在所有损失函数下,本文构建的自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型都是预测精度最高的模型; HAR-GARCH 模型以及 HAR-CJ 模型的预测精度排名都比 HAR模型高,说明通过考虑模型残差的时变异方差性和将高频波动率分解为连续性成分和跳跃性成分可以提高预测模型对波动率的样本外预测精度;考虑高频波动率不对称性的 ARFIMAX 模型的预测精度都比 ARFIMA 模型高,说明高频波动率建模时考虑波动率的不对称性可以提高模型的预测性能. 此外,自适应的不对称性HAR-CJ-D-FIGARCH 模型的样本外预测精度在任何损失函数下都比 ARFIMAX-FIGARCH 模型高,说明高频波动率建模时考虑结构突变和周内效应也可以提高模型样本外预测性能.

表 6 报告了通过 10000 次 bootstrap 模拟得到的基准模型与每个对比模型的 SPA 检验结果,由于篇幅有限,只给出了自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型作为基准模型时的 SPA 检验结果.表中第 1 列表示 10 类损失函数,第 2 列是基准模型  $M_0$ ,数字表示 SPA 检验的 p 值. p 值越大意味着,基准模型的样本外预测性能越强.从表 6 可知:在所有的损失函数评价标准和 10% 的显著水平下,SPA 检验的 p 值都大于 0.1,且在有些情况下 p 值接近 1 或者等于 1,说明本文新构建的自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型是预测性能最好的模型.此外,以其他模型作为基准模型得到的 SPA 检验结果表明,ARFIMAX-FIGARCH模型的预测性能也相当不错,在几乎所有损失函数标准下,其预测性能优于 HAR、HAR-GARCH、HAR-CJ、ARFIMA 以及 ARFIMAX 模型,说明在高频波动率建模时综合考虑波动率的各种典型特征可以提高模型的预测性能;仅考虑波动率的长记忆性特征的 HAR 和 ARFIMA 模型在所有损失函数标准下都是预测性能最差的模型;虽然 HAR-GARCH、HAR-CJ 以及 ARFIMAX 模型的预测性能都优于 HAR 和 ARFIMA模型,但这 3 种模型的预测性能难分伯仲.

表 5 7 类高频波动率预测模型的预测精度以及排名										
	MSE	MAE	MAPE	MSPE	b = 1	b = -1	b=2	b = -2	b = 3	b = -3
_预测模型	排名	排名								
HAR	0.8155	0.6274	0.3521	0.1967	1.1215	0.1370	5.0798	0.0677	23.9656	0.0450
	6	7	6	7	7	6	7	6	7	6
HAR-GARCH	0.7612	0.5759	0.3434	0.1898	1.1187	0.1335	4.3369	0.0635	21.4601	0.0377
	4	3	5	3	4	4	4	5	3	3
HAR-CJ	0.7588	0.5782	0.3387	0.1902	1.1182	0.1333	4.7552	0.0630	21.3904	0.0385
	3	4	2	4	3	2	3	3	2	4
自适应不对称 HAR	0.6972	0.5739	0.3304	0.1798	1.1141	0.1320	4.3351	0.0612	20.3432	0.0355
-CJ-D-FIGARCH	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
ARFIMA	0.8157	0.6268	0.3528	0.1964	1.1199	0.1372	4.9754	0.0682	23.0012	0.0455
	7	6	7	6	6	7	6	7	6	7
ARFIMAX	0.8102	0.6248	0.3391	0.1906	1.1190	0.1366	4.8602	0.0633	22.5895	0.0410
	5	5	3	5	5	5	5	4	5	5
ARFIMAX	0.7569	0.5754	0.3402	0.1877	1.1181	0.1333	4.3361	0.0618	21.9991	0.0363
-FIGARCH	2	2	4	2	2	2	2	2	4	2

	表 6 SPA 检验结果								
损失 函数	基础模型 Mo	对比模型 $M_k$							
		HAR	HAR-GARCH	HAR-CJ	ARFIMA	ARFIMAX	ARFIMAX-FIGARCH		
MSE		0.920	0.846	0.289	0.924	0.875	0.572		
MAE		1.000	0.890	0.842	1.000	0.874	0.214		
MAPE		1.000	0.996	0.255	1.000	0.267	0.306		
MSPE		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.794		
b = 1	自适应不对称性	1.000	1.000	0.998	1.000	1.000	0.279		
b = -1	HAR-CJ-D-FIGARCH	0.999	0.937	0.195	1.000	0.940	0.214		
b = 2		1.000	1.000	0.986	1.000	1.000	0.288		
b=-2		1.000	0.982	0.847	1.000	0.980	0.181		
b = 3		1.000	0.997	0.422	1.000	1.000	0.610		
b = -3		1.000	0.892	0.716	1.000	0.920	0.398		

## 5 结论

本文基于 HAR-GARCH 模型和 HAR-CJ 模型,构建了综合考虑高频波动率的长记忆性、结构突变、不对称性、周内效应、残差方差的长记忆性以及波动率的不同成分特征的自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型,并用于股市高频波动率的预测. 该模型考虑了波动率的连续性成分和跳跃性成分对波动率预测的影响,并通过 Gallant 的灵活函数形式来拟合高频波动率的结构突变特征,通过设定周内不同日期的示性函数来刻画波动率的周内效应,通过 FIGARCH 模型结构刻画模型残差方差的长记忆性,采用灵活的EGARCH-族结构来刻画高频波动率的不对称性.

此外, 本文还利用上证综指 2000/01/04-2008/12/31 的高频数据实证检验了中国股市高频波动率的各

种特征,并利用最新发展的 SPA 检验,在多种损失函数标准下,评价和比较了新构建的自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型与 HAR 模型、HAR-GARCH 模型、HAR-CJ 模型、ARFIMA 模型、ARFIMAX 模型以及 ARFIMAX-FIGARCH 模型对上证综指高频波动率的样本外预测性能。实证结论表明,中国股市高频波动率同时具有长记忆性、结构突变、不对称性和周内效应等特征,结构突变只能部分解释其长记忆性、高频波动率的连续性成分的长记忆性很强,而跳跃性成分的长记忆性非常弱。模型样本内估计结果表明,不同期限的波动率跳跃性成分对未来波动率都有显著的正效应,未来的波动率对过去的日、周和月的负收益率都有不对称反应,其中过去的月标收益率对未来波动率的影响效应最大,并且过去的日、周以及月正负冲击都趋向于增加未来的波动率;相对于与 HAR 模型、HAR-GARCH 模型、HAR-CJ 模型来说,自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型对样本内数据的拟合效果最优。此外,SPA 检验结果表明,在 4 类常用的损失函数和 6 类稳健的损失函数评价标准下,本文新构建的自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型是7 类高频波动率模型中预测性能最好的模型;ARFIMAX-FIGARCH 模型的预测性能也相当不错,仅次于自适应的不对称性 HAR-CJ-D-FIGARCH 模型;仅考虑波动率的长记忆性特征的 HAR 模型和 ARFIMA 模型在所有损失函数标准下都是预测性能最差的模型。

## 参考文献

- [1] Engle R F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of UK inflation[J]. Econometrica, 1982, 50: 987–1007.
- [2] Taylor S T. Modeling Financial Time Series[M]. Wiley, New York, NY, 1986.
- [3] Poon S H, Granger C W J. Forecasting volatility in financial markets: A review[J]. Journal of Economic Literature, 2003, 41: 478–539.
- [4] Andersen T G, Bollerslev T. Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate fore-casts[J]. International Economic Review, 1998, 39: 885–905.
- [5] Barndorff-Nielsen O E, Shephard N. Non Gaussian Ornstein-uhlenbeck-based models and some of their uses in financial economics[J]. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 2001, 63: 167–241.
- [6] Barndorff-Nielsen O E, Shephard N. Econometric analysis of realized volatility and its use in estimating stochastic volatility models[J]. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 2002, 64: 253–280.
- [7] Barndorff-Nielsen O E, Shephard N. Econometric analysis of realized covariation:high frequency based covariance, regression, and correlation in financial economics[J]. Econometrica, 2004, 72(3): 885–925.
- [8] 杨科, 田凤平, 林洪. 高频环境下金融资产收益波动率研究的新进展 [J]. 金融理论与实践, 2012, 33(5): 22-26. Yang K, Tian F P, Lin H. Review of newly research on volatility of financial assets returns under high-frequency environment[J]. Financial Theory and Practice, 2012, 33(5): 22-26.
- [9] Andersen T G, Bollerslev T, Diebod F X, et al. Modelling and forecasting realized volatility[J]. Econometrica, 2003, 71(2): 579–625.
- [10] Corsi F. A simple approximate long memory model of realized volatility[J]. Journal of Financial Econometrics, 2009, 7: 174–196.
- [11] Giot P, Laurent S. Modeling daily value-at-risk using realized volatility and ARCH type models[J]. Journal of Empirical Finance, 2004, 11: 379–398.
- [12] Corsi F, Pirino D, Reno R. Threshold bipower variation and the impact of jumps on volatility forecasting[J]. Journal of Econometrics, 2010, 159(2): 276–288.
- [13] Beltratti A, Morana C. Statistical benefits of value-at-risk with long memory[J]. Journal of Risk, 2005, 7: 21-45.
- [14] Corsi F, Mittnik S, Pigorsch U. The volatility of realized volatility[J]. Econometric Reviews, 2008, 27: 46–78.
- [15] Marten M, Van Dijk D, De Pooter M. Forecasting S&P500 volatility: Long memory, level shifts, leverage effects, day-of-the-week seasonality, and macroeconomic announcements[J]. International Journal of Forecasting, 2009, 25(2): 282–303.
- [16] 郭名媛, 张世英. 赋权已实现波动及其长记忆性, 最优频率选择 [J]. 系统工程学报, 2006, 21(6): 568-573. Guo M Y, Zhang S Y. Weighted realized volatility and its long memory and optimal frequency [J]. Journal of Systems Engineering, 2006, 21(6): 568-573.
- [17] 王春峰, 庄泓刚, 房振明, 等. 长记忆随机波动模型的估计与波动率预测 —— 基于中国股市高频数据的研究 [J]. 系统工程, 2008, 26(7): 29-34.
  - Wang C F, Zhuang H G, Fang Z M, et al. Estimating long memory stochastic volatility model and forecasing using volatility based on high frequency data from Chinese stock markets[J]. Systems Engineering, 2008, 26(7): 29–34.
- [18] 魏字. 金融市场的多分形波动率测度、模型及其 SPA 检验 [J]. 管理科学学报, 2009, 12(5): 88-99. Wei Y. Multifractal volatility measure, its model and SPA test in financial market[J]. Journal of Management

- Sciences in China, 2009, 12(5): 88-99.
- [19] 杨科, 陈浪南. 股市波动率的短期预测模型和预测精度评价 [J]. 管理科学学报, 2012, 15(5): 19-31. Yang K, Chen L N. Short-term volatility forecast model and its performance evaluation[J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(5): 19-31.
- [20] Liu C, Maheu J M. Are there structural breaks in realized volatility?[J]. Journal of Financial Econometrics, 2008, 6(3): 326–360.
- [21] Choi K, Yu W C, Zivot E. Long memory versus structural breaks in modeling and forecasting realized volatility[J]. Journal of International Money and Finance, 2010, 29(5): 857–875.
- [22] Liu C, Maheu J M. Forecasting realized volatility: A Bayesian model averaging approach[J]. Journal of Applied Econometrics, 2009, 24(5): 709–733.
- [23] Andersen T G, Bollerslev T, Diebold F X. Roughing it up: Including jump components in the measurement, modeling, and forecasting of return volatility[J]. The Review of Economics and Statistics, 2007, 89(4): 701–720.
- [24] Forsberg L, Ghysels E. Why do absolute returns predict volatility so well?[J]. Journal of Financial Econometrics, 2007, 5(1): 31–67.
- [25] Giot P, Laurent S. The information content of implied volatility in the light of the jump/continuous decomposition of realized volatility[J]. Journal of Future Markets, 2007, 27(4): 337-359.
- [26] 王春峰, 姚宁, 房振明, 等. 中国股市已实现波动率的跳跃行为研究 [J]. 系统工程, 2008, 26(2): 1-6. Wang C F, Yao N, Fang Z M, et al. An empirical research on jump behavior of realized volatility in Chinese stock markets[J]. Systems Engineering, 2008, 26(2): 1-6.
- [27] 陈国进, 王占海. 我国股票市场连续性波动与跳跃性波动实证研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(9): 1554-1562. Chen G J, Wang Z H. Continuous volatility and jump volatility in China's stock market[J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2010, 30(9): 1554-1562.
- [28] Corsi F, Pirino D, Reno R. Threshold bipower variation and the impact of jumps on volatility forecasting[J]. Journal of Econometrics, 2010, 159(2): 276–288.
- [29] 杨科, 陈浪南. 跳跃对中国股市波动率预测的影响研究 [J]. 山西财经大学学报, 2010, 18(8): 39–48.
  Yang K, Chen L N. Impacts of jumps on volatility forecast in Chinese stock markets[J]. Journal of Shanxi Finance and Economics University, 2010, 18(8): 39–48.
- [30] Shalen C T. Volume, volatility and dispersion of beliefs[J]. Review of Financial Studies, 1993, 6(2): 405-434.
- [31] Wang J. A model of competitive stock trading volume[J]. Journal of Political Economy, 1994, 102(1): 127–168.
- [32] Gallant A R. The fourier flexible form[J]. American Journal of Agricultural Economics, 1984, 66: 204-208,
- [33] Tauchen G, Zhou H. Realized jumps on financial markets and predicting credit spreads[J]. Journal of Econometrics, 2011, 160(1): 102–118.
- [34] Baillie R T. Long memory processes and fractional integrated in econometrics[J]. Journal of Econometrics, 1996, 73: 5-59.
- [35] Enders W, Lee J. Testing for a unit-root with a nonlinear fourier function[R]. Working Paper, University of Alabama, 2004.
- [36] Degiannakis S. ARFIMA and ARFIMAX-TARCH realized volatility modeling[J]. Journal of Applied Statistics, 2008, 35(10): 1169–1180.
- [37] Bollerslev T, Litvinova J, Tauchen G. Leverage and volatility feedback effects in high-frequency data[J]. Journal of Financial Econometrics, 2006, 4(3): 353–384.
- [38] Hansen P R, Lunde A. Consistent ranking of volatility models[J]. Journal of Econometrics, 2006, 131: 97-121.
- [39] Bai J, Perron P. Estimating and testing linear models with multiple structural changes[J]. Econometrica, 1998, 66: 47–78.
- [40] Bai J, Perron P. Computation and analysis of multiple structural changes model[J]. Journal of Applied Econometrics, 2003, 18: 1–22.
- [41] Engle R F, Ng V K. Measuring and testing the impact of news on volatility[J]. The Journal of Finance, 1993, 48: 1749–1778.
- [42] Shimotsu K, Phillips P C B. Exact local whittle estimation of fractional integration[J]. The Annals of Statistics, 2005, 33(4): 1890–1933.
- [43] Hansen P R, Lunde A. A forecast comparison of volatility models: Does anything beat a GARCH(1,1)?[J]. Journal of Applied Econometrics, 2005, 20: 873–899.
- [44] 魏宇, 余怒涛. 中国股票市场的波动率预测模型及其 SPA 检验 [J]. 金融研究, 2007, 28(7): 138-150. Wei Y, Yu N T. The predicting model of the volatility of China's stock market and its SPA test[J]. Financial Research, 2007, 28(7): 138-150.
- [45] Potton A J. Volatility forecast comparison using imperfect volatility proxies[J]. Journal of Econometrics, 2011, 160(1): 246–256.
- [46] Hansen P R. A test for superior predictive ability[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2005, 23(4): 365–380.