

利率期限结构预测、国债定价及 国债组合管理

闫红蕾 张自力

内容提要:国债利率期限结构是固定收益产品定价和投资组合管理的核心问题。本文利用 NARX (Nonlinear AutoRegressive network with eXogenous inputs) 神经网络模型研究利率曲线的运动机制,拟合并预测利率期限结构,在此基础上利用 Hermite 插值方法构造平滑的利率曲线并计算得到国债理论价格及其预测值。实证分析发现:我国国债定价效率不足,交易价格显著偏离理论价格,但国债理论价格的实际值和预测值均对交易价格具有显著的预测能力。基于上述发现,本文提出了主动国债组合管理策略,通过预测的期限结构得到国债理论价格的预测值构建的多空对冲组合和单边多头组合均能获得显著的收益。

关键词:利率期限结构;NARX 神经网络;国债理论价格;国债投资组合管理

DOI:10.19343/j.cnki.11-1302/c.2018.03.003

中图分类号:C812

文献标识码:A

文章编号:1002-4565(2018)03-0023-15

Term Structure Modeling, Prediction and Bond Pricing Based on a Neural Network Approach

Yan Honglei & Zhang Zili

Abstract: Treasury bond term structure is the core of fixed income products pricing and portfolio management. We use NARX (Nonlinear AutoRegressive network with eXogenous inputs) neural network to fit and predict interest rate term structure of treasury bonds, and we use Hermite interpolation to construct smooth yield curve whereby to compute real and predicted theoretical Treasury bond price. Empirical result shows the market prices of the treasury bonds notably deviate from their theoretical prices. However, both the real and predicted theoretical prices can forecast the market price of the treasury bonds. Based on such findings, we propose an active treasury management strategy by computing the predicted theoretical prices through forecasting term structure, and both of the hedging strategy and long only strategy gain remarkable profit while the risk is acceptable. Our research enriches the studies on interest rate term structure modeling, and the active strategy of Treasury bond portfolio management provides practical reference for enhancing pricing efficiency of treasury bonds market through hedging.

Key words: Interest Rate Term Structure; NARX; Theoretical Price of Treasury Bond; Treasury Bonds Portfolio Management

一、引言

国债市场的发展在支持货币政策传导,促进利率市场化、人民币国际化等重大金融改革中起到重要作用。国债利率期限结构提供不同期限的无风险利率,反映了宏观经济运行的相关信息,是国

债理论价格的决定因素,也是投资者进行国债投资组合及风险管理的重要工具。从宏观层面来讲,国债利率期限结构对经济周期和通货膨胀具有指示作用,国债的定价影响投资者对宏观经济形势的判断,关系到货币政策的实施效果。从微观层面来讲,国债的利率期限结构决定基准无风险利率,是其他金融产品定价的基础,国债利率期限结构的拟合及预测以及国债定价的研究具有重要的理论意义和实践意义。在投资者信息完备、无市场摩擦的理想市场条件下,国债的交易价格应当等于其未来现金流按照国债利率期限结构贴现的现值,即理论价格。然而实际市场环境中由于市场分割、交易成本、投资者情绪等因素,国债交易价格往往偏离其理论价格。国债的交易价格和理论价格的差异反映了国债的定价效率。本文基于国债利率期限结构数据和国债市场的交易数据,首先利用 NARX 神经网络拟合并预测我国的利率期限结构,利用 Hermite 插值方法得到利率曲线并计算国债理论价格及其预测值,然后构建动态面板数据模型,分析国债交易价格和理论价格的关系,研究我国国债的定价效率。在此基础上,通过预测利率期限结构得到国债理论价格的预测值并预测国债交易价格的变动,以此为依据提出主动国债投资组合管理策略。

本文的研究意义和创新之处在于:首先,人工智能技术在科学计算领域实现了重大突破,本文将神经网络方法用于利率期限结构的预测,利用 NARX 神经网络预测利率期限结构,提高了预测的准确性,具有良好的实用性和可推广性,为固定收益产品和利率衍生品定价提供了可行的研究方法;其次,率先研究我国的国债定价效率问题,利用动态面板模型控制了内生性,系统地分析了国债理论价格与国债交易价格的关系,研究了国债的定价效率;最后,基于弱有效市场提出了具有重要现实意义的交易信号,提供了能够通过国债定价偏差获得稳健收益的国债交易策略,纠正了国债定价偏差并提高了国债的定价效率,有助于更好地发挥国债市场的货币政策传导机制。

二、文献综述

利率模型主要包括动态模型和静态模型。动态模型以经济理论为基础,包括均衡模型和无套利模型。均衡模型以流动性偏好理论为基础,通过均衡条件利用瞬时利率和状态变量构建整个利率期限结构,包括 Vasicek (1977)^[1]、Cox 等 (1985)^[2]、Longstaff 和 Schwartz (1992)^[3]、Duffie 和 Kan (1996)^[4] 等的模型。均衡模型通过随机微分方程刻画利率的运动过程,需要对参数的分布进行设定,依赖对利率运动过程的特定假设,而且模型的状态变量常常是不可观测的瞬时利率或潜在因子,在一定程度上限制了模型的实际应用效果,基于均衡模型研究我国国债定价存在巨大误差(文忠桥,2004)^[5]。无套利模型以预期理论为基础,采用即期信息的时变参数,基于无套利约束刻画利率期限结构,包括 Ho 和 Lee (1986)^[6]、Hull 和 White (1990)^[7] 和 Heath 等 (1992)^[8] 等的模型。与动态模型不同,静态模型不依赖于经济理论或对利率运动过程的假设,仅依据观测数据通过数量化的方法对利率曲线进行拟合,包括参数化的 NS 族模型 (Nelson 和 Siegel, 1987)^[9] 以及非参数化的样条方法。NS 族模型侧重于对曲线形态的刻画,通过估计水平、斜率和曲度三个因子分别刻画长期、中期和短期变动特征,可以描述利率期限结构的单峰形态。后续研究通过增加因子数量使 NS 模型能够描述更加复杂的曲线形态,包括 Svensson (1994)^[10] 的 SV 模型、Björk 和 Christensen (1999)^[11] 的 BC 模型。传统的 NS 族模型不具备预测能力,Diebold 和 Li (2006)^[12] 允许 NS 模型的因子随时间变动,使得静态模型具备一定的预测能力。样条法作为一种纯数值方法采用分段拟合技术拟合利率期限结构,包括二次和三次样条方法、指数样条和 B 样条函数等方法。

就国债组合的主动管理策略而言,利率期限结构的预测具有更重要的意义。动态模型能够得到利率期限结构的解析解,建立瞬时利率和状态变量的动态关系,具有一定的预测能力,但瞬时利率和作为状态变量的因子往往不可观测,样本外的预测效果很不理想 (Duffee, 2002)^[13]。而静态

拟合的非参数样条法缺乏理论基础和经济意义,对于收益率曲线上近端和远端的利率拟合效果欠佳,周荣喜等(2011)^[14]通过对我国国债的实证分析发现 Vasicek、CIR 和多项式样条模型的拟合效果均不理想。赵晶等(2015)^[15]比较了多种具有代表性的利率期限结构模型并对我国利率期限结构进行拟合和预测,发现 DL 模型的拟合和预测能力十分突出。然而 DL 模型的灵活性和稳定性较差且不满足无套利条件。已有的利率期限结构研究方法存在的问题在于:一方面假设条件较为严苛,脱离实际;另一方面,预测准确性不足,学术界和实务界都亟待运用更精确的动态利率期限结构模型来拟合和预测利率期限结构,为债券定价和债券投资组合管理提供依据。国内已有研究主要集中于利率期限结构的构建,且主要集中在 NS 族模型,特别是 DL 模型的研究中,关于我国国债定价和交易问题的研究尚属少见。

三、数据来源、研究思路及方法

(一) 数据来源

本文搜集了2012年1月8日至2017年2月24日的国债即期收益率曲线,取其中的关键期限,包括瞬时利率、3个月、6个月、9个月、1年、3年、5年、7年、10年、15年、20年、30年和50年共13个关键期限的国债即期利率数据,数据频率为周度,共266周。同时本文还搜集了上述时间范围的国债的基本信息和交易数据,包括起息日、到期日、票面利率、息票品种、年付息次数、付息时间、相应时间的应计利息、国债交易的净价和全价。国债样本范围包括沪深交易所和银行间的国债交易数据,国债品种包括贴现国债、附息国债和到期一次还本付息的固定利率记账式国债,整个样本共有1163只国债。国债市场交易数据来源于wind数据库。

(二) NARX 神经网络

神经网络方法通过隐藏层以及激发函数(activation function)实现复杂的非线性映射功能,对于某些运动机制很难表述,但具有充分观测值的运动过程具有很强的拟合及预测能力。神经网络预测时间序列采用非参数方法,无需获取数据生成机制的相关信息,对数据的生成过程不需要进行特定的假设,具有自学习和自适应性,因而逼近和泛化能力很强,在回归与拟合、模式识别等领域具有广泛应用。动态神经网络具有反馈与记忆功能,能够将之前的数据保留并加入到下一时刻数据的计算,不仅具有动态性,保留的系统信息也更加完整。NARX神经网络是一种重要的离散时间非线性系统,在分析系统运动机制的同时融入了外部因素对系统的影响,是一种适合处理混沌时间序列数据的递归神经网络,广泛应用于非线性系统建模、控制系统、时间序列分析和预测。NARX神经网络比其他神经网络的学习效率更高,梯度下降更快,收敛速度更快,而且具有更强的泛化能力(Gao 和 Meng, 2005)^[16]。此外,采用NARX神经网络探索数据的长期依赖性比传统的递归神经网络的效果更好(李哲敏, 2015)^[17]。NARX神经网络的数学表达式为:

$$y(t+1) = f[y(t), \dots, y(t-l_y+1); x(t), x(t+1), \dots, x(t-l_x+1)] \quad (1)$$

其中 $x(t) \in \mathbb{R}$ 、 $y(t) \in \mathbb{R}$ 分别代表模型在离散时间点的输入变量和输出变量, t 表示观测时间($t = 1, \dots, T$), l_x 和 l_y 分别表示输入和输出的滞后阶数($l_x \geq 1, l_y \geq 1$ 并且 $l_x \leq l_y$)。函数 f 的近似方法有很多种,最简单的方法是利用具有嵌入记忆的前馈神经网络。模型的输入和输出可以是多元的,即每一个时间的输入和输出均是向量,得到如下更加一般化的 NARX 模型:

$$Y(t+1) = f[Y(t), \dots, Y(t-l_y+1); X(t), X(t+1), \dots, X(t-l_x+1)] \quad (2)$$

向量 Y 和 X 分别代表模型的输出和输入变量,神经网络主要训练方法为反向传播算法,动态的反向传播算法的训练过程计算强度更大、更耗时,而且动态的误差曲面比静态的误差曲面更加复杂,训练更容易陷入局部最优解。NARX神经网络在训练过程中使用真实的输出变量计算误差,切

断了反馈连接,使网络结构适用于传统的静态反向传播算法进行训练,提高了运行效率。同时,模型的输入变量仅采用真实的输入变量,训练的精确度更高。

网络的性能与网络结构有关,NARX网络包含输入层、隐藏层和输出层。Hornik (1991)^[18]认为通过加入合适的节点数量,单一的隐藏层即可将任意函数从一个有限维度空间以任意期望的精度投射到另一个有限维度空间,因此综合考虑计算效率和计算的精确度,本文参照Hornik的观点选择单一的隐藏层。网络的输入层传输函数通常是线性函数,输入层节点数和输出层节点数通常等于输入层和输出层变量的个数。隐含层网络节点数的设置影响到神经网络参数估计的复杂度和网络拟合的精确度,通常而言如果要求逼近的函数波动较大,函数形式较为复杂,规定的逼近精度要求较高,隐含层节点数较多。但是隐藏层越多,隐藏层节点越多,需要估计的参数也越多,并且成几何级数增长。因而本文的做法是在效率与精度之间寻求平衡,初始加入较少的隐藏层节点,通过训练逐步增加隐藏层节点数,反复计算,直到精确度没有明显提高为止。

对于具有 n 个输入值、 m 个输出值、输出层节点数为 O 、隐藏层节点数为 H 的单一隐藏层神经网络而言,神经网络的参数包含:①输入层状态, $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_\varphi]$, 其中 φ 表示输入层状态的总数量, $\varphi = H \cdot (n \cdot l_x + m \cdot l_y)$; ②输入层偏差, $b^H = [b_1, b_2, \dots, b_H]$; ③输入权值 W^I : 连接输入层节点 j 和隐藏层节点 i 的权值, 记为 $w_{i,j}$, 这些权重的总和等于 φ ; ④隐藏层权值 W^L : 连接隐藏层节点 i 和输出层节点 k 的权值, 记为 $w_{k,i}$, 隐藏层连接权值的总量等于 $H \cdot O$; ⑤输出层偏差, $b^O = [b_1, b_2, \dots, b_o]$ 。因而在训练过程中全部待确定的参数数量为输入层连接权值、输入层偏差、输出层隐藏层连接权值和输出层偏差数量之和, 即 $N_p = \varphi + H \cdot O + H + O$ 。

隐藏层的输出为:

$$h_i = \Pi \left[\sum_{j=1}^N w_{i,j} x_j + b_i^H \right] \quad (3)$$

其中 Π 表示激活函数, 通常而言 Π 为 sigmoid 函数或者 tansig 函数。输出层的输出为:

$$y_k = \Pi \left[\sum_{i=1}^H w_{k,i} h_i + b_i^O \right] \quad (4)$$

则残差表示为:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (e_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_k - y_k)^2 \quad (5)$$

本文的研究属于有监督学习 (supervised learning) 神经网络, 在监督学习中每一个训练样本, 神经网络训练的目标为使残差最小化, 训练时计算实际输出与期望输出之间的误差, 再根据误差的大小和方向对网络权值进行更新, 反复进行调整, 直到误差达到预期的精度, 整个网络形成一个封闭的闭环系统。误差使用式(5)每个输出节点的均方误差来衡量, 网络权值为自变量、以最终误差最小为目标函数, 网络的训练转化为求解函数最小点的问题。为了加快网络的收敛速度, 提高神经网络的效率, 通常需要对输入变量和输出变量进行归一化处理, 使其映射到 $[-1, 1]$ 区间。

$$x^{map} = -1 + \frac{2(x - xmin)}{(xmax - xmin)}, y^{map} = -1 + \frac{2(y - ymin)}{(ymax - ymin)}$$

数据的归一化可以缓解异常值影响, 避免极端情况, 例如利率骤升或骤降对拟合结果的干扰。

误差曲面由训练数据决定, 因训练数据而异, 基于特定样本训练得到的误差曲面的最小值点可能是局部最优而非全局最优, 因而需要保证模型不仅能够拟合当前的数据而且能够以较低的误差拟合新的数据, 即防止过拟合问题。在训练过程中, 本文通过惩罚权值的数量增加控制过拟合, 将权值的数量纳入到评价函数 (performance function) 当中。用 MSE_{reg} 替代 MSE 作为新的评价函数构造误差曲面, 通过正则化控制权值数量使网络具有较好的泛化能力。

$$MSE_{reg} = \xi MSE + (1 - \xi) \left(\frac{1}{\varphi} W'^T W' + \frac{1}{HO} W'^T W^L \right) \quad (6)$$

ξ 是评价比例(performance ratio), 根据正则化方法进行调整, 使残差平方和与权重的组合最小, 从而决定适当的网络结构并使其具有较好的泛化能力。本文的训练方法采用反向传播学习算法, 利用 Levenberg-Marquardt 学习函数更新权重和偏差。

同时本文将样本分成相互独立的三部分: 训练集(train set)、验证集(validation set)和测试集(test set)。其中训练集用于网络的训练, 计算模型误差, 确定网络的权值参数。验证集独立于训练集, 用于确定网络结构或者控制网络隐藏层节点数量, 确保在训练过程中基于训练集的误差提高时基于其他未经网络训练的数据误差也提高。测试集则仅用于检验最终选择的模型性能。本文的划分是训练集占总样本的 75%, 验证集和测试集各占 15%, 三部分都是从样本中随机抽取的。

(三) Hermite 插值

在计算国债现金流贴现时, 对于非关键期限的利率可以通过数值计算领域的函数逼近方法来构造完整的利率期限结构。Hermite 插值方法满足插值函数和原函数在已知节点具有相同的函数值, 而且可以实现在已知节点上二者具有相同的导数, 即插值函数和原函数在已知节点相切, 保证利率曲线的连续性和光滑性。

已知关键期限节点 $\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n$, 给定利率曲线 $f(\tau)$ 在节点处 $\{\tau_i\}_0^n$ 的利率 y_0, y_1, \dots, y_n , 以及在节点处相应的一阶导数 y'_0, y'_1, \dots, y'_n , 求多项式 $H_{2n+1}(\tau)$ 使得:

$$\begin{cases} H_{2n+1}(\tau_i) = y_i = f(\tau_i) & i = 0, 1, 2, \dots, n \\ H'_{2n+1}(\tau_i) = y'_i = f'(\tau_i) & i = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (7)$$

$H_{2n+1}(\tau)$ 称为 Hermite 插值多项式。式(7)包含 $n + r + 2$ 个条件, 所以能够确定次数不大于 $n + r + 1$ 的代数多项式 $H(\tau)$, 通过 Lagrange 方法求解插值多项式。

$$\begin{aligned} H_{2n+1}(\tau) &= \sum_{j=0}^n (1 + 2(\tau_j - \tau)l'_j(\tau_j))l_j^2(\tau)y_j + \sum_{j=0}^n (\tau - \tau_j)l_j^2(\tau)y'_j \\ &= \sum_{j=1}^n (y_j + (\tau - \tau_j)(y'_j - 2y_jl'_j(\tau_j))l_j^2(\tau) \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $l_j(x) = \prod_{i=0, i \neq j}^n \frac{\tau - \tau_i}{\tau_j - \tau_i}$ 为 Lagrange 插值基函数, $i, j \in [1, n]$ 。

美国财政部和我国中央国债登记结算有限公司均采用三次 Hermite 插值方法计算非关键期限点的利率, 得出整条曲线, 公式为:

$$y(\tau) = y_i H_1 + y_{i+1} H_2 + d_i H_3 + d_{i+1} H_4 \quad (9)$$

其中: $H_1 = 3 \left(\frac{\tau_{i+1} - \tau}{\tau_{i+1} - \tau_i} \right)^2 - 2 \left(\frac{\tau_{i+1} - \tau}{\tau_{i+1} - \tau_i} \right)^3$, $H_2 = 3 \left(\frac{\tau - \tau_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} \right)^2 - 2 \left(\frac{\tau - \tau_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} \right)^3$, $H_3 = \frac{(\tau_{i+1} - \tau)^2}{\tau_{i+1} - \tau_i}$, $H_4 = \frac{(\tau_{i+1} - \tau)^3}{(\tau_{i+1} - \tau)^2} - \frac{(\tau - \tau_i)^3}{(\tau_{i+1} - \tau_i)^2} - \frac{(\tau - \tau_i)^2}{\tau_{i+1} - \tau_i}$, $d_j = y'(\tau_j)$ ($j = i, i + 1$) 为斜率, τ_i 为剩余期限, y_i 为利率。本文参照该方法, 通过式(9)可以在已知关键期限利率的基础上得到其他期限的利率, 构造光滑且连续的利率曲线, 将国债的现金流贴现, 从而计算国债的理论价值。

四、利率期限结构的拟合、预测及国债的理论价格

(一) 基于 NARX 神经网络的国债利率期限结构拟合及预测

本文采用 NARX 神经网络预测利率曲线, 模型的输出是利率的期限结构。利率曲线的斜率能够预测长期利率的短期变动, 并且能够反映中央银行的货币政策^[19]。同时长期与短期利率的利差

能够用来预测利率变动,是决定利率期限结构变化的两个关键因素^[20]。基于上述观点,本文的输入变量包括关键期限的长短期利率之差,即 3 个月利率与瞬时利率之差,6 个月与 3 个月利率之差,⋯,30 年与 20 年利率之差,40 年与 30 年利率之差,50 年与 40 年利率之差的当期以及滞后 l_x 期,以及利率期限结构当期及滞后 l_y 期。首先确定滞后阶数,将 13 个关键利率期限结构数据构造 VAR 模型, AIC 信息准则和 Akaike's Final Prediction error 分析显示滞后阶数为 2 (AIC = -31.1435, FPE = 2.4E-25), 确定 $l_x = 2, l_y = 2$ 。输入变量为利率的实际值和长短期利率之差,从而输入层节点数为 52、输出层节点数为 13。评价比例 $\xi = 0.7$, 记隐藏层的神经元数量为 M , 经过反复训练和实验,发现隐藏层节点数 $M = 20$ 为最佳结果,本文网络结构记为 $NN(l_x, l_y; M)$, 模型表示为:

$$Y(t+1) = \phi_0 \{w_{b_0} + \sum_{h=1}^N w_{h_0} \cdot \phi_h(w_{h_0} + \sum_{i=0}^{l_x} w_{ih} \cdot X(t-i)) + \sum_{j=0}^{l_y} w_{jh} \cdot Y(t-j)\} \quad (10)$$

经过 NARX 神经网络的拟合预测,本文得到了关键期限的利率拟合值,记为 \hat{Y}^{narx} , 预测误差记为 $err^{narx} = Y - \hat{Y}^{narx}$ 。进一步检验拟合误差的自相关以及误差和输入变量的相关性,图 1 和图 2 报告了相关性检验结果。

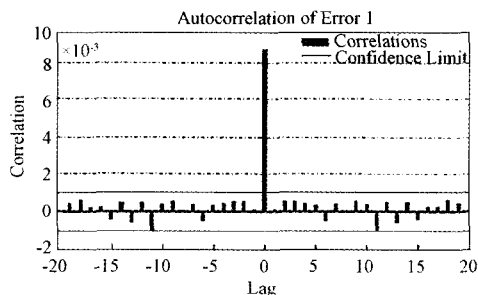


图 1 拟合误差的自相关性检验

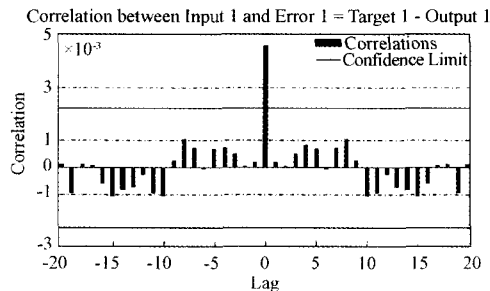


图 2 拟合误差与输入变量的相关性检验

图 1 和图 2 的检验结果表明误差不存在自相关且与输入变量不相关,说明网络拟合的稳定性较好。滞后期数的选择和网络隐藏层节点数量可能对网络拟合效果产生一定影响,本文选择不同滞后期和不同隐藏层节点数,以拟合的 MSE 作为评判标准,分析网络参数的选择对拟合结果的影响,进行敏感性分析和稳健性检验,检验结果见表 1。

表 1 滞后期数 l 和隐藏层节点数 H 对网络拟合效果 (MSE) 的影响 (%)

$l \backslash H$	14	16	18	20	22	24	26
1	0.0086	0.0079	0.0074	0.0072	0.0067	0.0072	0.0076
2	0.0104	0.0107	0.0127	0.0075	0.0078	0.0097	0.0099
3	0.0102	0.0123	0.0131	0.0125	0.0108	0.0112	0.0174
4	0.0115	0.0103	0.0262	0.0129	0.0139	0.0116	0.0126

表 1 的结果表明本文的网络结构设计是合理的,并且网络的预测效果对于参数选择的敏感性较低,稳健性较好。随着滞后期数的变化从 1 增加到 4,网络的均方误差 (MSE) 有逐渐增加的趋势但差别不明显,隐藏层节点数为 20~22 时均方误差达到最小,选择不同的滞后期或者网络节点数对网络的拟合效果影响没有很大差异。滞后期数为 1、网络节点数为 22 时网络的均方误差最小,但为了充分反映利率期限结构历史数据对当期数据的影响,选择滞后期为 2。

已有研究我国国债利率期限结构拟合和预测的文献通过实证分析发现,DL 模型的拟合和预测能力最为突出而且效果稳定(赵晶等,2015)^[15],本文利用 DL 模型拟合利率期限结构作为比较。

DL 模型假设瞬时利率为:

$$r_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t}e^{-\lambda\tau} + \beta_{3t}\lambda_1\tau e^{-\lambda\tau} \quad (11)$$

t 时刻,即期利率 $y_t(\tau)$ 与瞬时利率 $r_t(\tau)$ 的关系为:

$$y_t(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau r_t(x) dx \quad (12)$$

求解得到即期利率

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + \beta_{3t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \quad (13)$$

其中, τ 表示到期期限, $r_t(\tau)$ 表示 t 时刻到期期限为 τ 的瞬时利率, $y_t(\tau)$ 表示 t 时刻期限为 τ 的国债即期收益率。参数 β_{1t} 、 β_{2t} 、 β_{3t} 分别是水平、斜率和曲度的参数,分别刻画了利率曲线长期、短期和中期特征。 λ 反映了指数的衰减速度及模型敏感性, λ 的值越小衰减越慢。为了比较神经网络模型和 DL 模型预测能力的差异,基于相同的利率期限结构数据,将通过 DL 模型得到的利率预测值记为 \hat{Y}^{DL} , 预测误差记为 $err^{DL} = Y - \hat{Y}^{DL}$ 。

表 2 汇报了神经网络模型拟合的利率期限结构误差 err^{nax} 以及基于 DL 模型得到的利率期限结构误差 err^{DL} 的描述性统计情况。

表 2 国债即期利率期限结构预测误差的描述性统计 (%)

	NARX 神经网络误差 err^{nax}				DL 模型误差 err^{DL}			
	均值	标准差	最小值	最大值	均值	标准差	最小值	最大值
3m	-0.005	0.146	-0.480	0.719	-1.081	0.364	-2.587	1.260
6m	-0.016	0.126	-0.432	0.443	-1.050	0.364	-2.531	0.344
9m	-0.001	0.136	-0.362	0.586	-1.040	0.368	-2.704	0.060
1y	-0.010	0.110	-0.559	0.469	-1.024	0.336	-2.166	-0.238
3y	-0.005	0.088	-0.335	0.382	-0.816	0.226	-1.520	-0.147
5y	0.015	0.085	-0.219	0.605	-0.673	0.166	-1.260	-0.187
7y	-0.003	0.074	-0.380	0.264	-0.487	0.131	-0.882	-0.109
10y	0.008	0.067	-0.239	0.232	-0.435	0.111	-0.789	-0.070
15y	-0.004	0.062	-0.256	0.301	-0.114	0.110	-0.404	0.310
20y	-0.019	0.067	-0.348	0.284	0.153	0.092	-0.126	0.403
30y	-0.001	0.067	-0.178	0.411	0.303	0.107	-0.029	0.588
50y	-0.018	0.073	-0.398	0.345	0.570	0.130	0.239	0.978

由表 2 的误差描述可见,NARX 神经网络的拟合结果平均误差不超过 2BP,误差的均值更小而且标准差也更小,显著好于 DL 模型。神经网络能够很好地描述利率曲线运动过程中的非线性机制,对模型的假设和约束更少,因而拟合和预测效果更好,充分地反映了我国利率曲线的内在运动机制。

(二) 国债的理论价格及国债定价的有效性分析

已知关键期限的利率,通过 Hermite 插值可以得到非关键期限的利率构造平滑的利率曲线,将国债的未来现金流按照利率曲线贴现,可以计算国债的理论价格。我国国债的计息方式是单利计息,国债理论价格 P_t^* 和应计利息 AI_t 的计算方法如表 3 所示。

将国债的交易价格(全价)记为 $P = (p_{i,t})_{N \times T}$, 根据表 3 的公式利用 t 时刻的利率期限结构的实际值计算得到债券的理论价格 $P^* = (p_{i,t}^*)_{N \times T}$, 利用 NARX 网络拟合的利率期限结构计算得到国债理论价格的预测值 $P^{**} = (p_{i,t}^{**})_{N \times T}$, 其中 N 表示样本中国债的数量、 T 表示时间长度。记根据预测利率期限结构计算得到全样本的国债理论价格 $P^{**} = (P_{i,t}^{**})_{n \times T}$ 相对于基于实际期限结构计算得到的国债理论价格 $P^* = (P_{i,t}^*)_{N \times T}$ 的误差 $err^{**} = P^{**} - P^*$, err^{**} 反向衡量了 NARX 神经网络的拟合效果, err^{**} 的统计直方图见图 3。

表 3

国债理论价格及应计利息

国债品种	理论价格 P_t^*	应计利息 AI_t
付息	$\sum_{i=1}^{int(\frac{D_m-t}{ACT} \times f)} \frac{c/f \times P}{\left(1 + y_t \left(\frac{D_i - t}{ACT}\right)\right)^{(D_i-t)/ACT}} + \frac{P}{\left(1 + y_t \left(\frac{D_m - t}{ACT}\right)\right)^{(D_m-t)/ACT}}$	$c \times P \times \frac{t - \max(D^i D^i < t)}{ACT/f}$
贴现	$\frac{P}{\left(1 + y_t \left(\frac{D_m - t}{ACT}\right)\right)^{(D_m-t)/ACT}}$	$\left(P - \frac{P}{(1+c)^{(D_m-D_v)/ACT}}\right) \times \frac{t - D_v}{ACT}$
到期一次还本付息	$\frac{P \times (1+c)}{\left(1 + y_t \left(\frac{D_m - t}{ACT}\right)\right)^{(D_m-t)/ACT}}$	$c \times P \times \frac{t - D_v}{ACT}$

注: D_m 为国债的到期日, D_v 为国债的起息日, D^i 为付息国债从 t 时刻开始未来第 i 个付息日, D^{-1} 为付息债券距离 t 日最近的上一次付息日, D^1 为付息债券距离 t 日最近的下一次付息日, t 为计算日, c 为票面利率(%), P 为国债的票面价值 100 元, ACT 为一年的计息天数,按 365 天计算,闰年 2 月 29 日不计息, f 为每年付息次数, $y_t(\tau)$ 为 t 时刻期限为 τ 的国债即期利率。

图 3 可见,由于 NARX 神经网络拟合利率期限结构的精度较高,基于预测期限结构计算的国债价格与基于实际期限结构计算的国债价格的差异较小,误差均值为 -0.0125,标准差为 0.6988,预测的国债期限结构精确度较高,可以认为 $P_{i,t+1}^{**} \approx P_{i,t+1}^*$ 。

国债交易价格相对于理论价格的偏离程度反向衡量了国债的定价效率。本文将国债市场定价有效程度分为有效定价市场、弱有效定价市场和无效定价市场。有效定价市场是一种比较理想的市场状态,在有效市场条件下,市场无摩擦,不存在交易成本,投资者对国债利率期限结构具有充分的信息和投资能力,投资者能够对利率的变动迅速做出反应。当国债的交易价格与其理论价值不存在显著差异时,国债交易价格的变动充分反映了利率期限结构的变动信息,此时市场有效。弱有效定价市场中,投资者投资能力有限,对利率期限结构及由其决定的债券理论价格仅具有部分信息,能够对利率期限结构的变动进行方向性判断,并能够根据期限结构的变动调整交易策略。直观表现为国债交易价格偏离其理论价格,随着理论价格变动而变动,理论价格的变动对交易价格具有显著的解释和预测能力。无效定价市场是一种无秩序市场,投资者不具备投资能力,无法掌握国债期限结构的信息,也无法对利率期限结构的变动进行判断,盲目地进行交易,表现为国债的交易价格长期、大幅偏离其理论价值,并且国债交易价格的变动与理论价格无关。

对国债定价有效程度分析的关键在于检验以下两个假设是否成立。

假设 1: 国债的交易价格与其理论价值不存在显著差异。

假设 2: 国债的交易价格偏离其理论价格,国债理论价格的变动对其交易价格的变动具有显著的解释和预测能力。

如果假设 1 成立,市场达到完全有效定价状态。若假设 1 不成立但放松的假设 2 成立,市场达到弱有效状态。如果两个假设均不成立,市场无效。

记国债的交易价格和理论价格之差为 $err^* = P - P^*$, err^* 反向衡量国债的定价效率, err^* 的统计直方图见图 4。

由图 4 可见,我国国债市场不满足有效市场条件,国债的交易价格与理论价格存在较大差异, err^* 的均值是 -0.6905,误差绝对值的均值是 2.7518,最小值是 -50.89,最大值是 43.9768,标准差是 5.4523, t 统计量为 -45.8653,结算交易价格显著偏离理论价格,拒绝假设 1,我国国债市场不满足有效市场条件,不同债券的定价效率也存在较大的差异。从国债个券定价情况来看,同一时间发行在交易所和银行间两个不同市场具有相同票面利率、相同期限和相同付息安排的国债的交易价格也存在较大的差异。

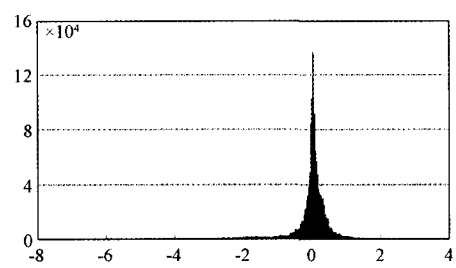


图 3 预测理论价格偏离理论价格的误差直方图

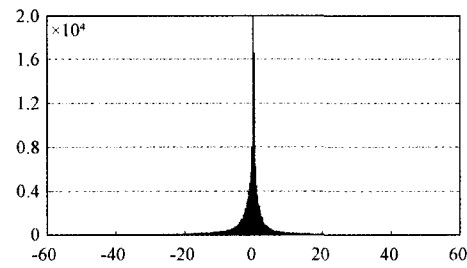


图 4 国债交易价格偏离理论价格的误差直方图

五、国债理论价格及交易价格的实证分析

在弱有效市场条件下,投资者依据对利率期限结构信息的判断进行交易,由利率期限结构决定的国债理论价格对国债交易价格具有解释和预测作用。本文建立动态面板数据模型进行回归分析,检验弱有效市场条件是否成立。

(一) 国债交易价格对国债理论价格的回归分析

通过建立以国债交易价格及其变动为自变量的回归模型分析国债交易价格与国债理论价格的关系。

$$p_t = a_0 + \sum_{j=1}^q a_j p_{t-j} + \sum_{i=0}^n b_i p_{t-i}^* \tag{14}$$

$$\Delta p_t = c_0 + \sum_{j=1}^q c_j \Delta p_{t-j} + \sum_{i=0}^m d_i \Delta p_{t-i}^* \tag{15}$$

式(14)和式(15)针对假设 2 进行检验,式(14)分析国债理论价格 p 对国债交易价格 p^* 的解释能力,式(15)分析国债理论价格的变动对交易价格变动的解释和预测能力,本文采用 OLS、差分 GMM 和系统 GMM 方法估计,回归结果见表 4。

表 4 国债交易价格对理论价格的回归分析

	OLS			差分 GMM		系统 GMM	
	p	Δp	Δp	p	Δp	p	Δp
$L. \Delta p$		-0.097 *** (0.023)	-0.122 *** (0.025)		-0.131 *** (0.004)		-0.142 *** (0.001)
$L2. \Delta p$					-0.038 *** (0.002)		-0.049 *** (0.001)
Δp^*		0.308 *** (0.014)	0.307 *** (0.014)		0.047 *** (0.005)		0.043 *** (0.002)
$L. \Delta p^*$			0.062 *** (0.009)		0.063 *** (0.003)		0.061 *** (0.002)
$L. p$	0.945 *** (0.004)			0.484 *** (0.177)		0.624 *** (0.008)	
$L2. p$				0.081 (0.259)		0.004 (0.009)	
p^*	0.020 *** (0.002)			0.083 *** (0.031)		0.093 *** (0.003)	
Constant	3.550 *** (0.314)	0.012 *** (0.000)	0.011 *** (0.000)	35.783 ** (15.397)	0.016 *** (0.001)	28.381 *** (0.977)	0.016 *** (0.001)
Observations	130459	129295	128878	128140	126994	129295	128140
sargan test(p)				0.198	1	1	1
AR(2) test(p)				0.074	0.305	0.059	0.146
R-squared	0.928	0.133	0.137				
Number of id	1163	1154	1154	1145	1145	1154	1145

注:括号内报告的是异方差稳健标准误,***表示 $p < 0.01$, **表示 $p < 0.05$, *表示 $p < 0.1$ 。下同。

OLS 回归、系统 GMM 和差分 GMM 的回归结果表明国债的交易价格及其变动受到理论价格及其变动的影 响,回归系数显著为正。这说明投资者具有有限信息,虽然不能完全掌握利率期限结构的信息,但是能够根据对利率走势的判断进行交易,使得国债交易价格的变动对利率期限结构的变动做出反应,假设 2 成立,我国国债市场弱有效。

(二) 国债交易价格对国债理论价格预测值的回归分析

在弱有效市场条件下国债的交易价格偏离其理论价格,理论价格对交易价格具有解释和预测作用,因此通过预测理论价格的变动方向可以判断交易价格的变动方向。 t 时刻,根据观测到的国债利率期限结构利用 NARX 神经网络可以预测 $t+1$ 时刻的利率期限结构,根据当期实际利率期限结构计算得到 $p_{i,t}$, 根据预测的 $t+1$ 期的利率期限结构计算得到的国债理论价格记为 $p_{i,t+1}^{**}$, 由于 $p_{i,t+1}^{**} \approx p_{i,t+1}^*$, 下一期国债理论价格的变动 $\Delta p_{i,t+1}^* = p_{i,t+1}^* - p_{i,t}^*$ 可以近似用 $t+1$ 期预测理论价格相对于 t 期理论价格的变动 $\Delta pf_{i,t+1} = p_{i,t+1}^{**} - p_{i,t}^*$ 代替,即 $\Delta p_{i,t+1}^* \approx \Delta pf_{i,t+1}$ 。为了检验根据预测的利率期限结构得到的理论价格的预测值是否同样对交易价格具有解释和预测能力,本文提出假设 3。

假设 3: 预测的理论价格相对于当期理论价格的变动 $\Delta pf_{i,t+1}$ 和国债交易价格的变动 $\Delta p_{i,t+1}$ 具有正相关关系, $\Delta pf_{i,t+1}$ 能够解释和预测 $\Delta p_{i,t+1}$ 。

建立如下动态面板数据模型检验假说 3:

$$p_t = a_0 + \sum_{j=1}^q a_j p_{t-j} + \sum_{i=0}^n b_i p_{t-i}^{**} \quad (16)$$

$$\Delta p_t = c_0 + \sum_{j=1}^q c_j \Delta p_{t-j} + \sum_{i=0}^m d_i \Delta pf_{t-i} \quad (17)$$

其中 P_t 表示 t 时刻国债的交易价格, ΔP_t 是交易价格的一阶差分,即国债当期交易价格相对于上一期交易价格的变动。 P_t^{**} 是 t 时刻基于 NARX 神经网络得到的预测利率期限结构的国债价格,即理论价格的预测值,采用 OLS、差分 GMM 和系统 GMM 估计式(16)和式(17),估计结果见表 5。

表 5 国债交易价格对基于预测利率期限结构计算的理论价格的回归结果

	OLS			差分 GMM		系统 GMM	
	p	Δp	Δp	p	Δp	p	Δp
$L. \Delta p$		-0.101 *** (0.023)	-0.091 *** (0.029)		-0.128 *** (0.004)		-0.141 *** (0.001)
$L2. \Delta p$					-0.034 *** (0.003)		-0.048 *** (0.001)
Δpf		0.493 *** (0.015)	0.497 *** (0.014)		0.055 *** (0.005)		0.052 *** (0.002)
$L. \Delta pf$			-0.026 * (0.016)		0.075 *** (0.003)		0.068 *** (0.001)
$L. p$	0.945 *** (0.004)			0.484 *** (0.186)		0.636 *** (0.013)	
$L2. p$				0.080 (0.262)		0.012 (0.015)	
p^{**}	0.020 *** (0.002)			0.085 *** (0.032)		0.088 *** (0.003)	
Constant	3.566 *** (0.316)	0.023 *** (0.000)	0.022 *** (0.001)	35.726 ** (15.340)	0.019 *** (0.001)	26.805 *** (1.409)	0.019 *** (0.001)
AR(2) test(p)				0.861	0.298	0.150	0.121
sargan test(p)				1	1	1	1
R-squared	0.928	0.191	0.192				
Observations	130155	129411	128994	128256	127110	129411	128256
Number of id	1160	1154	1154	1145	1145	1154	1145

表5的回归结果表明国债交易价格 P 对基于NARX神经网络得到的国债理论价格预测值 P^{**} 的回归结果显著为正,并且国债交易价格的变动 ΔP 对预测国债理论价格相对于当期理论价格的变动 Δpf 的回归结果显著为正,说明基于预测的利率期限结构得到的国债理论价格的预测值对国债交易价格同样具有解释和预测能力。

(三) 稳健性检验

如果国债理论价格与交易价格之间存在正相关关系并且理论价格对交易价格具有解释和预测能力,那么依据国债理论价格变动构建的投资组合的收益应该随理论价格一阶差分值的增加而逐渐增加。作为稳健性检验,本文通过检验国债投资组合收益随其理论价格的变动是否符合上述规律检验理论价格对交易价格的解释和预测能力。投资组合的构造方式如下:首先,在每个时刻 t ($t = 1, \dots, T$) 已知当期和上一期的利率期限结构,计算两个时刻国债的理论价格,得到 t 时刻国债理论价格的变动序列 $\Delta p_{i,t}^* = p_{i,t}^* - p_{i,t-1}^*$ 。然后,取 $\Delta p_{i,t}^*$ 序列的 $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_j, \dots, \delta_m$ 分位数,其中 $\delta_1 > \delta_2 \dots > \delta_m$, 构建如下 $m+1$ 个国债投资组合 $C_{1,t}, \dots, C_{m+1,t}$:

$$C_{j,t} = \begin{cases} \{i: \Delta p_{i,t}^* > \Delta p_{t,\delta_j}^*\} & j = 1 \\ \{i: \Delta p_{i,t}^* < \Delta p_{t,\delta_j}^* < \Delta p_{t,\delta_{j-1}}^*\} & j = 2, \dots, m \\ \{i: \Delta p_{i,t}^* < \Delta p_{t,\delta_m}^*\} & j = m + 1 \end{cases} \quad (18)$$

其中 $C_{j,t}$ 表示在 t 时刻按照 ΔP_t 第 j 个分位数 $\Delta p_{t,\delta_j}^*$ 构建的国债投资组合,投资组合的收益率为组合内国债收益率等权平均值, $r_{C_{j,t}} = \sum_{i=1}^{N_{C_{j,t}}} \Delta p_{i,t} / p_{i,t-1}$, $i \in C_{j,t}$, $N_{C_{j,t}} = \text{card} C_{j,t}$ 表示组合中债券的数量。然后再对国债组合收益率序列求平均值 $C_j = 1/T \sum_{t=1}^T C_{j,t}$ 。本文采用两种方法构建投资组合,第一种方法取 $m=2$ 得到3个投资组合, $\delta_1 = 70\%$, $\delta_2 = 30\%$; 第二种方法取 $m=3$, 得到4个投资组合 $\delta_1 = 75\%$, $\delta_2 = 50\%$, $\delta_3 = 25\%$ 。根据 $\Delta p_{i,t}^*$ 的分位数分组得到的组合收益率变化规律反映了 $\Delta p_{i,t}^*$ 对国债交易价格的解释能力,图5和图6报告了两种分组方式下投资组合的回报。

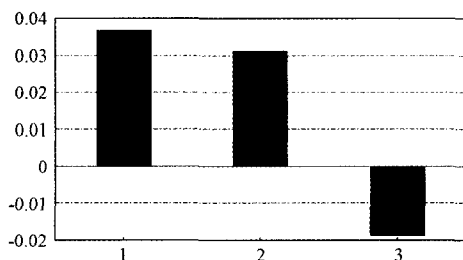


图5 $\Delta p_{i,t}^*$ 70%和30%分位数划分组合
平均年化收益率

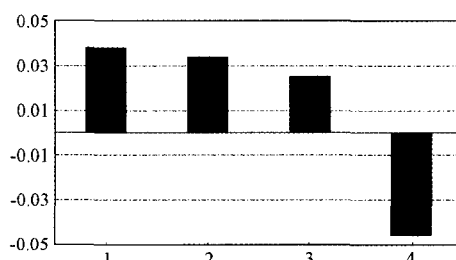


图6 $\Delta p_{i,t}^*$ 75%、50%和25%分位数划分组合
平均年化收益率

由图5和图6可见,国债组合的收益率与国债理论价格的变动正相关,随着理论价格变动 $\Delta p_{i,t}^*$ 增加,组合的收益率逐步增加,说明国债理论价格的变动能够解释其交易价格的变动,假设2成立,我国国债市场定价弱有效。

进一步的,作为稳健性检验,本文通过考察依据 ΔPf 的分位数建立的投资组合的回报是否随着分位数值值的增加而逐渐增加来验证 ΔPf 对国债交易价格 P 的解释和预测能力,从而验证假设3是否成立。参照前述的稳健性检验方法,在每一时刻 t 根据 ΔPf_{t+1} 的70%和30%分位数将样本空间划分为三个组合,分别记为组合1、组合2和组合3,计算在整个样本时间范围内每个组合的回报率的平均值。同时,根据 ΔPf_{t+1} 的75%、50%、25%分位数将样本空间划分为四个组

合,分别记为组合1、组合2、组合3和组合4,计算整个样本时间范围内每个国债组合的回报率平均值。

计算结果反映出国债组合的收益率与 ΔPf_{t+1} 的分位数之间存在正相关关系, ΔPf_{t+1} 对国债交易价格具有一定的解释能力, ΔPf_{t+1} 越大、资产组合未来的回报率也越大,随着 ΔPf_{t+1} 减小、组合的回报率降低,处在 ΔPf_{t+1} 最小百分位的组合的回报率最低,验证了假说。因此,通过预测国债利率期限结构的变动预判未来国债价格的变动趋势,选择预计具有较大上涨幅度或下跌幅度的国债进行交易,利用国债交易价格随其理论价格而变动的关系可以取得稳定的投资收益,为主动国债组合管理提供依据。

六、主动国债投资组合管理策略

前述分析表明我国国债市场达到弱有效状态,国债理论价格的变动能够解释和预测其交易价格的变动,基于预测的利率期限结构得到的国债理论价格的预测值对国债的交易价格同样具有解释和预测能力。本部分从国债交易的角度,根据弱有效状态下国债理论价格的变动对其交易价格变动的影响,提出国债投资组合的主动管理策略。

(一) 国债投资组合交易策略

结合我国市场的实际情况,在弱有效定价市场条件下,投资者信息不完备,根据有限信息和投资能力对利率期限结构的变动进行方向性判断,以此为根据进行国债交易。本文假设:①投资者可以通过买断式回购的逆回购方式做空国债;②所有交易都能够按照国债交易的收盘价(净价)成交,按照全价结算,不考虑冲击成本;③每时期末,根据下一期资产组合配置的权重对本期所持债券组合进行调整。利用对期限结构走势的判断预测国债价格的变动方向,做多预期未来价格上涨幅度较大的国债,做空预期未来价格下跌幅度较大的国债,该交易策略能够防止国债的交易价格长期、大幅偏离其理论价格,使国债的交易价格随着国债理论价格的变动而变动。具体步骤如下:

1. 每个时刻 t ,利用NARX神经网络预测 $t+1$ 时刻的国债利率期限结构,据此计算出 $t+1$ 时刻所有国债的理论价格 $P_{i,t+1}^{**}$ 。

2. 根据 t 时刻的国债利率期限结构的实际值计算当期所有国债的理论价格 $P_{i,t}^*$,根据预测利率期限结构计算 $\Delta Pf_{i,t+1} = P_{i,t+1}^{**} - P_{i,t}^*$,预测未来国债交易价格的变动。

3. 构造一个零投入、自融资的国债投资组合,将 ΔPf_{t+1} 的 δ_1 分位数和 δ_2 分位数分别记为 $\Delta pf_{t+1,\delta_1}$ 和 $\Delta pf_{t+1,\delta_2}$, $\delta_1 \geq \delta_2$ 。做多股票组合 $\{i: \Delta Pf_{i,t+1} > \Delta pf_{t+1,\delta_1}\}$,记观测值中大于 δ_1 分位数 $\Delta pf_{t+1,\delta_1}$ 的债券数量 $N_{L,t} = \#\{i: \Delta pf_{i,t+1} > \Delta pf_{t+1,\delta_1}\}$,每只债券在组合配置中的权重为 $1/N_{L,t}$,则多头组合的收益率为 $R_t^L = \frac{1}{N_{L,t}} \sum_{i=1}^{N_{L,t}} \Delta P_{i,t} / P_{i,t-1}$ 。同时做空股票组合 $\{j: \Delta Pf_{j,t+1} < \Delta pf_{t+1,\delta_2}\}$,记观测值中小于 δ_2 分位数 $\Delta pf_{t+1,\delta_2}$ 的债券数量 $N_{S,t} = \#\{j: \Delta pf_{j,t+1} < \Delta pf_{t+1,\delta_2}\}$,每只债券在组合配置中的权重为 $-1/N_{S,t}$,空头组合的收益率为 $R_t^S = -\frac{1}{N_{S,t}} \sum_{j=1}^{N_{S,t}} \Delta P_{j,t} / P_{j,t-1}$ 。本文分别取 $\delta_1 = 90\%$, $\delta_2 = 10\%$; $\delta_1 = 80\%$, $\delta_2 = 20\%$; $\delta_1 = 70\%$, $\delta_2 = 30\%$ 构建三个投资组合,投资组合在 $t+1$ 时刻全部平仓,并且在 $t+1$ 时刻重新进行债券组合的配置。不考虑债券投资组合交易成本条件下的组合平均收益为 $\frac{1}{T}(R_t^L - R_t^S)$,投资组合表现见表6。

表 6 无交易成本条件下国债多空对冲投资组合表现

国债组合	组合收益均值	标准差	P 值	信息比率	最大回撤
90% ~ 10% 组合	31.32%	2.62%	0.00	11.94	-0.04%
80% ~ 20% 组合	15.99%	1.44%	0.00	11.12	-0.26%
70% ~ 30% 组合	10.89%	0.98%	0.00	11.16	-0.20%

由表 6 可见,三个多空对冲组合都能获得显著为正的收益,随着组合中债券数量的增加、组合的平均收益有所降低。信息比率表示单位风险下的收益,最大回撤表明组合在整个样本区间内组合净值最大的下跌幅度,上述指标说明投资的风险总体可控,体现了预测利率期限结构的价值,即 $\Delta Pf_{i,t+1}$ 对 $\Delta P_{i,t+1}$ 有一定的预测作用,可以作为国债组合主动管理的依据。在不考虑交易成本条件下,根据预测的利率期限结构进行投资可以获得显著为正的收益。

考虑投资组合交易成本,假设存在成交金额比例为 c 的双边征收交易成本,记 t 时刻债券 i 在组合中的比例为 $h_{i,t}$ ($i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T$), 每一时刻 t 均满足债券多头头寸权重 $\sum_{i=1}^{N_{L,t}} h_{i,t}^L = 1$, $N_{L,t}$ 表示多头债券的数量,每只债券在组合中的权重为 $1/N_{L,t}$ 。债券空头头寸权重 $\sum_{i=1}^{N_{S,t}} h_{i,t}^S = -1$, $N_{S,t}$ 表示空头债券的数量,每只债券在组合中的权重为 $-1/N_{S,t}$ 。 t 时刻的债券投资组合的换手率 $To_t = \sum_{i=1}^N |h_{i,t} - h_{i,t-1}|$, 则 t 时刻的交易成本为 $C_t = c \times To_t$, 初始时刻 $t=1$ 时 $To_t = \sum_{i=1}^N |h_{i,t}|$ 。假设 $c = 1\%$, 考虑交易成本条件下投资组合的收益率 $R_t = \frac{1}{T}(R_t^L - R_t^S) - C_t$, 投资组合表现及换手情况见表 7。

表 7 1%交易成本条件下国债多空对冲投资组合表现

国债组合	组合收益均值	标准差	P 值	信息比率	最大回撤	平均换手率	交易成本
90% ~ 10% 组合	18.71%	2.64%	0.00	7.10	0.58%	242.41%	12.61%
80% ~ 20% 组合	6.70%	1.50%	0.00	4.48	0.53%	178.59%	9.29%
70% ~ 30% 组合	4.25%	1.04%	0.00	4.09	0.44%	127.68%	6.64%

由表 7 可见,在考虑国债交易成本的情况下,收益率和信息比率有所降低,组合的换手率较高,组合调整比较频繁。较高的换手率增加了组合管理的难度,同时交易成本侵蚀了组合的收益,但投资组合仍然能够获得显著为正的收益,说明本文的投资策略具有较强的可行性。本文的交易策略利用国债理论价格的变动对交易价格的指示作用进行交易,纠正交易价格的定价偏误,有利于提高国债市场的定价效率。

进一步的,本文放弃关于国债可以做空的假设,在不考虑做空国债的情况下,进行国债单边多头交易,交易策略的步骤 1 和步骤 2 同上,步骤 3:假设初始投入为 1 元,将 $\Delta Pf_{i,t+1}$ 的 δ_1 分位数记为 $\Delta pf_{i+1,\delta_1}$, 做多股票组合 $\{i: \Delta Pf_{i,t+1} > \Delta pf_{i+1,\delta_1}\}$, 记观测值中大于 δ_1 分位数 $\Delta pf_{i+1,\delta_1}$ 的债券数量 $N_{i,t} = \#\{i: \Delta Pf_{i,t+1} > \Delta pf_{i+1,\delta_1}\}$, 每只债券在组合配置中的权重为 $1/N_{i,t}$, 分别取 $\delta_1 = 90\%、80\%、70\%$, 国债组合收益率的计算方法同上。结果表明,单边做多国债组合可以获得超额收益,说明本文提出的交易策略具有较好的稳健性,能够为国债组合主动管理提供有益的借鉴。

(二) 国债投资组合策略的信息时间价值

将国债理论价格变动的预测值 Δpf 看作一种交易信息,而从投资实践角度来看信息具有时效性特征,信息出现的频率不同,其价值体现的时期也存在一定的差别,本文将其价值的有效期称为信息时间尺度(information horizon),并从策略收益的变化情况分析国债理论价格变动的预测值 Δpf 的信息时间尺度。 t 时刻根据预测的理论价格和当期的理论价格得到国债理论价格变动的预测值 Δpf_t , 第一种情况,得到这个交易信息后立刻建仓,但延长持有期,推迟平仓时间。随着持有期延

长,考察随着持有期延长国债投资组合收益情况的变化。第二种情况, t 时刻得到信息,但推迟建仓时间,在 $t+q$ 时刻建仓, $q=1,2,\dots,Q$,考察随着建仓期的滞后国债投资组合收益情况的变化。图7和图8分别反映了延期持有组合和滞后建仓的组合收益及风险变化情况。

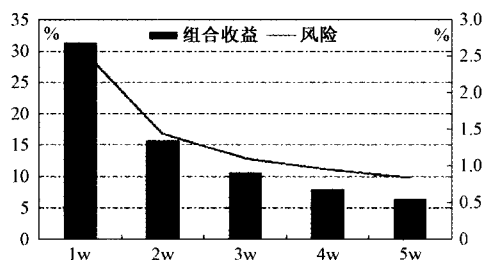


图7 延迟持有期组合收益及风险变化情况

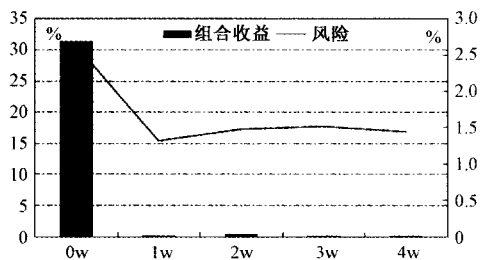


图8 滞后建仓组合收益及风险变化情况

图7表明随着持有期的延长,组合的平均收益和风险都逐渐降低,交易信息出现后立刻建仓并延长持有期仍然可以获得一定的组合收益,但是在持有期间利率的变动使得过去的信息价值逐渐降低。证明本文的策略较为稳健。值得注意的是,图8表明滞后建仓会导致组合几乎丧失全部收益,投资者必须迅速对其做出反应,调整债券的投资组合,依据滞后的利率期限结构交易信息建仓将无法获得收益。

七、结论

本文基于我国国债市场的交易数据和中央国债登记结算公司公布的利率期限结构数据,利用NARX神经网络模型拟合和预测我国利率期限结构,通过样本分组和正则化两种方式控制过拟合问题,各期限拟合值相对于实际值平均误差绝对值不超过2BP,拟合效果显著优于目前被认为拟合效果最好的DL模型。

基于预测的利率期限结构,本文利用Hermite插值方法构造了平滑的利率曲线,并计算了国债理论价格及其预测值。国债交易价格和理论价格之差反映了国债市场的定价效率,基于我国国债市场交易数据的实证研究发现,国债理论价格和交易价格存在显著差异,国债市场定价效率不足,但是国债的理论价格对交易价格具有显著的预测作用,说明投资者能够根据对利率期限结构的预期进行投资,使国债的交易价格随其理论价格的变动而调整,市场处于弱有效状态。同时,本文还发现利用预测利率期限结构得到的国债理论价格变动的预测值对国债交易价格的变动也具有显著预测作用。基于此,在弱有效定价市场条件下,本文提出了主动国债投资组合管理策略。根据国债理论价格变动的预测值的分位数构建多空对冲组合和多头国债投资组合能够获得显著的收益,并且风险可控,策略具有较强的可行性和稳健性,能够为主动国债投资组合管理提供参考,有利于提高国债的定价效率,发挥国债市场的货币政策传导作用。

参考文献

- [1] Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure[J]. Journal of Financial Economics, 1977, 5(2): 177-188.
- [2] Cox J, Ingersoll J, Ross S. A theory of the term structure of interest rates[J]. Econometrica, 1985, 53(2): 385-407.
- [3] Longstaff F, Schwartz E. Interest rate volatility and the term structure: a two-factor model[J]. Journal of Finance, 1992(52): 1259-1282.
- [4] Duffie D, Kan R. A yield factor model of interest rates[J]. Mathematical Finance, 1996, 6(4): 379-406.
- [5] 文忠桥. 国债定价的理论与实证分析[J]. 南开经济研究, 2004(5): 85-90.
- [6] Ho T, Lee S. Term structure movements and pricing interest rate contingent claims[J]. Journal of Finance, 1986(41): 1011-1029.

- [7] Hull J, White A. Pricing interest rate derivative securities[J]. Review of Financial Studies, 1990, 3(4): 573 - 592.
- [8] Heath D, Jarrow R, Morton A. Bond pricing and the term structure of interest rates: a new methodology for contingent claims valuation [J]. Econometrica, 1992, 60(1): 77 - 105.
- [9] Nelson C, Siegel A. Parsimonious modeling of yield curve[J]. Journal of Business, 1987, 60(4): 473 - 489.
- [10] Svensson L. Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden NBER working paper, 1994, No. 4871.
- [11] Björk T, Christensen B J. Interest rate dynamics and consistent forward rate curves[J]. Mathematical Finance, 1999, 9(4): 323 - 348.
- [12] Diebold F, Li C. Forecasting the term structure of government bond yields[J]. Journal of Econometrics, 2006, 130(2): 337 - 364.
- [13] Duffee G. Term premia and interest rate forecast in affine models[J]. Journal of Finance, 2002, 57(1): 405 - 443.
- [14] 周荣喜,等. 基于不同核函数的非参数与参数利率模型的国债定价[J]. 数理统计与管理, 2011(1): 136 - 143.
- [15] 赵晶,张洋,丁志国. 利率期限结构特征的拟合与预测[J]. 统计研究, 2015(2): 83 - 89.
- [16] Yang Gao, Meng Joo Er. NARMAX time series model prediction: feedforward and recurrent fuzzy neural network approaches[J]. Fuzzy Sets and System, 2005, 150(2): 331 - 350.
- [17] 李哲敏,等. 基于动态混沌神经网络的预测研究——以马铃薯时间序列价格为例[J]. 系统工程理论与实践, 2015(8): 2083 - 2091.
- [18] Hornik K. Approximation capabilities of multilayer feedforward networks[J]. Neural Networks, 1991, 4(2): 251 - 257.
- [19] 郭涛,宋德勇. 中国利率期限结构的货币政策含义[J]. 经济研究, 2008(3): 39 - 47.
- [20] 康书隆,王志强. 中国国债利率期限结构的风险特征及其内含信息研究[J]. 世界经济, 2010(7): 121 - 143.

作者简介

闫红蕾,女,2016年毕业于南开大学金融学院,获金融学博士学位,现为北京大学光华管理学院与嘉实基金联合培养博士后。研究方向为人工智能在资产定价领域的理论与应用。

张自力,男,1995年毕业于美国奥斯汀德州大学物理系(University of Texas at Austin, Department of Physics),获理论物理学博士学位,现为嘉实基金人工智能投研中心博士后导师及基金经理。研究方向为人工智能在资产定价领域的理论与应用。

(责任编辑:郭明英)