第32卷第2期
2015年2月

统计研究
Statistical Research

Vol. 32, No. 2
Feb. 2015

利率期限结构特征的拟合与预测*

赵晶　张洋　丁志国

内容提要:本文从经典利率期限结构模型和数量利率期限结构模型中选取了三因子Vasicek模型、三因子CIR模型、多项式样条模型、指数样条模型、DL模型和动态SV模型等6个应用广泛且具有代表性的利率期限结构模型,分别基于2008年7月至2014年3月中国和美国市场的月度国债收益率数据进行拟合与预测,并采用均方误差(RMSE)和平均绝对误差(MAE)对实证效果进行判别。结果表明,DL模型在针对中国市场和美国市场数据的拟合与预测方面能力均十分突出且效果稳定,指数样条模型次之,而其他模型则在利率期限结构特征的刻画效果方面存在更强的数据依赖与能力不足问题。本文的结论能够为实证研究利率期限结构特征的模型选取提供科学依据和数据支持。

关键词:利率期限结构;拟合与预测;国债收益率;模型比较

中图分类号:F222.3　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1002-4565(2015)02-0083-07

The Fitting and Forecasting of the Term Structure of Interest Rates: Comparison among Different Models Based on China and America Treasury Yields

Zhao Jing　Zhang Yang　Ding Zhiguo

Abstract: This paper selects six common and representative models from the classical and quantitative models of the term structure of interest rates, including three-factor Vasicek model, three-factor CIR model, polynomial spline model, exponential spline model, DL model and dynamic SV model, then makes a fitting and forecasting based on the China and America monthly treasury yields from July 2008 to March 2014, and compares the empirical capacity using the mean square error and mean absolute error. The results show that, DL model's fitting ability and prediction ability are both prominent and stable no matter for the China market or America market, and the exponential spline model follows, other models show stronger data-dependent and greater lack of capacity problems. The **conclusion** can provide scientific basis and data support for model selecting when do the research of the term structure of interest rates.

Key words: Term Structure of Interest Rates; Fitting and Forecasting; Treasury Yields; Model Comparison

一、引言

利率期限结构,作为人们判断经济形势与金融决策的重要依据,已经成为理论界和实务界的热点研究问题之一,尤其是近些年研究利率期限结构特征的模型更是层出不穷。但是,由于大多数模型方法在拟合与预测利率期限结构的特征方面普遍存在明显的数据依赖问题,导致基于不同模型选择和数据选取进行实证研究所得出的结论具有显著差异。因此,依照科学严谨的判别方法,比较哪种模型能够在针对不同样本数据的拟合与预测时效果稳定,进而更好地刻画利率期限结构的特征变得十分重要。

近些年关于利率期限结构问题的研究,主要集中在通过设定模型定量刻画国债利率期限结构的特征,并且根据模型设定是否基于经济理论可以分为经典利率期限结构模型和数量利率期限结构模型。经典利率期限结构模型又称为理论经济模型,其设定是以传统经济理论为基础,主要包含一般均衡模型和无套利模型,前者主要以流动性偏好理论为基

* 本文获2014年教育部人文社会科学规划青年项目(14YJC631165)、2010年国家自然科学基金项目(71073067)和东北师范大学自然科学青年基金项目(14QNJJ036)资助。

础，后者主要以预期理论为基础。一般均衡模型往往依靠历史信息进行参数设定，再根据市场均衡条件求出利率变动轨迹，模型中相关经济变量为输入变量，利率特征为输出变量。Merton（1973）[1]认为利率具有较为显著的随机波动特征，通过释放Black-Scholes 期权定价模型中利率为常数的假设给出了最早的一般均衡模型，但其对于利率特征的设定并不完善，不仅无法刻画利率所具有的均值回归特征，也无法满足利率的非负性。Vasicek（1977）[2]提出短期利率会以一定速率向其长期均值靠拢，并首先将利率均值回复特性引入利率期限结构模型，但其对包括波动率在内的所有参数均设置为常数，未能考虑利率水平对于波动率的影响，也难以避免利率出现负值的情形。Cox、Ingersoll 和 Ross（1985）[3]针对 Vasicek 模型进行了改进，设定利率瞬时波动率正比于其平方根，从而保证了利率变动的非负性，同时指出虽然多因子模型更为复杂，但其适用性高于单因子模型，并可避免不同到期期限债券利率完全相关问题，建立了包含短期利率和长期利率的两因子均衡模型。无套利模型采用基于即期信息的时变参数，将利率水平作为输入变量，基于无套利约束对利率期限结构进行刻画，并且将风险市场价格作为内生变量隐含于当前利率期限结构中，使得无套利模型对于利率期限结构的拟合往往优于一般均衡模型。Ho 和 Lee 于 1986 年最早提出了无套利模型，认为当前的利率期限结构包含了人们对利率预测的充分信息，在无套利假设条件下利率期限结构的变化可以被预测，其实是在一定程度上对Merton 模型的扩展，通过对漂移率时变特性的良好设定增强了模型对当前时刻利率期限结构的刻画能力。Hull 和 White（1990）[4]则扩展了 Vasicek 模型，针对 Ho-Lee 模型中短期利率动态变化不具备均值回复特征进行了改进。仿射模型的出现使得经典利率期限结构模型发展趋于成熟。Duffie 和 Kan（1996）[5]开创性地提出了仿射利率期限结构模型，又称为完全仿射模型，在无套利假设下将不同期限债券收益率设定为状态变量的仿射函数，可被看作是多因子马尔科夫参数的 HJM 模型，而多因子Vasicek 模型、CIR 模型等则可看作是完全仿射模型的特例。仿射模型的优势来自于在无套利假设下拥有封闭解。Bikbov 和 Chernov（2010）[6]在状态变量中同时引入可观测的宏观经济变量和不可观测变量，建立了无套利宏观金融模型，指出宏观经济变量对于利率期限结构有较好的解释能力。Jakas（2012）[7]利用可观测的宏观经济变量作为状态变量，分别基于满足 Vasicek 过程和 CIR 过程的仿射模型对利率期限结构进行估计，并取得了良好的实证效果。

与经典利率期限结构模型通常以经济理论为基础不同，数量利率期限结构模型直接利用观测数据对国债利率期限结构进行拟合与预测，极大地拓宽了利率期限结构模型的适用范围。当前应用较多且反响较好的数量利率期限结构模型包括样条类模型和 NS 类模型。样条函数是一种分段拟合技术，魏尔斯特拉斯逼近定理指出对于给定区间上的任何连续函数均可以由一个多项式集合任意逼近，为样条函数构建提供了重要理论基础。McCulloch（1975）[8]最早提出了三次多项式样条模型对利率期限结构进行分段拟合，在该方法下贴现因子具有发散特征，使得估计出的利率期限结构可能存在剧烈波动现象，但总体效果优于二次多项式样条模型。对于样条模型而言，样条数目越小，待估参数越少，曲线平滑性越好，但对于异常价格的冲击反应越强烈，拟合误差也会较高；而当样条数目较大时，虽然拟合效果变好，但待估参数增加，曲线平滑度变差，因此，对于样条数目的选择需要进行权衡和比较，受到普遍认可的是三次样条函数。Vasicek 和 Fong（1982）[9]认为多项式样条函数会导致远期利率剧烈波动，而采用指数函数可有效避免这一现象，能够得到一条连续且光滑的远期收益率曲线，并开创性地建立了指数样条模型。NS 类模型不同于样条模型，能够直接对整段利率期限结构进行拟合，待估参数相对较少。Nelson 和 Siegel（1987）[10]首先提出利用参数化拟合技术对利率期限结构进行估计，并建立了含有三因子的参数模型，分别刻画利率的短、中、长期特征，不但结构简单灵活且拟合效果也较好，为利率期限结构研究开拓了新思路。Svensson（1994）[11]在 NS 模型基础上增加了一项描述中期特征的因子，使得模型对于利率期限结构的拟合更为灵活，能够刻画利率期限结构的 U 型、倒 U 型、驼峰型、倒驼峰型等特征。Diebold 和 Li（2006）[12]将 NS 模型中的三个因子分别定义为水平因子、斜率因子和曲度因子，描述了利率期限结构的水平、斜率和曲度特征，并通过在不同时点运用最小二乘法获取

各因子,增强了对利率期限结构动态特征的刻画。

显然,现有文献更加注重模型的"纵向"研究,关注某种或某类利率期限结构模型的实证效果,较少关注模型的数据依赖问题。本文则更为注重不同类别模型的"横向"比较研究,同时选用了具有显著差异的中国和美国市场国债收益率数据样本,考察不同模型的适用性和数据依赖问题。因此,本文首先从经典利率期限结构模型和数量利率期限结构模型中选取应用广泛且具代表性的 6 个模型,基于中国和美国市场国债收益率数据样本分别进行拟合与预测,并借鉴丁志国等(2014)[13] 采用均方误差(RMSE)和平均绝对误差(MAE)指标对拟合与预测的实证效果进行比较,进而考察不同的利率期限结构模型的适用性,科学判别哪种模型能够更好地刻画利率期限结构的特征,为实证研究利率期限结构特征的模型选取提供科学依据和数据支持。

二、数据选取与统计描述

基于实证结论的可比较且数据可获得原则,本文选取了 2008 年 7 月至 2014 年 3 月中国和美国市场相同区间和相同频率的月度国债收益率数据样本,每月收益率数据由月初值衡量,数据频率分别为到期期限 0.5、1、2、3、5、7、10、20、30 年数据样本。数据来源于 Wind 数据库。

由中国和美国国债收益率描述性统计可以看出,中国和美国市场的国债收益率呈现的特征不尽相同:①两国国债市场收益率的均值都随着到期期限的延长而增加,但中国短期国债收益率明显高于美国,但长期国债收益率趋于一致。②中国国债市场短期国债收益率波动较剧烈,长期国债收益率波动较平稳,而美国短期国债收益率波动较平稳,长期国债收益率波动较剧烈。③两国国债市场收益率的自相关系数表明,就短期来看,两国国债收益率的持续性较强,而中国市场的短期国债和美国市场的长期国债尤为明显;但就中长期来看,两国国债收益率持续性较弱,中国国债市场收益率在相关程度和相关属性方面没有稳定的趋势特征,而美国国债市场收益率则主要呈现负相关属性,且相关程度呈现逐渐减小趋势。

三、模型选取与描述

本文从经典利率期限结构模型和数量利率期限结构模型中选取了应用广泛且具有较强代表性的 6 个模型,具体包括三因子 Vasicek 模型、三因子 CIR 模型、多项式样条模型、指数样条模型、DL 模型和动态 SV 模型。下面简要介绍选取的模型。

(一)三因子 Vasicek 模型

根据 Piazzesi 和 Schneider(2010)[14] 的研究,短期利率是状态变量的线性函数,可以表示为:

$$r_t = \gamma_o + \gamma'_1 X_t \tag{1}$$

其中,r_t 为 t 时刻的短期利率,γ_0 为一个标量常数项,γ'_1 为一个 1×3 的向量系数,用来刻画短期利率对于独立状态变量的冲击如何反应,X_t 为一个 3×1 的向量。

根据 Duffie 和 Kan(1996)[5],风险中性测度下到期期限为 τ 的面值为 1 的零息国债的价格与状态变量有以下关系:

$$P_t(\tau) = \exp(-A(\tau) - B(\tau)'X_t) \tag{2}$$

其中,$A(\tau)$ 为一个标量常数项,$B(\tau)'$ 为一个 1×3 的向量系数,$A(0)=0$,$B(0)=0$,并且对于短期利率有 $A(1)=\gamma_0$,$B(1)'=\gamma'_1$。由此可得国债到期收益率为:

$$y_t(\tau) = \frac{1}{\tau}(A(\tau) + B(\tau)'X_t) \tag{3}$$

同时还满足:

$$y_t(1) = -\ln E[m_{t+1}] \tag{4}$$

其中,m_{t+1} 为随机折现因子。

采用 Vasicek(1977)[2] 和 Piazzesi(2010)[14] 对于状态变量变动过程的设定,结合 Backus 等(2001)[15] 对于随机折现因子的设定,可以得到:

$$X_{t+1} = X_t + k(\overline{X} - X_t) + \sigma\varepsilon_{t+1} \tag{5}$$

$$-\ln[m_{t+1}] = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\lambda_i^2 + r_t + \lambda'\varepsilon_{t+1} \tag{6}$$

其中,X_{t+1}、$\overline{X}$ 和 ε_{t+1} 均为 3×1 的向量,ε_{t+1} 是均值为 0、方差为 1 的白噪声过程,k 和 σ 均为 3×3 的对角矩阵,且 σ 的对角元素为各个状态变量的标准差,λ' 为 1×3 的向量,刻画各个状态变量的风险溢价。

参考 Jakas(2012)[7] 的推导过程最终可以得到:

$$A(\tau+1) = A(1) + A(\tau) + B(\tau)'k\overline{X} + \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{3}\lambda_i^2 - (\lambda' + B(\tau)')\sigma)^2\right) \tag{7}$$

$$B(\tau+1)' = (B(1)' + B(\tau)'(1-k)) \tag{8}$$

(二)三因子 CIR 模型

采用 Cox、Ingersoll 和 Ross(1985)[3] 以及 Piazzesi

(2010)[14]对于状态变量变动过程的设定,结合 Jakas (2012)[7]对于随机折现因子的设定,可以得到:

$$X_{t+1} = X_t + k(\overline{X} - X_t) + \sigma\sqrt{X_t}\varepsilon_{t+1} \quad (9)$$

$$-\ln[m_{t+1}] = r_i + \left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\lambda_i^2\right)X_t + \lambda'\sqrt{X_t}\varepsilon_{t+1} \quad (10)$$

参考 Jakas (2012)[7]的推导过程最终可以得到:

$$A(\tau+1) = A(1) + A(\tau) + B(\tau)'k\overline{X} \quad (11)$$

$$B(\tau+1)' = B(1)' + B(\tau)'(1-k) + \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{3}\lambda_i^2 - (\lambda' + B(\tau)'\sigma)^2\right) \quad (12)$$

(三)多项式样条模型

McCulloch(1975)[8]指出,样条模型中样条个数应近似等于样本中债券数目的平方根,而样条节点的确定则应尽量使得各样条中债券数目相等或相近。结合本文所选样本数据区间与频率,本文选择二阶段三次多项式样条模型,相应区间为[0,5、5,30]。到期期限为 τ 的面值为 1 的零息国债贴现因子表示如下:

$$D_{it}(\tau) = \begin{cases} D_{1t}(\tau) = a_1 + b_1\tau + c_1\tau^2 + d_1\tau^3 \\ \quad \tau \in [0,5] \\ D_{2t}(\tau) = a_2 + b_2\tau + c_2\tau^2 + d_2\tau^3 \\ \quad \tau \in [5,30] \end{cases} \quad (13)$$

同时满足约束:

$$D_{1t}^{(j)}(5) = D_{2t}^{(f)}(5), \quad j = 0,1,2 \quad (14)$$

经整理可得:

$$D_{it}(\tau) = \begin{cases} D_{1t}(\tau) = 1 + b_1\tau + c_1\tau^2 + d_1\tau^3 \\ \quad \tau \in [0,5] \\ D_{2t}(\tau) = D_{1t}(\tau) - (d_1 - d_2)(\tau - 5)^3 \\ \quad \tau \in [5,30] \end{cases} \quad (15)$$

到期期限为 τ 的面值为 1 的零息国债收益率同贴现因子具有以下关系:

$$y_{it}(\tau) = -(1/\tau)\ln[D_{it}(\tau)] \quad (16)$$

其中,$i=1,2$,$D_{it}(\tau)$ 为 t 时刻由第 i 个公式计算的到期期限为 τ 的贴现因子,$D_{it}^{(j)}(\tau_i)$ 表示在第 i 个到期期限节点处 $D_{it}(\tau)$ 的 j 阶导数,$y_{it}(\tau)$ 为对应于相应贴现因子的到期期限为 τ 的面值为 1 的零息国债收益率,(b_1, c_1, d_1, d_2) 为待估参数。

(四)指数样条模型

指数样条模型同多项式样条模型的主要区别在于样条函数的构建采用了如下指数形式:

$$D_{it}(\tau) = \begin{cases} D_{1t}(\tau) = a_1 + b_1e^{-1t\tau} + c_1e^{-2u\tau} + d_1e^{-3u\tau} \\ \quad \tau \in [0,5] \\ D_{2t}(\tau) = a_2 + b_2e^{-u\tau} + c_2e^{-2u\tau} + d_2e^{-3u\tau} \\ \quad \tau \in [5,30] \end{cases} \quad (17)$$

同时满足方程(14),经整理可得:

$$D_{it}(\tau) = \begin{cases} D_{1t}(\tau) = 1 + b_1e^{-u\tau} + c_1e^{-2u\tau} + d_1e^{-3u\tau} \\ \quad \tau \in [0,5] \\ D_{2t}(\tau) = D_{1t}(\tau) - (d_1 - d_2)(e^{-u\tau} - e^{-5u})^3 \\ \quad \tau \in [5,30] \end{cases} \quad (18)$$

其中,新增参数 u 具有明确的经济含义,代表起息日为未来无限远时的瞬时远期利率。

(五)DL 模型

$$r_1(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t}e^{-\lambda_t\tau} + \beta_{3t}\lambda_t\tau e^{-\lambda_t\tau} \quad (19)$$

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t}\left(\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t\tau}\right) + \beta_{3t}\left(\frac{1-e^{-\lambda_t\tau}}{\lambda_t\tau} - e^{-\lambda_t\tau}\right) \quad (20)$$

其中,β_{1t}、β_{2t}、β_{3t} 和 λ_t 是参数,τ 为到期期限,$r_t(\tau)$ 表示 t 时刻到期期限为 τ 的瞬时近期利率,$y_t(\tau)$ 表示 t 时刻到期期限为 T 的国债收益率。*DL* 模型同 *NS* 模型形式基本一致,一定程度上可以看作是动态 *NS* 模型,但增强了对收益率时序特征的描述。同时,还对模型中 λ_t 外多个参数进行了全新的阐释:β_{1t} 的因子载荷为 1,是一个常数,极值不变,主要刻画收益率的长期特征,被定义为水平因子;β_{2t} 的因子载荷为 $(1-e^{-\lambda_t\tau})/\lambda_t\tau$,由 1 开始,迅速单调递减为 0,主要刻画收益率的短期特征,被定义为斜率因子;β_{3t} 的因子载荷为 $((1-e^{-\lambda_t\tau})/\lambda_t\tau - e^{-\lambda_t\tau})$,由 0 开始(因此不是短期特征),经过一段增长后又逐步衰减为 0(因此不是长期特征),主要刻画收益率的中期特征,被定义为曲度因子;λ_t 则主要控制指数衰减速率,其值越小,衰减越慢,模型越适宜拟合较长到期期限收益率,反之,其值越大,衰减越快,模型越适宜拟合较短到期期限收益率,同时,λ_t 还控制着曲度因子的载荷何时达到最大值(Diebold 和 Li,2006)[12]。

(六)动态 SV 模型

$$r_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t}e^{-\lambda_{1t}\tau} + \beta_{3t}\lambda_{1t}\tau e^{-\lambda_{1t}\tau} + \beta_{4t}\lambda_{2t}\tau e^{-\lambda_{2t}\tau} \quad (21)$$

$$y_t(\tau)=\beta_{1t}+\beta_{2t}\left(\frac{1-e^{-\lambda_{1t}\tau}}{\lambda_{1t}\tau}\right)+\beta_{3t}\left(\frac{1-e^{-\lambda_{1t}\tau}}{\lambda_{1t}\tau}-e^{-\lambda_{1t}\tau}\right)+\beta_{4t}\left(\frac{1-e^{-\lambda_{2t}\tau}}{\lambda_{2t}\tau}-e^{-\lambda_{2t}\tau}\right) \quad (22)$$

同 DL 模型相比,动态 SV 模型通过添加第 4 项从而增强了模型的灵活性以及估计能力,新增项的因子载荷同原本的曲度因子载荷相似,主要区别在于拥有不同的指数衰减速率,一定程度上可以看作是拥有两个曲度因子的 DL 模型,增强了对更为复杂的利率期限结构的拟合与预测能力。

四、实证结果分析

本文的数据处理均采用 R3.0.3 软件。其中三因子仿射模型估计方法主要利用最小二乘估计和极大似然估计,状态变量的选取主要参考 Bikbov 和 Chernov(2010)[6]以及 Jakas(2012)[7]的相关文献,因为中国缺少月度失业率数据,而生产者价格指数仅有季调前数据,美国仅有季调后数据,因此两个指标不予采用。最终,本文选取了中国和美国市场 2008 年 7 月至 2014 年 3 月的消费者价格指数(CPI)、消费者信心指数(CCI)和货币供应量环比增长率(M2)月度数据作为三因子仿射模型的状态变量。

样条模型多在债券价格和现金流已知情形下用于对付息债券收益率的拟合。为了更加科学地比较不同模型的拟合与预测效果,本文模型均建立在实际利率期限结构已知情形下对于零息国债收益率的拟合与预测。因此,在保留样条模型基本形式的基础上,本文对样条模型参数设计进行了一定修正。具体修正为:一是在参数中增加了时间下标,从而增强了模型的动态性特征;二是原样条模型中以最小化估计债券价格和实际债券价格残差平方和为目标对模型参数进行估计,本文则以最小化估计债券到期收益率和实际债券到期收益率残差平方和为目标对参数进行估计。估计方法和具体选值参考何启志等(2008)[16],选取广义最小二乘估计,且对于指数样条模型进行估计时起息日为未来无限远时的瞬时远期利率(u)视为给定($u=0.03$)。

DL 模型和动态 SV 模型的参数估计主要参考了 Svensson(1994)[11]以及 Diebold 和 Li(2006)[12],并使用了 Guirreri(2013)程序包,即对于每一截面数据,首先针对每一到期期限确定使得曲度因子载荷达到最大值的指数衰减率,其中 DL 模型为 λ_t,动态 SV 模型为 λ_{1t}和 λ_{2t},之后利用最小二乘法对其他参数进行估计,最后对各个指数衰减率下拟合结果的残差平方和进行比较,选择最小的残差平方和所对应的一组参数作为最终结果。

表 1 分别给出了基于均方误差(RMSE)和平均绝对误差(MAE)作为判别指标的各模型的拟合结果。

显然,人们不仅关心模型的拟合能力,同样关注模型的预测能力。因此,本文分别基于上述 6 种利率期限结构模型进行预测研究。为了考察模型是否存在数据依赖问题,本文分别选择中国和美国市场 2008 年 7 月至 2013 年 12 月国债收益率数据作为样本内数据,2014 年 1 月至 2014 年 3 月国债收益率数据作为样本外数据。预测过程主要参考 Diebold 和 Li(2006)[12],*AR*(1)模型可以看作是用于先验决定的基础准则,首先针对各模型参数进行 *AR*(1)预测,随后针对各模型求取预测结果。为了保证预测过程的严谨性和科学性,本文在 Diebold 和 Li(2006)[12]的基础上增加了对各模型参数的 *VAR*(1)和 *ARIMA* 预测,其中仿射模型通过对状态变量进行预测从而对国债收益率进行预测。最后,采用均方误差和平均绝对误差指标对各模型的预测效果进行比较。表 2 给出了各模型预测结果。

观察三因子 Vasicek 模型和三因子 CIR 模型拟合与预测结果可以发现:针对中美两国市场国债收益率数据,两模型拟合效果水平相当但均较差(三因子 Vasicek 模型 RMSE 为 0.6393 和 0.6545,MAE

表 1　各模型拟合结果

模型		三因子 Vasicek	三因子 CIR	多项式样条			指数样条	DL	动态 SV
到期期限		0.5~30	0.5~30	0.5~10	20	30	0.5~30	0.5~30	0.5~30
中国	RMSE	0.6393	0.6129	0.2573	3.0779	0.4181	0.2068	0.0492	0.0322
	MAE	0.5079	0.4702	0.1097	1.8096	0.3183	0.1043	0.0383	0.0245
美国	RMSE	0.6545	0.6257	0.5227	—	0.7943	0.3805	0.0498	0.0337
	MAE	0.4971	0.4816	0.2050	—	0.6892	0.1922	0.0379	0.0262

注:"—"代表出现无理数。

表 2　　各模型预测结果

模型			三因子 Vasicek	三因子 CIR	多项式样条			指数样条	DL	动态 SV
到期期限			0.5～30	0.5～30	0.5～10	20	30	0.5～30	0.5～30	0.5～30
AR(1)	中国	RMSE	1.0635	1.0546	0.4356	1.1684	0.9909	0.3414	0.7579	0.4937
		MAE	1.0063	1.0083	0.3432	1.1276	0.9864	0.2561	0.7374	0.3918
	美国	RMSE	0.2473	0.1747	0.5433	—	0.3693	0.3800	0.1360	1.4709
		MAE	0.1823	0.1563	0.2807	—	0.2938	0.2601	0.1045	1.3317
VAR(1)	中国	RMSE	1.0619	1.0533	0.5277	1.8279	0.3646	0.4769	0.3984	0.8495
		MAE	1.0044	1.0068	0.4323	1.8201	0.3579	0.3828	0.2656	0.7073
	美国	RMSE	0.2371	0.1685	0.4907	—	1.0125	0.2512	0.1392	2.1033
		MAE	0.1789	0.1548	0.2858	—	0.9925	0.2137	0.1063	1.6562
ARIMA	中国	RMSE	1.0628	1.0545	0.5116	2.6534	4.2563	0.4292	0.4009	1.0759
		MAE	1.0047	1.0074	0.4019	2.6173	4.0490	0.3195	0.3273	0.9559
	美国	RMSE	0.2386	0.1694	0.3632	2.5960	5.4963	0.3813	0.1663	2.9376
		MAE	0.1777	0.1534	0.2662	1.9228	5.4753	0.2373	0.1175	2.6676

注:"—"代表出现无理数。

为 0.5079 和 0.4971,三因子 CIR 模型 RMSE 为 0.6129 和 0.6257,MAE 为 0.4702 和 0.4816),说明两模型对于两个市场的国债收益率拟合不存在明显的数据依赖特征,但能力较弱;与之相对两模型预测效果差别明显(针对中国数据两模型 RMSE 位于[1.0533,1.0635],MAE 位于[1.0044,1.0083],针对美国数据两模型 RMSE 位于[0.1685,0.2473],MAE 位于[0.1534,0.1823]),说明两模型对于两个市场的国债收益率预测存在明显的数据依赖特征。

观察多项式样条模型和指数样条模型拟合与预测结果可以发现:针对中美两国市场国债收益率数据,多项式样条模型拟合与预测效果差别明显且均较差(就到期期限为 0.5～10 年的国债收益率,从拟合结果来看针对两国数据 RMSE 为 0.2573 和 0.5227,MAE 为 0.1097 和 0.2050,从预测结果来看针对两国数据 RMSE 位于[0.4356,0.5277]和[0.3632,0.5433],MAE 位于[0.3432,0.4323]和[0.2662,0.2858],而就到期期限为 20 年和 30 年的国债收益率拟合与预测结果来看,针对两国数据均出现了极度发散甚至无理数的情形),说明多项式样条模型对于两个市场的国债收益率拟合与预测存在明显的数据依赖特征且能力较弱;相比之下针对中美两国市场国债收益率数据指数样条模型拟合与预测效果差别较小且均较好(就拟合结果来看针对两国数据 RMSE 为 0.2068 和 0.3805,MAE 为 0.1043 和 0.1922,就预测结果来看针对两国数据 RMSE 位于[0.3414,0.4769]和[0.2512,0.3813],MAE 位于[0.2561,0.3828]和[0.2137,0.2601]),说明指数样条模型对于两个市场的国债收益率拟合与预测存在较弱的数据依赖特征且能力较强。

观察 DL 模型和动态 SV 模型拟合与预测结果可以发现:针对中美两国市场国债收益率数据的 DL 模型和动态 SV 模型拟合效果基本一致且很好(DL 模型的 RMSE 为 0.0492 和 0.0498,MAE 为 0.0383 和 0.0379,动态 SV 模型的 RMSE 为 0.0322 和 0.0337,MAE 为 0.0245 和 0.0262),说明 DL 模型和动态 SV 模型对于两个市场的国债收益率拟合不存在数据依赖特征且能力很强;而针对中美两国市场国债收益率数据 DL 模型预测效果差别较小且较好(针对中国数据 RMSE 位于[0.3984,0.7579],MAE 位于[0.2656,0.7374],针对美国数据 RMSE 位于[0.1360,0.1663],MAE 位于[0.1045,0.1175]),说明 DL 模型对于两个市场的国债收益率预测能力较强但存在一定的数据依赖特征;相比之下针对中美两国市场国债收益率数据的动态 SV 模型预测效果差别明显且很差(针对中国数据 RMSE 位于[0.4937,1.0759],MAE 位于[0.3918,0.9559],针对美国数据 RMSE 位于[1.4709,2.9376],MAE 位于[1.3317,2.6676]),说明动态 SV 模型对于两个市场的国债收益率预测存在很强的数据依赖特征且能力很差。

基于 6 种利率期限结构模型针对中美两国市场国债收益率数据的拟合与预测效果的横向比较发现:在拟合效果方面,DL 模型和动态 SV 模型拟合效果最为稳定,基本不存在数据依赖问题,且拟合效果十分理想,指数样条模型仅次于 DL 模型和动态 SV 模型,因此适用于对国债收益率数据的拟合;而在预测效果方面,综合考虑模型数据依赖特征以及

预测能力,DL模型的表现均最为突出,指数样条模型其次,这两种模型是进行国债收益率预测的最佳选择。而其他模型在国债收益率数据拟合与预测方面则存在数据依赖特征过强以及拟合与预测能力有限等问题,因此在模型的选取过程中必须慎重。

五、基本结论

本文在针对利率期限结构模型发展演进过程进行梳理的基础上,选取了经典利率期限结构模型和数量利率期限结构模型中的6个应用较广且较具代表性的利率期限结构模型,具体包括:三因子Vasicek模型、三因子CIR模型、多项式样条模型、指数样条模型、DL模型和动态SV模型,并采用具有显著差异的中国和美国国债市场的收益率数据进行拟合与预测,并利用均方误差(RMSE)和平均绝对误差(MAE)指标对拟合与预测效果进行比较,进而判别哪种模型能够更好地刻画利率期限结构的特征。

研究结果表明:就拟合效果而言,三因子Vasicek模型、三因子CIR模型、DL模型和动态SV模型基本不存在数据依赖特征,其中DL模型和动态SV模型拟合能力极强,三因子Vasicek模型和三因子CIR模型拟合能力较弱,相比之下指数样条模型具有较弱的数据依赖特征,拟合能力较强,而多项式样条模型具有严重的数据依赖特征且拟合能力较弱;就预测效果而言,各模型或多或少均存在一定的数据依赖特征,其中三因子Vasicek模型、三因子CIR模型、多项式样条模型和动态SV模型数据依赖特征十分明显,而指数样条模型和DL模型数据依赖特征相对较弱,且预测能力较强。

总体看来,不同的利率期限结构模型在数据依赖特征及自身的拟合与预测能力方面不尽相同,在进行利率期限结构特征研究过程中有必要根据研究目的与数据使用情况慎重地选择:在拟合效果方面,DL模型和动态SV模型最为突出,指数样条模型其次;而在预测效果方面DL模型最为突出,指数样条模型次之。因此,在利率期限结构实证研究的模型选择方面,DL模型最优,能够更好地刻画利率期限结构的特征,指数样条模型次之,而其他模型在刻画利率期限结构的特征方面则存在较强的数据依赖与能力不足问题。

参考文献

[1] Merton R C. Theory of rational option pricing [J]. Bell Journal of Economics and Management Science, 1973(4): 141-183.

[2] Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure [J]. Journal of Financial Economics, 1977(5): 177-188.

[3] Cox J C, Ingersoll JE, Ross SA. A theory of the term structure of interest rates [J]. Econometrica, 1985(53): 385-407.

[4] Hull J, White A. Pricing interest-rate-derivative securities [J]. Review of Financial Studies, 1990(3): 573-592.

[5] Duffie D, Kan R. A yield-factor model of interest rates [J]. Mathematical Finance, 1996(6): 379-406.

[6] Bikbov R, Chernov M. No-arbitrage macroeconomic determinants of the yield curve [J]. Journal of Econometrics, 2010(159): 166-182.

[7] Jakas V. Discrete Affine Term Structure Models Applied to German and Greek Government Bonds [J]. AESTIMATIO, The IEB International Journal of Finance, 2012(5): 58-87.

[8] McCulloch J H. The tax adjusted yield curve [J]. Journal of Finance, 1975(30): 811-830.

[9] Vasicek O A, Fong H G. Term structure modeling using exponential splines [J]. The Journal of Finance, 1982(37): 339-348.

[10] Nelson C R, Siegel A F. Parsimonious modeling of yield curve [J]. Journal of Business, 1987(60): 473-489.

[11] Svensson L E O. Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994 [R]. Working Paper, National Bureau of Economic Research, 1994.

[12] Diebold F X, Li C. Forecasting the term structure of government bond yields [J]. Journal of Econometrics, 2006(130): 337-364.

[13] 丁志国,徐德财,陈浪南.利率期限结构的动态机制由实证检验到理论猜想[J].管理世界,2014(5):36-51.

[14] Piazzesi M, Schneider M. Interest rate risk in credit markets [J]. American Economic Review, 2010(100): 579-584.

[15] Backus D, Foresi S, Mozumdar A, et al. Predictable changes in yields and forward rates [J]. Journal of Financial Economics, 2001(59): 281-311.

[16] 何启志,何建敏,陈珊珊.利率期限结构指数样条模型实证研究[J].管理科学,2008(1):100-107.

作者简介

赵晶,女,1984年生,吉林长春人,2012年毕业于吉林大学商学院,获金融学博士学位,现为东北师范大学商学院讲师。研究方向为金融市场。

张洋,男,1986年生,河南南阳人,现为吉林大学商学院在读博士。研究方向为金融市场。

丁志国,男,1968年生,吉林延吉人,2004年毕业于吉林大学商学院,获数量经济学博士学位,现为吉林大学数量经济研究中心金融学教授,博士生导师。研究方向为金融市场。

(责任编辑:方　原)