



数理统计与管理  
*Journal of Applied Statistics and Management*  
ISSN 1002-1566, CN 11-2242/01

## 《数理统计与管理》网络首发论文

题目: 基于 DMA 方法和异质市场理论的中国股市波动性研究  
作者: 朱奇锋, 吴恒煜  
DOI: 10.13860/j.cnki.sltj.20201205-003  
收稿日期: 2019 年 1 月 23 日  
网络首发日期: 2020-12-02  
引用格式: 朱奇锋, 吴恒煜. 基于 DMA 方法和异质市场理论的中国股市波动性研究 [J/OL]. 数理统计与管理. <https://doi.org/10.13860/j.cnki.sltj.20201205-003>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式 (包括网络呈现版式) 排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊 (光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊 (网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊 (网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物 (ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI: 10.13860/j.cnki.sltj.20201205-003

# 基于 DMA 方法和异质市场理论的中国股市波动性研究

朱奇锋<sup>1</sup> 吴恒煜<sup>2</sup>

(1. 西南财经经济信息工程学院, 四川 成都 611130; 2. 暨南大学管理学院, 广东 广州 510632)

**摘要:** 根据 Raftery 等提出的动态模型平均 (DMA) 方法结合 Müller 的异质市场理论, 同时考虑市场的量价关系, 构建了 DMA-HAR-RV、DMA-LHAR-RV 和 DMA-LHAR-RV-T 模型, 利用以上模型对上证综合指数不同期限的已实现波动率进行预测, 并进行了模型置信集 (MCS) 检验。发现对于不同的损失函数和预测期限 DMA-LHAR-RV-T 模型预测效果最稳定; 异质结构的波动率、正、负收益和换手率对未来波动都有显著的解释效果, 减少上述任一类型的异质预测变量都会降低模型的预测效果; 根据预测变量系数的时变性发现上证综指在三个时间段杠杆效应不显著或者存在反向杠杆效应, 不同期限的滞后波动率对未来波动率的预测能力呈现此消彼长的特点。

**关键词:** 波动率; 动态模型平均; 异质市场理论; 杠杆效应

**中图分类号:** F830, O212

**文献标识码:** A

## Chinese Stock Market Volatility Research Based on DMA Method and Heterogeneous Market Theory

ZHU Qi-feng<sup>1</sup> WU Heng-yu<sup>2</sup>

(1. School of economics and information engineering, Southwestern University of Finance and Economics, Chengdu 611130, China; 2. School of Management, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

**Abstract:** According to DMA (Dynamic Model Averaging) model proposed by Raftery, Müller's heterogeneous markets theory and the relationship between volume and price, we construct DMA-HAR-RV, DMA-LHAR-RV and DMA-LHAR-RV-T model, and then use these models to forecast volatilities of SSEC, use MCS (Model Confidence Set) approach to test the forecasting performance. The result shows that DMA-LHAR-RV-T model is a robust model for different loss functions and forecast horizons. Heterogeneous volatilities, positive, negative returns and turnovers have significant explanatory effects on future volatilities. Reducing any type of heterogeneous predictor reduces the forecast performance of the model. In our models, coefficients of the predictors are time-varying, for SSEC, we find that leverage effect is not significant or inverse during 3 periods, and the forecast abilities of the heterogeneous volatilities is that, one falls, others rise.

**Key words:** volatility; dynamic model averaging; heterogeneous markets theory; leverage effect

**收稿日期:** 2019 年 1 月 23 日 **收修改稿日期:** 2020 年 5 月 25 日 **通讯作者:** 吴恒煜, wuhengyu@163.com  
**基金项目:** 国家自然科学基金项目 (71171168, 71601125)。

## 0 引言

资产的波动率对资产组合的配置、风险管理及其衍生品的定价都有重要影响。由于波动率不能被直接观测,早期主要根据日间收益率数据使用参数模型对波动率进行建模,GARCH<sup>[1]</sup>类模型、随机波动率模型<sup>[2]</sup>是其代表模型。日间收益率数据没有充分利用日内交易信息,由日间收益率数据计算的波动率和真实波动率之间存在着很大偏差。Andersen 和 Bollerslev<sup>[3-4]</sup>首次提出利用高频时间序列数据计算已实现波动率 (Realized Volatility, RV),并将其作为真实的、事实后的波动率的估计。RV 是真实波动率的更精确的估计量,它的提出极大地促进了基于高频数据的波动率的预测和应用研究。Corsi<sup>[5]</sup>在 Müller<sup>[6]</sup>的异质市场假说的基础上提出了异质自回归 (Heterogeneous Autoregressive, HAR) 模型,利用已实现的日、周、月波动率作为预测变量对已实现波动率进行预测。然后有较多学者将 HAR 模型进行了扩展,例如,Andersen<sup>[7]</sup>的 HAR-RV-J 模型、Corsi<sup>[8]</sup>的 LHAR-CJ 模型、杨科等<sup>[9]</sup>的 HAR-D-FIGARCH 模型、柳会珍等<sup>[10]</sup>的 HARXRL-RV-J 模型、马锋等<sup>[11]</sup>的 HAR-RV-TCJ 模型、吴恒煜等<sup>[12]</sup>的 MRS-HAR-RV-J 模型,这些扩展模型都在不同程度上提高了原有 HAR 模型的波动率预测效果。

随着研究的深入,学者们逐渐挖掘出了更多的波动率预测变量。例如,滞后的异质结构的波动率、负收益、成交量等,但这些预测变量的重要性不同,甚至部分变量在特定时间段内不具有解释作用,解释变量的预测能力、效果可能会是时变的。从预测的角度来看,并非模型的预测变量越多,其预测效果越好。我们很难辨别在不同的时间段内预测模型中应该包含哪些变量,这就是所谓模型的不确定性。除了模型的不确定性以外,波动率的预测还面临着模型中预测变量系数的时变性,即不同时间段内模型中变量的系数可能是不相等的。例如,陈浪南、黄杰鲲<sup>[13]</sup>发现我国股市的杠杆效应并非一成不变,说明如果将滞后一期的收益率作为预测变量,则其系数应该是时变的。

贝叶斯方法可以很好地处理模型的不确定性和系数的时变性。例如,Raftery<sup>[14]</sup>提出了贝叶斯模型平均法 (Bayesian Model Averaging, BMA),根据不同时间点的预测效果,递归地计算子模型的后验概率,然后对多个子模型的预测值进行加权平均,进而得出最终的预测值,该方法考虑了模型的不确定性,但未考虑参数的时变性。与 BMA 方法相关的有贝叶斯模型选择法 (Bayesian Model Selection, BMS),和 BMA 不同的是,BMS 利用后验概率最高的模型进行预测,而非所有子模型预测值的加权平均。Dangl 等<sup>[15]</sup>依据状态空间模型建立了时变参数模型 (Time-varying Parameter, TVP),并将其应用于汇率的预测,该模型考虑了模型参数的时变性,但模型中包含所有的预测变量,未考虑模型的不确定性。Raftery<sup>[16]</sup>结合 BMA 和 TVP 两种方法的优点,同时考虑了模型的不确定性和参数的时变性,提出了动态模型平均 (Dynamic Model Averaging, DMA) 和动态模型选择 (Dynamic Model Selection, DMS) 两种方法,最初是应用于冷轧机输出的钢带厚度预测。Koop 等<sup>[17]</sup>将 DMA 方法应用于通货膨胀的预测。贝叶斯方法可以很好地处理由多个解释变量可能导致的过度拟合的情况,如果某一模型(或预测变量)在某一个时期不显著,可以通过贝叶斯方法实时地计算后验概率,并将模型的权重(或预测变量的系数)明显降低,这样有效地解决了模型的不确定性和参数的时变性问题。

大多数波动率相关文献并未考虑预测模型的不确定和预测变量系数的时变性,虽然部分文献<sup>[12,18]</sup>中,马尔可夫机制承认模型的不确定性和参数的时变性,其仅有两个或三个状态,即子模型,在不同的时期,它赋予子模型不同的权重,这两个子模型的预测变量是一致的,可能存在模型误设的风险,也未曾有学者采用此方法分析系数的时变性。罗嘉雯等<sup>[19]</sup>将 DMA

方法与时变潜藏因子相结合构建了 DMA-FAHAR 模型, 对沪深 300 股指期货和国债期货的波动率进行了预测, 发现 DMA-FAHAR 模型具有最高的预测精度, 但作者在选择预测变量时没有考虑到异质的杠杆效应和成交量对波动率的影响, 也没有对模型和变量时变性的经济意义进行分析。因此, 本文考虑了模型的不确定性和系数的时变性, 为充分地利用之前提到的预测变量的信息, 建立了 DMA-HAR-RV-T 模型, 用该模型预测不同期限的波动率, 还分析了模型的经济意义。

基于以上认识, 本文与之前研究的不同之处有: 1) 根据 DMA 方法和异质市场假说, 同时考虑市场的量价关系, 将异质结构的波动率、正、负收益和换手率作为预测变量, 建立了 DMA-HAR-RV、DMA-LHAR-RV 和 DMA-LHAR-RV-T 模型; 2) 多数研究局限于对波动率向前一步预测, 我们还讨论了对更长期限波动率的预测, 使结果更具一般性, 采用稳健的损失函数和 MCS 检验评价模型的预测效果, 评价方法更加稳健; 3) 用 DMA 方法捕捉模型和预测变量系数的时变性, 然后对其进行分析。具体地, 分析了变量时变的预测能力和预测效果、时变的杠杆效应和时变系数的相关性, 同时阐明了其经济意义。

后文安排如下: 第 1 节为模型的构建和估计, 首先根据异质市场假说筛选出波动率的预测变量, 然后再结合 DMA、DMS 方法, 建立波动率预测模型, 最后介绍模型的估计方法; 第 2 节是实证分析, 包括样本、变量的介绍、波动率模型预测及 MCS 检验、模型的时变分析及其经济意义; 第 3 节是结束语。

## 1 模型的构建和估计

### 1.1 波动率相关变量的估计

假定日内对数价格  $p_t$  的抽样间隔为  $\Delta$ , 设定交易日的交易时间为 1, 一天有  $N$  个观测值  $N = \frac{1}{\Delta}$ ,  $RV$  等于日内对数收益率的平方和,  $RV_t = \sum_{j=1}^N r_{t-1+j\cdot\Delta}^2$  其中  $r_{t-1+j\cdot\Delta} = p_{t-1+j\cdot\Delta} - p_{t-1+(j-1)\cdot\Delta}$ , 表示第  $t$  个交易日的第  $j$  个日内收益率。由于交易噪音的存在, 抽样间隔  $\Delta$  在减小的过程中,  $RV_t$  中噪音的成份也在增加。Liu 等<sup>[20]</sup> 比较了超过 400 种的波动率的代理变量, 并没有发现其它波动率的代理变量明显优于基于 5 分钟收益率计算的  $RV$ 。与杨科和陈浪南<sup>[9]</sup> 的方法一样, 本文采用基于 5 分钟收益率计算的已实现波动率作为真实波动率的代理变量。

Müller<sup>[6]</sup> 的异质市场假说认为, 交易者是非同质的, 市场由不同期限的交易者构成, 他们的资金水平、交易偏好、理性程度和制度约束等存在差异。Corsi<sup>[5]</sup> 在此基础上将交易者分为日、周和月交易者, 并构建了 HAR-RV 模型, 通过对不同期限(日、周、月)的已实现波动率的简单线性回归可以较好地预测未来的波动率, 模型的具体表示形式如下:

$$RV_{t+H} = c + \beta_d RV_t^d + \beta_w RV_t^w + \beta_m RV_t^m + \varepsilon_{t+H},$$

其中  $RV_{t+H}$  表示未来  $H$  个交易日的波动率,  $RV_{t+H} = \frac{1}{H}(RV_{t+1} + RV_{t+2} + \cdots + RV_{t+H})$ ;  $RV_t^d$  表示第  $t$  个交易日的已实现波动率,  $RV_t^d = RV_t$ ;  $RV_t^w$  表示过去一周的已实现波动率,  $RV_t^w = \frac{1}{5}(RV_t + RV_{t-1} + \cdots + RV_{t-21})$ ;  $RV_t^m$  表示过去一个月的已实现波动率,  $RV_t^m = \frac{1}{22}(RV_t + RV_{t-1} + \cdots + RV_{t-21})$ 。模型中不同期限的已实现波动率的回归系数度量了不同类型的交易者对未来波动率的边际贡献。该模型本质上是存在系数约束的自回归, 模型虽然形式简单, 但它却可以刻画波动率的聚集性、厚尾性和长记忆性等典型特征, 而且具有模型估计方便、可扩充性强和具有经济学解释等诸多优点。

Corsi 和 Renò<sup>[21]</sup> 将异质市场假说扩展至波动率的杠杆效应, 发现过去不同期限的负收益对未来的波动率有显著的解释作用, 即杠杆效应也具有持续性, 建立了 LHAR-RV (Leverage HAR-RV) 模型。模型的表达式为:

$$RV_{t+H} = c + \beta_d RV_t^d + \beta_w RV_t^w + \beta_m RV_t^m + \gamma_d r_t^{d-} + \gamma_w r_t^{w-} + \gamma_m r_t^{m-} + \varepsilon_{t+H},$$

其中  $r_t^{d-}$  表示第  $t$  个交易日的负收益, 为了便于比较, 我们将负收益率取绝对值, 即  $r_t^{d-} = -r_t \cdot I(r_t < 0)$ ; 类似地  $r_t^{w-} = -\frac{1}{5}(r_t + r_{t-1} + \dots + r_{t-4})I(\frac{1}{5}(r_t + r_{t-1} + \dots + r_{t-4}) < 0)$  表示过去一周的负收益;  $r_t^{m-} = -\frac{1}{22}(r_t + r_{t-1} + \dots + r_{t-21})I(\frac{1}{22}(r_t + r_{t-1} + \dots + r_{t-21}) < 0)$  表示过去一个月的负收益。

由于 Corsi 和 Renò<sup>[21]</sup> 的研究使用的是标普 500 指数的高频数据, 与美国股市不同的是, 正收益在特定时期 (例如 2014 年) 对中国股市波动率也有明显的预测效果, 本文采用 DMA 方法预测波动率, 该方法可以捕捉预测变量对未来波动率时变的预测能力, 因此我们增加滞后一期的正收益作为预测变量。同时, 我们不将更长滞后期限的正收益作为预测变量, 其原因有三: 虽然滞后多期的正收益与当期波动仍然有一定的相关性, 但相关性已经明显减弱; 另一方面, 我们已经采用异质结构的波动率和负收益作为预测变量, 它们包含了部分滞后多期的正收益的信息; 不采用滞后的月、周正收益作为预测变量, 可以使模型更简约, 降低模型的复杂度。我们将 LHAR-RV 模型改写为:

$$RV_{t+H} = c + \beta_d RV_t^d + \beta_w RV_t^w + \beta_m RV_t^m + \gamma_d r_t^{d-} + \gamma_w r_t^{w-} + \gamma_m r_t^{m-} + \delta_d r_t^{d+} + \varepsilon_{t+H},$$

其中  $r_t^{d+} = r_t \cdot I(r_t > 0)$ , 表示滞后一期的正收益。由于变量  $r_t^{d-}, r_t^{w-}, r_t^{m-}, r_t^{d+}$  是用来捕捉中国股市异质结构的不对称性的, 因此我们将它们视为同一类型的变量。

根据信息经济学的观点股价发生变化的根本原因是信息的到达, 但是每个交易日到达股市的信息是不可观测的。根据陈怡玲<sup>[22]</sup> 的观点, 日换手率 (Turnover) 与达到股市的信息有密切的联系, 可以将其视为每天到达股市信息的代理变量。交易因为投资者对资产价值的不同判断而产生, 因此交易量或者换手率也代表了投资者对于股票价值判断的分歧程度, 分歧程度越大, 市场的波动也越大。郑振龙等<sup>[23]</sup> 认为换手率不仅是流动性的代理变量, 而且在一定程度上可以代表投资者情绪的变化。Copeland<sup>[24]</sup> 的连续信息到达假说认为, 市场信息是逐步扩散的, 不同类型的交易者接收信息的时间和对信息理解存在差异, 信息的传递引起了成交价格的波动和交易量的变化。基于连续信息到达假说, 可以初步认定市场波动并没有完全吸收市场的交易量信息, 交易量对市场波动存在持续性的影响, 因此可以将异质结构的交易量作为解释变量。伴随着中国股市的发展, 中国股市不断扩容, 日成交量呈现不断上涨的趋势。换手率指的是交易量和流通市值的比值, 是交易量的一个相对指标, 从波动率预测角度, 本文采用异质结构的换手率作为波动率的预测变量。异质结构换手率计算方法是:  $T_t^d$  表示第  $t$  个交易日的换手率;  $T_t^w = \frac{1}{5}(T_t^d + T_{t-1}^d + \dots + T_{t-4}^d)$  表示过去一周的换手率均值;  $T_t^m = \frac{1}{22}(T_t^d + T_{t-1}^d + \dots + T_{t-21}^d)$  表示过去一个月的换手率均值。

为了综合考查异质结构的波动率、杠杆效应和换手率对未来波动率的影响, 我们建立 LHAR-RV-T 模型, 模型中共包含 10 个预测变量 (不含常数项), 分别为滞后的异质结构已实现波动率、正、负收益率和换手率, 表达式为:

$$RV_{t+H} = c + \beta_d RV_t^d + \beta_w RV_t^w + \beta_m RV_t^m + \gamma_d r_t^{d-} + \gamma_w r_t^{w-} + \gamma_m r_t^{m-} + \delta_d r_t^{d+} + \lambda_d T_t^d + \lambda_w T_t^w + \lambda_m T_t^m + \varepsilon_{t+H}.$$



## 1.2 DMA-HAR-RV-T 模型的构建

根据 1.1 所介绍的波动率模型和波动率的预测变量, 我们构建了 LHAR-RV-T 模型, 这一部分我们考虑模型的不确定性和预测变量系数的时变性, 结合 Raftery<sup>[16]</sup> 提出的动态 (贝叶斯) 模型平均法构建 DMA-LHAR-RV-T 模型。

假定  $F_t = (1, RV_t^d, RV_t^w, \dots, T_t^w, T_t^m)^T$  表示 LHAR-RV-T 模型中的所有预测变量, 其中 1 代表常数项,  $F_t$  包含 11 个 (含常数项) 变量。假定  $F_t^{(i)}$  是这 11 个变量中一个组合, 是一个  $p \times 1$  的向量, 将  $F_t^{(i)}$  中的变量视为预测变量, 这样可以构成一个子模型。我们剔除了仅含有常数项的子模型<sup>[15]</sup>, 一共可以得到  $k = 2^{11} - 1 = 2047$  个子模型, 将子模型分别记作  $M_1, M_2, \dots, M_k$ 。可以根据预测变量集  $F_t^{(i)}$  构建一个动态线性模型 (Dynamic Linear Model, DLM):

$$RV_{t+H} = F_t^{(i)'} \theta_t^{(i)} + \varepsilon_t^{(i)}, \quad \varepsilon_t^{(i)} \sim N(0, V_t^{(i)}), \quad (1)$$

$$\theta_t^{(i)} = \theta_{t-1}^{(i)} + \eta_t^{(i)}, \quad \eta_t^{(i)} \sim N(0, W_t^{(i)}), \quad (2)$$

其中  $\theta_t^{(i)} = (\theta_{1t}^{(i)}, \dots, \theta_{pt}^{(i)})^T$  是一个  $p \times 1$  的向量, 表示相应  $p$  个预测变量的系数, 未知量  $V_t^{(i)}, W_t^{(i)}$  分别是观测方程的方差和状态方程的方差矩阵。从式 (2) 可以看出, DLM 模型并不预先设定预测变量的系数  $\theta_t^{(i)}$  的变化趋势, 可以捕捉任何类型的系数变化趋势, 使得它有广泛的适应性。在实际应用中, 系数  $\theta_t^{(i)}$  随着模型中预测变量对  $RV_{t+H}$  的预测效果而进化。DLM 模型的本质是一个状态空间模型, 第一个式子表示观测方程, 第二个式子为状态方程。DLM 是状态空间模型, 我们可以借助于卡尔曼滤波方法进行迭代, 过程见附录。

如果我们为每一个子模型指定  $W_t^{(i)}$ , 并实时地更新  $W_{t+1}^{(i)}, W_{t+2}^{(i)}, \dots$  等, 计算量相当巨大, 超出了目前计算机能够承受的范围。Raftery<sup>[16]</sup> 引入了参数遗忘因子  $\delta$  来避开这个问题。借助于参数遗忘因子  $\delta$ , 令  $R_t^{(i)} = \delta^{-1} C_t^{(i)}$ , 将  $W_t^{(i)}$  的计算简化为  $W_t^{(i)} = \frac{1-\delta}{\delta} C_{t-1}^{(i)}$ , 该方法不但大大降低了运算量, 同时降低了早期系数的分布对参数时变性的影响, 进而有效地实现了预测变量的时变性。参数遗忘因子  $\delta$  的值越小, 早期信息的权重越低, 系数的时变性越强。按照 Raftery<sup>[16]</sup> 的建议, 参数遗忘因子  $\delta$  的取值应该略小于 1, 通常情况下的取值为 0.95、0.98 或 0.99 可以取得较为满意的效果。

我们借助于共轭分布来更新观测方程方差  $V_t^{(i)}$ 。设定在 0 时刻  $V_0^{(i)} | \mathcal{F}_0 \sim \mathcal{IG}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} S_0^{(i)})$  其中  $\mathcal{IG}(\frac{\nu}{2}, \frac{\kappa}{2})$  表示尺度参数为  $\nu$ , 形状参数为  $\kappa$  的逆 Gamma 分布, 则  $V_t^{(i)}$  同样也服从逆 Gamma 分布, 参数为  $S_t^{(i)}, n_t^{(i)}$ , 它们的点估计值分别为

$$S_t^{(i)} = S_{t-1}^{(i)} + \frac{S_{t-1}^{(i)}}{n_{t-1}^{(i)}} \left( \frac{(e_t^{(i)})^2}{Q_t^{(i)}} - 1 \right), \quad (3)$$

$$n_t^{(i)} = n_{t-1}^{(i)} + 1. \quad (4)$$

更新观测方程的方差  $V_t^{(i)}$  后, 我们可以方便地计算观测方程的似然函数。

从模型的不确定性角度来看, 部分子模型存在明显的预测变量的遗漏, 例如 HAR-RV 模型忽略了异质结构的杠杆效应; LHAR-RV 模型忽略了成交量对未来波动率的影响等; 而包含所有解释变量的子模型则存在过度拟合的风险。动态模型平均采用所有子模型的预测值的加权平均作为最终的预测值, 根据子模型的似然值赋予不同的权重。基于  $t$  时期信息集  $\mathcal{F}_t$  的子模型  $M_i$  的预测值权重为:

$$p(M_i | \mathcal{F}_t) = \frac{p(RV_{t+H} | M_i, \mathcal{F}_{t-1}) p(M_i | \mathcal{F}_{t-1})}{\sum_{l=1}^k p(RV_{t+H} | M_l, \mathcal{F}_{t-1}) p(M_l | \mathcal{F}_{t-1})}, \quad (5)$$

其中  $p(RV_{t+H}|M_i, \mathcal{F}_{t-1})$  是基于信息集  $\mathcal{F}_{t-1}$  预测的模型  $M_i$  的似然函数值

$$p(M_i|\mathcal{F}_{t-1}) = \frac{p(M_i|\mathcal{F}_{t-1})^\alpha}{\sum_{l=1}^k p(M_l|\mathcal{F}_{t-1})^\alpha}, \quad (6)$$

$\alpha$  是模型遗忘因子, 与参数遗忘因子类似, 为逐渐降低较早的历史信息对子模型权重的影响, 限定  $0 < \alpha < 1$ , 类似的,  $\alpha$  越小, 历史信息对模型权重的影响也越小。

子模型  $M_i$  基于  $t$  时期信息集  $\mathcal{F}_t$  对  $RV_{t+H}$  的条件期望表示为  $E(RV_{t+H}^{(i)}|\mathcal{F}_t)$ , 则 DMA-HAR-RV-T 模型对  $RV_{t+H}$  预测值是各子模型预测值的加权平均, 表示为:

$$E(RV_{t+H}|\mathcal{F}_t) = \sum_{i=1}^k E(RV_{t+H}^{(i)}|\mathcal{F}_t)p(M_i|\mathcal{F}_t). \quad (7)$$

根据 DMS 方法, 我们还可以建立 DMS-HAR-RV-T 模型, 利用  $t$  时刻后验概率  $p(M_i|\mathcal{F}_t)$  最大的单个子模型对未来波动率进行预测。如果将 DMA、DMS 方法与前文所介绍的 HAR-RV、LHAR-RV、LHAR-RV-T 相结合就分别可以建立 DMA-HAR-RV、DMA-LHAR-RV、DMA-LHAR-RV-T 和 DMS-HAR-RV、DMS-LHAR-RV、DMS-LHAR-RV-T 模型。

### 1.3 DMA-LHAR-RV 模型的预测步骤

前文建立了 DMA-LHAR-RV-T 模型, 所包含的预测变量一共 11 个 (含常数项), 可以建立 2047 个子模型, 计算量相当繁重, 为适当降低运算量, 我们将常数项的包含概率设定为 1, 即所有子模型必须包含截距项, 这样可以子模型的数量减少约一半, 子模型的数量为  $2^{10} - 1 = 1023$  个。我们运用贝叶斯方法递归地进行波动率地预测, 具体的步骤为:

- 1) 设定模型的参数的初始值为: 模型遗忘因子  $\alpha = 0.995$  (当  $\alpha = 0.995$  时模型的预测效果较好。我们还测试了其它取值的情况, 当模型遗忘因子  $\alpha \in [0.990, 0.998]$  时模型预测效果较好, 结果无明显差异, 类似地系数遗忘因子也可以适当地调整, 说明 DMA 方法有一定的稳健性), 系数遗忘因子为  $\delta = 0.99$ , 系数  $\theta_0^{(i)}$  的先验分布设定为  $N(0, 100I_p)$ ,  $I_p$  表示  $p$  阶单位矩阵,  $V_0^{(i)} = 1$ ;
- 2) 根据附录中式 (8) 计算子模型对  $RV_{0+H}$  的点估计, 根据式 (9)、(10)、(11) 更新  $\theta_1^{(i)}$ ;
- 3) 根据式 (3)、(4) 更新  $V_1^{(i)}$ , 并根据  $\theta_1^{(i)}$  和  $V_1^{(i)}$  计算似然函数值;
- 4) 采用以上方法计算每一个子模型对  $RV_{0+H}$  的预测值和似然函数值, 并根据式 (5)、(6)、(7) 计算子模型的权重和最终的预测值  $E(RV_{0+H}|\mathcal{F}_t)$ ;
- 5) 将 2) - 4) 步骤重复执行可以递归地预测  $RV_{1+H}, RV_{2+H}, \dots, RV_{T+H}$ 。

## 2 实证分析

### 2.1 数据和变量

采用 5 分钟已实现波动率作为真实波动率的代理变量, 数据为上证综指 2000 年 1 月 4 日至 2018 年 5 月 2 日的 5 分钟高频数据, 共 4512 个交易日, 数据来源于财富通。样本的时间跨度较长, 期间发生了股权分置改革、次贷危机、欧债危机和 2015 年股灾等一系列重大事件, 而且上证综合指数包含上交所全部 A、B 股, 样本股数量大, 总市值高, 样本数据有较好的代表性。

表 1 给出了相关变量的描述性统计。由表 1 可知,  $r_t^{d-}$ 、 $r_t^w$ 、 $r_t^{m-}$  的均值依次明显减小, 说明上证综合指数存在均值回复的特点; 从偏度和峰度指标看, 已实现波动率的分布存在明显

的尖峰厚尾，而已实现波动率取对数以后其分布更接近正态分布；Jarque-Bera 统计量表明所有变量的分布都不服从正态分布；ADF 统计量表明所有的变量都是平稳时间序列；Ljung-box 检验表明所有的变量存在着明显的自相关，且具有一定的持续性。从偏度和峰度来看，对数化的已实现波动率其分布更接近正态分布。普通最小二乘法和 DMA 方法均假设残差服从正态分布，与 Corsi 和 Renò<sup>[21]</sup>、马锋等<sup>[11]</sup>的做法类似，将 RV 类的变量对数化以后再建模。

表 1 相关变量的描述性统计

	均值	方差	偏度	峰度	Jarque-Bera	ADF	Ljung-Box Q(50)
$RV$	1.62e-04	3.08e-08	5.73	50.77	5.10e+05***	-7.06***	27056***
$\ln RV$	-9.36	1.17	0.36	6.35e-02	9.82***	-5.37***	73970***
$r_t^{d-}$	5.33e-03	1.04e-04	3.30	14.70	4.89e+04***	-10.67***	1017.15***
$r_t^{w-}$	2.59e-03	2.07e-05	2.98	13.54	4.12e+04***	-12.06***	7344.19***
$r_t^{m-}$	1.33e-03	4.97e-06	2.41	6.77	1.30e+04***	-12.14***	31893.76***
$r_t^{m+}$	5.46e-03	8.71e-05	2.97	13.41	4.05e+04***	-10.63***	871.47***
$T_t^d$	2.09e-12	2.15e-04	1.87	3.98	5.61e+03***	-4.81***	117997***
$T_t^w$	2.09e-12	2.00e-04	1.82	3.54	4.86e+03***	-4.89***	135662***
$T_t^m$	2.09e-12	1.82e-04	1.79	3.25	4.39e+03***	-4.59***	163539***

注：\*\*\* 表示在 1% 的水平上显著

前文建立了 HAR-RV、LHAR-RV 和 LHAR-RV-T 模型，为确保以上模型使用预测变量的合理性，并初步验证上证综指波动率、杠杆效应的持续性和量价关系，我们考查了相关预测变量与波动率的相关性。前文建立模型中的相关预测变量都为正值，为了便于比较其相关性，我们将每天的负收益率也取绝对值。图 1 给出了这 3 种类型的预测变量与已实现波动率（已对数化）的相关性，轴为预测变量的滞后期，纵轴为对应的相关系数。由图 1 可知，当期波动率与滞后的波动率和负收益相关性较强，与正收益和换手率相关性较弱，但相关性明显不为 0，其中正收益与当期已实现波动率的相关性较弱，同时相关性衰减的速度较快，因此，我们仅将滞后一期的正收益纳入预测变量范围之内。我们不仅考虑了历史价格对波动率的影响还考虑了换手率对波动率的持续影响，将 HAR-RV 和 LHAR-RV 模型扩展为 LHAR-RV-T。

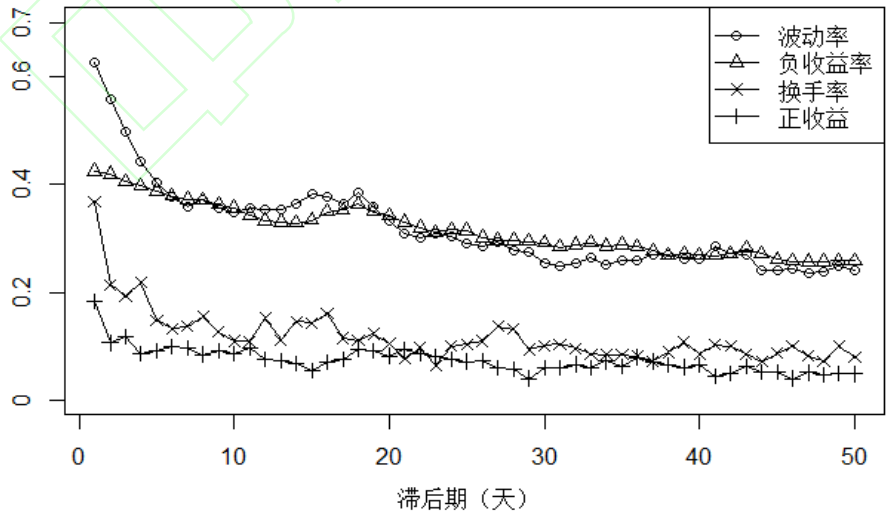


图 1 各类预测变量与已实现波动率的相关性



## 2.2 波动率预测及 MCS 检验

Engle<sup>[25]</sup> 指出评价一个波动率模型的优劣, 要看它是否可以准确地预测未来的波动率、描述波动率的聚集性、杠杆效应、均值回复、持续性等典型特征。模型评价标准虽非唯一, 但是最重要的标准就是能否更准确地预测未来的波动率, 尤其是样本外的预测能力。对模型预测能力的评价传统方法有回归法和损失函数法。Engle<sup>[25]</sup> 认为由于代理变量的噪音、异方差和异常值等原因不推荐回归法。根据 Granger<sup>[26]</sup> 的文献综述, 常用的损失函数有 MSE、MAE、RMSE、HMSE、HMAE 等。我们用 5 分钟的 RV 作为其代理变量, 虽然它是对真实波动率较为精确的估计, 但仍然存在一定的噪音, 噪音的存在对评价结果产生了一定的扭曲。Patton<sup>[27]</sup> 提出了一系列损失函数, 这类损失函数对于噪音更加稳健, 这一类损失函数是:

$$L(\hat{\sigma}^2, h; b) = \begin{cases} \frac{1}{(b+1)(b+2)} (\hat{\sigma}^{2b+4} - h^{b+2}) - \frac{1}{b+1} h^{b+1} (\hat{\sigma}^- h), & b \neq -1, -2, \\ h - \hat{\sigma}^2 + \hat{\sigma}^2 \log \frac{\hat{\sigma}^2}{h}, & b = -1, \\ \frac{\hat{\sigma}^2}{h} - \log \frac{\hat{\sigma}^2}{h} - 1, & b = -2, \end{cases}$$

$\hat{\sigma}^2$  表示波动率的代理变量, 本文中是 5 分钟的 RV,  $h$  表示波动率的预测值。当  $b = 0$  时, 它对应的是 MSE, 当  $b = -2$  时, 对应的是 QL (Quasi-likelihood) 损失函数。DMA 方法进行波动率的预测全部是样本外的, 因此我们不再和其它模型比较样本内的拟合能力。由于贝叶斯方法在计算预测变量系数的后验分布时需要一定的时间预热后才会逐渐收敛, 我们将前 3 年视为预热时间段, 因此我们在计算损失函数值时, 使用 2003 年 1 月 2 日以后的样本。我们还进行了预热时间段分别为 3.5、4 年的样本外预测, 其结果并无明显差异。DMA、DMS 方法属于可变系数模型, 我们和固定系数模型进行了比较, 固定系数模型采用递归时间窗 (Recursive window) 的样本外预测。具体做法是, 使用相应的预测变量 2000-01-04 至 2002-12-31 日的数据作为估计样本, 进行线性回归, 预测后一个交易日 2003-01-02 的已实现波动率; 然后将 2003-01-02 的数据也纳入估计样本, 估计样本的容量增加 1, 再进行线性回归, 进而预测 2003-01-03 的已实现波动率; 以此类推。随着时间的推移越来越多的数据被纳入估计样本, 这使得预测变量的系数会随着时间的推移而产生一定的漂移, 但会逐渐收敛, 因此我们将其视为固定系数模型。

直接比较损失函数均值也存在异常值<sup>[25]</sup> (outlier) 的干扰和数据窥察 (Data Snooping) 的缺点, 可能导致结果不稳健。为了解决这两个问题, Hansen 等<sup>[28]</sup> 提出了模型置信集 (Model Confidence Set, MCS) 方法, 并指出 MCS 较 Diebold 和 Mariano<sup>[29]</sup> 的 DM-test 和 Hansen<sup>[30]</sup> 的 SPA-test, 更具优势。MCS 方法认为最优模型不一定存在; 或者, 即使最优模型存在, 由于数据的局限性也可能使研究者无法识别出最优模型。MCS 方法与区间估计的思路类似, 区间估计是在一定的置信水平下, 确定参数的取值范围; MCS 方法是在一定的置信水平下, 甄别出模型的选取范围, 将其称为模型置信集 MCS。

MCS 方法的步骤是: (1) 根据每个交易日波动率的预测值和 RV 计算各种类型的损失序列; (2) 假定有  $m$  个波动率预测模型, 设定初始模型集  $M_0$  包含所有模型; (3) 依据  $M_0$  对应的损失序列, 对  $M_0$  进行原假设为所有模型预测能力相同的检验, 在置信水平  $1 - \alpha$  下, 如果检验通过, 则说明所有模型都属于模型置信集; 检验未通过, 则根据淘汰法则, 从  $M_0$  中剔除预测能力最差的模型, 得到新的模型集  $\hat{M}_{1-\alpha}$ ; (4) 对  $\hat{M}_{1-\alpha}$  重复进行步骤 (3), 直至原假设被接受, 然后得到最终的模型置信集。统计量及其分布的计算采用自举法 (Bootstrap) 实现, 这样可以避免异常值的影响。在使用自举法计算统计量时, 异常值有一定的概率不会被包含在样本

内；同时，由于使用了自举法，样本范围是随机的，意味着我们在使用随机的样本数据在进行统计推断，可以有效避免数据窥察现象的发生。MCS 方法中原假设的具体形式、统计量的构造及其分布的计算可以参考文 [28]。我们使用前文所述模型对未来一天、周、月波动率进行预测。参考 Laurent<sup>[31]</sup> 等建议参数的取值，表 2 给出了采用 TSQ 统计量、自举 10000 次、 $\alpha = 0.1$  的 MCS 方法对以上预测进行检验，由于篇幅所限，不再展示基于其它非稳健损失函数的检验结果。

表 2 MCS 检验结果

	$H = 1$		$H = 5$		$H = 22$	
	MSE	QL	MSE	QL	MSE	QL
DMA-LHAR-RV-T	0.9985	1.0000	1.0000	0.9245	1.0000	1.0000
DMS-LHAR-RV-T	0.4000	0.7455	0.7340	0.8830	0.9970	0.8440
LHAR-RV-T <sub>Rec</sub>	0.6130	0.0040	0.7470	0.0000	0.0000	0.0000
DMA-LHAR-RV	0.9945	0.0130	0.8930	0.9010	0.7815	0.8380
DMS-LHAR-RV	0.3970	0.0040	0.8880	0.9150	0.5820	0.8075
LHAR-RV <sub>Rec</sub>	1.0000	0.0000	0.9980	0.0000	0.0000	0.0000
DMA-HAR-RV	0.3925	0.0010	0.9595	1.0000	0.8545	0.9970
DMS-HAR-RV	0.3670	0.0000	0.3065	0.0015	0.8210	0.9395
HAR-RV <sub>Rec</sub>	0.4010	0.0000	0.4350	0.0000	0.0000	0.0000

注： $H = 1$ ,  $H = 5$ ,  $H = 22$  分别表示预测波动率的期限为一天、周、月，Rec 表示固定系数模型，表格内的值为 MCS 检验的 P 值，表示该模型在相应损失函数下包含于 MCS 的概率，黑体字对应的模型表示对于特定预测期限和损失函数的最优模型

根据 MCS 检验的结果可知，不存在一个固定系数模型对于所有的损失函数和预测期限而言永远是最优模型，呈现出明显的模型的不确定性。但是所有模型中，表现最稳定的 DMA-LHAR-RV-T 模型，它被包含于 MCS 的概率最小值为 0.9245。从预测变量角度来看，整体而言，仅包含异质结构波动率的 DMA-HAR-RV、DMS-HAR-RV 和 HAR-RV 模型包含于 MCS 的概率最低。如果仅考虑 DMA 类模型，对于不同的预测期限和损失函数，从最基本的 DMA-HAR-RV 到 DMA-LHAR-RV 再到 DMA-LHAR-RV-T 模型，随着不同类型异质结构的预测变量的加入，模型包含于 MCS 的概率越来越高，进一步验证了相关变量选取的合理性。说明异质波动率、正、负收益和换手率含有各自独特的信息，减少任一类型的异质结构的预测变量都会降低模型的预测效果，也说明贝叶斯方法可以很好地处理由解释变量过多所导致的过度拟合的后果。在预测变量相同的情况下，DMA 类模型对波动率的预测效果全部好于 DMS 类模型，由于 DMS 类模型仅利用后验概率最大的模型进行预测，而 DMA 类模型充分地利用了所有子模型的预测能力，其预测效果更好、更稳健。

### 2.3 DMA 方法的时变分析

对于 DMA 方法，我们感兴趣的结果有：

(1) 时变的系数 —  $t$  时刻预测变量  $x_i$  的系数  $E(\theta_{it}|\mathcal{F}_t)$ ，即对于预测变量  $x_i$ ，每一个包含该预测变量的子模型相应系数期望的加权平均，其计算方法是  $E(\theta_{it}|\mathcal{F}_t) = \sum_{j=1}^k E(\theta_{it}^{(j)}|\mathcal{F}_t)p(M_j|\mathcal{F}_t)$ ， $p(M_j|\mathcal{F}_t)$  是子模型  $M_j$  的权重；我们还可以计算系数的均值和标准差，均值的意义与简单线性回归的系数类似。进而计算其变异系数，变异系数的绝对值越大则系数的时变性越强，相应预测变量的预测效果时变性也越强。

(2) 预测变量  $x_i$  的后验包含概率 (Posterior Inclusion Probabilities, PIP)，又称为预测变量的相对重要性 (Relative Variable Importance, RVI)，表达式为  $\sum_{j=1}^k I(x_i \in M_j)p(M_j|\mathcal{F}_t)$ ，其

中  $I(x_i \in M_j)$  是示性函数, 当子模型  $M_j$  包含预测变量  $x_i$  时, 值为 1, 否则为 0。用该方法可以在每一个交易日计算得到每一个变量的后验包含概率。进一步, 还可以计算后验包含概率均值。

表 3 DMA-HAR-RV-T 模型估计结果摘要

	$H = 1$		$H = 5$		$H = 10$		$H = 15$		$H = 22$	
	$\theta_t$	PIP	$\theta_t$	PIP	$\theta_t$	PIP	$\theta_t$	PIP	$\theta_t$	PIP
$c$	-3.49 [2.55]	1 [0]	-15.05 [12.31]	1 [0]	-13.34 [10.08]	1 [0]	-12.67 [9.06]	1 [0]	-12.21 [8.30]	1 [0]
$\beta_d$	0.23 [0.11]	0.80 [0.16]	0.004 [0.017]	0.06 [0.04]	0 [0.01]	0.03 [0.02]	0 [0]	0.03 [0.02]	0 [0]	0.02 [0.01]
$\beta_w$	0.24 [0.10]	0.73 [0.14]	-0.17 [0.44]	0.89 [0.12]	-0.12 [0.33]	0.87 [0.15]	-0.03 [0.17]	0.52 [0.27]	-0.03 [0.13]	0.51 [0.18]
$\beta_m$	0.21 [0.21]	0.76 [0.11]	-0.37 [1.33]	0.96 [0.07]	-0.27 [1.09]	1.00 [0.01]	-0.30 [0.93]	1.00 [0]	-0.27 [0.81]	1.00 [0.01]
$\gamma_d$	10.45 [7.20]	0.76 [0.19]	-0.02 [1.26]	0.05 [0.06]	-0.01 [0.41]	0.03 [0.03]	0 [0.10]	0.02 [0.01]	0 [0.10]	0.02 [0.00]
$\gamma_w$	11.70 [10.32]	0.60 [0.14]	2.61 [32.48]	0.38 [0.24]	-1.59 [16.24]	0.20 [0.18]	-2.82 [16.29]	0.14 [0.15]	-1.32 [7.51]	0.09 [0.13]
$\gamma_m$	26.81 [48.07]	0.54 [0.15]	30.85 [228.93]	0.51 [0.26]	11.89 [188.52]	0.48 [0.28]	7.80 [156.40]	0.48 [0.28]	-6.67 [215.42]	0.56 [0.28]
$\delta_d$	3.20 [7.04]	0.57 [0.15]	0.0077 [0.73]	0.04 [0.04]	0.07 [0.75]	0.03 [0.04]	0.02 [0.21]	0.02 [0.01]	0.02 [0.16]	0.02 [0.01]
$\lambda_d$	0.11 [0.07]	0.65 [0.14]	0.01 [0.05]	0.13 [0.14]	0 [0.03]	0.09 [0.08]	0 [0.01]	0.07 [0.05]	0 [0.01]	0.06 [0.03]
$\lambda_w$	0.05 [0.12]	0.55 [0.07]	0.11 [0.80]	0.91 [0.14]	0.07 [0.51]	0.85 [0.18]	0.03 [0.33]	0.64 [0.26]	0.02 [0.28]	0.65 [0.21]
$\lambda_m$	-0.05 [0.07]	0.54 [0.09]	0.15 [1.73]	0.98 [0.06]	0.12 [1.50]	1.00 [0.00]	0.09 [1.28]	1.00 [0]	0.07 [1.09]	1 [0.01]

注:  $\theta_t$  列表示各预测变量系数的均值, 下方中括号内为其标准差; PIP 列表示后验概率均值, 下方中括号内为其标准差。

表 3 给出了 DMA-HAR-RV-T 模型估计结果摘要。根据系数的方差和均值还可以计算变异系数。多数情况下, 对于同一个预测变量的系数, 其变异系数随着预测期限的增加而减小, 预测期限愈长, 系数的时变性也愈弱, 也说明相应的预测变量预测效果时变性愈弱。与我们的直觉一致: 波动率期限越长, 波动率越稳定, 因此预测变量的预测效果也越稳定。按照 Raftery<sup>[16]</sup> 的建议, 后验包含概率 (PIP) 较时变系数均值更适合作为衡量预测变量重要性的指标, 当 PIP 大于 0.5 时, 相应的预测变量有较强的预测能力; PIP 小于 0.5 时其预测能力较差。为了考查异质波动率对未来不同期限波动率的预测能力, 图 2 给出了对于不同的预测期限, 滞后一期的日、周、月波动率的后验包含概率均值。日、周、月波动在预测未来一天波动率时其 PIP 分别为 0.80、0.73、0.76, 它们都有较好地预测能力。说明未来一天的波动由过去不同期限的波动叠加而成, 也验证了我国股票市场异质交易者的存在。在预测未来一天波动率时, 滞后一期的正收益  $r_t^{d+}$  的后验包含概率均值为 0.57, 这说明它是一个较好的预测变量。相应的, OLS 估计滞后一期的正收益  $r_t^{d+}$  系数的结果为 6.388、P 值为  $1.477\text{e}-07$ , 说明滞后一期的正收益对未来波动率有显著的解释能力, 该结论与基于后验包含概率的结论相同。但是随着预测期限的增加, 日波动的后验包含概率均值迅速衰减, 周波动的 PIP 先增后减, 衰减

速度较慢,但月波动的 PIP 逐渐增加,并收敛于 1,证明了我国股市的波动率有显著的长记忆性。当预测期限不变时,滞后的波动率期限越长,相应的 PIP 越大,说明我国股市波动主要由中、长期交易者决定。异质的负收益率和换手率的 PIP 均值与异质波动率相比也有类似的性质。异质换手率的 PIP 均值接近或者大于异质负收益的 PIP 均值,这说明从 DMA 方法的角度来看,异质换手率对未来波动的预测能力不输于负收益。前文相关性分析表明,负收益较换手率与未来波动的相关性更强,说明负收益应该对未来的波动有更强的预测能力。两者冲突的原因在于换手率较负收益有较好的连续性和持续性,根据 Raftery<sup>[15]</sup> 的介绍, DMA 方法可以更好地利用连续性变量的信息。

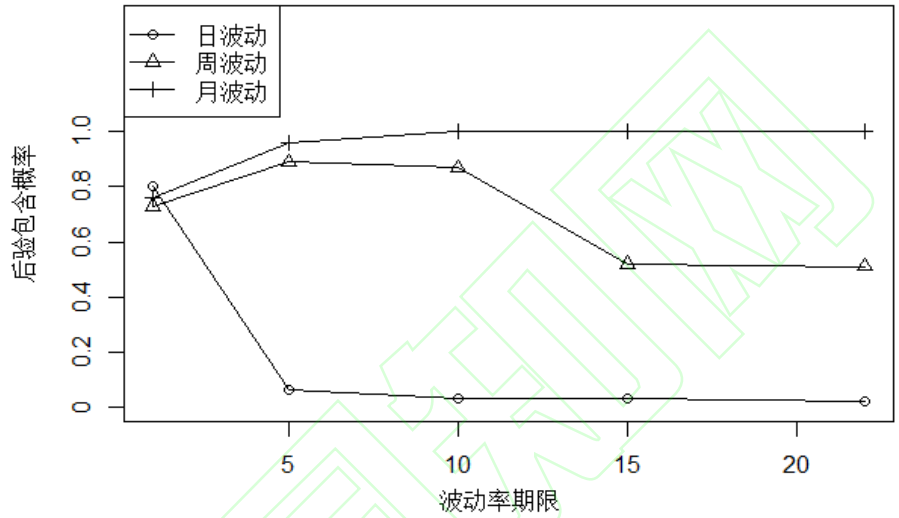


图 2 日、周、月波动的后验包含概率均值

表 4 预测变量系数的偏相关系数

	$c$	$\beta_d$	$\beta_w$	$\beta_m$	$\gamma_d$	$\gamma_w$	$\gamma_m$	$\delta_d$	$\lambda_d$	$\lambda_w$	$\lambda_m$
$c$	1.000	0.976	0.975	0.996	-0.144	0.039	-0.279	0.076	-0.666	-0.485	-0.524
$\beta_d$		1.000	-0.981	-0.973	0.140	-0.045	0.229	-0.079	0.623	0.402	0.484
$\beta_w$			1.000	-0.973	0.181	-0.025	0.243	-0.074	0.634	0.408	0.511
$\beta_m$				1.000	0.141	-0.015	0.268	-0.073	0.665	0.476	0.539
$\gamma_d$					1.000	0.080	-0.195	0.518	-0.130	-0.157	-0.169
$\gamma_w$						1.000	0.031	-0.070	0.106	0.064	-0.063
$\gamma_m$							1.000	0.321	0.127	0.383	-0.077
$\delta_d$								1.000	0.135	-0.048	-0.034
$\lambda_d$									1.000	-0.696	-0.392
$\lambda_w$										1.000	-0.335
$\lambda_m$											1.000

根据前文介绍的时变系数的计算方法,我们可以计算出每一个交易日各预测变量的系数。由于预测变量系数是时变的,通过研究各预测变量系数的相关性,进而可以发现变量的预测能力的相互影响。在多元相关性分析中,由于变量之间存在相互影响,简单相关系数无法准确反应两个变量之间的相关性,因此我们采用偏相关系数衡量模型中预测变量系数之间的相关性。计算了预测期限为 1 天的 DMA-LHAR-RV-T 模型的时变系数, DMA-LHAR-RV-T 模型一共包含 11 个预测变量(含常数项), 2003 年 1 月 2 日至 2018 年 5 月 2 日共 3721 个交易日,得到了一个  $3721 \times 11$  的系数矩阵。表 4 是其偏相关系数矩阵。

根据偏相关系数矩阵, 可以看到大多数系数的偏相关性为正。表 4 中黑体字是偏相关系数最小的三个值。由于日、周、月波动率的均值几乎相等, 日波动、周波动和月波动的系数都呈现明显的负相关, 因此其预测未来波动率的能力也负相关。对于 DMA 方法而言, 变量的后验包含概率 PIP 也度量了变量的重要性, 与表 4 类似, 我们也可以计算预测变量 PIP 序列的偏相关系数矩阵, 它反映了各变相对重要性的相互影响, 其中变量日、周波动率的后验包含概率序列的偏相关系数  $pcor(PIP(RV_t^d), PIP(RV_t^w)) = -0.279$ , 类似地  $pcor(PIP(RV_t^w), PIP(RV_t^m)) = -0.153$ ,  $pcor(PIP(RV_t^d), PIP(RV_t^m)) = -0.279$ , 这也说明日、周、月波动对未来波动率的预测能力是负相关的, 其中日、月波动率的后验包含概率序列的偏相关系数值最小, 说明短期、长期波动率对未来波动率的预测能力强列负相关。根据 Brownlees 和 Engle 等 [32] 的观点, 在市场稳定时期, 波动率水平较低, 波动率的持续性较强, 投资者偏向于中长线交易, 中长期交易者对市场波动起主导作用, 中长期的波动率对未来波动有更强的预测能力; 而在市场发生剧烈变动时期, 波动率水平高, 波动率的持续性明显减弱, 投资者更偏向于短线的交易, 短期交易者对市场的波动起主导作用, 短期的波动率对未来波动有更强的预测能力。因此, 不同期限的波动率对未来波动的预测能力也具有时变性, 呈现此消彼长的特点, 这也说明固定系数模型存在一定的不合理。

比较各预测变量 PIP 的均值和标准差, 可以计算相应的变异系数, 整体而言, 负收益对未来波动率的预测能力时变性较强。在不同的时间段, 负收益对未来波动率的预测能力会发生明显的改变, 即杠杆效应是时变的。杠杆效应指的是相对于股价上涨, 股价下跌更有可能导致未来波动的增加。即通常的情况是, 负收益的系数为正值; 相反的情况是, 负收益的系数为负值, 称为反向杠杆效应 [33]。陈浪南 [13] 根据 ICSS 方法识别出波动率突变点, 采用 GJR-GARCH 模型研究中国股市的非对称性, 发现在 1993-1997 年期间我国股市存在反向杠杆效应, 而在 1997-2000 年期间存在普通杠杆效应。由于 DMA 方法考虑了模型的不确定性和系数的时变性, 我们可以根据滞后一期负收益率系数的时变性考查我国股市的杠杆效应的时变性。为了避免其它预测变量干扰我们对杠杆效应的判断, 我们仅使用含滞后一阶负收益的 DMA-HAR-RV 模型预测未来一天的波动率。即 DMA 方法中的解释变量为  $(1, RV_t^d, RV_t^w, RV_t^m, r_t^{d-})$ , 被解释变量为  $RV_{t+1}$ 。图 3 展示了  $r_t^{d-}$  系数的时变性和上证综合指数序列。

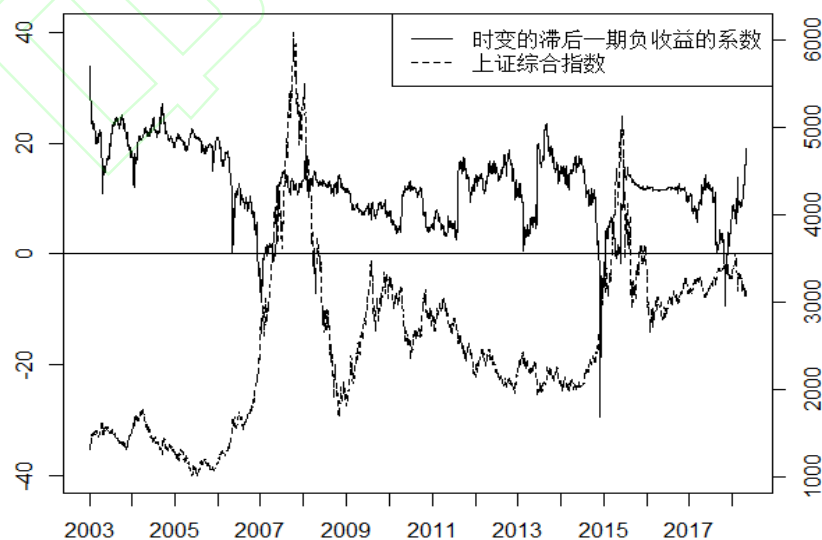


图 3 预测变量  $r_t^{d-}$  系数的时变性和上证综合指数



由图 3 可知, 在 2003–2018 年期间, 多数情况下,  $r_t^{d-}$  系数大于 0, 说明滞后一天的负收益增加了未来一天的波动。但是在三个时间段内  $r_t^{d-}$  系数明显小于 0 且有一定的持续性, 这三个时间段分别是 2006 年 10 月 17 日至 2007 年 1 月 29 日、2014 年 10 月 27 日至 2015 年 3 月 18 日、2017 年 8 月 14 日至 2017 年 12 月 12 日。从这个角度来看, 这三个时间段上证综合指数可能存在反向杠杆效应, 中国股票市场与成熟市场存在明显的差异。何晓光和朱永军<sup>[34]</sup>、陈浪南和黄杰鲲<sup>[13]</sup> 基于 GARCH 类模型研究了中国股市的反向杠杆效应, 但基于高频数据和动态模型平均方法对波动率的度量和对杠杆效应的识别更为准确。这三个阶段上证综合指数都处于上涨周期, 其中前两个阶段是典型的牛市。根据陈浪南和黄杰鲲<sup>[13]</sup>、何晓光和朱永军<sup>[34]</sup> 的观点, 在股市上涨阶段, 新开账户明显增加, 资金流入股市速度加快, 这使得股民对于股价的下跌不敏感, 但对利好消息更加敏感, 导致了股价的快速上涨, 也增加了未来的波动。我们用固定系数模型 – 带杠杆效应的 HAR–RV 模型验证了全样本和这三个阶段杠杆效应的特殊性 (波动率已经对数化), 模型表达式为:

$$RV_{t+1} = c + \beta_d RV_t^d + \beta_w RV_t^w + \beta_m RV_t^m + \gamma_d r_t^{d-} + \varepsilon_{t+H}.$$

在全样本和三个阶段期间负收益  $r_t^{d-}$  的系数  $\gamma_d$  估计值分别为 (括号内分别表示标准差和 P 值): 10.89 (1.014,0)、-1.827 (2.536,0.4737)、-1.073 (4.011,0.7899) 和 -7.715 (2.439,0.002320), 与我们使用 DMA 方法计算的  $\gamma_d$  的正负号一致。这说明对于全样本而言, 上证综合指数存在显著的杠杆效应, 负收益显著增加了未来一天的波动率; 而对于第一、二个特殊阶段而言, 负收益对未来一天的波动率影响不显著, 即上证综指的杠杆效应不显著; 对于第三个特殊阶段而言, 负收益在 5% 的水平上显著降低了未来一天的波动率, 上证综合指数在第三个特殊阶段存在显著的反向杠杆效应。

如果人为地将上证综指分为若干阶段, 线性回归方法也可以识别出不同杠杆效应, 但时间段的划分难免过于主观, 同时该方法是对杠杆效应事后的识别, 而非实时识别。而 DMA 方法仅依赖于两类遗忘因子, 就可以方便地实时识别中国股市不同阶段的杠杆效应。

### 3 结束语

在研究中国股市波动率时, 我们考虑了波动率预测模型的不确定性、参数的时变性和市场的量价关系。首先根据 Raftery<sup>[16]</sup> 等提出的动态模型平均 (DMA) 方法结合 Corsi<sup>[5,21]</sup> 提出的 HAR–RV、LHAR–RV 模型, 构建了 DMA–HAR–RV、DMA–LHAR–RV 和 DMA–LHAR–RV–T 模型; 然后利用以上模型预测上证综指的不同期限的波动率, 用 MCS 检验评估了模型的预测效果, 最后分析了模型的时变性以考查其经济含义。主要结论有: 1) 异质的结构的波动率、正、负收益和换手率对未来波动都有显著的解释效果, 减少任一类型的异质预测变量都会降低模型的预测效果; 2) 利用 Patton<sup>[27]</sup> 给出的 2 种稳健损失函数和 Hansen<sup>[28]</sup> 的 MCS 方法检验预测效果, 结果显示 DMA–LHAR–RV 模型对不同期限的波动率都有较好的预测效果, 整体来看, 如果模型包含同样的预测变量, DMA 类模型较线性模型有更好的预测效果, 其原因是动态贝叶斯模型平均方法同时考虑了模型的不确定性和系数的时变性, 可以适时地调整子模型权重和预测变量的系数; 3) 由于市场波动水平和市场情绪的时变性, 波动率的持续性也并非一成不变, 不同期限的滞后波动率对未来波动率的预测能力呈现此消彼长的特点; 4) DMA 方法假定模型中预测变量的系数是时变的, 基于系数时变分析发现在 2003 年以后, 在三个时段内上证综指的杠杆效应不显著或者存在反向杠杆效应, 同时, 这三个时段内股指都处于上涨过程中。

基于 DMA 方法的波动率预测模型不仅是对原有波动率模型的拓展,提高了原有模型的预测效果,更重要的是我们验证了 DMA-HAR-RV-T 模型在不同的阶段具有良好的适应性,可以捕捉到市场中部分时变信息,因此,市场从业者和监管者应该用动态的视角来看待市场的波动性。

### [ 参考文献 ]

- [1] Engle R F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation [J]. *Econometrica*, 1982, 50(4): 987-1007.
- [2] Kim S, Shephard N, Chib S. Stochastic volatility: Likelihood inference and comparison with ARCH models [J]. *The review of economic studies*, 1998, 65(3): 361-393.
- [3] Andersen T G, Bollerslev T. Answering the Skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts [J]. *International Economic Review*, 1998, 39(4): 885-905.
- [4] Andersen T G, Bollerslev T, Diebold F X, et al. The distribution of realized stock return volatility [J]. *Journal of Financial Economics*, 2001, 61(1): 43-76.
- [5] Corsi F. A simple approximate long-memory model of realized volatility [J]. *Journal of Financial Econometrics*, 2008, 7(2): 174-196.
- [6] Muller U A, Dacorogna M M, Dave R D, et al. Volatilities of different time resolutions — Analyzing the dynamics of market components [J]. *Journal of Empirical Finance*, 1997, 4: 213-239.
- [7] Andersen T G, Bollerslev T, Diebold F X. Roughing it up: Including jump components in the measurement, modeling, and forecasting of return volatility [J]. *The review of economics and statistics*, 2007, 89(4): 701-720.
- [8] Corsi F, Pirino D, Renò R. Threshold bipower variation and the impact of jumps on volatility forecasting [J]. *Journal of Econometrics*, 2010, 159(2): 276-288.
- [9] 杨科, 陈浪南. 上证综指的已实现波动率预测模型 [J]. *数理统计与管理*, 2013, 32(1): 165-179.
- [10] 柳会珍, 顾岚, 胡啸兵. 极端波动、跳跃和尾部风险 —— 基于已实现波动率的股票市场风险动态预测 [J]. *数理统计与管理*, 2014, 33(1): 158-169.
- [11] 马锋, 魏宇, 黄登仕. 基于符号收益和跳跃变差的高频波动率模型 [J]. *管理科学学报*, 2017, 20(10): 31-43.
- [12] 吴恒煜, 夏泽安, 聂富强. 引入跳跃和结构转换的中国股市已实现波动率预测研究: 基于拓展的 HAR-RV 模型 [J]. *数理统计与管理*, 2015, 34(6): 1111-1128.
- [13] 陈浪南, 黄杰鲲. 中国股票市场波动非对称性的实证研究 [J]. *金融研究*, 2002, (5): 67-73.
- [14] Raftery A E. Bayesian model selection in social research [J]. *Sociological Methodology*, 1995, 25: 111-163.
- [15] Dangl T, Halling M. Predictive regressions with time-varying coefficients [J]. *Journal of Financial Economics*, 2012, 106(1): 157-181.
- [16] Raftery A E, Karný M, Ettler P. Online prediction under model uncertainty via dynamic model averaging: Application to a cold rolling mill [J]. *Technometrics*, 2010, 52(1): 52-66.
- [17] Koop G, Korobilis D. UK macroeconomic forecasting with many predictors: Which models forecast best and when do they do so? [J]. *Economic Modelling*, 2011, 28(5): 2307-2318.
- [18] 赵华, 蔡建文. 基于 MRS-GARCH 模型的中国股市波动率估计与预测 [J]. *数理统计与管理*, 2011, 30(5): 912-921.
- [19] 罗嘉雯, 陈浪南. 基于贝叶斯因子模型金融高频波动率预测研究 [J]. *管理科学学报*, 2017, 20(8): 13-26.
- [20] Liu L Y, Patton A J, Sheppard K. Does anything beat 5-minute RV? A comparison of realized measures across multiple asset classes [J]. *Journal of Econometrics*, 2015, 187(1): 293-311.
- [21] Corsi F, Renò R. Discrete-time volatility forecasting with persistent leverage effect and the link with continuous-time volatility modeling [J]. *Journal of Business & Economic Statistics*, 2012, 30(3): 368-380.

- [22] 陈怡玲, 宋逢明. 中国股市价格变动与交易量关系的实证研究 [J]. 管理科学学报, 2000, (2): 62–68.
- [23] 郑振龙, 林口. 沪深 300 股指期货定价偏差与投资者情绪 [J]. 数理统计与管理, 2015, 34(6): 1129–1140.
- [24] Copeland T E. A model of asset trading under the assumption of sequential information arrival [J]. Journal of Finance, 1976, 31(4): 1149–1168.
- [25] Engle R F, Patton A J. What good is a volatility model [J]. Quantitative Finance, 2001, 1(2): 237–245.
- [26] Poon S, Granger C W J. Forecasting volatility in financial markets: A review [J]. Journal of Economic Literature, 2003, 41(2): 478–539.
- [27] Patton A J. Volatility forecast comparison using imperfect volatility proxies [J]. Journal of Econometrics, 2011, 160(1): 246–256.
- [28] Hansen P R, Lunde A, Nason J M. The model confidence set [J]. Econometrica, 2011, 79(2): 453–497.
- [29] Diebold F X, Mariano R S. Comparing predictive accuracy [J]. Journal of Business & Economic Statistics, 1995, 13(3): 253–263.
- [30] Hansen P R. A test for superior predictive ability [J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2005, 23(4): 365–380.
- [31] Laurent S, Rombouts J V K, Violante F. On the forecasting accuracy of multivariate GARCH models [J]. Journal of Applied Econometrics, 2012, 27(6): 934–955.
- [32] Brownlees C T, Engle R F, Kelly B T. A practical guide to volatility forecasting through calm and storm [J]. Journal of Risk, 2011, 14(2): 3–22.
- [33] Yeh Y H, Lee T S. The interaction and volatility asymmetry of unexpected returns in the greater China stock markets [J]. Global Finance Journal, 2000, 11(1): 129–149.
- [34] 何晓光, 朱永军. 中国 A 股市场收益波动的非对称性研究 [J]. 数理统计与管理, 2007, 26(1): 164–171.

## 附录

基于  $t-1$  时刻的信息, 在时刻  $t$  假定状态向量  $\theta_t^{(i)}$  的先验概率密度为  $N(a_t^{(i)}, R_t^{(i)})$ ,  $a_t^{(i)} = m_{t-1}^{(i)} R_t^{(i)} = C_{t-1}^{(i)} + W_t^{(i)}$ ,  $R_t^{(i)}$  是预测的  $\theta_t^{(i)}$  的方差协方差矩阵,  $C_{t-1}^{(i)}$  是基于  $t-1$  时刻信息预测变量系数  $\theta_t^{(i)}$  的方差协方差矩阵. 再结合  $V_t^{(i)}$ , 模型  $M_i$  对  $RV_{t+H}$  的预测值  $RV_{t+H}^{(i)}$  服从正态分布  $N(f_t^{(i)}, Q_t^{(i)})$ , 其中

$$f_t^{(i)} = F_t^{(i)'} a_t^{(i)}, \quad (8)$$

$$Q_t^{(i)} = F_t^{(i)'} R_t^{(i)} F_t^{(i)} + V_t^{(i)}. \quad (9)$$

当有新的观测值  $RV_{t+H}$  时, 我们可以得到子模型  $M_i$  的预测误差,  $e_t^{(i)} = RV_{t+H} - f_t^{(i)}$ , 预测变量系数  $\theta_t^{(i)}$  基于最新信息的后验分布更新为正态分布  $N(m_t^{(i)}, C_t^{(i)})$

$$m_t^{(i)} = a_t^{(i)} + A_t^{(i)} e_t^{(i)}, \quad (10)$$

$$C_t^{(i)} = R_t^{(i)} - A_t^{(i)} A_t^{(i)'} Q_t^{(i)}, \quad (11)$$

其中  $A_t^{(i)}$  是自适应的系数向量  $A_t^{(i)} = R_t^{(i)} F_t^{(i)} / Q_t^{(i)}$ .