

# 非线性资产定价模型与特质波动率之谜

邢红卫<sup>1</sup>, 刘维奇<sup>1,2</sup>

(1. 山西大学管理与决策研究所, 山西 太原 030006;

2. 山西财经大学财政金融学院, 山西 太原 030006)

**摘要:** 在资产收益分布非正态性或者投资者效用函数比二次型更复杂的条件下, 依据均衡定价理论推导出一个基于消费的非线性资产定价模型. 该模型不仅捕捉了收益的波动风险, 而且可以捕捉收益的高阶矩风险. 通过实证检验, 发现包含因子平方项的非线性资产定价模型比传统的线性资产定价模型有更好的定价效率. 分别以非线性定价模型和传统线性定价模型对“特质波动率之谜”进行检验, 发现基于非线性定价模型估计特质波动率会使“特质波动率之谜”明显减弱, 说明非线性资产定价模型比线性资产定价模型能够更有效地解释这一典型的市场异常.

**关键词:** 特质波动率; 非线性模型; 定价效率; 错误定价

中图分类号: F830.9

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2019)03-0357-15

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2019.03.007

## Nonlinear asset pricing model and the idiosyncratic volatility puzzle

Xing Hongwei<sup>1</sup>, Liu Weiqi<sup>1,2</sup>

(1. Institution of Management and Decision, Shanxi University, Taiyuan 030006, China;

2. Faculty of Finance and Banking, Shanxi University of Finance and Economics, Taiyuan 030006, China)

**Abstract:** Assuming that asset returns do not obey the normal distribution and the investor's utility function is more complex than the quadratic form, a consumption-based nonlinear asset pricing model is proposed according to the equilibrium pricing theory. The model not only captures the volatility risk of asset returns, but also captures the high order moment risk of asset returns. Empirical tests find that compared with traditional linear asset pricing models, the nonlinear asset pricing model including quadratic terms of those factors has better pricing efficiency. The idiosyncratic volatility puzzle is examined using the nonlinear and traditional linear asset pricing models, respectively. It is found that the idiosyncratic volatility puzzle decreases significantly when estimating the idiosyncratic volatility with the nonlinear asset pricing model, which indicates that the nonlinear asset pricing model can more effectively explain the typical stock market anomaly than the linear asset pricing model.

**Key words:** idiosyncratic volatility; nonlinear model; pricing efficiency; mispricing

## 1 引言

在市场无摩擦以及投资者完全理性的假设下, 资本资产定价模型(capital asset pricing model, CAPM)认为只有系统性风险决定股票的预期收益, 公司层面的特质风险可以通过分散化投资被规避. 事实上, 由于存

收稿日期: 2018-09-21; 修订日期: 2019-01-17.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71371113); 教育部人文社会科学研究青年基金资助项目(16YJC790113; 18YJC630-175); 山西省高等学校哲学社会科学资助项目(2017203).

在市场摩擦、信息不对称等实际因素,投资者不可能持有包含足够多股票的分散化组合<sup>[1,2]</sup>.因而,文献[3]提出信息不完全条件下的均衡定价模型,表明高特质风险的股票应该有高的预期收益,以补偿投资者未持有分散化组合的风险.然而,文献[4]却发现高(低)特质波动率的股票组合有低(高)的预期收益.由于这种现象有悖于“高风险预期高收益”的金融风险定价逻辑,因此被称为“特质波动率之谜”.“特质波动率之谜”对资本资产定价理论和资本市场有效性理论提出了强有力的挑战,研究其存在的原因成为近年来最受关注的问题之一.

学界对“特质波动率之谜”存在的原因进行了大量研究,发现规模、价格、流动性、换手率、月内最大日收益率、机构持股比例、信息披露质量、交易摩擦以及卖空限制等公司或股票的特征变量对“特质波动率之谜”都有一定程度的解释能力<sup>[5-13]</sup>.然而,文献[14]表明上述股票特征或投资偏好对“特质波动率之谜”的解释力度都非常有限,单个变量的解释程度甚至都没有超过15%.

理性金融学派认为,只是目前尚未找到可以解释“特质波动率之谜”的潜在系统性风险因子.当前文献以CAPM、Fama-French三因子(FF3)以及Fama-French五因子(FF5)模型等线性模型回归残差序列的标准差度量特质波动率,特质波动率包含了系统性风险因子无法解释的所有溢价信息.以具有收益预测能力的风险因素作为控制变量解释“特质波动率之谜”,风险因素的报酬至多是系统性风险因子无法捕捉的收益残差的一部分,因此只能部分地解释“特质波动率之谜”,无法完全解释.尽管同时以多个因素为控制变量的线性回归模型可能消除特质波动率异象,然而多个因素综合反应的风险来源依然是一个复杂的问题.其次,全球范围的股票市场均存在特质波动率异象<sup>[15-20]</sup>,说明金融市场发展水平、金融市场监管程度等宏观因素也不是产生“特质波动率之谜”的主要原因.此外,文献[21, 22]以其它多个股票市场异象的综合排名构建错误定价的衡量指标,尝试从错误定价的角度解释“特质波动率之谜”,却没有考虑其它市场异象与“特质波动率之谜”之间的内生性,反而说明“特质波动率之谜”是强于其它异象的市场效应.

基于合理的定价模型估计特质波动率是分析“特质波动率之谜”是否存在的关键.特质波动率作为定价模型无法解释的剩余收益的波动率,表示利用剩余收益进行套利的风险.合理的定价模型在减少套利空间的同时也降低了套利风险,进而可以消除特质波动率与预期收益之间的关系.在理论上,在资产收益服从正态分布或投资者的效用函数具有二次型时,可以严格推导出CAPM模型.然而在实际中,资产收益并不服从正态分布,而是呈现出尖峰厚尾的特征,或者由于消费习惯、非理性预期等因素的影响,投资者的效用函数比二次型更复杂,因而基于效用函数一阶导数和二阶导数的均值-方差框架并不能完全刻画投资者的偏好.投资者的偏好不仅依赖于资产收益的均值和方差,而且依赖于资产收益的更高阶矩.

基于此,本文利用均衡定价理论,在资产收益的分布非正态性或投资者的效用函数比二次型更复杂的前提下,通过最优化投资者的消费效用得出一个非线性资产定价模型.通过实证分析,发现包含非线性风险因子的资产定价模型比原来的CAPM模型、FF3模型和FF5模型等线性定价模型有更好的定价效率,而且会产生较低的特质波动率,即能够降低以收益残差作为套利空间的风险.文献[23-26]等已经表明资产收益与风险之间呈现非线性关系,文献[27, 28]的研究也发现在实证方面非线性因子模型要优于线性因子模型.文献[29, 30]以CAPM模型的滞后贝塔、股息收益等变量拟合条件贝塔,并且以条件CAPM模型有效地解释了贝塔异象,也进一步验证股票收益与系统性风险之间存在非线性关系.

基于包含因子平方项的非线性定价模型估计特质波动率,会发现相较于CAPM、FF3及FF5等线性因子定价模型而言,“特质波动率之谜”会明显减弱,即使在控制股票价格、规模、交易量以及博彩性特征后结果依然稳健,表明“特质波动率之谜”可能是由于线性资产定价模型无法捕捉收益与风险之间的非线性关系所致.文献[21, 22]表明高特质波动率的股票主要集中于错误定价严重的股票,价格被高估的股票未来会回归到“真实”价格,因而有较低预期收益,而价格被低估的股票未来有较高的预期收益.由于卖空限制等因素,定价过高股票的特质波动率与预期收益的负向关系整体上更强,因而产生了“特质波动率之谜”.实证检验表明,不论对于CAPM、FF3或FF5等线性定价模型,还是含有因子平方项的非线性定价模型,“特质波动

率之谜”都主要集中于被高估的股票, 在被低估的股票中“特质波动率之谜”明显较弱甚至不显著; 而且在被高估的股票中和被低估的股票中, 以含有因子平方项的非线性定价模型估计特质波动率, 特质波动率的溢价都大幅降低. 依据市场上涨和下跌划分样本子区间进行稳健性检验, 表明“特质波动率之谜”主要存在于“熊市”时期, 且以含有因子平方项的非线性定价模型估计特质波动率会使“熊市”的“特质波动率之谜”明显减弱, “牛市”的“特质波动率之谜”不再显著.

## 2 理论模型

在一个两期的完全市场中, 投资者  $k$  的最优组合问题一般可以表述为选择现在的消费以及未来每一状态下的消费, 即

$$\begin{cases} \text{Max} \left( u_{k,0}(c_{k,0}) + \sum_{\omega \in \Omega} p_{\omega} u_{k,1}(c_{k,1\omega}) \right) \\ \text{s.t.} \quad c_{k,0} + \sum_{\omega \in \Omega} \phi_{\omega} c_{k,1\omega} = w_k, \end{cases} \quad (1)$$

其中  $c_{k,0}$  是投资者在 0 期的消费计划,  $c_{k,1\omega}$  是投资者在 1 期状态  $\omega$  下的消费计划,  $p_{\omega}$  是状态  $\omega \in \Omega$  出现的概率,  $\phi_{\omega}$  是相应的状态价格,  $w_k$  是投资者的总财富.  $u_{k,0}$  是投资者 0 期的效用函数,  $u_{k,1}$  是投资者 1 期的消费函数, 且满足效用的时间可加性.

优化问题(1)的一阶条件为

$$\begin{cases} u'_{k,0}(c_{k,0}) = \lambda_k \\ p_{\omega} u'_{k,1}(c_{k,1\omega}) = \lambda_k \phi_{\omega}, \quad \forall \omega \in \Omega, \end{cases}$$

其中  $u'_{k,0}$  和  $u'_{k,1}$  分别是  $u_{k,0}$  和  $u_{k,1}$  的一阶导数,  $\lambda_k$  是预算约束的拉格朗日乘子.

对于任意投资者  $k$ , 依据一阶条件可得

$$\phi_{\omega} = p_{\omega} \frac{u'_{k,1}(c_{k,1\omega})}{u'_{k,0}(c_{k,0})}, \quad (2)$$

即状态价格  $\phi_{\omega}$  等于不同时期的边际效用之比.

支付向量为  $\mathbf{X}_n = (X_{1,n}; X_{2,n}; \dots; X_{|\Omega|,n})$  的证券的价格为

$$S_n = \sum_{\omega \in \Omega} \phi_{\omega} X_{\omega,n} = \sum_{\omega \in \Omega} p_{\omega} \frac{u'_{k,1}(c_{k,1\omega})}{u'_{k,0}(c_{k,0})} X_{\omega,n} = \mathbb{E} \left[ \frac{u'_{k,1}(\tilde{c}_{k,1})}{u'_{k,0}(c_{k,0})} \tilde{X}_n \right],$$

其中  $\tilde{c}_{k,1}$  和  $\tilde{X}_n$  分别表示 1 期随机状态下投资者  $k$  的消费计划和证券  $n$  的支付. 由代表性投资者的相对边际效用重新表述为

$$S_n = \mathbb{E} \left[ \frac{u'_1(\tilde{C}_1)}{u'_0(C_0)} \tilde{X}_n \right] = \mathbb{E} [\tilde{\pi} \tilde{X}_n], \quad (3)$$

其中  $C_0$  是代表性投资者在 0 期的消费,  $\tilde{C}_1$  是代表性投资者在 1 期的消费,  $\tilde{\pi} \equiv \frac{u'_1(\tilde{C}_1)}{u'_0(C_0)}$  是代表性投资者在两期的相对边际效用.

证券的总收益率为  $\tilde{x}_n = \tilde{X}_n/S_n$ , 由式(3)满足  $\mathbb{E}[\tilde{\pi} \tilde{x}_n] = 1$ , 净收益率为  $\tilde{r}_n = \tilde{x}_n - 1$ . 对于支付为 1 的无风险证券,  $\mathbb{E}[(1+r_f)\tilde{\pi}] = 1$ ,  $r_f$  为无风险收益率, 因此  $\tilde{\pi}$  也被称为随机折现因子<sup>[28,31-34]</sup>. 因此  $\mathbb{E}[\tilde{\pi} \tilde{x}_n] - \mathbb{E}[\tilde{\pi}(1+r_f)] = 0$  或  $\mathbb{E}[\tilde{\pi}(\tilde{r}_n - r_f)] = 0$ ,

$$\mathbb{E}[\tilde{r}_n] - r_f = -(1+r_f)\text{Cov}(\tilde{\pi}, \tilde{r}_n). \quad (4)$$

式(4)给出了预期收益率  $\tilde{r}_n$  与相对边际效用  $\tilde{\pi}$  之间的映射关系.

投资者的相对边际效用是不可观测的, 因此需要定义可观测的相对边际效用的代理变量. 不同资产定价模型的本质区别是所用相对边际效用的代理变量不同, 或者将代理变量代入定价模型的机制不同. 代理变量可以是股票组合收益率的金融资产收益率, 也可以是投资者总消费增长率的非市场变量. 相对边际效用的形式是由代理变量的分布和投资者的偏好假设共同决定的.

考虑基于消费的定价模型, 假设  $\tilde{C}_1 = C_0(1 + \tilde{g})$ ,  $\tilde{g}$  为总消费的增长率, 且是一个很小的量. 同时假设  $u_0(C_0) = u(C_0)$ ,  $u_1(\tilde{C}_1) = \rho u(\tilde{C}_1)$ ,  $\rho$  是反映投资者消费在时间上的偏好折现系数. 利用泰勒展式可以将代表性投资者的边际效用写为

$$\tilde{\pi} = \rho \frac{u'(\tilde{C}_1)}{u'(C_0)} = \rho \left( 1 - \left( -\frac{C_0 u''(C_0)}{u'(C_0)} \right) \tilde{g} + o(\tilde{g}) \right), \quad (5)$$

其中  $-\frac{C_0 u''(C_0)}{u'(C_0)}$  是投资者的相对风险厌恶系数,  $o(\tilde{g})$  是  $\tilde{g}$  的高阶项. 令  $R = -\frac{C_0 u''(C_0)}{u'(C_0)}$ , 由于投资者消费的不满足性要求边际效用  $u' > 0$ , 以及凸性偏好要求  $u'' < 0$ , 因此  $R > 0$ .

在资产收益服从正态分布或投资者的效用函数具有二次型时,  $o(\tilde{g}) = 0$ , 可以严格推导出 CAPM 模型. 然而, 在实际中资产收益不服从正态分布, 而是具有尖峰厚尾的特征, 或者由于消费习惯、非理性预期等因素的影响, 投资者的效用函数比二次型更复杂. 因此投资者的偏好不仅依赖于未来财富的均值和方差, 而且依赖于未来财富的更高阶矩, 因而式(5)中的  $o(\tilde{g})$  是不可忽略的项. 累积前景理论也表明, 投资者的收益效用属于凹幂函数, 而损失效用属于凸幂函数, 并且对收益和损失的效用是非对等的, 对损失比对收益更为敏感, 具有偏度偏好. 因此, 式(5)可以写为

$$\tilde{\pi} = \rho \frac{u'(\tilde{C}_1)}{u'(C_0)} = \rho \left( 1 - \left( -\frac{C_0 u''(C_0)}{u'(C_0)} \right) \tilde{g} + \frac{C_0^2 u'''(C_0)}{2u'(C_0)} \tilde{g}^2 + o(\tilde{g}^2) \right). \quad (6)$$

令  $K \equiv \frac{C_0^2 u'''(C_0)}{2u'(C_0)}$ . 假设投资者满足相对风险厌恶递减, 即  $R' < 0$ , 得到

$$-\frac{C_0 u'''(C_0) u'(C_0) - C_0 (u''(C_0))^2}{(u'(C_0))^2} < 0,$$

则  $u'''(C_0) u'(C_0) - (u''(C_0))^2 > 0$ . 由于  $u'(C_0) > 0$ , 得到  $u'''(C_0) > 0$ , 所以  $K > 0$ . 由式(6)可得

$$\tilde{\pi} \approx \rho (1 - R\tilde{g} + K\tilde{g}^2). \quad (7)$$

由于市场是完全的, 代表性投资者的所有消费计划都可以被证券化, 总消费可以看作是所有可交易证券的支付之和. 以市场中所有可交易的证券构建市场组合, 市场组合的收益率  $\tilde{r}_m = (\tilde{C}_1 - C_0)/C_0 = \tilde{g}$ . 因此, 式(7)给出了相对边际效用  $\tilde{\pi}$  与市场收益率  $\tilde{r}_m$  之间的映射关系, 即预期收益率依赖于市场预期收益率与投资者的风险偏好.

由于总消费的增长率  $\tilde{g}$  是一个很小的量, 由  $E[\tilde{\pi}] = 1/(1 + r_f)$ , 有

$$r_f = \frac{1}{\rho(1 - R\tilde{g} + K\tilde{g}^2)} - 1 \approx \frac{(1 - R\tilde{g} + K\tilde{g}^2)(1 - R\tilde{g} - K\tilde{g}^2)}{\rho(1 - R\tilde{g} + K\tilde{g}^2)} - 1 = \frac{1 - R\tilde{r}_m - K\tilde{r}_m^2}{\rho} - 1.$$

由式(4)可得

$$E[\tilde{r}_n] - r_f = (1 - R\tilde{r}_m - K\tilde{r}_m^2) \text{Cov}(R\tilde{r}_m - K\tilde{r}_m^2, \tilde{r}_n). \quad (8)$$

可见, 资产的预期收益率不仅依赖于市场预期收益率和投资者的风险偏好, 而且依赖于市场预期收益率的平方项. 因此, 可以建立含有非线性因子(non-linear factor, NLF)的资产定价模型

$$r_{i,t} - r_{f,t} = \alpha_i + \beta_i(r_{m,t} - r_{f,t}) + \gamma_i(r_{m,t} - r_{f,t})^2, \quad (9)$$

其中  $\beta_i$  和  $\gamma_i$  是投资者持有风险证券所承担的市场风险载荷,  $\beta_i$  反映了资产收益的波动风险,  $\gamma_i$  反映了资

产收益的偏度风险. 当资产收益的分布不仅由均值、方差和偏度决定, 或者投资者的效用函数比三次型更复杂, 那么式(6)中的效用函数将具有更高阶微分, 由此资产收益将由风险因子的更高次方决定, 得到更为复杂的非线性资产定价模型.

### 3 实证分析

#### 3.1 数据

本文选择中国沪深两市 1997-01-01~2015-06-30 的所有 A 股作为实证样本, 股票收益、市值等原始数据均来自国泰安 CSMAR 数据库. 由于创业板在上市门槛、监管制度、信息披露、交易者条件及投资风险等方面和主板市场有较大区别, 因此剔除其中的创业板股票. 为了保证以月内日数据估计特质波动率等指标的有效性, 剔除月内交易日少于 7 的当月股票数据. 以月收盘价作为股票的价格, 以月内日数据回归 CAPM 模型得到股票的月度贝塔系数, 以流通市值的自然对数值作为股票的规模, 以交易金额的自然对数值作为股票的交易量, 以股票  $t-6$  至  $t-2$  的累积收益作为股票  $t$  月的动量指标, 以  $t-1$  月的收益衡量股票  $t$  月的短期反转, 以 Amihud<sup>[35]</sup> 的指标作为流动性测度, 以月度交易量与流通市值的比率作为换手率. 以月内的最大日收益率衡量股票的博彩性特征, 月内的最大日收益率越大, 博彩性特征越强.

#### 3.2 模型的定价效率分析

在均衡理论下将 CAPM 模型的正态性或二次型假设放松后得到了一个非线性资产定价模型, 为了广泛比较含有非线性定价因子的模型与原来线性定价模型的定价效率, 也对含有非线性定价因子的 FF3、FF5 模型与原来的 FF3、FF5 模型进行了比较. 为了表述简便, 将含有市场因子二次项的 CAPM 模型简称为 CAPM+NLF 模型, 将含有市场因子二次项、规模因子二次项和账市比因子二次项的 FF3 模型简称为 FF3+NLF 模型, 将含有市场因子二次项、规模因子二次项、账市比因子二次项、盈利因子二次项、投资因子二次项的 FF5 模型简称为 FF5+NLF 模型.

在每个月将所有股票分别按照规模(size)和动量(mom)、规模和流动性(liq)、动量和流动性独立地分成  $5 \times 5$  个组合, 在此基础上以 CAPM 模型和 NLM 模型对市值加权的组合收益进行时间序列回归. 依据文献[36]评价模型定价效率的方法, 选择 Gibbons 等<sup>[37]</sup>提出的联合检验组合收益回归截距项是否为 0 的 GPS 统计量, 以及回归常数项的绝对值对所有组合的平均值  $|a_i|$ 、常数项绝对值的平均值  $|a_i|$  与组合收益偏离平均收益的偏差  $|e_i|$  的比例来检验模型解释收益的能力, 其中  $e_i = \bar{r}_i - \bar{r}$ ,  $\bar{r}_i$  是组合  $i$  收益的时间序列平均值,  $\bar{r}$  是  $\bar{r}_i$  的平均值, 同时以模型拟合的均方误差和调整  $R^2(\text{adj-}R^2)$  作为定价效率的评判标准. GRS 统计量越大, 模型回归常数项的绝对值越大, 常数项绝对值与组合收益偏离平均收益的偏差的比例越大, 模型拟合的均方误差越大, 调整  $R^2$  越小, 表明模型的定价效率越差; 相反, 表明模型的定价效率越好, 结果见表 1.

在表 1 的 Panel A, 对于  $5 \times 5$  个按规模和动量独立分组形成的组合, CAPM 模型的 GRS 统计量为 12.484 2, 而 CAPM+NLF 模型的 GRS 统计量为 9.230 0; CAPM 模型回归常数项的绝对值是 0.009 7, 而 CAPM+NLF 模型回归常数项的绝对值仅为 0.008 4; CAPM 模型常数项绝对值与组合收益偏离平均收益的偏差的比例为 1.583 9, 而 CAPM+NLF 模型相应的只有 1.408 1; CAPM 模型对组合收益拟合的均方误差为 0.002 8, 而 CAPM+NLF 模型的均方误差为 0.002 7; CAPM 模型对组合收益拟合的调整  $R^2$  为 0.723 1, 而 CAPM+NLF 模型的调整  $R^2$  达到了 0.728 0. 因此, 不论是反映收益未被解释程度的 GPS 统计量、 $|a_i|$  和  $|a_i|/|e_i|$ , 还是反映模型拟合优劣程度的均方误差和  $\text{adj-}R^2$ , CAPM+NLF 模型都较 CAPM 模型表现出更高的定价效率. 与 CAPM 模型的结果相类似, 包含非线性因子的 FF3+NLF 模型和 FF5+NLF 模型都有更小的 GRS 统计量、回归常数项绝对值、常数项绝对值与组合收益偏离平均收益的偏差的比例, 以及拟合均方误差, 并且有更高的调整  $R^2$ .

在 Panel B, 对于按规模和流动性独立分组形成的  $5 \times 5$  组合, CAPM 模型的 GRS 统计量为 9.116 6, 而 CAPM+NLF 模型的 GRS 统计量仅为 6.890 9; CAPM 模型回归常数项的绝对值是 0.010 0, 而 CAPM+NLF 模型回归常数项的绝对值仅为 0.008 8; CAPM 模型常数项绝对值与组合收益偏离平均收益的偏差的比例为 1.743 4, 而 CAPM+NLF 模型相应的只有 1.563 0; CAPM 模型对组合收益拟合的均方误差为 0.002 9, 而 CAPM+NLF 模型为 0.002 8; CAPM 模型对组合收益拟合的调整  $R^2$  为 0.718 6, 而 CAPM+NLF 模型的调整  $R^2$  达到了 0.724 9. 因此, 不论是反映收益未被解释程度的 GPS 统计量、 $|a_i|$  和  $|a_i|/|e_i|$ , 还是反映模型拟合优劣程度的均方误差和  $\text{adj-}R^2$ , CAPM+NLF 模型也都较 CAPM 模型有更好的表现. 同样的, 对于按规模和流动性独立分组形成的  $5 \times 5$  组合, 包含非线性因子的 FF3+NLF 模型和 FF5+NLF 模型都有更小的 GRS 统计量、回归常数项绝对值、常数项绝对值与组合收益偏离平均收益的偏差的比例, 以及拟合均方误差, 并且有更高的调整  $R^2$ .

表 1 模型的定价效率分析  
Table 1 Pricing efficiency analysis for models

	GRS	$ a_i $	$ a_i / e_i $	MSE	$\text{adj-}R^2$
Panel A: $5 \times 5$ size-mom组合					
CAPM	12.484 2	0.009 7	1.583 9	0.002 8	0.723 1
CAPM+NLF	9.230 0	0.008 4	1.408 1	0.002 7	0.728 0
FF3	18.609 5	0.008 8	1.439 3	0.001 1	0.893 8
FF3+NLF	10.932 4	0.007 1	1.162 4	0.001 0	0.897 4
FF5	17.296 3	0.008 8	1.436 4	0.001 0	0.900 8
FF5+NLF	8.602 7	0.006 2	1.005 4	0.000 9	0.906 3
Panel B: $5 \times 5$ size-liq组合					
CAPM	9.116 6	0.010 0	1.743 4	0.002 9	0.718 6
CAPM+NLF	6.890 9	0.008 8	1.563 0	0.002 8	0.724 9
FF3	13.491 6	0.008 9	1.608 3	0.001 1	0.893 5
FF3+NLF	7.771 4	0.007 4	1.331 1	0.001 0	0.898 2
FF5	12.765 6	0.008 5	1.529 6	0.001 0	0.900 4
FF5+NLF	5.848 6	0.006 2	1.117 5	0.001 0	0.907 0
Panel C: $5 \times 5$ mom-liq组合					
CAPM	24.002 5	0.022 1	0.942 5	0.002 4	0.776 1
CAPM+NLF	18.857 0	0.021 1	0.902 7	0.002 3	0.778 1
FF3	26.461 0	0.019 2	0.819 6	0.001 9	0.823 5
FF3+NLF	16.758 8	0.018 2	0.775 1	0.001 8	0.833 4
FF5	25.969 9	0.019 2	0.819 4	0.001 8	0.831 9
FF5+NLF	15.416 7	0.018 6	0.791 0	0.001 7	0.842 9

在 Panel C, 对于按动量和流动性独立分组形成的  $5 \times 5$  组合, CAPM 模型的 GRS 统计量为 24.002 5, 而 CAPM+NLF 模型的仅为 18.857 0; CAPM 模型回归常数项的绝对值是 0.022 1, 而 CAPM+NLF 模型回归常数项的绝对值仅为 0.021 1; CAPM 模型常数项绝对值与组合收益偏离平均收益的偏差的比例为 0.942 5, 而 CAPM+NLF 模型相应的只有 0.9027; CAPM 模型对组合收益拟合的均方误差为 0.002 4, 而 CAPM+NLF 模型的均方误差为 0.002 3; CAPM 模型对组合收益拟合的调整  $R^2$  为 0.776 1, 而 CAPM+NLF 模型的调整  $R^2$  达到了 0.778 1. 因此, 不论是反映收益未被解释程度的 GPS 统计量、 $|a_i|$  和  $|a_i|/|e_i|$ , 还是反映模型拟合优劣程度的均方误差和  $\text{adj-}R^2$ , CAPM+NLF 模型也都较 CAPM 模型有更好的表现. 同样的, 对于按动量和流动性独立分组形成的  $5 \times 5$  组合, 包含非线性因子的 FF3+NLF 模型和 FF5+NLF 模型都有更小的 GRS 统计量、回归常数项绝对值、常数项绝对值与组合收益偏离平均收益的偏差的比例, 以及拟合均方误差, 并且有更高的调整  $R^2$ . 因此, 含有因子平方项的非线性定价模型比原来的线性定价模型在解释股票横截面收益方面有更好的表现.

### 3.3 “特质波动率之谜”检验

#### 1) 特质波动率基本统计分析

按照文献[4, 5, 12, 14]的方法, 以定价模型回归残差序列的标准差度量特质波动率(idiosyncratic volatility, IV). 以 1997-01-01~2015-06-30 的日数据回归定价模型, 分别得到相对应的月度特质波动率. 表 2 首先在横截面上计算特质波动率的均值、标准差、中位数、最小值和最大值, 然后求其时间序列平均值. 由 CAPM 模型得到的 IV1 的均值为 0.022 2, 标准差为 0.007 1, 中位数为 0.020 4, 最小值和最大值分别为 0.010 4 和 0.045 2. 与 CAPM 模型相比, 由 CAPM+NLF 模型得到的 IV2 均值和标准差都明显降低, 且均值差异性检验显著, 相应的 t 统计量为 16.144 9. 由 FF3 模型得到的 IV3 的均值为 0.019 5, 标准差为 0.006 2, 而由 FF3+NLF 模型得到的 IV4 的均值为 0.016 7, 标准差为 0.005 1, 都较 FF3 模型明显降低, 且均值差异性检验显著. 由 FF5 模型得到的 IV5 的均值为 0.017 6, 标准差为 0.005 5, 而由 FF5+NLF 模型得到的 IV6 的均值为 0.012 7, 标准差为 0.004 1, 都较 FF5 模型明显降低, 且均值差异性检验显著. 因此, 与原来的 CAPM、FF3 等线性定价模型相比, 含有因子平方项的非线性定价模型会显著降低收益残差的波动水平. 结合表 1 和表 2 的结果, 表明含有因子平方项的非线性定价模型在减少套利空间的同时, 也降低了套利风险.

表 2 特质波动率的基本统计分析  
Table 2 Statistics of idiosyncratic volatility

	估计模型	均值	标准差	中位数	最小值	最大值	均值差异性检验
IV1	CAPM	0.022 2	0.007 1	0.020 4	0.010 4	0.045 2	0.000 8
IV2	CAPM+NLF	0.021 4	0.006 7	0.019 8	0.010 1	0.043 7	(16.144 9)
IV3	FF3	0.019 5	0.006 2	0.018 0	0.009 4	0.041 6	0.002 8
IV4	FF3+NLF	0.016 7	0.005 1	0.015 7	0.000 0	0.034 4	(22.697 6)
IV5	FF5	0.017 6	0.005 5	0.016 3	0.005 5	0.038 2	0.004 9
IV6	FF5+NLF	0.012 7	0.004 1	0.012 2	0.000 0	0.024 0	(27.486 5)

#### 2) “特质波动率之谜”组合分析

下面, 比较分析含有因子平方项的非线性定价模型在提高定价效率和降低特质波动率水平的同时, 是否能消除“特质波动率之谜”. 用组合分析法和模型估计的 IV 构建组合, 检验高低 IV 组合在持有期的收益率是否存在显著差异. 具体地, 在每个月按 IV 从低到高的顺序对所有股票进行排序, 按 5 分位点构建组合, 持有组合一个月, 分别以流通市值加权(value-weighted, VW) 和平均加权(equal-weighted, EW)计算组合的收益率. 为了避免组合的系统性风险溢价对 IV 风险溢价的影响, 在检验高低 IV 组合收益率差异的基础上用 Fama-French 三因子模型对组合收益率进行时间序列回归, 过滤其中的系统性风险溢价, 比较高低组合之间常数项 alpha 的差异. 为了避免收益序列自相关和异方差对结果的影响, 用 Newey-West 等<sup>[38]</sup>的 t 统计量进行显著性检验.

在表 3 的 Panel A 中, 分别用 APM, CAPM+NLF, FF3, FF3+NLF, FF5 和 FF5+NLF 估计特质波动率, 用流通市值加权计算组合收益. 用 CAPM 模型估计特质波动率, 高低特质波动率组合的收益差为 -0.6185%, 相应的 Newey-West-t 统计量为 -5.447 7. 用 Fama-French 三因子模型调整系统性风险后, 高低特质波动率组合的收益差为 -0.214 2%, 相应的 Newey-West-t 统计量为 -4.172 9. 用包含市场因子平方项的 CAPM+NLF 模型估计特质波动率, 高低特质波动率组合的收益差为 -0.548 0%, 调整系统性风险后的溢价为 -0.115 3%, 与 CAPM 模型估计特质波动率相比溢价减少了 46.2%. 用 FF3 模型估计特质波动率, 高低特质波动率组合的收益差为 -0.593 4%, 相应的 Newey-West-t 统计量为 -5.193 1. 用 Fama-French 三因子模型调整系统性风险后, 高低特质波动率组合的收益差为 -0.347 2%, 相应的 Newey-West-t 统计量为 -4.419 2. 用 FF3+NLF 模型估计特质波动率, 高低特质波动率组合的收益差为 -0.560 4%, 调整系统性风险后的溢价为 -0.227 4%, 与 FF3 模型估计特质波动率相比溢价减少了 34.5%. 用 FF5+NLF 模型估计特质波动率, 与 FF5 模型相比“特质波动率”之谜也减弱了 29.5%.

在表3的Panel B中,以等权计算组合收益.用CAPM模型估计特质波动率,高低特质波动率组合的收益差为-1.295 9%,调整系统性风险后的溢价为-0.902 1%.用包含市场因子平方项的CAPM+NLF模型估计特质波动率,高低特质波动率组合的收益差为-1.124 9%,调整系统性风险后的溢价为-0.720 5%,与CAPM模型估计特质波动率相比溢价减少了20.1%.用FF3模型估计特质波动率,高低特质波动率组合的收益差为-1.442 3%,调整系统性风险后的溢价为-1.066 5%.用FF3+NLF模型估计特质波动率,高低特质波动率组合的收益差为-1.298 5%,调整系统性风险后的溢价为-0.939 4%,与FF3模型估计特质波动率相比溢价减少了11.9%.用FF5模型估计特质波动率,高低特质波动率组合的收益差为-1.363 8%,调整系统性风险后的溢价为-1.035 1%.用FF5+NLF模型估计特质波动率,高低特质波动率组合的收益差为-1.175 8%,调整系统性风险后的溢价为-0.872 8%,与FF5模型估计特质波动率相比溢价减少了15.7%.因此,与原来的CAPM、FF3等线性定价模型相比,以含有因子平方项的非线性定价模型估计特质波动率,“特质波动率之谜”会大幅减弱.

表3 特质波动率组合分析

Table 3 Portfolio analysis sorted by idiosyncratic volatility

Panel A: 流通市值加权						
Rank	CAPM	CAPM+NLF	FF3	FF3+NLF	FF5	FF5+NLF
Low IV	1.168 4	1.165 7	1.052 8	1.156 4	1.124 2	1.188 1
2	1.477 2	1.478 3	1.549 9	1.431 1	1.413 1	1.372 9
3	1.214 4	1.226 5	1.243 2	1.275 3	1.299 6	1.205 3
4	1.120 7	1.085 1	1.171 0	1.037 7	1.012 9	1.044 8
High IV	0.549 9	0.617 7	0.459 5	0.596 0	0.612 0	0.692 0
Return difference	-0.618 5 (-5.447 7)	-0.548 0 (-5.248 0)	-0.593 4 (-5.193 1)	-0.560 4 (-5.508 6)	-0.512 2 (-5.153 1)	-0.496 1 (-5.129 7)
Alpha difference	-0.214 2 (-4.172 9)	-0.115 3 (-3.871 4)	-0.347 2 (-4.419 2)	-0.227 4 (-4.387 2)	-0.313 2 (-4.495 0)	-0.220 8 (-4.2251)
Panel B: 等值加权						
Rank	CAPM	NLM	NLLM	CAPM	NLM	NLLM
Low IV	2.019 7	1.990 8	2.113 0	2.128 8	2.110 4	2.094 1
2	2.033 1	2.057 2	2.078 9	1.998 5	2.067 5	1.965 3
3	1.838 0	1.825 8	1.795 7	1.844 7	1.805 6	1.798 7
4	1.494 5	1.469 4	1.450 7	1.406 8	1.379 1	1.432 7
High IV	0.723 8	0.865 9	0.670 7	0.830 3	0.746 5	0.918 3
Return difference	-1.295 9 (-9.428 8)	-1.124 9 (-8.209 6)	-1.442 3 (-11.568 2)	-1.298 5 (-10.524 1)	-1.363 8 (-11.561 0)	-1.175 8 (-10.866 1)
Alpha difference	-0.902 1 (-7.995 1)	-0.720 5 (-6.718 6)	-1.066 5 (-10.033 2)	-0.939 4 (-9.037 7)	-1.035 1 (-10.160 2)	-0.872 8 (-9.494 9)

为了直观对比以线性定价模型和含有因子平方项的非线性定价模型估计特质波动率所产生的“特质波动率之谜”,图1展示了基于六个模型估计特质波动率的高、低特质波动率组合收益差.

图1中黑色直方图分别是基于CAPM、FF3和FF5模型估计特质波动率,灰色直方图分别是基于含有因子平方项的非线性定价模型估计特质波动率,上两图是以流通市值加权计算组合收益,下两图是以等权计算组合收益.由图1可知,基于非线性定价模型估计特质波动率会使高、低特质波动率组合收益之差和经系统性风险调整的常数项之差都大幅降低,表明与CAPM、FF3和FF5等线性定价模型相比,含有因子平方项的非线性定价模型能够显著减弱“特质波动率之谜”.

由于组合各特征之间存在相关性,二维投资组合分析无法同时控制多个变量对股票预期收益的影响.为了同时检验多个控制变量对换手率风险溢价的影响,以换手率及其它控制变量对股票预期收益进行Fama-MacBeth横截面回归<sup>[39]</sup>

$$R_{i,t+1} = a_i + b_i IV_{i,t} + c_i Controls_{i,t} + \varepsilon_{i,t+1}, \quad (10)$$



其中  $R_{i,t+1}$  表示股票  $i$  在  $t+1$  月的收益,  $IV_{i,t}$  表示股票  $i$  在  $t$  月的特质波动率,  $Controls_{i,t}$  表示股票  $i$  在  $t$  期的控制变量: 价格(price), 规模(size), 交易量(volume), 贝塔(beta), 短期收益反转(reversal), 动量(momentum), 换手率(turnover), 流动性(illiquidity)以及月内最大日收益率(MAX).

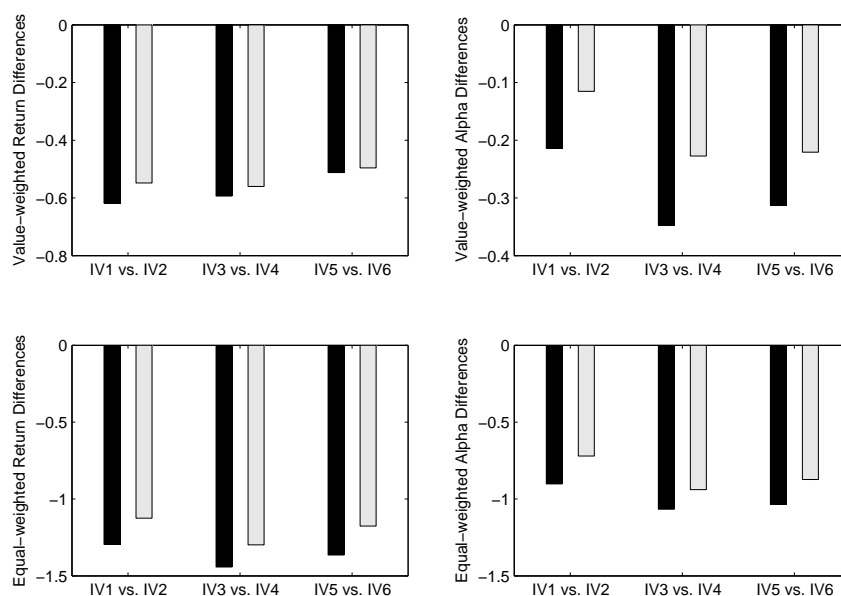


图1 高、低特质波动率组合的收益之差

Figure 1 Return differences between high idiosyncratic volatility portfolio and low idiosyncratic volatility portfolio

表4 依据模型中特质波动率和控制变量的选取, 构建12个不同的横截面回归模型. 在每个月以特质波动率及其它控制变量对股票下一个月的收益进行回归, 计算回归系数的时间序列平均值, 并且进行 Newey-West-t 统计检验(见括号). 模型中的所有变量被调整为0到1之间的值, 样本期从1997年1月至2015年6月.

表4 特质波动率与股票预期收益的横截面回归分析

Table 4 Cross-sectional regression analyses for idiosyncratic volatility and expected stock returns

Variable	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
IV1	-0.116 (-6.949)	-0.077 (-2.632)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
IV2	—	—	-0.104 (-6.079)	-0.066 (-1.664)	—	—	—	—	—	—	—	—
IV3	—	—	—	—	-0.120 (-7.690)	-0.210 (-2.956)	—	—	—	—	—	—
IV4	—	—	—	—	—	—	-0.112 (-6.620)	-0.123 (-1.597)	—	—	—	—
IV5	—	—	—	—	—	—	—	—	-0.118 (-7.805)	-0.185 (-2.118)	—	—
IV6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-0.099 (-6.508)	-0.068 (-1.204)
beta	—	0.024 (0.605)	—	0.024 (0.615)	—	0.015 (0.222)	—	0.019 (0.420)	—	0.018 (0.323)	—	0.023 (0.552)
price	—	0.013 (0.141)	—	0.013 (0.172)	—	0.015 (0.265)	—	0.016 (0.298)	—	0.016 (0.305)	—	0.016 (0.319)
size	—	0.012 (0.111)	—	0.012 (0.104)	—	0.009 (0.042)	—	0.010 (0.002)	—	0.009 (0.041)	—	0.010 (0.019)
volume	—	-0.013 (-1.149)	—	-0.012 (-1.113)	—	-0.013 (-1.126)	—	-0.012 (-1.110)	—	-0.013 (-1.131)	—	-0.012 (-1.115)

表4(续)  
Table 4(continue)

Variable	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
reversal	—	0.060 (1.119)	—	0.060 (1.131)	—	0.059 (1.105)	—	0.064 (1.184)	—	0.063 (1.159)	—	0.067 (1.213)
momentum	—	0.036 (1.997)	—	0.035 (1.961)	—	0.038 (2.129)	—	0.036 (2.039)	—	0.037 (2.094)	—	0.035 (1.953)
turnover	—	-0.116 (-5.934)	—	-0.117 (-7.003)	—	-0.113 (-5.546)	—	-0.115 (-7.555)	—	-0.116 (-5.603)	—	-0.119 (-7.724)
illiquidity	—	0.028 (0.996)	—	0.034 (1.218)	—	0.026 (0.919)	—	0.028 (1.034)	—	0.028 (1.029)	—	0.023 (0.779)
MAX	—	-0.014 (-0.183)	—	-0.028 (-0.292)	—	0.118 (1.106)	—	0.024 (0.187)	—	0.081 (0.901)	—	-0.033 (-0.683)

模型1以CAPM模型估计特质波动率IV1, 特质波动率的系数为-0.116, 相应的Newey-West-t统计量为-6.949, 表明特质波动率与股票预期收益之间存在显著的负向关系. 模型2加入价格(price)、规模(size)、交易量(volume)、贝塔(beta)、短期收益反转(reversal)、动量(momentum)、换手率(turnover)、流动性(illiquidity)、月内最大日收益率(MAX)作为控制变量, 特质波动率与预期收益负向关系的显著性有所减弱, 然而仍然显著. 模型3以CAPM+NLF模型估计特质波动率IV2, 特质波动率的系数为-0.104, 相应的Newey-West-t统计量为-6.079, 在加入控制变量后, 特质波动率的系数为-0.066, 相应的Newey-West-t统计量为-1.664, 特质波动率与预期收益的负向关系不再显著, 表明以CAPM+NLF模型估计特质波动率后, “特质波动率之谜”会显著减弱.

模型5以FF3模型估计特质波动率IV3, 特质波动率的系数为-0.120, 相应的Newey-West-t统计量为-7.690, 表明特质波动率与股票预期收益之间存在显著的负向关系. 模型6加入价格(price)、规模(size)、交易量(volume)、贝塔(beta)、短期收益反转(reversal)、动量(momentum)、换手率(turnover)、流动性(illiquidity)、月内最大日收益率(MAX)作为控制变量, 特质波动率与预期收益负向关系的显著性有所减弱, 然而仍然显著. 模型7以FF3+NLF模型估计特质波动率IV4, 特质波动率的系数为-0.112, 相应的Newey-West-t统计量为-6.620, 在加入控制变量后, 特质波动率的系数为-0.123, 相应的Newey-West-t统计量为-1.597, 特质波动率与预期收益的负向关系不再显著, 表明以FF3+NLF模型估计特质波动率后, “特质波动率之谜”也会显著减弱.

模型9以FF5模型估计特质波动率IV5, 特质波动率的系数为-0.118, 相应的Newey-West-t统计量为-7.805, 表明特质波动率与股票预期收益之间存在显著的负向关系. 模型10加入价格(price)、规模(size)、交易量(volume)、贝塔(beta)、短期收益反转(reversal)、动量(momentum)、换手率(turnover)、流动性(illiquidity)、月内最大日收益率(MAX)作为控制变量, 特质波动率与预期收益负向关系的显著性有所减弱, 然而仍然显著. 模型11以FF5+NLF模型估计特质波动率IV6, 特质波动率的系数为-0.099, 相应的Newey-West-t统计量为-6.508. 在模型12加入控制变量后, 特质波动率的系数为-0.068, 相应的Newey-West-t统计量为-1.204, 特质波动率与预期收益的负向关系不再显著, 表明以FF5+NLF模型估计特质波动率后, “特质波动率之谜”也会显著减弱. 因此, 基于含有因子平方项的非线性定价模型估计特质波动率, “特质波动率之谜”会大幅减弱, 使得股票其它特征能够完全解释“特质波动率之谜”.

为了直观展示表4中特质波动率与股票预期收益横截面回归的结果, 将不同特质波动率对横截面预期收益的回归系数绘制直方图, 具体见图2.

左图中黑色直方图分别表示基于CAPM, FF3和FF5模型估计特质波动率的横截面回归系数, 灰色直方图分别表示基于含有因子平方项的非线性定价模型估计特质波动率的横截面回归系数, 可见基于含有因子平方项的非线性定价模型估计特质波动率会使特质波动率与横截面预期收益的负向关系大幅减弱. 右图中

黑色直方图分别表示基于 CAPM, FF3 和 FF5 模型估计特质波动率, 并且在模型中加入控制变量后特质波动率的系数, 白色直方图分别表示基于含有因子平方项的非线性定价模型估计特质波动率, 并且在模型中加入控制变量后特质波动率的回归系数不显著, 因此基于含有因子平方项的非线性定价模型估计特质波动率会使“特质波动率之谜”减弱甚至消失。

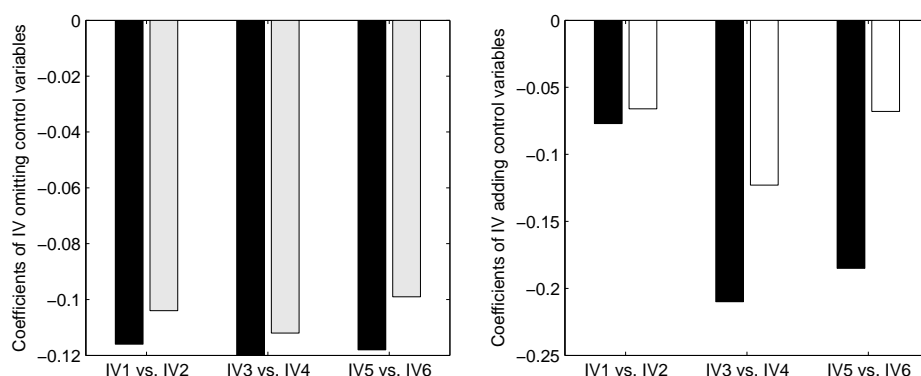


图2 特质波动率对股票预期收益横截面回归的系数

Figure 2 Coefficients of cross-sectional regressions for expected stock returns on idiosyncratic volatility

### 3) 定价过高和定价过低股票的“特质波动率之谜”检验

如果“特质波动率之谜”是由模型的定价误差所引起, 那么依据套利定价理论, 模型回归的常数项  $\alpha > 0$  意味着股票价格被高估, 未来应该有较低的预期收益, 并且定价误差高的股票套利风险也大, 因而特质波动率与股票预期收益之间会产生负向关系; 模型回归的常数项  $\alpha < 0$  意味着股票价格被低估, 未来应该有较高的预期收益, 由于定价误差高的股票套利风险也大, 因而特质波动率与股票预期收益之间会产生正向关系。由于现实中卖空限制等因素的影响, 高估的股票中特质波动率与股票预期收益之间的负向关系会更强。

表5 分别检验定价过高和定价过低股票的“特质波动率之谜”。在每个横截面, 先以  $\alpha > 0$  和  $\alpha < 0$  将股票分为高估和低估两组, 在每个组内以 IV 构建 5 分位点组合。Panel A 以流通市值加权计算组合收益。以 CAPM 模型回归股票收益, 在  $\alpha > 0$  的股票中特质波动率溢价甚至超过  $-1.70\%$ , 调整系统性风险后的溢价为  $-1.44\%$ ; 在  $\alpha < 0$  的股票中特质波动率的溢价为  $-0.14\%$ , 调整系统性风险后的溢价为  $0.27\%$ 。而以 CAPM+NLF 模型回归股票收益, 在  $\alpha > 0$  的股票中特质波动率的溢价为  $-1.38\%$ , 调整系统性风险后的溢价仅为  $-0.94\%$ ; 在  $\alpha < 0$  的股票中特质波动率的溢价为  $0.05\%$ , 调整系统性风险后的溢价仅为  $0.02\%$ 。因此, 不论对于被高估的股票还是被低估的股票, 以 CAPM+NLF 模型估计特质波动率在降低定价误差的同时, 会显著降低特质波动率溢价。

表5 定价过高和定价过低股票的“特质波动率之谜”组合分析

Table 5 Portfolio analysis for the “idiosyncratic volatility puzzle” in overpriced and underpriced stocks

Panel A: 流通市值加权												
Rank	CAPM		CAPM+NLF		FF3		FF3+NLF		FF5		FF5+NLF	
	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$
Low IV	1.76	1.10	1.58	1.04	1.25	1.20	1.36	1.13	1.31	1.15	1.30	1.18
2	1.49	1.36	1.40	1.34	1.22	1.52	1.20	1.66	1.23	1.47	1.53	1.22
3	1.08	1.21	1.11	1.25	1.13	1.59	1.22	1.11	1.12	1.53	1.27	1.19
4	0.99	1.22	1.06	1.11	0.83	1.24	1.01	1.22	0.86	1.39	1.23	1.11
High IV	-0.01	0.96	0.20	1.08	0.06	0.84	0.50	0.92	0.34	0.71	0.51	0.97
Return difference	-1.77	-0.14	-1.38	0.05	-1.19	-0.36	-0.86	-0.21	-0.98	-0.44	-0.79	-0.20
	(-7.58)	(-3.25)	(-6.67)	(3.02)	(-6.07)	(-5.00)	(-5.32)	(-4.19)	(-5.53)	(-4.91)	(-5.41)	(-3.69)
Alpha difference	-1.44	0.27	-0.94	0.02	-0.96	-0.13	-0.53	-0.05	-0.88	-0.08	-0.64	-0.05
	(-6.73)	(2.13)	(-5.56)	(1.87)	(-5.46)	(-4.17)	(-4.43)	(-2.91)	(-5.28)	(-3.72)	(-4.99)	(-2.50)

表 5 (续)  
Table 5 (continue)

Panel B: 等值加权												
Rank	CAPM		CAPM+NLF		FF3		FF3+NLF		FF5		FF5+NLF	
	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$
Low IV	2.19	1.84	2.26	1.73	1.99	2.20	2.14	2.09	2.07	2.12	2.15	2.03
2	1.76	1.95	1.89	1.94	1.82	2.17	1.94	2.14	1.69	2.22	1.99	1.99
3	1.44	1.93	1.60	1.85	1.33	2.09	1.69	1.83	1.48	2.07	1.65	1.80
4	0.94	1.78	1.17	1.60	1.03	1.86	1.03	1.66	1.03	1.82	1.35	1.60
High IV	0.27	1.15	0.37	1.16	0.27	1.08	0.62	1.06	0.41	1.02	0.68	1.10
Return difference	-1.92	-0.69	-1.89	-0.58	-1.72	-1.12	-1.52	-1.02	-1.67	-1.10	-1.47	-0.93
	(-10.61)	(-5.96)	(-10.74)	(-5.60)	(-10.69)	(-9.01)	(-10.41)	(-8.24)	(-11.04)	(-9.51)	(-11.18)	(-7.65)
Alpha difference	-1.66	-0.35	-1.52	-0.23	-1.37	-0.90	-1.11	-0.72	-1.34	-0.75	-1.11	-0.67
	(-9.72)	(-4.84)	(-9.53)	(-4.43)	(-9.46)	(-8.15)	(-8.94)	(-7.94)	(-9.82)	(-8.12)	(-9.75)	(-6.49)

以 FF3 模型回归股票收益, 在  $\alpha > 0$  的股票中特质波动率溢价为  $-1.19\%$ , 调整系统性风险后的溢价为  $-0.96\%$ ; 在  $\alpha < 0$  的股票中特质波动率的溢价为  $-0.36\%$ , 调整系统性风险后的溢价为  $-0.13\%$ . 而以 FF3+NLF 模型回归股票收益, 在  $\alpha > 0$  的股票中特质波动率的溢价为  $-0.86\%$ , 调整系统性风险后的溢价仅为  $-0.53\%$ ; 在  $\alpha < 0$  的股票中特质波动率的溢价为  $-0.21\%$ , 调整系统性风险后的溢价仅为  $-0.05\%$ . 因此, 不论对于被高估的股票还是被低估的股票, 以 FF3+NLF 模型估计特质波动率在降低定价误差的同时, 也会显著降低特质波动率溢价. 以 FF5 模型回归股票收益, 在  $\alpha > 0$  的股票和  $\alpha < 0$  的股票中也有类似的结果, 以 FF5+NLF 模型估计特质波动率会显著降低特质波动率溢价.

表 5 的结果表明, 在被高估的股票中特质波动率与预期收益之间存在显著的负向关系, 在被低估的股票中特质波动率与预期收益之间存在显著的正向关系或较弱的负向关系, 表明“特质波动率之谜”主要存在于被高估的股票中. 在被低估的股票中, 所有结果并没有都展现出显著的正向特质波动率效应, 这可能由于本文的实证研究尚未找到更为合理的非线性定价模型. 然而, 在定价过高的股票中具有更强的“特质波动率之谜”, 这与文献[21, 22]的结果相一致. 而且, 不论在被高估的股票中, 还是在被低估的股票中, 与 CAPM、FF3、FF5 模型相比, 包含因子平方项的非线性定价模型都有较弱的特质波动率溢价.

### 3.4 稳健性检验

在我国股票市场近三十年的历史中, 一直呈现出跌宕起伏和“牛短熊长”的特征. 在市场急剧上升期或下跌期, 股票都会有较高的特质波动率. 在市场上升期, 股票未来有较高的预期收益, 特质波动率与预期收益之间可能呈现正向关系. 在市场下跌期, 股票未来有较低预期收益, 特质波动率与预期收益之间可能呈现负向关系. 因此, 不同的市场状态可能会对“特质波动率之谜”的强弱产生差异性影响. 依据上证综合指数的走势将样本期划分为“牛市”和“熊市”两个状态, 其中“牛市”为 2006-01~2007-10, 2008-11~2009-07, 2014-07~2015-06 共三个时期 43 个月, “熊市”为 1997-01~2005-12 月, 2007-11~2008-10, 2009-08~2014-6 共三个时期 179 个月, 具体见图 3.

在每个月以 IV 构建 5 分位组合, 持有组合一个月, 以流通市值加权计算组合的收益率, 检验“牛市”和“熊市”期间高特质波动率组合和低特质波动率组合之间的收益差异, 结果见表 6. 在 Panel A 的“牛市”期间, 以六个实证定价模型估计特质波动率, 低特质波动率组合都比高特质波动率组合有更高的风险溢价, 调整系统性风险后表现出正的特质波动率溢价, 尽管 Newey-West-t 检验不显著, 这可能由于我国股票市场“牛市”持续时期太短. 与 CAPM、FF3 及 FF5 模型相比, 包含因子平方项的非线性定价模型都有较弱的特质波动率溢价. 在 Panel B 的“熊市”期间, 以不同定价模型估计特质波动率, 低特质波动率组合都比高特质波动率组合有更高的风险溢价, 展示出显著的负向溢价, 调整系统性风险后的负向溢价依然显著. 与 CAPM 模型相比, 包含因子平方项的 CAPM+NLF 模型估计特质波动率产生的特质波动率组合溢价大幅减弱,

以 FF3、FF5 模型估计特质波动率也产生了相类似的结果. 因此, “特质波动率之谜”主要存在于“熊市”时期, 在“牛市”时期并不存在显著的“特质波动率之谜”. 然而, 不论市场的状态是“牛市”还是“熊市”, 与 CAPM、FF3、FF5 模型相比, 以包含因子平方项的非线性定价模型估计特质波动率, 都会产生相对弱的特质波动率溢价.

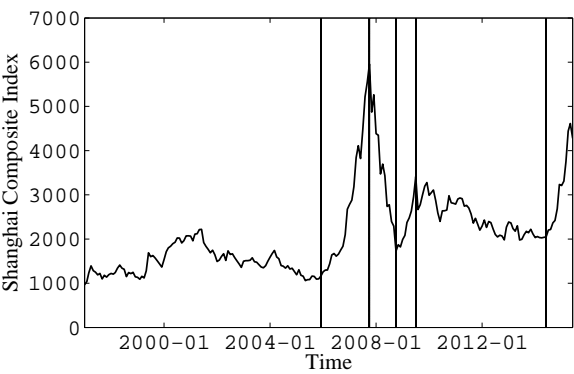


图 3 上证综合指数走势图

Figure 3 Shanghai Composite Index chart

表 6 牛市与熊市的“特质波动率之谜”组合分析

Table 6 Portfolio analysis for the “idiosyncratic volatility puzzle” in bull market and bear market

Panel A: 牛市						
Rank	CAPM	CAPM+NLF	FF3	FF3+NLF	FF5	FF5+NLF
Low IV	7.140	7.123	6.951	7.297	7.133	7.351
2	7.744	7.780	8.071	7.926	7.743	7.571
3	7.377	7.503	6.966	7.195	7.431	7.194
4	7.304	7.152	7.442	7.087	6.912	7.207
High IV	6.616	6.741	6.515	6.629	6.800	6.800
Return difference	-0.524	-0.382	-0.436	-0.667	-0.333	-0.552
	(-1.940)	(-1.745)	(-1.790)	(-2.231)	(-1.645)	(-1.964)
Alpha difference	0.357	0.270	0.761	0.613	0.902	0.794
	(0.484)	(1.842)	(0.306)	(0.125)	(0.125)	(0.273)
Panel B: 熊市						
Rank	CAPM	CAPM+NLF	FF3	FF3+NLF	FF5	FF5+NLF
Low IV	-0.170	-0.169	-0.269	-0.220	-0.223	-0.193
2	0.072	0.066	0.088	-0.025	-0.006	-0.016
3	-0.167	-0.180	-0.040	-0.052	-0.075	-0.137
4	-0.265	-0.275	-0.235	-0.318	-0.309	-0.336
High IV	-0.810	-0.755	-0.898	-0.756	-0.775	-0.677
Return difference	-0.640	-0.585	-0.629	-0.536	-0.552	-0.484
	(-5.054)	(-4.920)	(-4.901)	(-5.036)	(-5.003)	(-4.815)
Alpha difference	-0.426	-0.402	-0.482	-0.408	-0.496	-0.404
	(-4.460)	(-4.210)	(-4.474)	(-4.131)	(-4.827)	(-4.260)

4 结束语

只有全面提升证券市场的资源配置效率, 才能实现金融发展服务于实体经济的目的. 然而大量实证研究表明, CAPM 模型受到“特质波动率之谜”等诸多市场异象的挑战. 以往相关研究发现“特质波动率之谜”不能被其它变量构建的组合分析或以其它变量为控制变量的 Fama-MacBeth 横截面回归分析所解释. 从统计学来说, 这个结果是可以理解的. 基于 CAPM、FF3 及 FF5 等线性市场模型无法解释的收益残差估计特质波

动率,而系统性风险因子之外某一风险因素的报酬至多是收益残差的一部分,因而只能部分解释“特质波动率之谜”,却无法完全解释“特质波动率之谜”。除非存在某一变量具有负向风险溢价,而且与特质波动率之间完全线性相关,才能够完全解释“特质波动率之谜”。“特质波动率之谜”之所以没有被完全破解,可能正是由于目前尚未找到可以完美刻画收益与风险之间非线性关系的模型。因此,以“特质波动率之谜”作为契机,在传统CAPM模型的框架下不断发掘合理的非线性资产定价模型将是今后要努力的方向。

### 参考文献:

- [1] Roll R. A critique of the asset pricing theory's test part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, 1977, 4(2): 129–176.
- [2] Levy H. Equilibrium in an imperfect market: A constraint on the number of securities in the portfolio. *American Economic Review*, 1978, 68(4): 643–658.
- [3] Merton R. A simple model of capital market equilibrium with incomplete information. *Journal of Finance*, 1987, 42(3): 483–510.
- [4] Ang A, Hodrick R J, Xing Y, et al. The cross-section of volatility and expected returns. *Journal of Finance*, 2006, 61(1): 259–299.
- [5] Spiegel M, Wang X. Cross-sectional variation in stock returns: Liquidity and idiosyncratic risk. <https://ssrn.com/abstract=709781>, 2005.
- [6] Bali T G, Cakici N. Idiosyncratic volatility and the cross section of expected returns. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2008, 43(1): 29–58.
- [7] 左浩苗, 郑 鸣, 张 翼. 股票特质波动率与横截面收益: 对中国股市“特质波动率之谜”的解释. *世界经济*, 2011, 34(5): 117–135.  
Zuo H M, Zheng M, Zhang Y. Stock idiosyncratic volatility and cross-sectional returns: An Explanation of the “idiosyncratic volatility puzzle” in Chinese stock market. *The Journal of World Economy*, 2011, 34(5): 117–135. (in Chinese)
- [8] Bali T G, Cakici N, Whitelaw R F. Maxing out: Stocks as lotteries and the cross-section of expected returns. *Journal of Financial Economics*, 2011, 99(2): 427–446.
- [9] Cao Jie, Han Bin. Cross section of option returns and idiosyncratic stock volatility. *Journal of Financial Economics*, 2013, 108(1): 231–249.
- [10] Jiang G J, Xu D, Yao T. The information content of idiosyncratic volatility. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2009, 44(1): 1–28.
- [11] Boehme R, Danielsen B, Kumar P, Sorescu S M. Idiosyncratic risk and the cross-section of stock returns: Merton (1987) meets Miller (1977). *Journal of Financial Markets*, 2009, 12(3): 438–468.
- [12] Duan Y, Hu G, McLean R D. Costly arbitrage and idiosyncratic risk: Evidence from short sellers. *Journal of Financial Intermediation*, 2010, 19(4): 564–579.
- [13] Kang J, Lee E, Sim M. Retail investors and the idiosyncratic volatility puzzle: Evidence from the Korean stock market. *Asia-Pacific Journal of Financial Studies*, 2014, 43(2): 183–222.
- [14] Hou Kewei, Loh R K. Have we solved the idiosyncratic volatility puzzle. *Journal of Financial Economics*, 2016, 121(1): 167–194.
- [15] Ang A, Hodrick R J, Xing Y, et al. High idiosyncratic volatility and low returns: international and further U.S. evidence. *Journal of Financial Economics*, 2009, 91(1): 1–23.
- [16] Guo H, Savickas R. Relation between time-series and cross-sectional effects of idiosyncratic variance on stock returns. *Journal of Banking and Finance*, 2010, 34(7): 1637–1649.
- [17] 杨华蔚, 韩立岩. 中国股票市场特质波动率与横截面收益研究. *北京航空航天大学学报(社会科学版)*, 2009, 22(1): 6–10.  
Yang H W, Han L Y. An empirical study of the relationship between the idiosyncratic volatility and cross-sectional return. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics(Social Sciences Edition)*, 2009, 22(1): 6–10. (in Chinese)
- [18] 郑振龙, 王 磊, 王路璐. 特质偏度是否被定价. *管理科学学报*, 2013, 16(5): 1–12.  
Zheng Z L, Wang L, Wang L Z. Is idiosyncratic skewness priced. *Journal of Management Sciences in China*, 2013, 16(5): 1–12. (in Chinese)
- [19] Bley J, Saad M. Idiosyncratic risk and expected returns in frontier markets: Evidence from GCC. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 2012, 22(3): 538–554.
- [20] Chen L, Jiang G J, Xu D, et al. *Dissecting the Idiosyncratic Volatility Anomaly*. Tucson: University of Arizona, 2012.

- [21] Stambaugh R F, Yu Jianfeng, Yuan Yu. Arbitrage asymmetry and the idiosyncratic volatility puzzle. *Journal of Finance*, 2015, 70(5): 1903–1948.
- [22] Cao J, Han B. Idiosyncratic risk, costly arbitrage, and the cross-section of stock returns. *Journal of Banking and Finance*, 2016, 73(12): 1–15.
- [23] Kraus A, Litzenberger R. Skewness preference and the valuation of risk assets. *Journal of Finance*, 1976, 31(4): 1085–1100.
- [24] Bansal R, Viswanathan S. No arbitrage and arbitrage pricing: A new approach. *Journal of Finance*, 1993, 48(4): 1231–1262.
- [25] Bansal R, Hsieh D, Viswanathan S. A new approach to international arbitrage pricing. *Journal of Finance*, 1993, 48(5): 1719–1747.
- [26] Leland H E. Beyond Mean-variance: Performance Measurement of Portfolios Using Options or Dynamic Strategies. Berkeley: University of California at Berkeley, 1997.
- [27] Ghysels E. On stable factor structures in the pricing of risk: Do time-varying betas help or hurt. *Journal of Finance*, 1998, 53(2): 549–573.
- [28] Harvey C R, Siddique A. Conditional skewness in asset pricing tests. *Journal of Finance*, 2000, 55(3): 1263–1295.
- [29] Lewellen J, Nagel S. The conditional CAPM does not explain asset-pricing anomalies. *Journal of Financial Economics*, 2006, 82(2): 289–314.
- [30] Scott C, O'Doherty M. Does it pay to bet against beta? On the conditional performance of the beta anomaly. *Journal of Finance*, 2016, 71(2): 737–774.
- [31] Harrison M, Kreps D. Martingales and arbitrage in multi-period securities markets. *Journal of Economic Theory*, 1979, 20(3): 381–408.
- [32] Hansen L, Richard S. The role of conditioning information in deducing testable restrictions implied by dynamic asset pricing models. *Econometrica*, 1987, 55(3): 587–614.
- [33] Cochrane J. *Discrete Time Empirical Finance*. Chicago: University of Chicago, 1994.
- [34] Jagannathan R, Wang Z. The conditional CAPM and the cross-section of expected returns. *Journal of Finance*, 1996, 51(1): 3–53.
- [35] Amihud Y. Illiquidity and stock returns: Cross-section and time-series effects. *Journal of Financial Markets*, 2002, 5(1): 31–56.
- [36] Fama E F, French K R. A five-factor asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, 2015, 116(1): 1–22.
- [37] Gibbons M, Ross S, Shanken J. A test of the efficiency of a given portfolio. *Econometrica*, 1989, 57(5): 1121–1152.
- [38] Newey W K, West K D. A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, 1987, 55(3): 703–708.
- [39] Fama E F, Macbeth J D. Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of Political Economy*, 1973, 81(3): 607–636.

#### 作者简介:

邢红卫(1984—), 男, 山西大同人, 博士, 讲师, 研究方向: 资产定价与行为金融学, Email: hongweix@sxu.edu.cn;

刘维奇(1963—), 男, 山西忻州人, 博士, 教授, 研究方向: 金融工程与风险管理, Email: liuwq@sxu.edu.cn.