

基于实现极差和实现波动率的中国 金融市场风险测度研究

邵锡栋 殷炼乾

(西安交通大学金禾经济研究中心, 陕西西安市 710049)

摘 要:目前比较流行的金融市场风险价值研究一般采用日收益数据,并基于 GARCH 类模型进行估计和预测。本文利用沪深股指日内高频数据,分别通过 ARFIMA 模型和 CARR 模型对实现波动率和较新的实现极差建模,计算风险价值。通过对 VaR 的似然比和动态分位数等回测检验,实证分析了各种模型的 VaR 预测能力。结果显示,使用日内高频数据的实现波动率和实现极差模型的预测能力强于采用日数据的各种 GARCH 类模型。

关键词: VaR; 实现极差; 实现波动率

JEL 分类号: C22; C52; C53 **文献标识码:** A **文章编号:** 1002-7246(2008)06-0109-13

一、引 言

金融市场中极端价格的出现是少见的,但一旦发生,却是非常致命的。1987 年美国华尔街的股灾以及其他较大的金融危机如长期资本管理公司的倒闭引起了大量金融机构和学者的注意,也得到了监管层的重视。无论是金融机构对金融资产的风险管理还是监管机构对金融资产的风险监管,都是目前金融市场风险的核心内容。因此,如何衡量金融资产的风险价值,具有极其重要的理论和实际意义。

风险价值模型(Value at Risk),简称 VaR 模型,自 20 世纪 90 年代被引入到风险管理中,已经成为金融机构和监管当局所广泛采用的风险度量和管理工具。VaR 概念主要衡量的是在发生价格不利波动情况下,资产可能遭受的潜在损失。目前对于 VaR 的研究主要集中在基于 GARCH 框架的波动率模型下,对资产收益率的误差项进行各种分布设定,进而计算和预测 VaR。如目前实践中广泛使用的 RiskMetrics 模型就是一种特殊的

收稿日期:2008-03-01

作者简介:邵锡栋(1980-),男,西安交通大学金禾经济研究中心博士生。

殷炼乾(1983-),男,西安交通大学金禾经济研究中心博士生。

本文获得国家 985 工程二期重点项目(07200701)资助,作者感谢匿名评审人的宝贵意见,当然文中错误由作者负责。

IGARCH(1,1)模型,而对资产误差分布的假定也从最初的标准正态分布发展到学生分布、广义极值分布(GED)等。

但是以往计算金融资产的波动率主要都是依赖资产日收益率,这必然会损失日内的市场信息。目前,金融市场上各种资产的日内高频交易数据变得越来越容易获得,因此如何使用这些高频数据来更精确的度量金融资产波动率,成为理论界的当务之急。最近发展而且流行起来的基于高频数据的非参方法有 Andersen 和 Bollerslev (1998), Alizadeh, Brandt 和 Deibold (2002)等人提出的实现波动率。实现波动率是通过把一个样本区间内的收益率的平方加总得到的,在给定弱正则条件下,当抽样频率趋向无穷大时实现波动率依概率收敛于二次方差。

除了实现波动率外,极差作为另一种波动率的估计方法被证明是更有效的。Parkinson (1980)奠定了极差估计量的理论基础:在理想状况下使用最高价和最低价构造的极差估计量,在尺规调整后不仅是日波动率的不偏估计量,而且比传统的使用收盘价构造的估计量有效 5 倍以上。鉴于这样的发现,一方面 Chou (2005)使用极差构造的条件极差自回归模型(CARR)预测资产价格的未来波动率,在实证研究上证实了 CARR 模型对波动率的预测能力优于传统的 GARCH 模型;另一方面, Martens 和 Dijk (2007)指出,使用高频数据构造的实现极差也比实现波动率更有效。

目前国内对实现波动率有一定研究,但是仅集中在和 GARCH 模型的比较上。徐正国,张世英(2004)使用上证综指的高低频数据对调整实现波动率和 GARCH 模型的优劣进行了评定,并发现实现波动率要明显优于只使用低频数据的 GARCH 模型。魏宇,余怒涛(2007)使用上证综指的高频数据对各类波动率模型进行实证分析,结果显示使用高频数据的实现波动率要比传统的低频数据模型好。国内对极差的研究则非常少,唐勇,张世英(2006)首次给出了实现极差的深圳成指实证分析,发现加权实现极差很好地处理了日内波动的日历效应,是一种很好的日内波动测量指标。周杰,刘三阳和邵锡栋(2007)对极差进行调整,扩展了 CARR 模型,实证结果显示对上证综指的预测能力优于 GARCH 模型。上述这些对实现波动率和实现极差的研究对深入探讨我国股市的波动特征奠定了坚实的基础。

但是上述研究并没有将实现波动率和实现极差应用到 VaR 模型预测中来,基于高频数据的实现波动率和实现极差模型的 VaR 预测能力是否比传统基于日收益数据的 GARCH 类模型好呢?基于高频数据的实现极差已经在国外被证明比实现波动率高效,但是基于实现极差模型的 VaR 预测能力是否一定比实现波动率强呢?目前还没有研究回答这些问题。

基于以上认识,本文分别利用 ARFIMA 模型和 CARR 模型,对由中国沪深两市指数高频数据得到的实现波动率和实现极差建模,首次在预测波动特征的基础上预测单项资产和资产组合的风险价值 VaR,并同基于日收益数据的多种 GARCH 类模型的 VaR 预测能力进行比较,得出了一些有意义的结论。

本文的结构安排如下:第二部分全面探讨了实现极差和实现波动率的理论基础,并给出了实际使用中避免市场微噪声的调整方法,分别使用上海和深圳指数的高频数据样本

得到实现极差和实现波动率;第三部分通过 ARFIMA 模型对实现波动率建模,以及通过 CARR 模型对实现极差进行建模,得到计算 VaR 需要的一步预测值;第四部分为上述模型的 VaR 计算,同时计算了基于日收益数据的各种 GARCH 类模型的 VaR,并通过 Kupiec (1995) 的似然比检验和 Engle 等 (2004) 的动态分位数检验对各种模型的预测能力进行实证比较;第五部分是本文的主要结论。

二、实现极差和实现波动率

(一) 实现极差和实现波动率的理论效率

为了便于表示,我们将第 t 日的交易时间平均划分为 I 个区间,每个区间的长度为 Δ 。这样,我们将观察到的第 t 日第 i 个区间的最后一个交易价格称为 $P_{t,i}$,该区间最高价格为 $H_{t,i}$,最低价格为 $L_{t,i}$, $i=1,2,\dots,I$ 。则第 t 日的收盘价为 $P_{t,I}$,最高价为 $H_t = \max_{1 \leq i \leq I} H_{t,i}$,最低价为 $L_t = \min_{1 \leq i \leq I} L_{t,i}$ 。第 t 日的收益率为 $r_t = \ln P_{t,I} - \ln P_{t-1,I}$ 。

定义 1^①实现波动率为金融资产日内收益率的平方和,即

$$RV_t = \sum_{i=1}^I r_{t,i}^2 \quad (1)$$

其中, $r_{t,i}^2$ 为日内各区间收益率 $r_{t,i}$ ($i=1,2,\dots,I$) 的平方序列, $r_{t,i} = \ln P_{t,i} - \ln P_{t,i-1}$ 。

定义 2^②实现极差为

$$RR_t = \frac{1}{4 \ln 2} \sum_{i=1}^I (\ln H_{t,i} - \ln L_{t,i})^2 \quad (2)$$

其中 $H_{t,i}$ 和 $L_{t,i}$ 分别为第 i 个区间的最高价格和最低价格。

【定理】^③若证券价格 P_t 服从几何布朗运动:

$$dP_t = \mu P_t dt + \sigma P_t dB_t,$$

则实现波动率 RV_t 和实现极差 RR_t 均是第 t 日方差 σ^2 的一致估计,且实现波动率 RV_t 的方差为 $2\sigma^4 \Delta^2$,实现极差 RR_t 的方差为 $0.407\sigma^4 \Delta^2$ 。其中, Δ 为日内区间长度。

【证明】由伊藤定理可知,若证券价格 $\{P_t, t \geq 0\}$ 服从几何布朗运动,则其对数价格 $\{\ln P_t, t \geq 0\}$ 服从参数为 $\mu^* = \mu - \sigma^2/2$ 和 σ 的正态分布。因此 $(\ln P_{t,i} - \ln P_{t,i-1})$ 服从以下分布:

$$(\ln P_{t,i} - \ln P_{t,i-1}) \sim N\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta, \sigma^2 \Delta\right],$$

如果 μ^* 等于 0,那么容易看出第 i 个区间的方差 $\sigma^2 \Delta$ 的不偏估计量为在此区间收益率的平方 $r_{t,i}^2 = (\ln P_{t,i} - \ln P_{t,i-1})^2$,而且此估计量的方差为

$$\begin{aligned} \text{Var}(r_{t,i}^2) &= E(r_{t,i}^4) - E^2(r_{t,i}^2) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\Delta}} \int r_{t,i}^4 \exp\left(-\frac{r_{t,i}^2}{2\sigma^2\Delta}\right) dr_{t,i} - \sigma^4 \Delta^2 \end{aligned}$$

① 根据 Andersen 等 (1998)。

② 根据 Parkinson (1980)。

③ 根据 Parkinson (1980)。

$$= 3\sigma^4\Delta^2 - \sigma^4\Delta^2 = 2\sigma^4\Delta^2$$

根据 Parkinson (1980), 对于极差估计量

$$rr_{t,i}^2 = \frac{(\ln H_{t,i} - \ln L_{t,i})^2}{4\ln 2}$$

如果 μ^* 等于 0, 这个估计量也是不偏的而且它的方差

$$\text{Var}(r_{t,i}^2) = (9\zeta(3)/((4\ln 2)^2 - 1))\sigma^4\Delta^2 \approx 0.407\sigma^4\Delta^2,$$

其中, $\zeta(\cdot)$ 是 Riemann 的 zeta 函数。

第 t 日的日波动率可表示为 $\int_{t-1}^t \sigma_s^2 dS$, 我们可以将 $r_{t,i}^2$ 加总来得到式 (1) 的实现波动率 RV_t , 将 $rr_{t,i}^2$ 加总得到式 (2) 的实现极差 RR_t 。

容易看出, RR_t 和 RV_t 估计量也都是日方差 σ^2 的一致估计, 而且有效性也不会改变: RV_t 仍然是 $2\sigma^4\Delta^2$, 而 RR_t 是 $0.407\sigma^4\Delta^2$ 。由此可知实现极差 RR_t 在理论上要比实现波动率 RV_t 至少高效 5 倍。

(二) 数据说明以及调整

数据频率的选取对于实现波动率和实现极差的表现非常重要, 因为 Alizadeh 等 (2002) 曾指出, 市场微结构将对高频估计量的计算造成严重影响, 但是适当的选取数据采样频率可以多少避免这个问题。Andersen 和 Bollerslev (1998) 采用了五分钟频率, Hol 等 (2002) 指出五分钟频率是最能够规避市场微结构误差的。因此本文分别选取上证指数和深圳成指的 5 分钟频率数据, 样本期间为 2005 年 6 月 2 日到 2007 年 11 月 21 日, 共 598 个交易日, 每天 4 小时交易共有 48 个区间数据, 即 $I = 48$, $T = 598$, 每个指数共有 287044 个区间数据。

Hansen 和 Lunde (2006) 指出, 由于股票市场并不像外汇市场那样 24 小时连续交易, 因此能够采集的高频数据无法反映无交易时段 (从当日收盘到次日开盘) 的市场波动性状况。因此, 我们有必要对实现波动率和实现极差进行调整。根据 Hansen 等 (2006) 的建议, 我们按照下式对实现波动率进行调整:

$$RV_t = \frac{\sum_{i=1}^T r_i^2}{\sum_{i=1}^T RV'_i} \cdot RV'_t \quad (3)$$

其中 r_i^2 序列是股指的日对数收益率 r_t 的平方序列, 即 $r_t = \ln P_{t,I} - \ln P_{t-1,I}$, $P_{t,I}$ 为第 t 日股指的收盘价。 RV'_t 为调整前按照式 (1) 定义的实现波动率。

对于实现极差, 我们采用 Marten 等 (2007) 提出的以下调整因子:

$$RR_t = \frac{\sum_{i=1}^q R_{t-i}}{\sum_{i=1}^q RR'_{t-i}} RR'_t \quad (4)$$

其中, $\sum_{i=1}^q R_{t-i}$ 代表第 t 日之前 q 天的极差之和, 而 $\sum_{i=1}^q RR'_{t-i}$ 代表第 t 日之前 q 天的未调整实现极差之和。 $R_t = (1/4\ln 2)\ln^2(H_t/L_t)$, 为第 t 日的极差, 而 RR'_t 则是调整前按照式 (2) 定义的实现极差。对于 q 值的选择, 如果交易不太频繁, 买卖价差 not 随具体资产的价格变动, 那么越大的 q 值得到的调整因子越精确。我们参照 Martens 等 (2007) 的建议选取 $q = 66$ 。

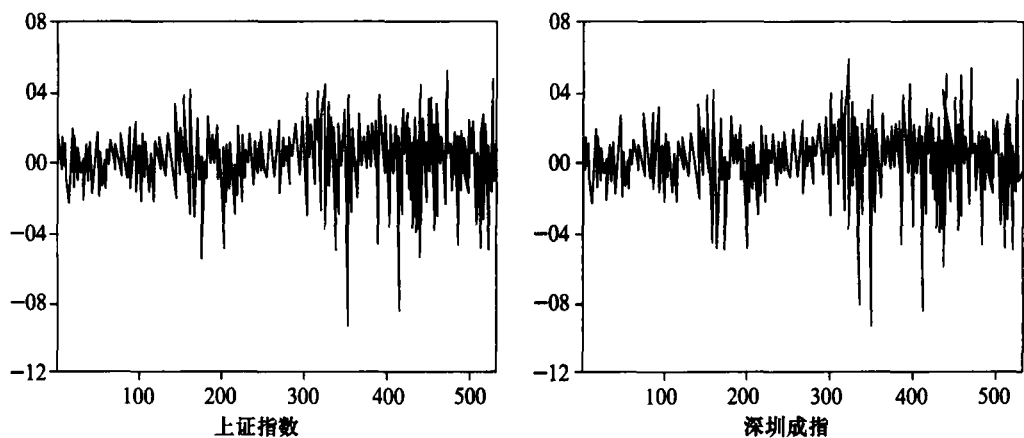


图 1 上证指数和深圳成指日收益率图

表 1 分别给出了上证指数和深圳成指的日收益率 r_t 、调整后实现波动率 RV_t 和调整
后实现极差 RR_t 的描述性统计量。图 1 是两个指数日收益率时序图。

表 1 波动率估计量的描述性统计

统计量	上证指数			深圳成指		
	r_t	RV_t	RR_t	r_t	RV_t	RR_t
均值	2.779	0.323	0.243	3.225	0.409	0.312
标准差	17.517	0.421	0.286	19.529	0.513	0.389
偏度	-1.010	4.392	4.322	-0.677	4.057	4.074
峰度	6.681	33.965	35.162	5.753	30.871	29.561
J - B	390.843	22964.200	24585.380	208.623	18677.890	17110.100
Q(20)	37.088	907.530	1196.800	23.784	1031.000	1288.800

说明:均值和标准差的报告值都是原值的 1000 倍,J - B 为 Jarque - Bera 统计量。

从表 1 的描述性统计可以看出,上证指数和深圳成指的日收益序列都是左偏的,且具
有明显的尖峰厚尾现象,上证指数的尖峰厚尾性强于深圳成指。这些同图 1 显示的直观
效果相符。所有序列都在 1% 的显著性水平下拒绝了 Jarque - Bera 的正态假设,并且
Ljung - Box 的 20 阶统计结果显示,除了深圳成指的收益序列外,其他序列,特别是所有波
动类序列都在 1% 的显著性水平下拒绝了不存在自相关性的零假设,说明中国股市的波
动具有长期记忆性。

三、基于日内高频数据的实现波动率和实现极差模型

(一)实现波动率模型

Andersen 等(2003)指出,实现波动率取对数后近似服从正态分布,并且具有分整性
质(fractionally integrated)。因此,我们考虑采用下述分整自回归移动平均模型 ARFIMA
(0,d,0):

$$(1 - L)^d \ln RV_t = u_t.$$

其中 L 是滞后算子, $0 < d < 1$, $u_t \sim i.i.d(0, \sigma_u^2)$ 。这里 ARFIMA 模型的阶数根据 AIC 和 SC 信息准则确定。

由于我们想要得到的是 VaR 的一步预测值, 即在 $t-1$ 期预测 t 期的 VaR, 而 RV_t 在 $t-1$ 期是观察不到的, 因此我们必须依赖前一期的预测值, 即 $RV_{t|t-1}$ 。实现波动率的一步条件预测可以由下式计算:

$$RV_{t|t-1} = \exp\left(\ln RV_t - \hat{u}_t + \frac{1}{2}\hat{\sigma}_u^2\right)_2$$

这里 \hat{u}_t 和 $\hat{\sigma}_u^2$ 分别是上述 ARFIMA 模型中 u_t 以及 u_t 的方差的估计值。

对于资产收益率序列 r_t ($t=1, 2, \dots, T$), 由于金融资产的波动具有时变性和高度的持续性, 所以一般假设 $r_t = \mu_t + \varepsilon_t$, 其中 $\varepsilon_t = \sigma_t z_t$, z_t 序列独立同分布, 其期望为 0, 方差为 1。 μ_t 为收益序列 r_t 的条件均值, σ_t^2 为条件方差。

我们将收益序列 r_t 的条件方差 σ_t^2 设成 $\sigma_t^2 = \sigma^2 RV_{t|t-1}$, 这样

$$r_t = \mu_t + \sqrt{\sigma^2 RV_{t|t-1}} z_t \quad (5)$$

其中, σ^2 是尺度调整因子, 用来确保 z_t 的方差能够为 1。可以看出, 条件方差的动力学特征都通过 ARFIMA 模型来刻画。

前一部分股指收益率数据的描述性统计证实, 中国股市收益序列显示出明显的有偏和尖峰厚尾现象, 因此传统的对 z_t 序列的正态分布、学生分布等对称分布假设都无法刻画出这些性质。因此, 我们引进偏学生分布, 假设 z_t 服从独立的标准偏学生分布, 即 $z_t \sim i.i.dSKST(0, 1, \xi, \nu)$, ν 是其尺度系数, ν 越小, 则表明 z_t 序列尖峰厚尾特征越明显。 ξ 是非对称系数, 观察 $\ln(\xi)$ 可以判断偏度的左右, $\ln(\xi) > 0$ 则表示 z_t 的分布右偏, 反之则左偏。

根据 AIC 和 SC 准则, 我们将式 (5) 中的条件均值 μ_t 设成 AR(1) 形式, 并假设 z_t 服从标准偏学生分布 $SKST(0, 1, \xi, \nu)$ 。我们把这样设定的模型简称 SKST-RV 模型。

(二) 实现极差模型

近年来对于波动性的模型研究中, 已有许多文献将极差的概念引入模型中, 并在实证上获得不错的预测能力。Chou (2005) 提出条件自回归极差 CARR 模型, 将极差和 GARCH 模型相结合, 用以描绘条件极差的动力学特征。我们采用下述 CARR(1, 1) 模型对实现极差进行建模:

$$RR_t = \lambda_t \varepsilon_t, \varepsilon_t | I_{t-1} \sim f(1, \xi_t)$$

$$\lambda_t = \omega + \alpha_1 RR_{t-1} + \beta_1 \lambda_{t-1}$$

类似 GARCH(1, 1) 模型, $f(1, \xi_t)$ 是均值为 1 的指数分布, 参数 $\omega > 0, \alpha_1 > 0, \beta_1 > 0$, 而且满足平稳性条件 $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, 其中 $\lambda_t = E[RR_t | I_{t-1}]$, 是给定 $t-1$ 期之前所有信息条件下实现极差的条件均值。

同实现波动率一样, 我们仍然需要得到实现极差的一步条件预测 $RR_{t|t-1}$, 以便于进一步对 VaR 进行预测。 $RR_{t|t-1}$ 可以由下式计算:

$$RR_{t|t-1} = \hat{\omega} + \hat{\alpha}_1 RR_{t-1} + \hat{\beta}_1 \lambda_{t-1}$$

其中 $\hat{\omega}$ 、 $\hat{\alpha}_1$ 和 $\hat{\beta}_1$ 是上述 CARR(1, 1) 模型中各参数的估计值。

我们将收益序列 r_t 的条件方差 σ_t^2 设成 $\sigma_t^2 = \sigma^2 RR_{t|t-1}$, 因此 $r_t = \mu_t + \sqrt{\sigma^2 RR_{t|t-1}} z_t$ 。 σ^2 同样是确保 z_t 的方差能够为 1 的尺度调整因子。可以看出, 条件方差的动力学特征都通过 CARR 模型来刻画。

根据 AIC 和 SC 准则, 我们将条件均值 μ_t 设成 AR(1) 形式。为了同实现波动率模型进行比较, 我们也假设 z_t 序列服从标准偏学生分布 $SKST(0, 1, \xi, \nu)$ 。我们把这样设定的模型简称 SKST-RR 模型。

(三) 模型估计结果

我们使用调整后的实现波动率和实现极差, 分别通过 SKST-RV 模型和 SKST-RR 模型建模。模型除了对标准残差序列以及标准残差平方序列使用传统的 Ljung-Box 的 Q 统计量检验外, 我们还使用了 Pearson 的拟合度检验。表 2 是两种模型的估计和检验结果。

表 2 SKST-RV 模型和 SKST-RR 模型的估计结果

	SKST-RV		SKST-RR	
	上证指数	深圳成指	上证指数	深圳成指
d	0.459 (0.027)	0.456 (0.028)		
ω			2.54E-6 (1.29E-5)	3.47E-6 (8.20E-6)
α_1			0.348 (0.198)	0.272 (0.181)
β_1			0.655 (0.173)	0.726 (0.174)
σ^2	1.111 (0.114)	1.246 (0.129)	1.365 (0.151)	1.525 (0.167)
$\ln(\xi)$	-0.210 (0.058)	-0.246 (0.058)	-0.205 (0.058)	-0.259 (0.059)
ν	5.703 (1.578)	6.531 (2.236)	5.176 (1.297)	6.138 (1.970)
Q_{20}	34.753 [0.015]	24.968 [0.162]	31.145 [0.039]	21.298 [0.321]
Q_{20}^2	14.759 [0.790]	17.103 [0.646]	12.505 [0.898]	14.936 [0.780]
P_{20}	18.000 [0.522]	19.579 [0.420]	14.917 [0.728]	18.526 [0.488]

说明: 圆括号中的数字是参数估计的标准差, 方括号中的数字是各检验的 P 值。

结果显示, d 在 1% 水平下显著, 说明实现波动率存在明显的分整现象。 σ^2 在 1% 水平下显著, 验证了我们对于条件方差的两种模型设置均是合理的。 $\ln(\xi)$ 显著且小于 0, 说明两市股指是左偏的。不管从实现波动率还是实现极差看, 深市的 ν 值均大于沪市, 说明沪市的尖峰厚尾性比深市明显。这些同前面表 1 的描述性统计结果相符。除了上证指数的 Q_{20} 外, Ljung-Box 检验均接受了残差序列不存在自相关的假设, 显示出模型很好的刻画了日收益序列的动力学特征。同样, 模型也通过了 Pearson 拟合度检验。因此, 我们将实现波动率和实现极差用于估计条件方差是非常成功的, 由于我们已经使用了一步预测值 $RV_{t|t-1}$ 和 $RR_{t|t-1}$, 接着就可以直接计算一步预测 VaR 值。

四、VaR 计算和回测分析

(一) VaR 计算

1. 多头头寸和空头头寸 VaR

金融资产的收益分布普遍具有非对称性质, 我们对沪深指数收益的描述性统计也证

实了这点。因此,资产持有者的多头头寸和空头头寸会具有明显不同的 VaR 值,有必要分别考虑收益的非对称分布的左右尾部情况。

我们所采用的多头头寸的 VaR 为:

$$\text{VaR}_t(\alpha) = \mu_t + z_\alpha \sigma_t,$$

而空头头寸的 VaR 为:

$$\text{VaR}_t(1 - \alpha) = \mu_t + z_{1-\alpha} \sigma_t.$$

其中 α 为给定的显著性水平, z_α 和 $z_{1-\alpha}$ 分别为 z_t 分布的左尾和右尾 α 分位数。假如 z_t 服从标准偏学生分布 $\text{SKST}(0, 1, \xi, \nu)$ 的话, 则多头头寸 VaR 为 $\mu_t + \text{skst}_{\alpha, \xi, \nu} \sigma_t$, 空头头寸 VaR 为 $\mu_t + \text{skst}_{1-\alpha, \xi, \nu} \sigma_t$, $\text{skst}_{\alpha, \xi, \nu}$ 和 $\text{skst}_{1-\alpha, \xi, \nu}$ 分别为相应标准偏学生分布的左右尾 α 分位数。因此, 只要通过前面各种模型估计出条件均值 μ_t 序列和条件方差 σ_t^2 , 再计算出各假定分布的左右尾 α 分位数, 就可以自然得到 VaR 值。如 SKST-RR 模型的多头头寸 VaR 值即为 $\mu_t + \text{skst}_{\alpha, \xi, \nu} \sqrt{\sigma_t^2 \text{RR}_{t|t-1}}$ 。

为了准确的刻画尾部情况, 提高分析结果的可靠性, 我们将显著性水平 α , 也就是分位数设定为 5%、2.5%、1%、0.5% 和 0.25% 五种水平。这样, 考虑到多头头寸和空头头寸, 对于每一种模型, 都考察了 10 个显著性水平下的 VaR 值。

2. 采用日收益率数据的 GARCH 类模型

为了比较实现波动率、实现极差模型和基于日数据的 GARCH 类模型的 VaR 预测能力, 我们还同时计算了下面几种常用的 GARCH 类模型的 VaR 值。

RiskMetrics 是一种非常简单但在实务界使用最广泛的 VaR 模型。它假设 z_t 服从独立标准正态分布, 而条件方差 σ_t^2 设成 $\sigma_t^2 = 0.06\epsilon_{t-1}^2 + 0.94\sigma_{t-1}^2$ 。可以看出, RiskMetrics 其实就是一种特殊的 IGARCH(1, 1) 模型。波动方程中的各个系数都已经给定, 不需要去估计, 这种设定方式看起来虽然简单, 但在预测短期波动时效果不错, 在实务界得到了广泛使用。

带标准学生分布的 GARCH(1, 1) 是学术界最常用的估计市场波动率的模型。它将条件方差 σ_t^2 设成 $\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$, 并假设 z_t 服从独立标准学生分布。

Giot 等(2003, 2004) 指出, 带偏学生分布的非对称幂指数 ARCH 模型, 即 APARCH 模型能够精确预测 VaR。我们采用下述 APARCH(1, 1) 模型:

$$\sigma_t = [\omega + \alpha_1 (|\epsilon_{t-1}| - \gamma \epsilon_{t-1})^\delta + \beta_1 \sigma_{t-1}^\delta]^{1/\delta}$$

其中 δ 是 σ_t 的 Box-Cox 转换, γ 反映了杠杆效应, 并假设 z_t 服从标准偏学生分布 $\text{SKST}(0, 1, \xi, \nu)$ 。

我们在估计这三种模型时, 根据 SC 准则, 将条件均值 μ_t 设成 AR(1) 形式, 简称 RiskMetrics、GARCH-t 和 SKST-APARCH 模型。为了同使用日内高频数据的模型进行比较, 模型估计和 VaR 计算采用上证指数和深圳成指同一样本期间的日收益数据。

(二) 回顾测试

只有能准确预测风险的 VaR 模型才是有效的。回顾测试是用来检测实际损失与预期损失是否一致的有效的统计方法。它是将 VaR 的历史预测与金融资产收益率进行的

系统的比较。

1. Kupiec 的 LR 检验法

Kupiec 的 LR 检验法是目前最流行的回测检验方法。我们以多头头寸为例,它的主要步骤是首先定义碰撞序列 $Hit_t = I(r_t < VaR_t(\alpha))$, 这里 $I(\cdot)$ 为指示函数。意思是,在多头头寸下,如果 t 期的实际收益率小于所估计的 t 期的 VaR (此时为负值), 也就是实际损失大于估计风险时,那么该碰撞序列 t 期的值就为 1, 反之则为 0。因此,如果回测期数为 T , 则该期间碰撞序列之和 N 即为 VaR 失败个数, N/T 就是该期间的 VaR 失败率。给定显著性水平 α , 如果 VaR 模型准确的话, 失败率应该在 $\alpha \cdot T$ 左右。如果失败率远大于 $\alpha \cdot T$ 或远小于 $\alpha \cdot T$ 的话, 那么说明该 VaR 模型不准确。

如果 VaR 模型准确的话, 给定显著性水平 α , 则碰撞序列 Hit_t 应该服从概率为 α 的伯努利分布, 而失败个数 N 应该服从概率为 α 的二项分布, 其似然函数为:

$$L(N) = \binom{T}{N} \alpha^N (1 - \alpha)^{T - N}$$

给定零假设 VaR 模型是正确的情况下, Kupiec 构造了一个 LR 统计量:

$$LR = -2\ln(\alpha^N (1 - \alpha)^{T - N}) + 2\ln((N/T)^N (1 - (N/T))^{T - N})$$

该统计量渐进服从 $\chi^2(1)$ 分布。

表 3 给出了不同显著性水平下各模型 Kupiec LR 检验的 P 值。 P 值越大, 说明越不能拒绝原先 VaR 模型是正确的零假设, 说明该模型的预测越精确。

表 3 各模型 Kupiec LR 检验结果

α	多头头寸 VaR (%)					空头头寸 VaR (%)				
	5	2.5	1	0.5	0.25	5	2.5	1	0.5	0.25
上证指数										
RiskMetrics	0.219	0.014	0.000	0.000	0.000	0.748	0.467	0.069	0.443	0.062
GARCH - t	0.013	0.083	0.277	0.078	0.214	0.041	0.112	0.547	0.242	1.000
SKST - APARCH	0.219	0.644	0.888	0.838	0.588	0.937	0.933	0.772	0.671	0.764
SKST - RV	0.297	0.847	0.547	0.838	0.588	0.297	0.644	0.097	1.000	1.000
SKST - RR	0.507	0.324	0.467	0.838	0.764	0.782	0.847	0.772	0.742	1.000
深圳成指										
RiskMetrics	0.393	0.027	0.012	0.002	0.000	0.937	0.324	0.030	0.078	0.015
GARCH - t	0.507	0.467	0.144	0.200	0.588	0.248	0.510	0.270	0.671	1.000
SKST-APARCH	0.070	0.055	0.547	0.242	0.764	0.050	0.027	0.485	0.443	0.764
SKST - RV	0.748	0.714	0.271	0.671	0.588	0.110	0.324	0.772	0.671	1.000
SKST - RR	0.464	0.338	0.443	0.671	0.764	0.393	0.644	0.545	0.671	1.000

2. 动态分位数检验

除了 Kupiec 的 LR 检验法外, Engle 等 (2004) 提出了动态分位数检验方法。这种检验方法除了考虑 VaR 的失败率外, 还考虑了发生 VaR 失败的观察值之间是否具有相关性。如果发生 VaR 失败的观察值之间具有明显相关性的话, 有可能发生连续超过 VaR 的

损失,这是非常危险的。以多头头寸为例,动态分位数检验主要步骤是首先构造一个新的碰撞序列 $Hit_t = I(r_t < VaR_t(\alpha)) - \alpha$,然后联合检验零假设 $E(Hit_t) = 0$ 以及 Hit_t 同信息集中的变量不相关。联合检验时,先进行回归: $Hit_t = X\lambda + \varepsilon_t$,这里 X 是一个含有 k 个解释变量的矩阵,包括常数项, $Hit_{t-i}(i = 1, 2, \cdots, q)$,最后的 $k - q - 1$ 个解释变量是附加解释变量(包括 VaR 序列)。在零假设下,动态分位数检验统计量为 $\hat{\lambda}'X'X\hat{\lambda}/(\alpha(1 - \alpha))$,渐进服从 $\chi^2(k)$ 分布,这里 $\hat{\lambda}$ 是 λ 的 OLS 估计。

表 4 给出了各模型动态分位数检验的 P 值。 q 取为 5, k 取为 1,所以附加解释变量就是 VaR 本身。 P 值越大,越不能拒绝原先的联合零假设,表明该 VaR 模型的预测能力越精确。

表 4 各模型动态分位数检验结果

α	多头头寸 VaR (%)					空头头寸 VaR (%)				
	5	2.5	1	0.5	0.25	5	2.5	1	0.5	0.25
上证指数										
RiskMetrics	0.286	0.035	0.000	0.000	0.000	0.005	0.013	0.000	0.000	0.000
GARCH - t	0.084	0.385	0.106	0.000	0.941	0.002	0.000	0.614	0.913	0.988
SKST - APARCH	0.860	0.875	0.007	0.987	0.995	0.410	0.008	0.034	0.983	0.991
SKST - RV	0.744	0.852	0.999	0.999	0.998	0.047	0.770	0.953	0.913	0.988
SKST - RR	0.722	0.666	0.999	0.999	0.999	0.052	0.073	0.937	0.986	0.988
深圳成指										
RiskMetrics	0.502	0.070	0.025	0.000	0.000	0.287	0.039	0.000	0.000	0.000
GARCH - t	0.479	0.663	0.084	0.858	0.999	0.315	0.401	0.989	0.913	0.988
SKST - APARCH	0.602	0.823	0.977	0.978	0.987	0.056	0.008	0.042	0.976	0.962
SKST - RV	0.647	0.885	0.979	1.000	0.999	0.366	0.225	0.958	0.940	0.988
SKST - RR	0.826	0.976	0.999	1.000	0.999	0.850	0.195	0.874	0.939	0.988

3. 回测检验结果分析

结合表 3 和表 4 的两种回测结果可以发现:

首先分析采用日收益数据估计的三种 VaR 预测模型。在这三个模型中,实务界流行的 RiskMetrics 的表现并不理想。除了上证指数空头头寸的 Kuippec LR 检验结果还算理想,其他检验几乎都拒绝了 RiskMetrics 的 VaR 预测结果,尤其是在 1%、0.5% 和 0.25% 这三个高分位数水平下。这说明,国际主流使用的 RiskMetrics 虽然在预测 VaR 时应用简单,但是并不是很适合我国的资本市场风险状况。学术界估计金融市场波动最常用的标准学生分布的 GARCH(1,1)模型在预测 VaR 时仍然非常有效,除个别分位数被拒绝外,其他检验结果远好于 RiskMetrics,这一方面可能由于其采用的学生分布比 RiskMetrics 采用的标准正态分布更能反映我国股指收益的尖峰厚尾现象,另一方面可能是由于模型比系数固定的 RiskMetrics 波动方程更具有弹性。总体上来讲,SKST-APARCH 的 VaR 预测精度在三种模型中是最好的,这可能是因为偏学生分布除了尖峰厚尾性外,还能反映我国股市的偏度。这同魏宇(2007)的结果类似。

然后观察采用高频数据的两类 VaR 预测模型的检验结果,可以发现:从总体上来说,实现波动率模型和实现极差模型相比采用日收益数据的模型,提高了 VaR 的预测精度。在两个表格相应的 40 组数据中,实现波动率有 29 组结果的预测精度强于或等于 SKST - APARCH 模型,实现极差也有 30 组结果优于或等于 SKST - APARCH 模型。并且实现波动率和实现极差模型在不同分位数水平下的回测检验结果相对比较稳定,没有像采用日收益数据的模型一样会经常出现低于 1% 的 P 值。实现波动率和实现极差两组模型的 VaR 预测能力差异不大,在两个模型相对应的 40 组数据中,实现极差模型有 16 组结果强于实现波动率模型,有 13 组结果差于实现波动率模型,剩下 11 组结果持平。之所以有很多相同的结果是因为在高显著性水平下采用高频数据的两种 VaR 预测模型失败个数都很少,甚至为 0,因此在相同的高显著水平下具有相同的 P 值。特别是高显著性水平的动态分位数检验中两种模型都有很多为 0.999 和 1 的 P 值,说明失败率相当低,失败个数自然也很难具有相关性。

(三)资产组合分析

我们用日内高频数据分别对上海和深证股指建模,通过回顾测试,证实实现波动率和实现极差模型的 VaR 预测能力,优于传统的基于日收益数据的波动率模型。现在我们将上述单项资产的风险测度推广到资产组合,预测上海和深圳股指指数型资产组合的 VaR。该资产组合多头头寸的 VaR 为:

$$VaR_t(\alpha) = \mu_t + z_\alpha \sqrt{\omega_1^2 \sigma_{1,t}^2 + \omega_2^2 \sigma_{2,t}^2 + 2\omega_1 \omega_2 \rho \sigma_{1,t} \sigma_{2,t}}$$

而空头头寸的 VaR 为:

$$VaR_t(1 - \alpha) = \mu_t + z_{1-\alpha} \sqrt{\omega_1^2 \sigma_{1,t}^2 + \omega_2^2 \sigma_{2,t}^2 + 2\omega_1 \omega_2 \rho \sigma_{1,t} \sigma_{2,t}}。$$

其中 ω_1 、 ω_2 分别表示投资上证综指和深证成指的比例,在模型中,我们假定资产为等额配置。 $\sigma_{1,t}^2$ 、 $\sigma_{2,t}^2$ 分别为两种资产的条件方差, ρ 为这两种资产收益率的相关系数, α 为给定的显著性水平, z_α 和 $z_{1-\alpha}$ 分别为 z_t 分布的左尾和右尾 α 分位数。

由于计算资产组合 VaR 时使用了相关系数 $\rho < 1$,所以资产组合的方差会变小,相应的多头头寸 VaR 值变大,空头头寸 VaR 值变小,也就是说预期风险变小。但是,仅仅计算出风险值的大小并不能比较模型预测能力的优劣,我们必须通过回顾测试来检测预期损失与实际损失是否一致。

我们利用前述基于日内高频数据的 SKST - RV、SKST - RR 模型,以及基于日收益数据各模型中表现最好的 SKST - APARCH 模型得到的单个资产的条件方差 $\sigma_{1,t}^2$ 和 $\sigma_{2,t}^2$,计算出三种模型下资产组合的 VaR,回测结果如表 5 所示。

表 5 资产组合各模型回测结果										
α	多头头寸 VaR(%)					空头头寸 VaR(%)				
	5	2.5	1	0.5	0.25	5	2.5	1	0.5	0.25
Kuipec LR 检验										
SKST-APARCH	0.097	0.324	0.764	0.588	0.644	0.507	0.464	0.644	0.588	0.764

续表

α	多头头寸 VaR(%)					空头头寸 VaR(%)				
	5	2.5	1	0.5	0.25	5	2.5	1	0.5	0.25
SKST-RV	0.547	0.782	0.467	0.772	0.588	0.297	0.485	0.467	0.838	1
SKST-RR	0.507	0.338	0.485	0.772	0.764	0.467	0.748	0.671	0.714	1
动态分位数检验										
SKST-APARCH	0.647	0.875	0.647	0.977	0.998	0.073	0.008	0.042	0.977	0.977
SKST-RV	0.744	0.874	0.999	1	0.999	0.242	0.666	0.958	0.952	0.988
SKST-RR	0.874	0.852	0.999	1	0.999	0.443	0.195	0.937	0.976	0.988

表 5 的回测结果同我们的预期一样,资产组合和单项资产的结果相似,实现波动率模型和实现极差模型相比采用日收益数据的模型,提高了资产组合 VaR 的预测精度。在 20 组数据中,实现波动率有 14 组结果的预测精度优于 SKST - APARCH 模型,实现极差有 16 组结果优于 SKST - APARCH 模型。实现波动率和实现极差两组模型的 VaR 预测能力差异不大,在两个模型相对应的 20 组数据中,实现极差模型有 8 组结果强于实现波动率模型,有 6 组结果差于实现波动率模型,剩下 6 组结果持平。同单项资产一样,这些相同的结果是因为在高显著性水平下采用高频数据的两种 VaR 预测模型失败个数都很少,失败个数也不具有相关性。

五、结 论

无论是金融机构对金融资产的风险管理还是监管机构对金融资产的风险监管,都是目前金融市场风险的核心内容。因此,如何衡量金融资产的风险价值,具有极其重要的理论和实际意义。但是,目前进行 VaR 预测所使用的波动率模型主要依赖资产日收益率,这必然会损失日内的市场信息。

本文通过 ARFIMA 模型和 CARR 模型,对利用中国沪深两市指数高频数据得到的实现波动率,以及更高效的实现极差建模,首次将这些日内数据模型应用到风险价值 VaR 的预测中,并同基于日收益数据的多种 GARCH 类模型的 VaR 预测能力进行比较。实证分析时,对收益序列两个尾部的不同分位数都分别进行了 VaR 预测和多种回测检验。实证结果表明,无论是单独分析沪深两市指数,还是将其作为资产组合分析,采用日内高频数据建模的实现波动率和实现极差的 VaR 预测能力,均优于传统的基于日收益数据的波动率模型。同样采用高频数据的实现极差虽然在预测波动率时比实现波动率高效,但是在进行 VaR 的预测时,两者差异不是非常明显,实现极差略强于实现波动率模型。

这些发现意味着,在进行金融资产风险测度和风险管理时,如果能够合理利用日内交易信息的话,将会大大提高风险价值的预测精度。随着信息技术的发展,金融市场上各种资产的日内高频交易的记录和获取将越来越容易实现,因此,建立精确的实现波动率和实现极差模型来利用这些信息,成为当务之急。本文的研究方法对金融资产以及资产组合风险管理理论和实践都具有一定参考意义。

参 考 文 献

- [1] 唐勇、张世英, 2006:《高频数据的加权已实现极差波动及其实证分析》,《系统工程》第 8 期,第 52-57 页。
- [2] 徐正国、张世英, 2004:《调整“已实现”波动率与 GARCH 及 SV 模型对波动的预测能力的比较研究》,《系统工程》第 8 期,第 60-63 页。
- [3] 魏宇、余怒涛, 2007:《中国股票市场的波动率预测模型及其 SPA 检验》,《金融研究》第 7 期,第 138-150 页。
- [4] 魏宇, 2007:《有偏胖尾分布下的金融市场风险测度方法》,《系统管理学报》第 3 期,第 243-250 页。
- [5] 周杰、刘三阳、邵锡栋, 2007:《基于样本分位数的波动率估计:条件自回归拟极差模型》,《南开经济研究》第 5 期,第 133-143 页。
- [6] Alizadeh, S., M. Brandt, and F. Diebold, 2002, “Range-based estimation of stochastic volatility models”, *Journal of Finance*, 57:1047-1092.
- [7] Andersen, T., and T. Bollerslev, 1998, “Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts”, *International Economic Review*, 39: 885-905.
- [8] Andersen, T., T. Bollerslev, and F. Diebold, 2003, “Modeling and forecasting realized volatility”, *Econometrica*, 71: 579-625.
- [9] Chou, R., 2005, “Forecasting financial volatilities with extreme values: the Conditional Auto Regressive Range (CARR) Model”, *Journal of Money Credit and Banking*, 37(3): 561-582.
- [10] Engle, R., and S. Manganelli, 2004, “CAViaR: Conditional autoregressive Value at Risk by regression quantiles”, *Journal of Business and Economics Statistics*, 22: 367-381.
- [11] Giot, P., and S. Laurent, 2003, “Value-at-Risk for long and short positions”, *Journal of Applied Econometrics*, 18: 641-664.
- [12] Giot, P., and S. Laurent, 2004, “Modeling daily value-at-risk using realized volatility and ARCH type models”, *Journal of Empirical Finance*, 11: 379-398.
- [13] Hansen, P., and A. Lunde, 2006, “Consistent ranking of volatility models” *Journal of Econometrics*, 131: 97-121.
- [14] Kupiec, P. 1995, “Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models”, *Journal of Derivatives*, 2: 173-184.
- [15] Martens, M., and D. Dijk, 2007, “Measuring volatility with the realized range”, *Journal of Econometrics*, 138: 181-207.
- [16] Parkinson, M., 1980, “The extreme value method for estimating the variance of the rate of return”, *Journal of Business*, 53: 61-65.

Abstract: Current studies on financial market risk measures usually use daily returns based on GARCH type models. By using intraday high frequency data of Shanghai and Shenzhen stock indices, the paper builds up a realized volatility model and a realized range model based on ARFIMA model and CARR model respectively, which are applied to calculate VaR. The authors also employ the Kupiec LR test and dynamical quantile test to compare the performance of VaR forecasting of all models. Empirical results show that realized volatility and realized range models based on intraday data are better than GARCH type models based on daily returns.

Key words: VaR, realized range, realized volatility

(责任编辑:张韶华)(校对:FY)