Gert-Martin Greuel
Reinhold Remmert
Gerhard Rupprecht
Herausgeber

Mathematik

Motor der Wirtschaft

Springer

Mathematik – Motor der Wirtschaft

Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach

Gert-Martin Greuel
Reinhold Remmert
Gerhard Rupprecht
Herausgeber

Mathematik – Motor der Wirtschaft

Initiative der Wirtschaft zum Jahr der Mathematik

Springer

ISBN 978-3-540-78667-2 e-ISBN 978-3-540-78668-9

DOI 10.1007/978-3-540-78668-9

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Einbandgestaltung: WMXDesign GmbH, Heidelberg
Satz und Herstellung: le-tex publishing services oHG, Leipzig

Gedruckt auf säurefreiem Papier.

9 8 7 6 5 4 3 2 1

springer.de

Grußwort

In unserer technisierten Welt stoßen wir überall auf Mathematik – in Banken genauso wie bei Versicherungen, in der Touristikbranche und in Verkehrsunternehmen. Mathematik ist eine Basiswissenschaft. Vom Automobilbau bis zur Straßenplanung, vom Einkauf im Supermarkt bis zum Internet, vom Wetterbericht bis zum MP3-Player, überall steckt Mathematik drin.

Mathematik liefert die Schlüssel für bahnbrechende Innovationen: Sie ist ein wichtiger Produktions- und Wettbewerbsfaktor. Sie macht viele Produkte und Dienstleistungen überhaupt erst möglich, andere werden durch Mathematik besser. Hightech gibt es nicht ohne Mathematik! Deshalb brauchen wir in Deutschland mehr Mathematikerinnen und Mathematiker, Ingenieure und hochqualifizierte Fachkräfte, die mathematische Lösungen in konkrete Produkte, Verfahren und Dienstleistungen einfließen lassen.

„Mathematik. Alles, was zählt" ist unser Leitsatz für das Wissenschaftsjahr 2008, das „Jahr der Mathematik". Er unterstreicht, wie wichtig die Mathematik im Leben ist und wie sehr sie unseren Alltag durchdringt. Mit dem „Jahr der Mathematik" wollen wir Interesse wecken für die spannenden und vielfältigen Fragestellungen, mit denen sich die Mathematik beschäftigt und auf die sie Antworten gibt. Gerade Kinder und Jugendliche sollen mathematische Themen mit Spaß und mit Leidenschaft erleben. Denn mit Hilfe der Mathematik können sie nicht nur ihre eigene Welt besser verstehen. Mathematik gibt ihnen auch die Chance, sich viele spannende Berufsfelder der Zukunft zu erschließen.

Die in diesem Band von der Oberwolfach Stiftung und dem Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach zusammengetragenen Beiträge geben einen Einblick in die breit gefächerten Möglichkeiten der Mathematik.

Sie zeigen konkret auf, wo in Unternehmen Mathematik gefragt ist, und wie Mathematikerinnen und Mathematiker in Unternehmen neue Lösungen finden. Ich wünsche mir, dass diese interessanten Einblicke die Leserinnen und Leser dazu anregen, sich mehr mit Mathematik zu beschäftigen.

Dr. Annette Schavan, MdB
Bundesministerin für Bildung und Forschung

Geleitwort

Mit großer Freude stellen wir im gegenwärtigen „Jahr der Mathematik 2008“ den Band

Mathematik – Motor der Wirtschaft
Initiative der Wirtschaft zum Jahr der Mathematik

vor, der in enger Zusammenarbeit der Oberwolfach Stiftung und des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach entstanden ist. Der Plan, führende Unternehmen der deutschen Wirtschaft um einen Beitrag über die Bedeutung der Mathematik in ihrem Bereich zu bitten, wurde 2007 auf einer Sitzung des Stiftungsrates der Oberwolfach Stiftung gefasst. Es war für uns alle eine Überraschung, dass die Reaktionen auf die Einladungen so positiv waren.

Mathematik ist überall. Früher waren es nur einzelne, die das klar erkannten, wie Alexander von Humboldt mit seinem zeitlosen Satz „Mathematische Studien sind die Seele aller industriellen Fortschritte“ oder Werner von Siemens, der seinem Bruder Wilhelm den dringenden Rat gab, „Dein Hauptstudium muss jetzt Mathematik sein“. Heute besteht Einvernehmen darüber, dass ohne Mathematik der Mensch seinen Alltag nicht gestalten kann. Wir hoffen, mit unserem Band auf überzeugende und eindrucksvolle Weise zu dokumentieren, dass Mathematik in all ihren Facetten eine Schlüsseldisziplin der heutigen Gesellschaft ist.

Wir danken allen Unternehmen für ihre Beiträge und dem Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach mit seinem Direktor Herrn Gert-Martin Greuel für die vorbildliche Textgestaltung. Dem Springer-Verlag gebührt Dank für die hervorragende Ausstattung des Bandes, Herrn Joachim Heinze ein besonderes *Dankeschön*.

R. Remmert
Reinhold Remmert
Oberwolfach Stiftung

Gerhard Rupprecht
Gerhard Rupprecht
Oberwolfach Stiftung

Vorwort

Das Mathematische Forschungsinstitut Oberwolfach und die Oberwolfach Stiftung haben das vom Bundesministerium für Bildung und Forschung veranstaltete Jahr der Mathematik zum Anlass genommen, führende Unternehmen zu bitten, zur Bedeutung der Mathematik Stellung zu nehmen. Die Mathematik ist nicht nur eine faszinierende Wissenschaft und Grundlage aller Naturwissenschaften und technischen Entwicklungen, sondern sie ist heute auch, und das zeigt der vorliegende Band, zu einem wichtigen Wettbewerbsfaktor für die Wirtschaft geworden.

Es mag ungewöhnlich erscheinen, dass die Oberwolfach Stiftung und das Mathematische Forschungsinstitut Oberwolfach diesen Band herausgeben, gilt doch „Oberwolfach“ in der Mathematik weltweit als Inbegriff für hochkarätige Workshops zur mathematischen Grundlagenforschung, wo – unabhängig von Anwendungen – im freien wissenschaftlichen Diskurs um Einsicht in innermathematische Strukturen gerungen wird.

Ich bin überzeugt, dass hier kein Widerspruch vorliegt, denn vieles, was heute an Mathematik in den Unternehmen angewandt wird, gehörte vor nicht allzu vielen Jahren zur Grundlagenforschung ohne konkrete Anwendungsperspektive. Umgekehrt gilt aber auch, dass das Eindringen der Mathematik in neue gesellschaftliche Bereiche zu neuen Fragestellungen und Forschungsrichtungen in der mathematischen Grundlagenforschung führt, die in Oberwolfach aufgenommen und vorangetrieben werden. In diesem Sinne ist der vorliegende Band ein Zeichen für die Einheit der Mathematik, von den abstrakten Grundlagen bis hin zur konkreten Praxis.

Für die Idee, die Bedeutung der Mathematik in der Wirtschaft direkt von den Unternehmen selbst darstellen zu lassen, und für die Unterstützung bei der Umsetzung dieser Idee ist besonders den Herren Pischetsrieder, Rupprecht und Remmert zu danken. Eine solche Darstellung existierte bisher nicht.

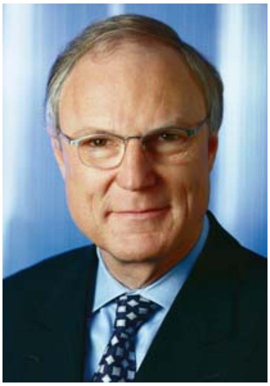
Ich danke den Firmen für ihre Beiträge ebenso wie Herrn Professor Neunzert für seine Anmerkungen eines Mathematikers zu den Beiträgen der Wirtschaftsunternehmen. Dank auch an den Springer-Verlag, insbesonders Herrn Heinze, für die kompetente und effiziente Zusammenarbeit.

Oberwolfach, im Februar 2008

Gert-Martin Greuel
Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach

Inhaltsverzeichnis

Allianz Deutschland AG



Dr. Gerhard Rupprecht
Vorsitzender des Vorstandes

Mathematik in der Allianz

Seit Anbeginn erforscht der Mensch die Gesetze der Natur und macht sie sich nutzbar. Die Geometrie nutzte er, um Felder bemessen zu können, die Mechanik, um schwere Lasten heben zu können, und die Astronomie, um die Bahnen der Gestirne bestimmen zu können. Doch von Zeit zu Zeit wurde den Menschen durch große Katastrophen wie Vulkanausbrüche, Stürme oder Überschwemmungen klar gemacht, wie wenig sie eigentlich wussten und wie sehr ihr Schicksal in der Hand der Götter war. Eine der größten Leistungen der Mathematik war es, das Prinzip des Schicksals den Göttern zu entreißen und als abschätzbares Risiko in die Hand der Menschen zu legen.

Obwohl schon im zweiten Jahrtausend vor Christus die ersten Handelsreisen versichert wurden, ist die mathematische Grundlage für die Berechnung von Risiken erst im 17. Jahrhundert n. Chr. gelegt worden. Lange Zeit entzog sich der Zufall der Behandlung durch die Wissenschaft, einerseits, da er für ein Zeichen göttlichen Wirkens gehalten wurde, und andererseits, da er tatsächlich nur sehr schwer beschreibbar war. Die Grundlagen hierfür wurden erst durch die französischen Mathematiker Blaise Pascal und Pierre de Fermat gelegt. Sie erkannten, dass bei einem fairen Spiel die Einsätze sich nach den Gewinnwahrscheinlichkeiten richten müssten. Das ist heute ein Grund-prinzip jeder Versicherung. Je mehr Risiko, desto höher der Einsatz, den der Versicherte als Beitrag entrichten muss.

Doch noch viel mathematische Arbeit musste geleistet werden und ist sicher noch zu leisten, um eine Wahrscheinlichkeitstheorie zu begründen und weiterzuentwickeln, die in der Lage ist, unsere heutige komplexe Welt abbilden zu können. Mathematik in Versicherungsunternehmen ist nicht nur die Berechnung von erwarteten Verlusten, die auf den heutigen Tag diskontiert werden. Es geht nicht mehr allein um die klassischen Versicherungsrisiken, heutzutage gilt es auch, die komplexen Risiken der Kapitalanlage zu versichern und das Entstehen von ganz neuen Risiken durch Klimaveränderung und Demographie zu modellieren. Auf den Mathematiker warten Probleme aus dem Gebiet der stochastischen Differentialgleichungen, aus der Extremwerttheorie oder aus der Optimierung. Diese mathematischen Grundlagen sind notwendig, um Risikomodelle für Kapitalmärkte, Naturkatastrophen und die künftige Sterblichkeitsentwicklung bauen zu können. Ihm kommt vor allem aber auch die Aufgabe zu, diese komplizierten Modelle seinen Kollegen aus anderen Fachrichtungen zu erklären, damit sie nicht falsch interpretiert werden, sondern die richtigen unternehmerischen Entscheidungen getroffen werden können.

In der Allianz sind alleine in Deutschland rund 800 Mathematiker in den verschiedensten Bereichen des Unternehmens beschäftigt. Im Aktuariat werden neue Versicherungsprodukte und Methoden zur adäquaten Tarifierung entwickelt. Im Risikomanagement werden übergreifende Risiken kontrolliert und Gegenmaßnahmen vorbereitet, um selbst auf Katastrophenszenarien vorbereitet zu sein. Im Investmentmanagement werden Konzepte zu einer risikooptimierten Kapitalanlage entwickelt und derivative Sicherungsinstrumente eingesetzt. Selbst das Rechnungswesen kann ohne Mathematik nicht die für die Jahresabschlüsse notwendigen Projektionsrechnungen zur Bewertung von Vermögen und Verbindlichkeiten durchführen. Im Controlling werden die vorhandenen Unternehmensdaten analysiert und zur Unternehmenssteuerung eingesetzt. Und schließlich wäre der Einsatz modernster Informationstechnologie ohne die darin einfließenden mathematischen Grundlagen schlicht nicht möglich.

Aber nicht nur die vielfältigen und interessanten Aufgabenfelder machen ein Finanzdienstleistungsunternehmen wie die Allianz so interessant für Mathematiker. Es ist auch die Denkweise des Unternehmens, die mathematisch geprägt ist. Wer je die Möglichkeit hatte, verschiedene Unternehmen von innen zu sehen, wird schnell erkennen können, dass jedes Unternehmen einen eigenen Führungs- und Entscheidungsstil hat. Der Stil der Allianz ist sicherlich geprägt durch die starke Verwurzelung ihres Kerngeschäfts in der Mathematik. Entscheidungen werden auf Basis klarer Analysen der Fakten und logischer Ableitung ihrer Konsequenzen gefällt. Wo notwendig, ist auch Zeit für eine genauere Untersuchung. All dies schafft eine Arbeitsumgebung, in

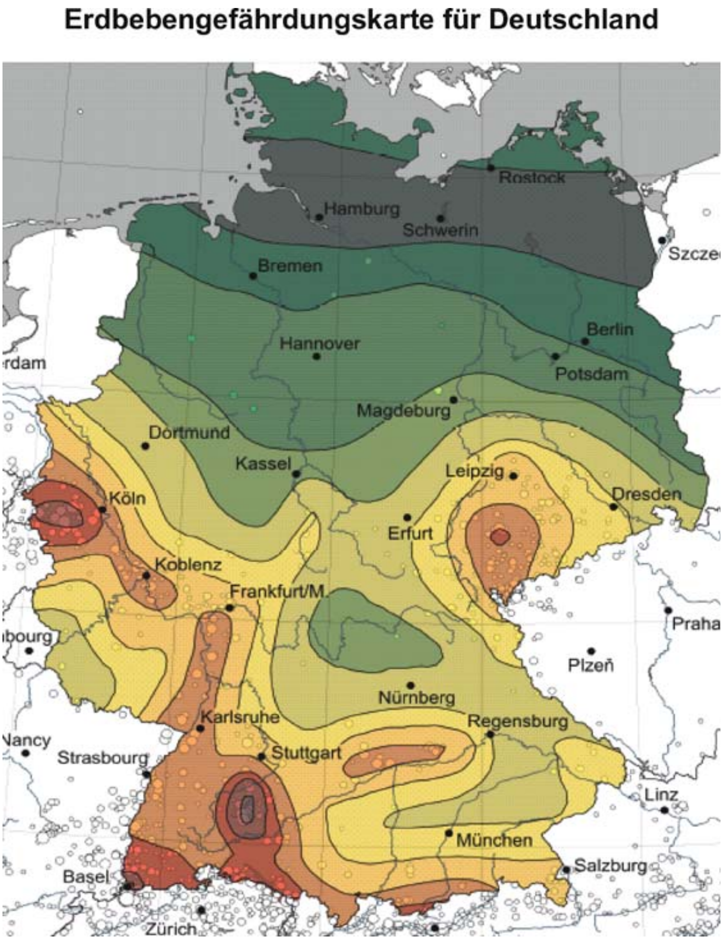


Abb. 1 Die Modellierung von Risiken, unter anderem von Naturkatastrophen wie Erdbeben, ist eine zunehmend wichtige Aufgabe von Mathematikern in Versicherungsunternehmen. Quelle: NHESS – Volume 6, Number 4, 2006, Originalquelle: Grünthal und Bosse 1996

der sich gerade auch Mathematiker schnell wohlfühlen. Dies zeigt auch der überaus hohe Anteil an Mathematikern auf den oberen Führungsebenen. Es gibt wahrscheinlich nur wenige Unternehmen mit einer derart engen Einbindung der Mathematik in die gesamten Geschäftsprozesse.

Bayer AG

Werner Wenning
Vorsitzender des Vorstandes

Mathematik in der Bayer AG

Unser Credo lautet: „Bayer: Science For A Better Life“. Bayer konzentriert sich in den Bereichen Gesundheit, Ernährung und hochwertige Materialien auf Innovation und Wachstum. Bayer will als Erfinder-Unternehmen die Zukunft gestalten und zum Wohle der Menschen tätig sein.

Innovationen sind die Voraussetzung für den nachhaltigen, wirtschaftlichen Erfolg eines Unternehmens. „Science“ – die Wissenschaft – ist die Grundlage der Innovationen. Disziplinen wie Biologie, Chemie, Medizin, Pharmazie sowie Physik und Ingenieurwissenschaften bilden die Basis für innovative Wirkstoffe und Materialien. Die Mathematik ist die Sprache, in der die grundlegenden Konzepte aller Naturwissenschaften formuliert werden. Zum Beispiel werden die Wechselwirkungen zwischen Atomen, Molekülen, Strahlung, ihre Eigenschaften und ihre Dynamik mithilfe von Differentialgleichungen beschrieben. Die Mathematik findet Eingang in nahezu alle industriellen High-Tech-Anwendungen wie die industrielle Forschung, Entwicklung, Produktion und Logistik. Sie ist somit ein wichtiger Bestandteil der Wissenschaft im Konzern.

Gerade bei einem chemisch-pharmazeutischen Unternehmen wie Bayer sind Numerik, Optimierung, Differentialgleichungen und Statistik in den wichtigen Bereichen Wirkstoffsuche und klinische Studien, Prozessoptimierung und Logistik nicht mehr wegzudenken. Bayer bedarf mathematischer

Methoden und engagiert sich auch für deren Weiterentwicklung. Dafür gibt es zahlreiche Beispiele:

In den letzten Jahren wurden insbesondere im Ingenieurbereich neue mathematische Technologien entwickelt und etabliert. Hierdurch konnte Bayer führende Technologiepositionen ausbauen und neue Anwendungen in der Produktentwicklung und Prozessanalyse erschließen. Auch basieren Simulationsverfahren für die Entwicklung von Resistenzen zum Beispiel im Pflanzenschutz auf Algorithmen der angewandten Mathematik. Und die statistischen Methoden der Mathematik unterstützen die Bewertungen und Planung von Experimenten im Labor.

Eine ganz besondere Rolle spielt die Mathematik im Fachgebiet der so genannten „Computational Chemistry". Diese „Chemie im Computer" ist sowohl in der Pharma- als auch in der Pflanzenschutzforschung bei allen Schritten der Wirkstoff-Findung und Optimierung essentiell.

So gelingt es in letzter Zeit immer öfter durch „virtuelles Screening" neue Wirkstoffe zu identifizieren. Die Passgenauigkeit eines potenziellen Wirkstoffes in die Bindungstasche eines Zielproteins wird mit Hilfe komplizierter mathematischer Gleichungen, die an experimentelle Befunde angepasst wurden, abgeschätzt.

Ein anderer Teilbereich der Computational Chemistry ist die Vorhersage von so genannten ADMET Eigenschaften (<u>A</u>dsorption, <u>D</u>istribution, <u>M</u>etabolismus, <u>E</u>xkretion und <u>T</u>oxizität). Bei der Bestimmung quantitativer Struktur-Eigenschaftsbeziehungen spielen mathematische Aspekte eine wichtige Rolle. Experimentell gefundene Eigenschaften von Molekülen werden hier durch mathematische Gleichungen beschrieben. Ist eine solche Beziehung gefunden, können gewünschte und unerwünschte Wirkungen von neuen Substanzen im Organismus (Pharmakokinetik) in einem bestimmten Umfang vorausgesagt werden. Dies trägt dazu bei, Experimente im Labor auf erfolgversprechende Wirkstoffe zu konzentrieren.

Doch auch bei der Ausweitung wissenschaftlicher Erkenntnisse und ihrer Umsetzung in Forschungsergebnisse sind weitere Beiträge der Mathematik gefordert. Denn ein ganz bedeutender Schritt der Medikamentenentwicklung steht noch am Anfang. Unser Ziel ist es, eine direkte Beziehung vom Genom eines Menschen zu einer Krankheit und damit auch einer ursächlichen Therapie herzustellen. Besonders bei Krankheiten, die auf einer Störung der körpereigenen Regelungssysteme beruhen (Autoimmunerkrankungen, Krebserkrankungen, Stoffwechselstörungen), ist die Effizienz der Entwicklungen neuer Medikamente noch zu niedrig. Durch das „Human Genome Project" stehen enorme zusätzliche Datenmengen zur Verfügung, die ohne Bioinformatik – und damit der Mathematik – nicht nutzbar wären.

Allerdings sind die darauf gesetzten Hoffnungen bislang noch nicht erfüllt worden. Das quantitative Verständnis der komplex strukturierten Regelkreise im Körper benötigt weiterentwickelte oder auch neue mathematische

Abb. 1 Protein-Architekten der Pharma-Forschung diskutieren über eine 3-D-Molekülstruktur

Methoden. Denn bislang ist oft nicht bekannt, nach welchen Mustern in den Datenmengen gesucht werden muss.

Es gilt, mathematische Strukturen und Methoden zu entwickeln, die eine deutlich genauere Beschreibung der Antwort biologischer Systeme auf neue Medikamente erlauben. Diese werden sich nur in engen interdisziplinären Kooperationen finden lassen. An diesen neuen Ansätzen hierzu wird international intensiv geforscht. Im Fall des Gelingens wird die Mathematik dazu beitragen, die Karten in Forschung und Entwicklung in den Life Sciences neu zu mischen.

Boehringer Ingelheim

Dr. Alessandro Banchi
Sprecher der Unternehmensleitung

Die Welt ist normalverteilt – zum Einsatz von mathematisch-statistischen Methoden in der Pharmazeutischen Industrie

Einsatz von Mathematik in der pharmazeutischen Industrie bedeutet vor allem Anwendung von Statistik. Die Statistik ist ein Teilgebiet der Angewandten Mathematik, das sich mit dem Phänomen von zufälligen Ereignissen befasst und versucht, Gesetzesmäßigkeiten zu finden und daraus Vorhersagen abzuleiten. Jede statistische Aussage ist dabei mit einer quantitativ abschätzbaren, jedoch qualitativ unvermeidlichen Unsicherheit behaftet. Vereinfacht gesagt, ist die Statistik also eine Ansammlung von mathematischen Modellen und Methoden, um für spezielle Fragestellungen die nötigen Daten gezielt zu erheben, diese korrekt zu analysieren und daraus möglichst präzise Antworten herzuleiten. Die mathematischen Verfahren der Statistik leisten in den verschiedensten Anwendungsbereichen der empirischen Forschung einen wichtigen Beitrag zur Erkenntnisgewinnung.

Exemplarisch an drei Teilbereichen der pharmazeutischen Industrie soll im Folgenden ein Überblick über die Vielfalt an Fragestellungen gegeben werden, welche statistische Methoden erfordern. Aus dem Bereich der Arzneimittelforschung wird aufgezeigt, wie im Fachgebiet Bioinformatik mit Hilfe von so genannten Microarrays beispielsweise Wege zur Bekämpfung bösartiger Tumore erforscht werden. Anschließend wird ein kurzer Überblick über den Einsatz mathematisch-statistischer Methoden bei der klinischen Entwicklung neuer Medikamente gegeben. In einem dritten Beispiel aus der Arzneimittelherstellung schließlich wird aufgezeigt, wie mit dem statistischen Verfahren der Hauptkomponentenanalyse die Qualität von Arzneimitteln optimiert werden kann.

Bioinformatik

Bei der Bioinformatik handelt es sich um eine relativ neue Wissenschaft, welche sich aus den beiden Teilgebieten Biologie und Informatik (selbst noch ein junger Bereich) zusammensetzt. Wie der Name andeutet, beschäftigt sich die Bioinformatik mit der Anwendung von Informationstechnologien auf biologische Fragestellungen und der nachfolgenden Analyse der daraus gewonnenen Daten. Die immer weitere Verbreitung von Verfahren wie der Genomsequenzierung im Hochdurchsatz (z. B. im Rahmen des humanen Genomprojektes) oder Microarrays (siehe unten) hat zu einer Situation geführt, in welcher tagtäglich riesige Datenmengen produziert werden. Schon lange ist es nicht mehr möglich, diese Daten manuell zu analysieren. Daher ist es notwendig, Algorithmen und Verfahren zur automatischen Verarbeitung dieser Daten zu entwickeln. Dieser Aufgabe hat sich die Bioinformatik verschrieben.

Ein grundlegender Aspekt der Daten, welche durch biologische Hochdurchsatzverfahren generiert werden, ist das Rauschen. Wenn ein und dasselbe Experiment mehrfach durchgeführt wird, werden leicht unterschiedliche Ergebnisse generiert. Das liegt daran, dass biologische Systeme und die sie treibenden Prozesse von Natur aus unscharf sind. Resultierend werden auch Messungen diese Systeme betreffend gleichermaßen von einer gewissen Unschärfe geprägt sein. Daher müssen mathematische Techniken, welche auf biologische Fragestellungen angewendet werden, in der Lage sein, die Unsicherheit, welche zwingend in den Daten vorliegt, adäquat zu reflektieren. In diesem Sinne sind Verfahren aus der Statistik geradezu die natürliche Wahl, wenn es um die Lösung dieser Aufgaben geht. Damit ist offensichtlich, dass ein Wissenschaftler, welcher sich mit der Bioinformatik beschäftigt, über ein fundamentales Verständnis der zugrunde liegenden Mathematik und insbesondere der statistischen Prinzipien verfügen muss.

Microarrays

Ein Microarray ist ein etwa daumennagelgroßer Chip, auf den 40–50 000 synthetische DNA-Stücke aufgetragen sind. Microarrays werden verwendet, um die Expression von Genen in Zellen zu quantifizieren. Jeder Organismus verfügt über einen Bauplan, das Genom. Dieser Bauplan wird im Laufe der Existenz des Organismus ständig abgelesen, um die notwendigen Proteine, die Bausteine des Lebens, herstellen zu können. Das Ablesen dieses Bauplans, also die Expression von Genen, ist in zwei Schritte unterteilt: Zuerst wird eine Messenger RNA (mRNA), eine Blaupause, für ein benötigtes Protein erstellt, und diese wird dann im zweiten Schritt verwendet, um das Protein zu synthetisieren. Um die Konzentration der mRNA in der Zelle zu messen, bedient man sich der Microarrays, welche bis zu 50 000 verschiedene mRNAs gleichzeitig bestimmen können. Wenn man nun postuliert, dass der mRNA Spiegel mit der Konzentration des entsprechenden Proteins in einer Zelle korreliert, kann man somit die Quantität von ca. 50 000 verschiedenen Zellbausteinen messen.

Offensichtlich bestehen höhere Organismen, wie z. B. auch der Mensch, nicht aus einer homogenen Masse von Zellen, sondern aus vielen verschiedenen Zelltypen mit teilweise sehr spezifischem Aussehen und sehr spezialisierten Aufgaben. Diese Heterogenität wird dadurch erreicht, dass unterschiedliche Zellen unterschiedliche Gene exprimieren und somit über unterschiedliche Proteine verfügen. Häufig ist auch nur der Grad der Expression verschieden. Ein Zelltypus stellt mehr oder weniger ein bestimmtes Protein her. In einem gesunden Organismus ist dies alles ganz normal und erwünscht. Wenn sich nun aber zum Beispiel ein Tumor entwickelt, so kann beobachtet werden, dass die beteiligten Zellen zum Teil andere Blaupausen und Proteine herstellen als die normalen Zellen. Die Prozesse zur Herstellung von Proteinen sind auf fatale Weise durcheinander geraten. Bevor man den Tumor effizient bekämpfen kann, versucht man nun zu verstehen, was genau in den Zellen passiert. Welche Blaupausen werden in unnatürlichen Konzentrationen hergestellt? Welche Proteine sind im Überschuss oder im Mangel vorhanden? Wo kann man ansetzen, um dieses Missverhältnis auszugleichen? Zur Beantwortung dieser Fragen werden die erwähnten Microarrays verwendet, welche man einsetzt, um die Konzentration sämtlicher mRNAs in gesunden Zellen zu messen und diese Werte dann mit denen in den Tumorzellen zu vergleichen. Wenn ein bestimmtes Protein in den Tumorzellen wesentlich höher konzentriert ist als in den normalen Zellen, könnte zum Beispiel die Inhibition dieses Proteins ein Schlüssel zur erfolgreichen Bekämpfung des Tumors sein.

Microarrays und Statistik

Wie oben schon erwähnt, ist das Leben in gewissen Grenzen dem Zufall unterworfen. So kann es vorkommen, dass eine mRNA in einer bestimmten gesunden Zelle höher konzentriert ist als in einer Tumorzelle, obwohl die Konzentration im Mittel in Tumorzellen höher ist. Daher ist es nicht ausreichend Microarray-Messungen nur einmal durchzuführen, sondern man muss sie mehrfach replizieren. Und hier kommen jetzt verschiedene Aspekte der Statistik zum Zuge. Insbesondere sind die Versuchsplanung und die statistische Auswertung der Ergebnisse zu nennen.

Eine Versuchsplanung wird durchgeführt, da nicht beliebig viel Material zur Verfügung steht und die Zellproben meist sehr teuer sind. Es ist also wichtig, so wenig Proben wie möglich zu verbrauchen, aber trotzdem noch aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten. Der Einfachheit halber gehen wir hier davon aus, dass später die Wahrscheinlichkeit für einen Unterschied in der mRNA-Konzentration zwischen zwei Zuständen (gesund, krank) bestimmt werden muss. Hierzu kann man die klassischen statistischen Tests wie zum Beispiel t-Test oder Wilcoxon-Rangsummentest verwenden. Nun kommt es darauf an, zu bestimmen, wie viele Replikate benötigt werden, um bei gegebenem statistischem Test einen vorhandenen Unterschied zwischen den Mittelwerten mit einer hinreichend großen Wahrscheinlichkeit (Power oder Trennschärfe des Tests) bei einer vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit α (Signifikanzniveau des Tests) zu entdecken. Das Signifikanzniveau α ist hierbei die Wahrscheinlichkeit, fälschlicherweise auf einen Unterschied zu schließen und wird in der Regel auf $\alpha = 5\%$ beschränkt. Unter einer aufgrund von Erfahrungswerten getroffenen Annahme für die Varianz im Datensatz kann man für verschiedene mögliche Unterschiede in den Mittelwerten der Verteilungen der gemessenen mRNA-Konzentrationen d die zugehörige Power berechnen.

In Abb. 1 ist ein Beispiel gezeigt. Hier sind Kurven für unterschiedlich viele Replikate dargestellt, wobei schnell ersichtlich wird, dass die Power mit der Anzahl der Replikate wächst. Konkret heißt das, je mehr Replikate in einem Microarray-Experiment eingesetzt werden, umso subtiler können die Veränderungen in der mRNA-Konzentration sein, die noch mit hoher Sicherheit detektiert werden können. Auf der anderen Seite wird auch klar, dass starke Veränderungen in der Konzentration schon mit wenigen Messungen deutlich werden. Nun ist der erste Schritt getan: Es ist bekannt, wie viele Tumore gemessen werden müssen.

Nachdem die benötigte Anzahl bekannt ist, werden entsprechend viele Messungen mit Tumoren und normalen Zellen durchgeführt. Die erhaltenen Daten können dann, wie oben erwähnt, mittels eines statistischen Tests verglichen werden. Dieser Test ermittelt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die mRNA Konzentrationen in der Population der gesunden und der erkrankten

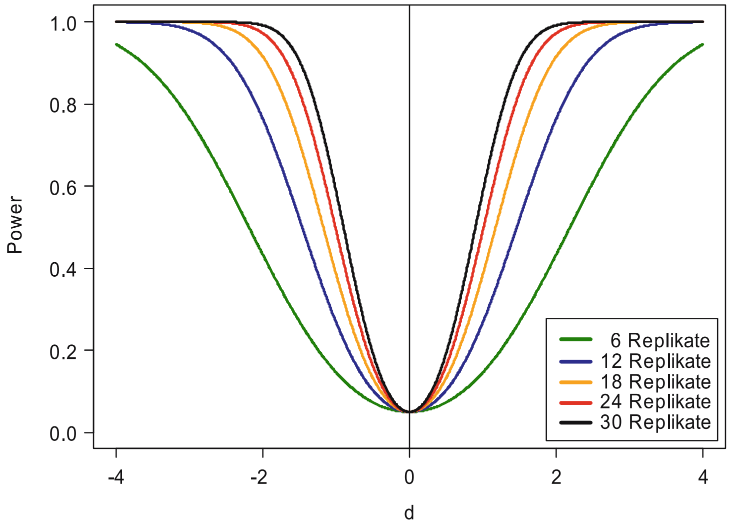


Abb. 1 d bezeichnet den Unterschied der Mittelwerte der Verteilungen der mRNA aus gesunden und erkrankten Zellen. Je größer $|d|$, umso größer ist der mittlere Unterschied der mRNA-Konzentrationen in den Zellen. Die Power gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein real existierender Unterschied in den Mittelwerten auch gefunden wird. Verschiedene Farben beziehen sich auf die entsprechende Anzahl von Zellproben (Replikaten)

Zellen gleich sind und drückt dies in einem p-Wert aus. Im Umkehrschluss heißt das, je kleiner der p-Wert, umso höher die Wahrscheinlichkeit, dass die Konzentrationen unterschiedlich sind und dass die betreffende mRNA in die Erkrankung involviert ist. Wie schon erwähnt, erlauben die Microarrays bis zu 50 000 mRNAs gleichzeitig zu messen, man erhält also auch 50 000 p-Werte. Letztendlich filtert man die mRNAs, deren p-Wert kleiner als das vorher definierte α (z. B. $<0{,}05$) ist, um die entsprechenden Proteine dann gezielt weiter im Labor zu untersuchen.

So einfach ist es allerdings nicht, denn es gibt einen grundlegenden Unterschied zwischen klassischen statistischen Analysen und der Auswertung von Microarrays. Dieser liegt in der Dimensionalität der Daten. Eine große klinische Studie sammelt im Allgemeinen wenige hundert Parameter pro Patient und dies aber manchmal für tausende von Patienten. Eine mittlere Microarray-Studie erfasst bis zu 50 000 Parameter für unter Umständen nur weniger als einhundert Zellproben. Das bedeutet, dass nur sehr wenige Werte vorhanden sind um die Statistik zu berechnen, aber sehr viele Statistiken berechnet werden müssen.

Die resultierende Problematik kann mit einem einfachen Beispiel anhand des Münzwurfes verdeutlicht werden. Die Wahrscheinlichkeit, bei zehn Würfen zehnmal hintereinander Kopf zu werfen, ist sehr gering $(\frac{1}{2^{10}} \approx 0{,}001)$. Wenn dieses Experiment nun aber 10 000-mal durchgeführt wird, fällt mit hoher Wahrscheinlichkeit irgendwann einmal zehnmal Kopf. Die Wahrscheinlichkeit für eine einzeln gemessene mRNA, rein zufällig einen p-Wert kleiner als 5% zu erhalten, ist ebenfalls sehr gering. Wenn aber Microarrays verwendet werden, muss man bei 50 000 Parametern und einem α von 5% aufgrund des multiplen Testens damit rechnen, rein zufällig 2500 scheinbar signifikante Treffer zu erhalten.

Nun ist bekannt, dass man bezüglich des multiplen Testens korrigieren kann. Ein stringentes Verfahren ist das von Bonferroni, welches aber bei den meisten Microarray-Experimenten dazu führt, dass keine einzige mRNA mit einem ausreichend kleinen p-Wert gefunden wird, da die Power sehr stark verringert wird. Als adäquater Mittelweg ist in den letzten Jahren die FDR-Korrektur (False Discovery Rate-Korrektur) populär geworden, welche den erwarteten Anteil falsch positiver Treffer kontrolliert.

Warum ist dieses Beispiel so wichtig? Erstens, weil die ersten Microarray-Experimente nach bestem Wissen und Gewissen von Wissenschaftlern analysiert wurden, denen die Problematik des multiplen Testens nicht bewusst war. „Signifikante“ Unterschiede in mRNA-Konzentrationen wurden weiterverfolgt, die rein zufällig unterhalb des α lagen. Zweitens, weil die Anwendung der FDR die Microarray-Auswertungen in den letzten Jahren sehr viel aussagekräftiger gemacht hat. Dieses schon vorher bekannte statistische Verfahren hat einen großen Einfluss auf die Analysen gehabt. Dies zeigt, wie wichtig es für Biologen und insbesondere Bioinformatiker ist, über einen fundierten statistischen Hintergrund zu verfügen.

Die Bedeutung der Statistik bei klinischen Prüfungen

Klinische Prüfungen haben in der Arzneimittelforschung eine zentrale Bedeutung hinsichtlich der Überführung von Ergebnissen aus der präklinischen Grundlagenforschung in die routinemäßige Anwendung am Patienten, indem sie den Nachweis des therapeutischen Nutzens und der Unbedenklichkeit neu entwickelter Medikamente (oder Therapieformen) erbringen. Dabei werden die neuen Medikamente in einer Serie von klinischen Prüfungen an repräsentativen Patientenkollektiven getestet und der Erfolg nach statistischen Gesichtspunkten analysiert und medizinisch beurteilt.

Der klinisch tätige Arzt ist Therapeut und Forscher zugleich. Als Therapeut ist er gehalten, für jeden ihm anvertrauten Patienten die individuell möglichst beste Therapie zu finden. Versteht man als Ziel der Arzneimittelforschung die Erweiterung des Wissens über die Bekämpfung von Krankheiten, so kann der individuelle Heilungsversuch hierzu nur wenig beitragen. Die individuelle Erfahrung muss von allgemein akzeptierten, d. h. statistisch gesicherten, kommunizierbaren und reproduzierbaren Erkenntnissen untermauert und bestätigt werden, die sich oft nur aus (sehr) großen Patientenkollektiven herleiten lassen. Dies liegt (1) an der so genannten biologischen Variabilität (jeder Patient reagiert – etwas – anders auf das neue Medikament), (2) daran, dass die Versuchsbedingungen von Patient zu Patient nicht exakt gleich gehalten werden können und (3) an dem durch eine oft ungenaue Messmethodik induzierten Messfehler in den erhobenen Daten. Somit sind klinische Prüfungen Zufallsexperimente, d. h., sie unterliegen dem Phänomen von zufälligen Ereignissen, und die zentrale Aufgabe des Statistikers ist es, die wesentliche Information in Form von Gesetzmäßigkeiten (z. B. wirkt das neue Medikament oder wirkt es nicht und wenn ja, in wie vielen Fällen?) herauszuarbeiten.

Die Güte der Dokumentation ist eine wesentliche Grundlage der Qualitätssicherung ärztlichen Handelns. Sie setzt zwingend die systematische Erhebung von Daten nach festgelegten Prozeduren voraus, damit eine adäquate Bewertung hinsichtlich ihrer Nachvollziehbarkeit und Verallgemeinerbarkeit möglich wird. Im Bereich der klinischen Prüfungen sind diese Prozeduren im so genannten Versuchs- bzw. Prüfplan festgeschrieben, welcher aufgrund der interdisziplinären Aufgaben stets in enger Verbindung zwischen dem Mediziner, dem Statistiker und anderen Wissenschaftlern erarbeitet wird.

Zwei der wichtigsten Planungsgrößen im Prüfplan sind das Versuchsdesign und die Anzahl von Patienten, die benötigt wird, um mit ausreichender statistischer Sicherheit eine Aussage über die erhobenen Daten machen zu können. Die Grundlage für die Bestimmung der notwendigen Patientenzahl durch den Statistiker bildet hierbei oft ein mathematisches Modell, das auf der so genannten Normalverteilung beruht. Diese wurde ursprünglich von Carl Friedrich Gauß (1777–1855) entdeckt und wird auch als Gauß'sche Fehlerkurve bezeichnet. Die Normalverteilung unterstellt eine symmetrische Verteilung der Ereigniswahrscheinlichkeit in Form einer Glocke, bei der sich die Werte der erhobenen Daten in der Mitte der Verteilung konzentrieren und mit größerem Abstand zur Mitte immer seltener auftreten; sie ist das wichtigste Verteilungsmodell der Statistik und wird auch für viele andere Zwecke in der Angewandten Mathematik verwendet.

Die statistische Auswertung oder Datenanalyse stellt den vierten Schritt einer klinischen Prüfung dar, der nach der Versuchsplanung, der Datenerhebung und der Datenaufbereitung (inklusive Datenqualitätskontrolle) abläuft. Zentrales Ziel der statistischen Auswertung ist hierbei, die Antwort auf die beiden Fragen, wie überzeugend ein neues Medikament wirkt und wie verträglich (unbedenklich) es eigentlich ist. Grundformen statistischer Ausdruckstechnik sind in der Regel Tabellen und Graphiken sowie Wahrscheinlichkeitsaussagen. Somit ist der Statistiker bei klinischen Prüfungen ein Analytiker der Auswirkungen des Zufalls und hilft dem Mediziner und anderen Wissenschaftlern die erhobenen Daten richtig zu interpretieren. Der

Fortschritt in der Informationstechnologie hilft dem Statistiker hierbei, die Vielzahl der benötigten mathematischen Modelle und Methoden schnell, sicher und kommunizierbar einzusetzen. Denn je präziser seine Modelle die Wirklichkeit beschreiben und je exakter seine Methoden sind, desto genauer sind seine Vorhersagen.

Die Statistik bei klinischen Prüfungen hat bereits eine lange Tradition und ist ein wichtiges Beispiel für ihre Anwendung in der Medizin. Die Anwendung der Statistik in den Naturwissenschaften, insbesondere im Bereich Medizin, Biologie, Ökologie oder Meteorologie wird auch Biometrie und der Statistiker entsprechend Biometriker genannt. Christoph Bernoulli benutzte diesen Begriff 1841 als einer der Ersten und erkannte schon damals das notwendige Zusammenspiel des Statistikers mit dem Naturwissenschaftler: Biometrie – das sind lebendige Zahlen und ist spannende Mathematik (www.biometrische-gesellschaft.de).

Hauptkomponentenanalyse zur Optimierung pharmazeutischer Herstellprozesse

Pharmazeutische Herstellprozesse sind in der Regel von einer Vielzahl sich gegenseitig beeinflussender Prozessvariablen bestimmt, so dass eine direkte und schnelle Identifizierung von Optimierungspotenzialen, aber auch von eventuellen Schwachstellen anhand reiner Datentabellen oft nur schwer möglich ist.

Bei vielen Untersuchungen zur Optimierung der Produktqualität oder zur Effizienz- und Produktivitätssteigerung von Herstellverfahren bestehen die Ausgangsdaten zur mathematischen Analyse aus n-Beobachtungen (Chargen, Tabletten, Kapseln etc.), an denen jeweils m-Variablen (Wirkstoffgehalt, Größe, Gewicht etc.) gemessen wurden. Dies entspricht geometrisch dann einer n-Punktewolke im m-dimensionalen Raum oder einer $(n \times m)$ Matrix X. Es ist gerade für viele Anwendungen wichtig, über mathematisch fundierte Methoden zu verfügen, die speziell dem Praktiker einen relevanten Überblick über derartige komplexe Datenstrukturen und ihre inhärenten Abhängigkeiten vermitteln.

Die Hauptkomponentenanalyse ist eine Methodik der deskriptiven multivariaten Statistik, mit der die in einer hochdimensionalen Datenmatrix enthaltenen Korrelationen und Abhängigkeiten zwischen einzelnen Variablen analysiert werden können. Durch eine Hauptkomponentenanalyse werden die m-Variablen der Originaldatenmatrix X zunächst mittels Transformation in m-orthogonale, unkorrelierte Hauptkomponenten überführt. Algebraisch entspricht diese Koordinatentransformation der Lösung eines Eigenwertproblems. Die Richtungen des neuen Koordinatensystems sind gerade die Eigenvektoren der empirischen Kovarianzmatrix von X und sind so konstruiert, dass die erste Hauptkomponente die Richtung der größten Variabilität in den Originaldaten repräsentiert, die zweite Hauptkomponente die dazu orthogonale Richtung der zweitgrößten Variabilität usw. Damit lassen sich die ursprünglichen Variablen als Linearkombinationen $X = FL^T$ der Hauptkomponenten darstellen. Die Scorematrix F enthält hierbei die Koordinaten, die so genannten Scores, der ursprünglichen Daten im neuen, durch die Hauptkomponenten erzeugten Koordinatensystem. Demgegenüber wird die Matrix L auch als Ladungsmatrix, ihre Elemente als Loadings bezeichnet.

In vielen Fällen kann man nun davon ausgehen, dass bereits die ersten p-Hauptkomponenten einen Großteil der Variabilität in den Originaldaten erklären, und so für weitere Analysen die Approximation $X = F_pL_p^T + E_p \approx F_pL_p^T$ verwendet werden kann. Für den Fall von $p = 2$ Hauptkomponenten zeigt Abb. 2 sowohl das geometrische als auch das algebraische Prinzip der Hauptkomponentenanalyse schematisch.

Aufbauend auf einer Hauptkomponentenanalyse bietet der von Gabriel (1971) eingeführte Biplot eine graphische Möglichkeit zur Visualisierung der Ergebnisse, bei der Scores und Loadings, d. h. Beobachtungen und Variablen, gemeinsam abgebildet werden. Bei Verwendung der ersten beiden Hauptkomponenten $(p = 2)$ verwendet der Biplot dabei dann die Approximation $X = F_2L_2^T + E_2 \approx F_2L_2^T$. In einem Biplot werden die Beobachtungen (Scores) als Punkte dargestellt, deren räumliche Abstände zueinander die Ähnlichkeit der entsprechenden Beobachtungen beschreiben. Die Variablen (Loadings) werden oft auch als Vektoren wiedergegeben, wobei die Vektorlänge die Variabilität der entsprechenden Variablen und der von zwei Vektoren eingeschlossene Winkel die Korrelation dieser Variablen repräsentieren. Zur Ermittlung von Abhängigkeiten zwischen Scores und Loadings müssen die Scores orthogonal auf den Loading-Vektor bzw. dessen Verlängerung projiziert werden. Mit Hilfe des Biplots können so Abhängigkeiten und Strukturen von Beobachtungen und Variablen untereinander und auch zueinander graphisch analysiert werden.

Es ist klar, dass hier durch die Reduktion der im Ausgangsdatensatz beinhalteten Information auf zwei Hauptkomponenten die Realität nur in angenäherter Form wiedergegeben wird. Die aus dem Ergebnis der Hauptkomponentenanalyse und des Biplots heraus vermuteten Zusammenhänge müssen daher fast immer durch nachfolgende, gezielte Experimente verifiziert werden, um auszuschließen, dass die beobachteten Korrelationen und Tendenzen lediglich zufälliger Natur sind. Andererseits liegt aber gerade in der Extraktion des wesentlichen Informationsgehalts und der damit gewonnenen Möglichkeit zur Visualisierung einer hochdimensionalen Datenmatrix das große Potenzial der Hauptkomponentenanalyse und des Biplots, so dass beide in vielen Fällen den Startpunkt für die Optimierung komplexer Prozesse bilden.

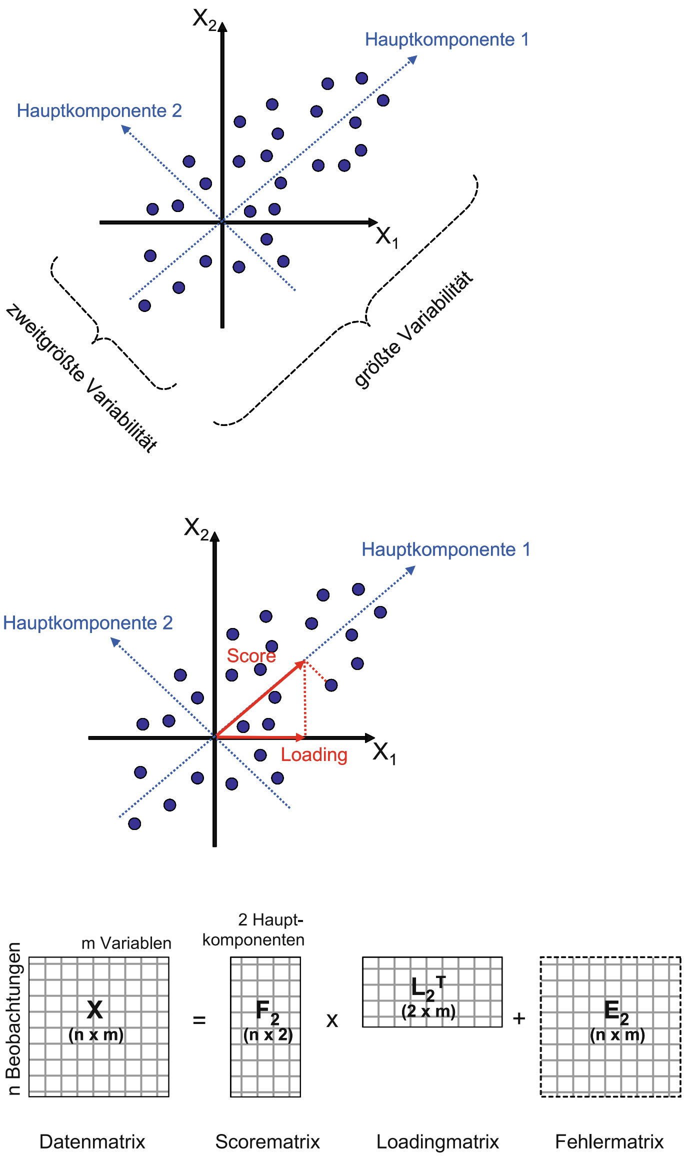


Abb. 2 Geometrisches und algebraisches Prinzip einer Hauptkomponentenanalyse für 2 Dimensionen

Abbildung 3 zeigt dazu ein Beispiel für die Anwendung der Hauptkomponentenanalyse und des Biplots bei Untersuchungen zur Tablettenqualität an einer Reihe unter verschiedenen Prozessbedingungen hergestellten Chargen.

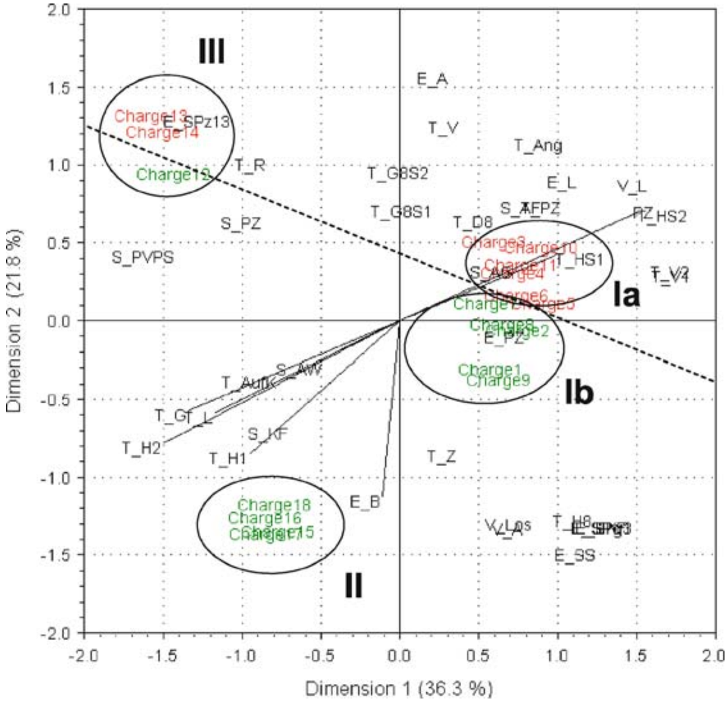


Abb. 3 Hauptkomponenten Biplot zur Analyse von Tablettenqualität

In diesem Projekt ist es gelungen, durch einen Biplot der ersten beiden Hauptkomponenten sowohl verschiedene Gruppen von Chargen (Ia, Ib, II und III) als auch eine generelle Qualitätstendenz zu identifizieren, nämlich den Übergang von „grünen“ Chargen, die eine strenge interne Qualitätsanforderung erfüllen, zu „roten“ Chargen, die dieses Kriterium nicht erfüllen. Weitere Details dieser Studie, auch zum technologischen Hintergrund, sind in Schorr et al. (2006) beschrieben. Durch die dem Plot entnommenen Informationen konnten in Folgeexperimenten Produktionsrisiken abgestellt und damit die Qualität der hergestellten Tabletten weiter gesteigert werden.

Neben der angesprochenen Hauptkomponentenanalyse existiert natürlich noch eine Reihe weiterer statistisch-mathematischer Methoden zur multivariaten Prozessanalyse wie beispielsweise Faktoren-, Cluster- oder Diskriminanzanalyse. Gerade in Zeiten erhöhten Kosten- und Zeitdrucks und dadurch neuer bzw. verschärfter Qualitätsanforderungen an die Industrie und hier besonders an die Produktionseinheiten sind diese effizienten Werkzeuge damit auch wichtige und integrative Bestandteile eines modernen Qualitätsmanagements.

Literatur

Fahrmeir, L./Hamerle, A. (1984), Multivariate statistische Verfahren, Walter de Gruyter Berlin – New York

Gabriel, K. R. (1971), The biplot graphic display of matrices with application to principal component analysis, Biometrika 58/3, 453–467

Hartung, J. (2001), Multivariate Statistik, Oldenbourg Verlag

Schorr, R. et al. (2006), Anwendung der Hauptkomponentenanalyse zur Optimierung von Tablettierprozessen, Pharm. Ind. 68/3, 357–362

Bundesagentur für Arbeit

Frank-Jürgen Weise
Vorsitzender des Vorstandes

Zur Rolle der Mathematik in der Bundesagentur für Arbeit

Selbst in einer Behörde sind mathematische Methoden heutzutage nicht mehr wegzudenken, zumal in einer so großen wie der Bundesagentur für Arbeit mit ihren Regionaldirektionen und den Agenturen für Arbeit. Besondere Anwendung finden anspruchsvolle Methoden in der Zentrale der Bundesagentur und im Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung (IAB), der Forschungseinrichtung der Bundesagentur für Arbeit.

Eine wichtige Aufgabe der Zentrale der Bundesagentur (speziell des dortigen Statistikbereichs) ist das Erstellen und Veröffentlichen von Statistiken über den Arbeitsmarkt. Entgegen der weitläufigen Meinung besteht diese Arbeit nicht in einem bloßen manuellen oder maschinellen Zählen; stattdessen steckt schon in diesem Tätigkeitsbereich viel Mathematik. Drei Beispiele sollen dies verdeutlichen:

- Mit dem Vierten Gesetz für moderne Dienstleistungen am Arbeitsmarkt (in der Öffentlichkeit unter dem Begriff „Hartz IV“ bekannt) wurde u. a. für ausgewählte Kommunen die Möglichkeit geschaffen, Langzeitarbeitslose in Eigenregie, also ohne Beteiligung der Bundesagentur zu betreuen (so genannte kommunale Träger). Zum Zweck einer einheitlichen Arbeitsmarktstatistik sind diese Kommunen verpflichtet, Zahlen zu Umfang und Struktur der Arbeitslosigkeit in ihrem Verantwortungsbereich an die

Statistik der Bundesagentur für Arbeit zu liefern. Nicht immer geschah das in der Anfangszeit aber von allen kommunalen Trägern rechtzeitig zur Veröffentlichung der Arbeitslosenzahlen am Ende eines jeden Monats. Die fehlenden Daten mussten dann von der Statistik der Bundesagentur mit Hilfe von Regressionsmodellen geschätzt werden.
- Genaue Zahlen zum Umfang der sozialversicherungspflichtigen Beschäftigung in Deutschland können aus verwaltungstechnischen Gründen erst mit einer Wartezeit von sechs Monaten bestimmt werden. Diese Zeitverzögerung ist zum Zweck der Konjunkturbeobachtung natürlich inakzeptabel. Daher werden von der Statistik der Bundesagentur schon nach zwei Monaten erste geschätzte Zahlen veröffentlicht. Die Schätzungen erfolgen dabei mittels spezieller mathematischer Prognoseverfahren.
- Neben den aktuellen Werten der unterschiedlichen Zeitreihen, allen voran der Arbeitslosenzahl, werden immer auch so genannte saisonbereinigte Werte veröffentlicht. Deren Ziel ist es, jahreszeitlich wiederkehrende Effekte (etwa branchenbedingte Beschäftigungsausfälle im Winter oder in der Urlaubszeit) aus der ursprünglichen Zeitreihe zu eliminieren, um konjunkturelle Auswirkungen transparenter zu machen. Diese Saisonbereinigung wird vom IAB für die Statistik der Bundesagentur durchgeführt; die ursprünglichen Zeitreihen werden dabei in einen Trend, eine saisonale Komponente und eine so genannte irreguläre Restkomponente zerlegt, wobei unterschiedlich anspruchsvolle Verfahren der Zeitreihenanalyse (z. B. gleitende Durchschnitte oder eine ARIMA-Modellierung) zum Einsatz kommen.

Eine weitere Kernaufgabe der Bundesagentur für Arbeit ist die Steuerung und Wirkungsanalyse von Maßnahmen der aktiven Arbeitsmarktpolitik. Hierzu zählen unterschiedlich angelegte Instrumente, die beispielsweise die Qualifikation der Arbeitnehmer verbessern sollen, Arbeitgeber durch Lohnkostenzuschüsse entlasten oder die Aufnahme einer selbstständigen Tätigkeit fördern. Die Evaluation dieser Maßnahmen ist keine einfache Aufgabe, da die entsprechenden Personen gerade nicht zufällig für die jeweilige Maßnahme ausgewählt werden und sich somit Teilnehmer und Nichtteilnehmer schon vor Beginn der Maßnahme systematisch unterscheiden. Als Beispiel sei ein wichtiges Projekt der letzten Jahre angeführt, das im Aufbau einer umfassenden Wirkungsanalyse durch die Bundesagentur in Zusammenarbeit mit dem IAB und der Harvard University (Projekt „TrEffeR“: Treatment Effect and PRediction) bestand. Kernpunkte der sehr rechnerintensiven Methodik sind dabei insbesondere so genannte genetische Matching-Algorithmen und Nearest-Neighbour-Propensity-Score-Matching-Verfahren.

Das IAB ist als Forschungsinstitut noch umfangreicher als die Zentrale der BA auf mathematische Verfahren angewiesen. Der Schwerpunkt liegt dabei auf statistischen und ökonometrischen Methoden. Die unterschiedlichen Einsatzgebiete sollen anhand einer nicht erschöpfenden Liste von Beispielen verdeutlicht werden.

- Auch das IAB führt Evaluationen von Maßnahmen der aktiven Arbeitsmarktpolitik durch, wobei vor allem Propensity-Score-Matching zum Einsatz kommt.
- Am IAB wird eine ganze Reihe von Umfragen (unter Haushalten oder Betrieben) durchgeführt, um z. B. die Zahl der offenen Stellen in Deutschland zu ermitteln oder Informationen über die Lebensumstände von Arbeitslosengeld II-Empfängern zu erhalten. Zur Bestimmung von Hochrechnungsfaktoren, die Schätzaussagen für die Grundgesamtheit erlauben, werden stichprobentheoretische Verfahren verwendet (z. B. Berechnung optimaler Stichprobenaufteilung auf einzelne Schichten, gebundene Hochrechnung mittels Regressionsschätzern oder iterative Randsummenverfahren). Um die Genauigkeit der Schätzergebnisse zu ermitteln, müssen Varianzschätzer verwendet werden (z. B. mittels Taylor-Linearisierung von nichtlinearen Schätzfunktionen oder durch Resampling-Verfahren wie Jackknife oder Bootstrap).
- Um bestimmte inhaltliche Forschungsfragen zu bearbeiten, müssen Datenbestände der BA oder des IAB miteinander verknüpft werden. Dazu kommen Techniken des Record Linkage (wenn es eindeutige Schlüssel in den unterschiedlichen Datensätzen gibt) oder des Statistical Matching (wenn es solche Schlüssel nicht gibt) zum Einsatz.
- Wenn die Datenbestände von BA und IAB der wissenschaftlichen Öffentlichkeit zugänglich gemacht werden, muss aus Datenschutzgründen sichergestellt sein, dass die individuelle Identifikation einer bestimmten Person oder eines bestimmten Betriebs unmöglich ist; die Daten müssen also anonymisiert werden. Bei der Veröffentlichung von Tabellen kommen zu diesem Zweck Verfahren der linearen Optimierung zum Einsatz; werden Mikrodaten veröffentlicht, gibt es unterschiedliche Anonymisierungsansätze. Im IAB wird derzeit u. a. an der Erzeugung synthetischer Daten gearbeitet, die auf computerintensiven statistischen Algorithmen basiert.
- Am IAB gibt es das Kompetenzzentrum Empirische Methoden (KEM), das an der Weiterentwicklung angewandter statistischer Methoden forscht. Ein spezielles Forschungsfeld bilden dabei Methoden zum Umgang mit fehlenden Daten, insbesondere Imputationstechniken. Mathematisch-statistische Verfahren, die dort zum Einsatz kommen, sind vor allem Markov-Chain-Monte-Carlo-Methoden, bayesianische Statistik und multiple Imputation.
- Viele inhaltliche sozial- und wirtschaftswissenschaftliche Fragestellungen in unterschiedlichen Projekten am IAB werden zudem mit Standardsoftware (z. B. EViews, R, SPSS, SAS, Stata) für quantitative Methoden bearbeitet, wobei z. B. verallgemeinerte lineare Modelle, Quantilsregres-

sionen, Panelmodelle, Zeitreihen- oder Ereignisdatenanalysen zum Einsatz kommen.

An dieser notwendig unvollständigen Darstellung kann abgelesen werden, dass die Mathematik eine wichtige Rolle im täglichen Geschäft der Bundesagentur für Arbeit spielt. Ohne Wahrscheinlichkeitstheorie, Statistik, Optimierungstheorie und darauf aufbauende ökonometrische Methoden wäre weder eine umfassende und aktuelle Arbeitsmarktberichterstattung noch eine wissenschaftlich fundierte empirische Arbeitsmarktforschung möglich.

Deutsche Bahn AG

Hartmut Mehdorn
Vorsitzender des Vorstandes

Angewandte Mathematik für die Bahn von morgen

Die Deutsche Bahn AG ist das größte Eisenbahn-Verkehrsunternehmen in Europa, das zweitgrößte Unternehmen der Transport- und Logistikbranche weltweit und die Nummer 1 für Mobilität in Deutschland. Im deutschen Schienenverkehr bewegen wir mit rund 33 000 Zugfahrten pro Tag etwa 5 Millionen Passagiere und eine Million Tonnen Fracht. Dafür betreiben wir ein 34 000 Kilometer langes Streckennetz mit 5 700 Bahnhöfen, 73 000 Weichen, 28 000 Brücken und 800 Tunneln. Das deutsche Netz ist das größte in der Europäischen Union und gekennzeichnet durch eine Vielzahl von Knoten, Umsteigepunkten und Grenzübergängen ins Ausland. Schon allein aus diesen Markmalen wird klar: Die Bahn in Deutschland ist ein hochkomplexes technologisches System, auf dem Fahrzeuge und Fahrweg ineinander greifen wie in keinem anderen Verkehrssystem. Hinzu kommt: Die Bahn ist als einziges Verkehrssystem spurgebunden.

Das ist einerseits ein Vorteil, weil dadurch das System ein hohes Automatisierungspotenzial aufweist. Dieses erschließen wir konsequent, zum Beispiel durch den Einsatz elektronischer Stellwerke, die den Zugverkehr über eine Streckenlänge von 100 und mehr Kilometern steuern können.

Andererseits ist es aber auch eine Herausforderung, das Bahnsystem tagtäglich möglichst störungsarm zu managen und die einzelnen technischen Komponenten aufeinander abzustimmen.

Für diese Aufgaben verfügt die DB AG in allen Bereichen eine hohe systemtechnische Kompetenz. Sie ist über 150 Jahre hinweg gewachsen und entwickelt sich mit technologischen Innovationen ständig weiter. Die Mathematik ist das Handwerkszeug für viele unserer Technikfelder. Bahnbetrieb und Bahntechnik sind ohne mathematische Anwendungen heute nicht mehr vorstellbar, gerade im Hinblick auf zahlreiche Simulations- und Messverfahren, die in der alltäglichen Praxis zum Einsatz kommen. Das Jahr der Mathematik bietet die Gelegenheit, einige Felder aufzeigen, in denen die Mathematik uns hilft, zuverlässige, effiziente, nachhaltige, sichere und moderne Dienstleistungen für unsere Kunden aufs Gleis zu setzen.

Optimierung des Betriebsablaufs

Die betriebliche Komplexität des Rad-Schiene-Systems übersteigt die logistischen Anforderungen anderer Verkehrsträger um ein Vielfaches. Dies gilt insbesondere durch zahlreiche konkurrierende Forderungen:

- Auf der begrenzten Infrastruktur müssen viele Züge unterschiedlicher Geschwindigkeit verkehren, ohne sich zu stauen.
- Die Kunden des Güterverkehrs wünschen eine hohe Flexibilität, die Kunden des Personenverkehrs bevorzugen den relativ starren Taktfahrplan.
- Die Fahrzeiten sollen möglichst kurz, aber der Verkehr robust gegenüber Abweichungen sein.

Zusätzlich müssen die Einsatzpläne der Lokomotiven und des Zugpersonals mit den Zügen korrespondieren. Der dazugehörige Fahrplan ist nur rechnergestützt und unter Verwendung von Optimierungsalgorithmen in angemessener Zeit und geforderter Qualität aufzustellen.

Es ist klar, dass die Herausforderung erheblich steigt, wenn im Fall von unvermeidbaren Fahrplanabweichungen kurzfristig Entscheidungen getroffen werden müssen:

- Sollen Züge warten, damit Anschlüsse gewährleistet werden können, obwohl sich dadurch auch die wartenden Züge verspäten?
- Zu welchem Zeitpunkt kann von welcher Ankunftszeit eines außerplanmäßigen Zuges ausgegangen und diese entsprechend kommuniziert werden, ohne dass das Risiko zu groß ist, die Angaben wieder korrigieren zu müssen?

Diese und ähnliche Fragestellungen sind aufgrund der enormen Kombinationsmöglichkeiten und der zahlreichen Randbedingungen nicht durch „einfache Berechnung“ zu lösen, zumal der Zeitrahmen selbst den leistungsstärksten Rechnern zu enge Grenzen setzt.

Deshalb werden intelligente Algorithmen benötigt, die hier Abhilfe schaffen. Dies ist die Aufgabe des Projektes „DisKon“ (Disposition und Konfliktlösungsmanagement). Im Auftrag der DB AG unter der Leitung der DB Systemtechnik hat die RTWH Aachen gemeinsam mit der TU Dresden und Mathematikern der Universität Göttingen eine Software entwickelt, die für Fahrdienstleiter und Disponenten in den DB-Betriebszentralen künftig in Sekundenbruchteilen die besten Lösungen bei Verspätungen und Störungen im Betriebsablauf errechnen wird. Millionen Fahrgäste werden täglich von DisKon profitieren – ohne es zu merken.

Das gesamte mathematische Modell gliedert sich in zwei Hauptkomponenten. Weiträumige Informationen werden in einem makroskopischen Modell, lokale Detailinformationen in einem mikroskopischen Modell verarbeitet. Die Kombination macht die Situation beherrschbar.

Fahrdynamik der Zugfahrt

Die sicherste Methode, für jede Zugfahrt die optimalen Kenngrößen zu bestimmen, könnte in der Durchführung von Versuchsfahrten liegen – doch die Kosten dafür sind hoch. Die Experimentalphysik und ihr wichtigstes Ausdrucksmittel, die Mathematik, helfen hier, Kosten zu senken. Mit Hilfe der Fahrdynamik der Zugfahrt können die wesentlichen Kenngrößen jeder einzelnen Zugfahrt ermittelt werden, sei es die erforderliche Fahrzeit, die sicher zu befördernde Zugmasse oder der zu erwartende Einsatz an Energie.

Verfügt man über dieses „Handwerkszeug“, so lassen sich damit natürlich Erkenntnisse für die Vorausschau und die Nachbetrachtung gleichermaßen gewinnen. Die „Was-wäre-wenn-Analyse“ steht hier im Mittelpunkt. Sie liefert uns eine Entscheidungsgrundlage, ob sich z. B. die Einführung von Hochgeschwindigkeitsverkehren, Regionalverkehrskonzepten oder die Einführung schwerster Güterzüge lohnen und auf welche Weise hier Erfolge zu erzielen sind.

Die Zugfahrtsimulation als wichtiges mathematisch-physikalisches Mittel nimmt mit ihren „Zügen auf der Datenbahn“ das vorweg, was später in der Realität das „Gelingen in der Transportpraxis“ bedeutet.

Die DB nutzt bereits seit den sechziger Jahren mathematische Modelle, um das dynamische Verhalten der Fahrzeuge abzubilden. Eine rein formelmäßige Berechnung zum Beispiel von Bremswegen erfolgt seit Beginn des Eisenbahnzeitalters im vorletzten Jahrhundert. Derzeit wird ein Programm entwickelt, mit dem die auftretenden Kräfte zwischen den Wagen von Güterzügen simuliert werden können. Diese Kräfte treten auf, wenn ein Zug bremst, beschleunigt, bergauf oder bergab fährt. Und sie können so groß werden, dass Puffer oder Zughaken zerstört werden und somit eine Zugtrennung stattfindet.

Normale Zugkonfigurationen sind natürlich von derartigen Gefahren ausgeschlossen, neue innovative Zugkonfigurationen sind jedoch hinsichtlich dieses Risikos zu überprüfen. In jüngster Zeit werden in ganz Europa Möglichkeiten untersucht, längere und schwerere Güterzüge zu fahren. Um die Auswirkungen dieser Systemerweiterung auf die Längskräfte in den Zügen im Voraus zu untersuchen, werden bei der Bahn Simulationen durchgeführt. Die Dynamik eines Zuges wird dabei durch ein gekoppeltes System von Differentialgleichungen beschrieben, welches die Entwicklung der Kräfte zwischen den Wagen sowie der Bremskräfte an den Wagen beschreibt. Für die Lösung der relevanten Gleichungen stehen leistungsfähige Simulationsprogramme zur Verfügung, mit deren Hilfe es möglich ist, die relevanten Kräfte für beliebige Zugkonfigurationen zu berechnen.

Die alleinige Berechnung der zugdynamischen Kräfte für einzelne Zugkonfigurationen genügt jedoch nicht, um die Auswirkungen betrieblicher Änderungen auf das zugdynamische Sicherheitsniveau der gesamten Flotte zu bestimmen. Der Grund: Im Güterverkehr sind beliebig viele verschiedene Zugkonfigurationen möglich. Ein Zug, welcher aus einer Lok und 30 Wagen verschiedener Bauarten besteht, kann im Prinzip auf 30! verschiedene Arten angeordnet werden, die jeweils eine unterschiedliche Dynamik entwickeln können. Aus diesem Grund wurden Verfahren entwickelt, welche – als Vorbereitung für die eigentliche Simulation – automatisiert die Bildung beliebiger Zugmodelle ermöglichen und somit im statistischen Sinne die Zugbildung im Betrieb simulieren. Durch diese Verfahren können nun zugdynamische Berechnungen mit verschiedenen Zugkonfigurationen in fast beliebig großer Zahl durchgeführt werden.

Die entwickelten Verfahren ermöglichten zum Beispiel den Nachweis, dass die Umrüstung von Güterzügen auf die so genannten „Flüsterbremsen“ keine sicherheitsrelevanten Auswirkungen auf den Betrieb hat – eine Frage, die vor der Entwicklung der statistischen Simulationen nicht befriedigend beantwortet werden konnte. Die Simulation erhöht somit die Sicherheit des Eisenbahnsystems, hilft kostenintensive Testfahrten zu vermeiden und erhöht den Kundennutzen.

Bemessung von Kunstbauten

Ohne den Einsatz moderner Computerprogramme ist die Bemessung der zahlreichen Bahn-Kunstbauwerke nicht mehr denkbar. Dabei haben die verschiedenen Programme eines gemeinsam: Die physikalischen Eigenschaften eines Bauwerks werden in mathematischen Gleichungen abgebildet und numerisch gelöst. Zur Lösung dieser Aufgabe bedient man sich verschiedener Fachgebiete der Mathematik. Die Analysis liefert das Handwerkszeug für die Lösung von komplexen Gleichungssystemen, die Numerik entwickelt für die verschiedenen Aufgabenstellungen effiziente Algorithmen und mit Hilfe der algorithmischen Geometrie werden die Ergebnisse visualisiert.

Aerodynamik und Klimatechnik

Bei der DB AG stellt sich auch häufig die Aufgabe, die möglichen Auswirkungen einer Änderung an einem bestehenden System abzuschätzen. In der Aerodynamik ist z. B. für Tunneldurchfahrten zu ermitteln, welche Auswirkungen die Änderung eines Tunnelquerschnitts auf die Insassen im Fahrzeug und auf die Umgebung hat. Typisch sind auch Fragestellungen im Zusammenhang mit der Erhöhung der Fahrgeschwindigkeit und die damit verbundene Zunahme der „aerodynamischen Lasten“, d. h. der Drücke und Strömungsgeschwindigkeiten, die auf die Infrastruktur oder begegnende Fahrzeuge einwirken.

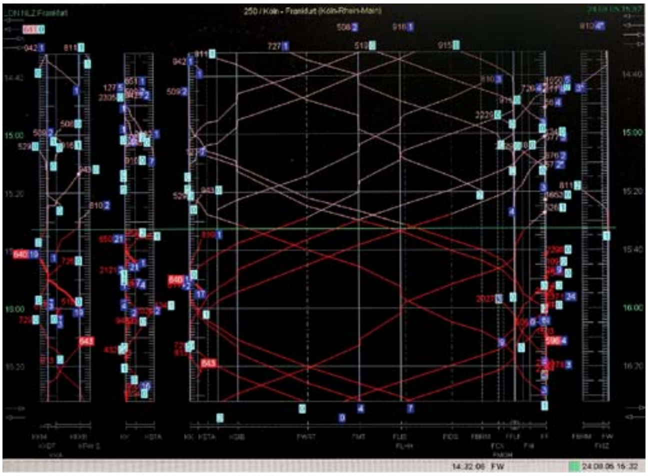
Dazu bedienen wir uns neben der Erprobung im Laborversuch oder am Prototyp der so genannten theoretischen Modelle. Das sind mathematische Konstrukte, die es erlauben, die Änderung einer physikalischen Größe (z. B. Druck) in Abhängigkeit anderer Größen oder Variablen (z. B. Fahrgeschwindigkeit, Fahrzeuggeometrie, Tunnelquerschnitt) vorherzusagen.

Die Grundlage solcher Modelle bilden die Erhaltungs- oder Bilanzgleichungen der Physik, z. B. für Masse, Energie oder Impuls. In diesen Gleichungen werden räumliche oder zeitliche Änderungen so genannter Feldgrößen wie Druck, Temperatur, Geschwindigkeit oder Dichte zueinander ins Verhältnis gesetzt. In der Mathematik spricht man in diesem Zusammenhang von partiellen, gekoppelten, nichtlinearen Differentialgleichungen.

Eine der großen Herausforderungen in der Aerodynamik besteht in dem Umstand, dass diese grundlegenden Gleichungen wegen ihrer mathematischen Struktur in der Regel nicht geschlossen oder exakt lösbar sind. Der Grund dafür liegt vor allem in der Nichtlinearität verborgen. Der Ingenieur steht häufig vor dem Dilemma, das Problem zwar exakt mathematisch formulieren zu können, es aber nicht auf mathematischem Weg lösen zu können.

Es gibt im Wesentlichen zwei Ansätze, um die unlösbaren Gleichungen lösbar zu machen. Der erste Ansatz besteht darin, das Problem (und damit die zugrunde liegende Gleichung) zu vereinfachen.

Eine solche grundlegende Vereinfachung lässt sich jedoch bei vielen Problemstellungen nicht erreichen. Hier bietet die Mathematik einen anderen



Ausweg aus dem Dilemma der Unlösbarkeit. Man nimmt Rechnerleistung in Anspruch, um das Problem zumindest näherungsweise numerisch zu lösen.

Dieser Weg wird heute immer häufiger beschritten. Die grundlegende Vorgehensweise besteht in der Aufteilung des interessierenden Gebiets, in dem die Strömungsgrößen wie Druck und Geschwindigkeit vorhergesagt werden sollen, in Millionen kleiner Zellen – die so genannten Kontrollvolumina –, an deren Rändern oder Knoten dann die physikalischen Erhaltungsgleichungen näherungsweise gelöst werden.

Die dargestellten Einsatzfelder sind nur ein beispielhafter Querschnitt für die Anwendungen der Mathematik in einem der weltgrößten Mobilitäts- und Logistikunternehmen. Im Grunde können wir sagen: Je mehr Technik im Einsatz ist und je höher die Komplexität der Systeme, desto intensiver spielt die Mathematik bei der Problemlösung eine Rolle. Gerade die zunehmende Automatisierung des europäischen Eisenbahnverkehrs wird ihre Bedeutung für die Deutsche Bahn AG in Zukunft noch verstärken. Eine noch engere Verzahnung von Wissenschaft und Praxis ist deshalb wünschenswert – und aufgrund der guten Vernetzung zwischen Forschungseinrichtungen und Deutscher Bahn AG auch realistisch.

Deutsche Bank AG

Dr. Josef Ackermann
Vorsitzender des Vorstands
und des Group Executive Committee

Die Rolle der Mathematik in der Finanzdienstleistungsindustrie

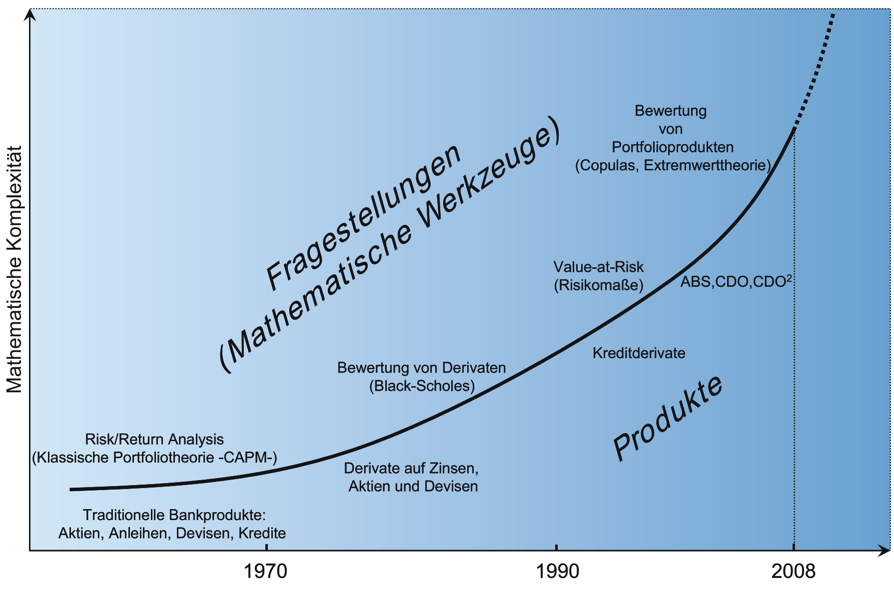
„Die Zukunft ist unsicher, und Unsicherheit hat, wie eine Münze, zwei Seiten: Sie birgt Risiken und Chancen“, sagt eine Lebensweisheit. Aber in welchem Verhältnis stehen diese zueinander? Banken müssen sich zum Beispiel konkret auf solche Fragestellungen einlassen: „Zu welchem Preis kann die Bank ihren Kunden eine Risikobegrenzung gegen schwankende Wechselkurse anbieten? Was sind angemessene Konditionen für einen variabel verzinsten Immobilienkredit mit Zins-Obergrenze?“

Aus den Finanzmärkten und Banken ist jedenfalls die Modellierung des Risikos zur Vermeidung oder Verringerung der Unsicherheit nicht mehr wegzudenken. Auch eröffnet die Mathematik neue Geschäftsfelder. Auf der Basis der von *Fisher Black* und *Myron Scholes* Anfang der 1970er Jahre präsentierten Bewertungsformel für Optionen erlebten die Märkte für Finanzderivate ein rasantes Wachstum. Heutzutage wenden Investoren viele verschiedene Strategien an, um Unsicherheiten zu erfassen und an den Finanzmarkt abzugeben oder auf diesem zu erwerben. Unerlässlich sind dabei korrekte Bewertungen von Investitionen und eine Quantifizierung der Risiken sowie verlässliche Abschätzungen der Parameter. Die Finanzinstrumente werden zudem immer komplexer. Falsche Parameter oder ein mangelndes Verständnis der ihnen zugrunde liegenden mathematischen Modelle können zu hohen Verlusten führen. Hier sind Mathematiker gefordert, solche Risiken zuverlässig zu erfassen und abzubilden.

Mathematik in einer Bank hat also längst mehr zu leisten als Kontoführung und Zinseszinsrechnung. Mathematik verwenden wir überall dort, wo Prognosen gebraucht werden, Preise zu ermitteln sind oder es etwas zu messen gilt. Dies reicht vom automatisierten *Scoring* der Kreditkundenbonität über die Analyse von Aktienkursen bis hin zur Steuerung unserer Eigenkapitalverwendung über Portfoliomodelle. Einige Produkte haben mittlerweile einen so hohen Komplexitätsgrad erreicht, dass wir sie nur unter Zuhilfenahme stochastischer Analysis bewerten können. Aber auch beim zielgerichteten Versand von Kundenwerbung wird auf lineare Optimierungsprozesse zurückgegriffen. Das Spektrum der Anwendungsmöglichkeiten der Mathematik ist dementsprechend breit.

Während vor zwanzig Jahren das Berufsbild eines Mathematikers in der Deutschen Bank meist in die Software-Entwicklung führte, finden sich heute in vielen Bereichen unseres Unternehmens Mathematiker oder quantitativ ausgebildete Mitarbeiter. Für ihren Erfolg in der Finanzindustrie ist es damals wie heute besonders wichtig, die komplexen Zusammenhänge, die ihrer Arbeit zugrunde liegen, Kollegen und Kunden verständlich zu vermitteln. Umgekehrt ist es für Mathematiker unerlässlich, die Bedürfnisse der Kollegen und Kunden in die eigene Arbeit einzubeziehen und die entwickelten Modelle ständig auf ihren Realitätsbezug hin zu überprüfen.

Die akademische Ausbildung hat sich hierfür in den vergangenen Jahren verstärkt auf den Bedarf der Industrie durch Einrichtung speziell aus-



gerichteter Studiengänge und -abschlüsse (wie z. B. den des Wirtschafts- und Finanzmathematikers) eingestellt. Aber auch der reine Algebraiker oder Differentialgeometer verfügt über das Spezialwissen und die Fertigkeiten, sich flexibel in die komplexen Probleme der Finanzwelt hineinzudenken. In jedem Fall werden die Finanzmärkte auch künftig auf eine Vielzahl qualifiziert ausgebildeter Mathematiker angewiesen sein, die ihre Kenntnisse und Fähigkeiten anwenden wollen für Unternehmer, die Finanzierungen und Absicherungsinstrumente suchen, wie auch für Anleger, die nach attraktiven und auf ihre Wünsche und Bedürfnisse zugeschnittene Investitionsmöglichkeiten suchen.

Fest steht: Im Bankgeschäft reichen Bauchgefühl und Lebenserfahrung nicht aus, um angemessene Entscheidungen zu treffen. Bankmanagement wäre ohne quantitative Analysemethoden nur als unverantwortlicher Blindflug zu bezeichnen. Auch dies zeigt, welch stabile Beschäftigungschancen für Mathematiker bei Finanzdienstleistern bestehen und damit in einem Sektor, der immerhin mehr als 5% zur Bruttowertschöpfung in unserem Lande beiträgt.

Deutsche Börse Group

Dr. Reto Francioni
Vorsitzender des Vorstandes

Die Rolle der Mathematik in der Deutsche Börse Group

Die Mathematik stellt Theorien und Verfahren zur Lösung konkreter ökonomischer Problemstellungen bereit. Ein Beispiel hierfür aus der Gruppe Deutsche Börse ist im Rahmen des Risiko Managements die Problemstellung, das Verlustpotenzial (Risiko) zu quantifizieren, dem die Gruppe im Rahmen ihrer Geschäftstätigkeit ausgesetzt ist.

Das Verlustpotenzial der Gruppe Deutsche Börse ergibt sich aus vier Risikoarten, welche weiter in Risikoklassen unterteilt werden können:

Risikostruktur der Gruppe Deutsche Börse

Risikopositionen des Konzerns

Operationelle Risiken	**Finanzwirtschaftliche Risiken**	**Projektrisiken**	**Geschäftsrisiken**
Verfügbarkeit	Kreditrisiko	Einfluss auf Operations	Marktökonomisches Risiko
Fehlverarbeitungen	Marktrisiko	Einfluss auf Finanzen	Umsätze
Schäden an materiellen Gütern	Liquiditätsrisiko	Einfluss auf das Geschäft	Kosten
Rechtliche Risiken	Regulatorische Anforderungen		Regulatorische Entwicklung

Die Quantifizierung dieses Verlustpotenzials geschieht mit Hilfe des mathematischen Konzeptes des Wert im Risiko (Value at Risk oder VaR). Der VaR bezeichnet ein Risikomaß, das angibt, welchen Wert der Verlust aus einem Risiko mit einer gegebenen Wahrscheinlichkeit und in einem gegebenen Zeitraum nicht überschreitet. Ein VaR von 1 Mio. EUR bei einer Haltedauer von einem Jahr und einem Konfidenzniveau von 99,0 % bedeutet, dass der mögliche Verlust des Risikos im nächsten Jahr mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,0 % den Betrag von 1 Mio. EUR nicht überschreiten wird.

Der VaR wird in drei Schritten ermittelt:

1. Bestimmung der Verlustverteilung für jedes einzelne Risiko

Die Verlustverteilung beschreibt die Eintrittswahrscheinlichkeit und die Schadenshöhe jedes Risikos. Sie wird anhand historischer Daten (beispielsweise Marktdaten, bisherige Ausfälle, geltend gemachte Ansprüche oder Betriebsunterbrechungen) oder anhand von Fachgutachten ermittelt. Da die einzelnen Risiken unterschiedliche Ausprägungen haben, werden entsprechend vielfältige mathematische Methoden zur Beschreibung der Verlustverteilung eingesetzt.

2. Simulation der Verluste anhand der Monte-Carlo-Methode

Mit einer Monte-Carlo-Methode werden zeitgleich die möglichen Ausprägungen aller Verlustverteilungen mehrfach zufällig durchgespielt, um eine stabile VaR-Berechnung zu erreichen. Das Ergebnis ist eine Verteilung der möglichen Gesamtverluste.

3. Schätzung des VaR auf Basis der Monte-Carlo-Simulationen

Die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation werden nach ihrer Größe in absteigender Reihenfolge sortiert. Bei z. B. 100 Simulationen und einem erfor-

derlichen Konfidenzniveau von 99% entspricht der zweitgrößte Verlust der jeweiligen VaR-Schätzung.

Die Risikoquantifizierung ermöglicht die Vergleichbarkeit der monetären Wirkungen einzelner Risiken. Sie trägt somit als wichtiger Teil des Risiko Managements zur Unternehmenssteuerung der Gruppe Deutsche Börse bei, da durch sie signifikante Risiken erkannt werden und eine objektive Priorisierung risikomindernder Maßnahmen möglich ist.

Das Management von Risiken ist entscheidend für die Wahrung der Interessen der Gruppe Deutsche Börse. Da für die Risikoquantifizierung die Anwendung moderner mathematischer Methoden erforderlich ist, wäre ohne Mathematik ein erfolgreiches Risikomanagement nicht möglich.

Dürr AG

Ralf Dieter
Vorsitzender des Vorstandes

Verdeckt, aber enorm wichtig – die Mathematik bei Dürr am Beispiel der Auswuchttechnik

Wie im täglichen Leben generell, so wird auch in den Ingenieurwissenschaften die Rolle der Mathematik oft unterschätzt. Das mag in dem zwiespältigen Verhältnis vieler Menschen zur Mathematik begründet sein, liegt aber sicher auch daran, dass die Mathematik oft nur „verpackt" zur Wirkung kommt und ihr Anteil deshalb nicht offensichtlich ist. Deshalb ist oftmals ein zweites Hinschauen notwendig, um die Einsatzgebiete der Mathematik zu erkennen.

Für Dürr, einen weltweit agierenden Maschinen- und Anlagenbaukonzern, ist die Mathematik eine zwar häufig verdeckte, aber dafür umso wichtigere Basis für die Innovations- und Technologiekompetenz des Unternehmens. Als Engineering-Partner gehört Dürr weltweit zu den ersten Adressen, wenn es um Fertigungsanlagen für die Automobilindustrie und andere Brachen geht – etwa die Elektroindustrie, den Flugzeugbau oder den Kraftwerksbereich. Angewandte Mathematik ist hier schlichtweg unverzichtbar – sei es bei der Berechnung von Positionieralgorithmen für Lackierroboter, in der Leittechnik, wo es um die Sequenzregelung der Materialflusssteuerung in Automobilwerken geht, oder in der Fahrzeugprüftechnik, wo auf Testständen die optimale Fahrwerkeinstellung berechnet wird. Darüber hinaus kommt die Mathematik natürlich auch bei der wirtschaftlichen

Steuerung des Unternehmens zum Einsatz. Das klingt zunächst banal, aber bei der Unternehmensbewertung etwa werden durchaus komplexere Modelle wie die Discounted-Cashflow-Methode (DCF) oder die gewichtete Berechnung von Fremd- und Eigenkapitalkosten (Weighted Average Cost of Capital = WACC) verwendet.

Paradebeispiel: Mathematik in der Auswuchttechnik

Ein Arbeitsbereich von Dürr mit besonders vielen Schnittstellen zur Mathematik ist die Auswucht- und Diagnosetechnik. Dieses Geschäft wird seit genau 100 Jahren – und mit großem Erfolg – vom Standort Darmstadt aus betrieben. Innerhalb des Dürr-Konzerns ist Schenck RoTec für die Auswuchttechnik zuständig, ein Geschäftsbereich mit 116 Mio.€ Umsatz (Geschäftsjahr 2006) und knapp 900 Mitarbeitern im In- und Ausland. Auswuchtsysteme des Weltmarktführers Schenck RoTec kommen überall dort zum Einsatz, wo rotierende und oszillierende Bauteile ausgewuchtet werden – vor allem in der Automobilindustrie, aber auch in der Luft und Raumfahrt, im Maschinenbau sowie in der Elektro- und Turbomaschinenindustrie.

Bei Schenck RoTec spielt die Mathematik schon in der Produktentwicklung eine zentrale Rolle: Auswuchtmaschinen entstehen heute als virtuelle, digitale Prototypen in CAD-Programmen, die über komplexe Berechnungstools verfügen. Die zu vertretbaren Kosten erhältliche Rechnerleistung, kombiniert mit funktionalen Bedienoberflächen, hat die seit vielen Jahren bekannte Finite-Elemente-Methode (FEM) stark vorangetrieben. Neben der eigentlichen Maschinenkonstruktion selbst lassen sich mittels CAD heute ohne weiteres etwa die Resonanzfrequenzen der Strukturen sehr präzise vorhersagen und optimieren. Damit wird ein kritischer Einflussfaktor für die spätere Brauchbarkeit zum Auswuchten besser beherrschbar. Ergänzt wird das Leistungsspektrum der eingesetzten CAD-Programme zum Beispiel durch die Möglichkeit zur Berechnung von Festigkeit und Raumdurchdringung. Für ein Technologieunternehmen sind diese Methoden ein Muss: Sie senken die Kosten, fördern die Fehlerfreiheit und gewährleisten die Wiederverwendung und Standardisierung von Maschinen und Baugruppen. Kurz: Sie sind ein wichtiger Wettbewerbsfaktor. CAD ist ein gutes Beispiel, bei dem der Anwender letztlich nur erahnen kann, welche ausgefeilten mathematischen Methoden diesen Programmen zu Grunde liegen.

Der Auswuchtvorgang selbst benötigt natürlich ebenfalls die Mathematik. Beim Auswuchten wirken Kräfte, das heißt gerichtete Größen, die mittels komplexer Zahlen beschrieben werden. Zunächst wird diese Kraftwirkung über die durch sie erzeugte Schwingung in der Maschine erfasst. In der Praxis liegt dieses Nutzsignal oftmals unterhalb des Rauschsignals. Daher müssen mathematische Algorithmen auf das Nutzsignal angewandt werden, die in der Lage sind, es zu rekonstruieren. Während dies früher analog geschah, kommen heute dafür schnelle Signalverarbeitungsprozessoren zur Anwendung. Die Leistungsfähigkeit dieser Prozessoren ermöglicht zum Beispiel, ausgehend von dem wattmetrischen Verfahren durch Verwendung von Schätzverfahren (Least Squares, Kalman etc.) die Selektion der Signalfilterung zu erhöhen und zu beschleunigen. Dies verbessert die Messgenauigkeit und reduziert die Taktzeit von Auswuchtmaschinen.

Aus den gemessenen Signalgrößen, nämlich Amplitude und Phase, wird die Unwucht bestimmt. Dazu ist die Lösung von Gleichungssystemen mit komplexen Koeffizienten notwendig. In der Praxis ist dabei das Gleichungssystem oftmals überbestimmt und schlecht konditioniert. Auch hier kommen moderne und robuste mathematische Verfahren zum Einsatz, zum Beispiel die SVD (Singular Value Decomposition). Dieser Bereich ist heute – zumindest teilweise – noch ein Forschungsgebiet, das Schenck RoTec gemeinsam mit der Universität Darmstadt bearbeitet.

Kennt man Größe und Lage der Unwucht eines Werkstücks, so kann diese durch geeignete Maßnahmen kompensiert werden. Solche Maßnahmen sind das Entfernen oder Hinzufügen von Masse beziehungsweise eine Kombination aus beidem. Die im Einzelfall verwendete Methode ist sehr stark vom Werkstück abhängig. Die spezielle Geometrie der Werkstücke führt zu Restriktionen bezüglich der maximalen Massen, die angebracht oder abgenommen werden können, sowie der Orte, an denen ein Ausgleich erfolgen

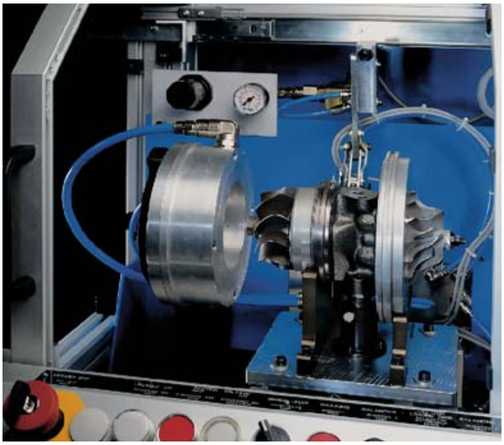


Abb. 1 Maschinen von Schenck RoTec kommen überall dort zum Einsatz, wo rotierende und oszillierende Bauteile ausgewuchtet werden: vom wenige Gramm leichten Miniaturmotor bis zum 400 Tonnen schweren Läufer einer Dampfturbine

Abb. 2 Die neue Lackierroboter-Generation von Dürr spart Platz und ist hochflexibel

kann. Die Optimierung des Ausgleichs erfolgt nach vorgegebenen Kriterien wie zum Beispiel maximale Masse oder maximale Bohrtiefe zusammen mit den Restriktionen bezüglich der möglichen Ausgleichsorte. Man findet sich dann sehr schnell bei vieldimensionalen Problemen der linearen und nichtlinearen Optimierung unter Nebenbedingungen, die heute ebenfalls noch teilweise Gegenstand der Forschung sind.

Soweit ein kurzer Überblick zur Rolle der Mathematik in wesentlichen Verfahren beim Auswuchten. Nun noch einmal zu den Maschinen selbst. In der vernetzten Industrie unserer Tage wächst die Bedeutung des Themas Qualität. In der Auswuchttechnik bedeutet Qualität, dass die Maschine den Messprozess verlässlich durchführt, ihn exakt reproduzieren kann und vorgegebene Genauigkeiten erreicht. Um in diesem Sinne allgemein verbindliche Aussagen über die Qualität einer Maschine treffen zu können, ist der Einsatz weitgehend standardisierter und in der Industrie vereinbarter statistischer Methoden und Verteilungen erforderlich. Hier wirken also einheitliche mathematische Vorgehensweisen als Maßstab, um den Begriff Qualität übergreifend zu definieren.

Wie diese kurze Aufstellung zeigt, kommt beim Auswuchten und den dafür eingesetzten Maschinen Mathematik aus vielen verschiedenen Bereichen zum Tragen. Dabei sind die angeführten Beispiele nur ein kleiner Teil des Gesamtspektrums. Auch bei vielen anderen Aspekten rund um das Auswuchten spielt die Mathematik eine verdeckte, aber eben auch enorm wichtige Rolle.

HUK-COBURG

Christian Hofer
Mitglied des Vorstandes

Die Rolle der Mathematik in der Versicherung

Die Methodik der Lebensversicherung, eine auf Wahrscheinlichkeitstafeln zur Sterblichkeit der versicherten Personen gestützte finanzmathematische Betrachtung eines lebenslangen Risikos und dessen Finanzierung über Ratenzahlungen, ist überraschend alt. Die Anfänge liegen im 17. Jahrhundert und folgten fast unmittelbar der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung als mathematischer Disziplin. Entscheidend war die Erkenntnis, dass ein Risikoausgleich nicht nur über die Anzahl der Versicherten geleistet werden kann, sondern auch über die Dauer der Versicherung. Dieses „Wunder des Äquivalenzprinzips" leistet die Absicherung von seltenen, aber nicht unwahrscheinlichen fundamentalen Risiken für den Einzelnen und seine Angehörigen zu einem bezahlbaren Preis. Sobald fundierte Verteilungsannahmen über „Schadens"-Höhen samt Eintrittswahrscheinlichkeiten z. B. in Form von Tafeln (Sterbetafeln für Versicherungen mit Erlebens- oder Todesfallcharakter, Tafeln zur Invalidisierung und Reaktivierung, Tafeln zu Heiratswahrscheinlichkeiten) vorliegen, können in ähnlicher Weise auch andere Versicherungstarife der Lebensversicherung wie etwa Berufsunfähigkeitsversicherungen und Tarife anderer Versicherungssparten kalkuliert werden.

Die speziell für die Krankenversicherung benötigten Wahrscheinlichkeitstafeln (die sog. Rechnungsgrundlagen) beziehen sich auf die Absterbe-, Storno- und Schadenswahrscheinlichkeiten. Die Ermittlung dieser Erwartungswerte stellt wie bei der Lebensversicherung heute kein methodisches Problem mehr dar, da eine jahrzehntelange Erfahrung mit den verwendeten Verfahren für hinreichende Zuverlässigkeit sorgt. Anders sieht es mit den Tests zur weiteren Verwendbarkeit vorliegender Tafeln aus. Grundsätzlich sollten die verwendeten Wahrscheinlichkeiten langfristige bis dauerhafte Gültigkeit besitzen, jedoch zeigt die Erfahrung, dass dies nicht zutrifft. Es existiert kein theoretisch abgesichertes Verfahren zur Feststellung eines nachhaltigen Änderungsbedarfs. Hier behilft man sich in der Versicherungsmathematik mit empirischen Verfahren, so wurde beispielsweise für die Krankenversicherung ein mathematisch-juristisch fundiertes Kriterium eingeführt, welches einen Änderungsbedarf signalisiert und vertragsrechtlich für zulässig erklärt. Insgesamt kann man feststellen, dass die zur Kalkulation von Personenversicherungstarifen benötigte Mathematik in ausreichender Güte vorliegt und seit Jahrzehnten erfolgreich angewandt wird.

Die Kalkulation in der Schadenversicherung (dazu gehören Kraftfahrtversicherungen, Haftpflicht-, Unfall- und Rechtsschutzversicherung sowie die verschiedenen Sachversicherungen wie Hausrat- und Wohngebäudeversicherung) basiert im Wesentlichen auf der Anwendung verallgemeinerter linearer Modelle. Es wird angenommen, dass gewisse, voneinander unabhängige, risikorelevante und daher schadenbedarfsbestimmende Merkmale vorliegen. In der Kraftfahrtversicherung, die unter allen Schadenversicherungszweigen die komplexeste Tarifstruktur aufweist, sind das zum Beispiel Typklasse, Regionalklasse, Schadenfreiheitsklasse, jährliche Fahrleistung, Fahreralter und Nutzerkreis. Die Anwendung statistischer Verfahren unter der Annahme des Vorliegens bestimmter Verteilungen für die sich aus den real vorliegenden Schadendaten vergangener Jahre ergebenden Schadenbedarfe bzw. Schadenhäufigkeiten erlaubt zum einen die Überprüfung der statistischen Signifikanz der ausgewählten risikorelevanten Merkmale und daher eine mögliche Einschränkung bzw. Ausweitung der Menge der Merkmale sowie zum anderen die quantitative Ermittlung des Risikozuschlags für den einzelnen Versicherungsnehmer je nach Zugehörigkeit zur jeweiligen Merkmalsgruppe. Eine Analyse der Residuen, d. h. der in einer bestimmten quantitativen Form gemessenen Abstände zwischen den tatsächlichen Schadenaufwendungen und den durch das Verfahren simulierten, zwingt unter Umständen zu einer Verwerfung der vorher getroffenen Verteilungsannahmen und zur Überprüfung alternativer Annahmen.

Die gängigsten Methoden garantieren in der Regel auf den Rändern – d. h. bei Unterscheidung der Versicherungsnehmer nach nur einem der unter Umständen zahlreichen tarifierungsrelevanten Merkmalen – eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den realen Schadenaufwendungen und den sich aus dem statistischen Verfahren empfohlenen Prämienforderungen für die betrachtete Gruppe von Versicherungsnehmern.

Außer bei der Sicherstellung einer ausreichenden und risikorelevanten Kalkulation spielt die Mathematik darüber hinaus auch bei der Steuerung der Anlagepolitik eine entscheidende Rolle. Sowohl die ausreichende Finanzierung des Kapitalstockaufbaus als auch die ausreichende Beteiligung der Versicherten an den Überschussmitteln sind gesetzlich fixiert und in die Mitverantwortung der Aktuare gelegt. Hierzu existieren bereits verschiedene mathematisch basierte Sicherungssysteme, wie z. B. das Asset-Liability-Management (ALM), der aktuarielle Unternehmenszins (AUZ) oder das Portfoliomanagement. Alle diese Instrumente vereinigen in sich stochastische und statistische, aber auch empirische Methoden.

Das Hauptaugenmerk gilt der langfristigen Sicherung des Zahlungsstroms zur Leistungserbringung, des so genannten Finanzierungsstroms. In der Personenversicherung, d. h. Lebens- und Krankenversicherung, in der Spar- bzw. Entspargeschäfte zu hohen Deckungsrückstellungen führen, besteht der Finanzierungsstrom nur zu einem Teil aus den determinierten Prämienzahlungen der Versicherten. Ein sehr erheblicher Teil an Finanzierungsmitteln ist an das Zinsergebnis der Kapitalanlagen gebunden. Wegen der hohen Volatilitäten in einigen Kapitalanlageformen (Aktienanlagen) ist der hohe Anspruch an die Sicherheiten der Kapitalanlagen nur durch geeignete mathematische Verfahren sicherzustellen. Die unmittelbare Anwendbarkeit dieser Finanzmarktinstrumente befeuert die stetige Weiterentwicklung sowie Neuentwicklung mathematischer Verfahren.

Im Gegensatz dazu stellen die sich bei der Schadenversicherung aus deterministischen Zahlungsströmen ergebenden Prämieneinnahmen das wesentliche Instrumentarium zur Deckung des Bedarfs eines konkret entstandenen Schadens dar. Das bedeutet, dass hier die versicherungstechnische Seite in den Vordergrund tritt. Insbesondere erfordert die Ermittlung eines ausreichend großen Risikokapitals zur Deckung künftiger Schäden den Einsatz hochentwickelter Simulationsalgorithmen, mit denen sich aus den Schadenerfahrungen der Vergangenheit mögliche zukünftige Szenarien herleiten lassen. Die Höhe des so vorzuhaltenden Risikokapitals ist entscheidend abhängig von den als Input eingehenden Verteilungsannahmen für vergangene Schadendaten. Insbesondere die Schätzung künftiger Großschäden in der Kraftfahrt- und Wohngebäudeversicherung verdient besondere Beachtung. Aber auch die Einschätzung der Höhe der sonstigen anfallenden Kosten und der Prämieneinnahmen in zukünftigen Jahren sowie die Erstellung eines validen Schadenabwicklungsmusters, um besonders in lang abwickelnden Sparten wie der Kraftfahrzeughaftpflicht eine plausible Einschätzung des Reserverisikos aus Einzeljahressicht zu erhalten, erfordert präzise und ausgereifte mathematische Methoden.

IBM Deutschland GmbH

Martin Jetter
Vorsitzender der Geschäftsführung

Mathematik – Baustein für Innovation

Panta rhei – alles fließt. Kein klassisches Zitat trifft besser auf die Informations- und Kommunikationsbranche zu, die sich in einem ständigen Wandel befindet: Ganz gleich ob Hardware, Software, Service- oder Beratungsangebote – permanente Veränderungen bestimmen den Wettbewerb und seine Rahmenbedingungen.

Und dennoch gibt es eine Konstante, die alles im Innern zusammenhält und einen wichtigen Baustein für Innovation darstellt: die Mathematik. Wenn wir einen Blick in die bald 100-jährige Geschichte von IBM werfen, bildete die Mathematik schon in den Zeiten, als das Unternehmen neben den ersten Rechenmaschinen noch Waagen und Schneidegeräte in New York City anbot, die Grundlage für das Heranwachsen zum weltgrößten IT-Unternehmen. Ob die Erfindung des ersten Großrechners, die Entwicklung der Festplatte oder der relationalen Datenbank, des Rastertunnelmikroskops oder die Arbeiten von Benoit B. Mandelbrot, der als Forscher beinah 30 Jahre am T.J. Watson Forschungszentrum der IBM tätig war und mit seinen Arbeiten über Fraktale die Grundlagen für die so genannte Chaostheorie schuf –, die Mathematik prägt IBM – und damit auch die Informationstechnologie – bis heute in ihr Innerstes.

Grundlage für wirtschaftlichen Erfolg

Schon die Enquete-Kommission der Amerikanischen Akademie der Wissenschaften hat vor Jahren festgestellt: „Hochtechnologie ist im Wesentlichen mathematische Technologie.“ Ohne mathematische Modelle und Methoden ist die Informations- und Kommunikationsbranche undenkbar: So ist es beispielsweise unmöglich, Millionen logischer Bauteile auf einem Prozessor ohne mathematische Heuristiken zu platzieren und zu verdrahten. Denn die Zeiteinheiten von Signalen auf elektrischen Leitungen könnten nicht simuliert und optimiert werden, ohne sie mit Hilfe der Mathematik im Voraus zu berechnen. Der von Sony, Toshiba und IBM entwickelte Cell BE Prozessor, der in der Playstation 3 von Sony genauso zum Einsatz kommt wie in der neuen Generation von kompakten IBM Servern, verfügt über eine zentrale Einheit und acht weitere Prozessorenkerne mit insgesamt 234 Millionen Transistoren, die bis zu 200 Milliarden Rechenoperationen pro Sekunde ausführen können. Um solche komplexen Technologien in großer Stückzahl und perfekter Qualität produzieren zu können, arbeiten Chipfabriken mit mathematischen Modellen für die optimale Materialausbeute. Nur so ist gewährleistet, dass sich die milliardenschweren Investitionen in neue Technologien auch rechnen.

Innovationsmotor Mathematik

IBM investiert jährlich rund sechs Milliarden US-Dollar in Forschung und Entwicklung. Das Unternehmen hat dadurch seit 1993 mehr als 38 000 US-Patente erhalten und führt seit nunmehr 15 Jahren die Liste der innovativsten Unternehmen an. Die Anzahl der Patente ist aber nicht nur ein wichtiger Aktivposten in den Bilanzen und der Außendarstellung, sondern auch und vor allem ein Zeichen von Ideenreichtum und Kreativität, die sehr häufig auf mathematischen Modellen beruhen. Dabei besteht die innovative Leistung in vielen Fällen nicht in der Lösung von mathematischen Problemen, sondern in der Abbildung des technischen Problems in einem mathematischen Modell. Die Mathematik erlaubt damit eine abstrahierende, präzise Modellierung der realen Welt. Damit überschreitet sie die Grenze zwischen Wissenschaft und Wirtschaft und ermöglicht interdisziplinäre Lösungsansätze, die echte Innovation bedeuten und weit über die rein technische Erfindung hinausreichen.

Heute arbeiten Experten in einigen der weltweit sechs IBM-Forschungszentren ausschliesslich an mathematischen Grundlagen und Methoden, die in den nächsten Generationen von IBM-Technologien und Beratungsangeboten zum Einsatz kommen. Zu ihren Projekten gehören unter anderem die

Erforschung neuer Algorithmen zur Verschlüsselung von Daten und deren sicherer Übertragung, die Entwicklung von Modellen, die Unternehmensstrategen in die Lage versetzen, aus der ständig ansteigenden Informations- und Datenflut die wirklich relevanten Details herauszufiltern, oder auch Forschungsarbeiten zur Optimierung des Straßen- und Luftverkehrs, von Call Centern oder innerbetrieblichen Produktionsprozessen. Die Ergebnisse, die teilweise in enger Zusammenarbeit mit Kunden oder wissenschaftlichen Einrichtungen vorangetrieben werden, dienen dazu, Abläufe zu beschleunigen, Kosten zu senken und damit Unternehmen und Institutionen in die Lage zu versetzen, auf die sich ständig ändernden Rahmenbedingungen in Wirtschaft und Gesellschaft adäquat reagieren zu können. Vieles fließt auch in die Arbeit der weltweit mehr als 50 IBM-Entwicklungszentren, wie dem deutschen Zentrum in Böblingen bei Stuttgart, ein, wo es in Projekten wie dem oben genannten Cell BE Prozessor, IBM Grossrechnern oder neuer Infrastruktursoftware für Unternehmen Anwendung findet.

Gerade im Zusammenspiel zwischen Wissenschaft und Wirtschaft wird deutlich, dass die Mathematik mit Hilfe der Informationstechnologie Antworten auf komplexe Fragen bieten kann: So baut IBM seit Jahren für und mit führenden Forschungszentren weltweit Supercomputer, die die Wissenschaftler in Jülich, Genf, Barcelona oder Los Alamos in die Lage versetzen, Simulationen von naturwissenschaftlichen Abläufen nicht mehr nur theoretisch zu bestimmen, sondern sie am Bildschirm zu betrachten und damit völlig neue Einblicke zu erhalten. Dabei reichen die Einsatzgebiete von der Klima- und Umweltforschung bis hin zur Nachbildung des menschlichen Neocortex oder Proteingruppen am Computer.

Aber auch jenseits aller Unternehmensziele fordern und fördern die IBM-Forscher: Auf der Internetseite ibm.research.com haben Interessierte im Rahmen von monatlichen Wettbewerben die Möglichkeit, ihre mathematischen Fähigkeiten unter Beweis zu stellen und sich mit unseren Wissenschaftlern zu messen.

Grundlage für die Zukunft des Standorts Deutschland

Gerade mit Hilfe solcher interaktiver Herausforderungen oder der Unterstützung des weltweiten Programmierwettbewerbs der Association for Computing Machinery (ACM), die eine Kooperation mit der Gesellschaft für Informatik in Deutschland pflegt, hilft IBM dabei, Interesse an Informatik und Mathematik zu wecken und aufzuzeigen, wie tief diese wissenschaftliche Disziplin in Wirtschaft und Gesellschaft verhaftet ist.

Mathematik ist ein Schlüssel für Produktvielfalt und Innovation – Werte, die wir auch für einen Wirtschaftsstandort wie Deutschland benöti-

Abb. 1 Mare Nostrum Rechner im Barcelona Supercomputing Center

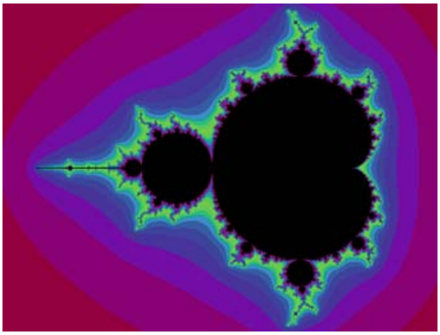


Abb. 2 Bild der Mandelbrot-Menge, einem Fraktal, das in der Chaos-Theorie eine wichtige Rolle spielt

gen, um auf Dauer in einer globalisierten Welt wettbewerbsfähig zu sein. Das setzt eine fundierte Ausbildung in Schulen und Hochschulen voraus, die sich auch an den zukünftigen Anforderungen des Standorts orientiert. Gerade der Schulausbildung kommt dabei eine besondere Verantwortung zu: Dort muss nicht nur das Interesse für Mathematik geweckt, sondern gleichzeitig auch das Wissen vermittelt werden, das zukünftigen Studentinnen und Studenten der Naturwissenschaften, der Informatik oder anderen mathematiknahen Studiengängen einen erfolgreichen Abschluss ihrer Ausbildung ermöglicht. Übertragen auf die Informations- und Kommunikationsbranche bedeutet das: Egal, ob Informatik, Elektro- und Kommunikationstechnik, Wirtschaftswissenschaften oder neue Disziplinen wie Bioinformatik und Services Science – allen diesen Studiengängen muss erhöhte Aufmerksamkeit geschenkt und eine solide schulische Ausbildung vorangestellt werden.

Wenn in den neuen Weltwirtschaftregionen Indien und China jährlich allein in den ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen einige Hunderttausend Absolventen ihre Universitätslaufbahnen erfolgreich abschließen, muss Deutschland gerade wegen der sich ändernden Altersstruktur der Bevölkerung verstärkt auf Zukunftsthemen und -studiengänge fokussieren, deren Basis häufig die Mathematik ist.

Sie ist die Schnittstelle zwischen all diesen Studiengängen. Sie schlägt die Brücke für interdisziplinäre Forschung und Entwicklung. Und sie schafft damit für Unternehmen und die Gesellschaft die Grundlage für Innovation und Wachstum.

Infineon Technologies AG

Dr. Wolfgang Ziebart
President & CEO

Mathematik – das Fundament für viele Anwendungen der Mikroelektronik

Als führendes deutsches Mikroelektronikunternehmen entwickelt und produziert Infineon Technologies die technologische Basis für die Automobilelektronik, Telekommunikation, Chipkarten, Sicherheitsanwendungen und nicht zuletzt energieeffiziente Leistungselektronik. Nach der Ausgliederung des Speichergeschäfts in das eigenständige Unternehmen Qimonda – weltweit die Nummer 3 bei Speicherbausteinen – hat Infineon rund 30 000 Mitarbeiter, einen Jahresumsatz von etwa 4 Milliarden Euro und weit über 20 000 Patente.

Mikroelektronikschaltkreise sind hochkomplex. Komplette Motorsteuerungen oder Mobilfunkschaltkreise auf einem einzigen Chip erbringen heutzutage Rechenleistungen, die den Computern einer Apollo-Kapsel der frühen 70er Jahre des letzten Jahrhunderts weit überlegen sind. Dies hängt zum einen mit dem dynamischen Fortschritt bei der Entwicklung innovativer Fertigungsprozesse zusammen. Mit kleineren Strukturen können immer mehr Gatter, Transistoren oder Kapazitäten auf eine Siliziumfläche integriert werden, die gerade einmal die Größe eines Daumennagels hat.

Die kontinuierliche Verkleinerung der Strukturen allein reicht aber nicht aus. Die Strukturen müssen geordnet sein. Die wertvolle Siliziumfläche muss optimal genutzt werden, die Laufzeiten der Signale müssen möglichst klein sein. Mit äußerst komplexen Entwurfsprogrammen und umfassenden Schaltkreisbibliotheken schaffen unsere Ingenieure im wahrsten Sinne kleine Wunderwerke der Technik. Dahinter stecken Fachbegriffe, die dem Mathematiker nur allzu geläufig sind: Boolesche Algebra, Funktionentheorie, Differentialgleichungen etc.

Mathematik ist bei diesem Schöpfungsprozess allgegenwärtig. Den stärksten Einfluss hat die Mathematik über die Algorithmen, die das Bindeglied zwischen mathematischer Theorie und Ausführung auf einem Chip darstellen. Algorithmen werden umgesetzt in Programme, aber auch direkt in Schaltkreise. Algorithmen werden benutzt, um die Schaltkreise zu erstellen, das heißt zu „synthetisieren", und zu optimieren. Die Theorie der Algorithmen und die Entwicklung der Technologie haben sich seit dem 20. Jahrhundert gegenseitig stark befruchtet.

Das trifft auch auf ein Teilgebiet der Mathematik zu, das über Jahrhunderte hinweg als „rein" galt und keine wesentliche Anwendung in der Praxis hatte: die Zahlentheorie. Über die Kryptographie haben dann Begriffe wie „Primzahlen" und „Elliptische Kurven" in der Entwicklung von Chipkarten und Sicherheitschips Einzug gehalten. Das Tempo, mit der dieses Gebiet der Mathematik in die heutige Technik drängt, ist rasant und steigt weiter an. Moderne Verschlüsselungsverfahren wie das Public-Key-Verfahren arbeiten mit neuartigen Methoden, die deutlich komplexer sind als deren Vorgänger. Im Bereich der Sicherheitsbausteine sind spezielle Verschlüsselungsmethoden erforderlich, die nicht nur extrem schnell sein müssen, sondern auch wenig Energie verbrauchen sollten. Solche Methoden könnten ohne Kenntnisse von endlichen Körpern im Speziellen und der Algebra im Allgemeinen weder konstruiert noch analysiert werden. Tiefe Probleme der Kodierungstheorie betreffen auch die Absicherung solcher Chips gegen natürliche Störungen oder böswillige, künstliche Störungen durch Angreifer. Nicht nur im Prozess des Designs sind all diese Kenntnisse unabdingbar, auch bei der Evaluierung und Zertifizierung der Chips kommt man nicht mehr ohne sie aus.

Mathematik umgesetzt in Sicherheitsbausteine bietet dem Anwender eine Vielzahl von Möglichkeiten – angefangen von fälschungssicheren digitalen Signaturen über die Absicherung elektronischer Zahlungen bis hin zur verlässlichen Identifizierung für geschützte Zugänge, um nur einige Beispiele zu nennen. Die beschriebenen Kodierungstheorien werden aber auch eingesetzt, um die Ausfallwahrscheinlichkeit von integrierten Schaltkreisen auf ein ungeahnt niedriges Niveau zu reduzieren. Aufgrund der hohen elektronischen Komplexität vieler moderner Geräte wird dies immer wichtiger. Beispiele dafür sind Autos, medizinische Geräte, Transportmittel, Server und viele andere Anwendungen, bei denen der Faktor Ausfallzeit kritisch ist, Redundanz auf Systemebene jedoch eine zu kostspielige Alternative darstellt.

Chipstrukturen werden nicht nur berechnet, sie helfen auch beim Rechnen. Microcontroller für die Ansteuerung von Antrieben, Basisband-Chips für die Digitalisierung von Sprachsignalen oder Kryptochips für die Verschlüsselung vertraulicher oder geheimer Daten sind nur einige Beispiele für die Verwendung von Algorithmen und Architekturen, die man ohne profunde mathematische Expertise nicht entwickeln könnte.

Mathematik ist eine der ältesten Wissenschaften der Menschheit. Sie ist Fundament für die modernsten Technologien und viele unverzichtbare Anwendungen der Mikroelektronik.

Linde AG

Prof. Dr. Wolfgang Reitzle
Vorsitzender des Vorstands

Moderne mathematische Methoden – ein wichtiger Erfolgsfaktor für die Innovationen der Linde Group

The Linde Group

Linde blickt auf eine 128jährige Firmengeschichte zurück. Carl von Linde gehörte zu den Pionieren der Kältetechnik, der Gasverflüssigung und der Gaszerlegung. Seit den Anfängen im Jahr 1879 hat sich das Unternehmen zu einem weltweit tätigen Marktführer im Anlagenbau und in der Gaseproduktion und -anwendung entwickelt. Während die frühen Entwicklungen vor allem Carl von Lindes eher praktisch orientierten Erfindungsgeist zu verdanken waren, wurden schon bald mathematische Methoden zur Berechnung und Dimensionierung von komplexen Luftzerlegungs- und Gasverflüssigungsanlagen unverzichtbar. Um im Wettbewerb bestehen zu können, müssen die zu Grunde liegenden Berechnungs- und Simulationsprogramme allerdings ständig in der Praxis überprüft und weiterentwickelt werden. Moderne mathematische Methoden leisten heute darüber hinaus einen wesentlichen Beitrag zur Unterstützung der Arbeitsabläufe und Geschäftsprozesse im Unternehmen.

Die moderne Mathematik ist damit ein Schlüsselfaktor für die Innovationsfähigkeit des Unternehmens. Als ein weltweit führendes Gase- und Engineering-Unternehmen ist es das Selbstverständnis der Linde Group, mit innovativen Lösungen einen Beitrag zur Bewältigung globaler Herausforderungen zu leisten, beispielsweise in der Umwelt- und Energietechnologie. Diese Innovationen sind ohne die Anwendung moderner mathematischer Methoden nicht machbar.

Mathematik bei Linde

In vielen Bereichen spielt die Mathematik bei Linde als Basis für computergestützte Berechnungen eine zentrale Rolle. Diese Berechnungen basieren auf mathematischen Modellen zur Beschreibung von Prozess- oder Konstruktionssachverhalten. Die Modelle umfassen in der Regel eine Vielzahl von Gleichungen, die computergestützt mit modernen mathematischen Methoden gelöst werden.

Da Linde bereits seit 1902 im Anlagenbau tätig ist, verfügt das Unternehmen über eine langjährige Tradition und Erfahrung bei der Simulation und Optimierung verfahrenstechnischer Prozesse und Apparate sowie bei der Eigenentwicklung entsprechender Software. In einem zentralen, interdisziplinären Expertenteam bei der Division Engineering wird das entsprechende Know-how gepflegt, welches mathematische Methoden, Informationstechnologie, Chemie, Physik, Thermodynamik, Verfahrenstechnik und Regelungstechnik umfasst. Mit maßgeschneiderten Software-Tools, die in dieser Form auf dem Markt nicht käuflich verfügbar sind, sichert sich Linde Wettbewerbsvorteile gegenüber Unternehmen, die das eigene Know-how in den letzten Jahren zugunsten käuflicher Software sukzessive aufgegeben haben. Oft arbeitet Linde in speziellen Fragestellungen auch mit Universitäten und Forschungseinrichtungen zusammen.

Wissenschaft und Technik beeinflussen sich dabei oft gegenseitig positiv: Da die Leistungsfähigkeit der Computer ständig zunimmt, können immer umfangreichere Berechnungen realisiert werden. Diese komplexen Simulationen und simulationsgestützten Optimierungsprozesse treiben wiederum die Entwicklung neuartiger moderner mathematischer Methoden voran.

Beispiele

1. Plattenwärmetauscher

Für das traditionelle Arbeitsgebiet der Linde-Division Engineering, die Tieftemperaturtechnik, welche in den frühen Jahren des Unternehmens zunächst für Luftzerlegungsanlagen umgesetzt wurde, werden kontinuierlich innovative Lösungen verfolgt. Wärmetauscher sind ein zentraler Bestandteil von Luftzerlegungsanlagen, wo sie warme Ströme abkühlen und verflüssigen, indem sie mit einem Kältemittelstrom in Kontakt gebracht werden.

Seit vielen Jahren entwickelt und baut Linde gelötete Aluminium-Plattenwärmetauscher, die für viele Anwendungsbereiche Vorteile gegenüber anderen Typen von Wärmetauschern aufweisen, zum Beispiel in Hinblick auf den Platzbedarf. Diese Technologie wird kontinuierlich weiterentwickelt, um die Anforderungen neuer Anlagentypen, d. h. neuer verfahrenstechnischer Prozesse, zu berücksichtigen, das Design weiter zu optimieren und damit Kosten zu sparen.

Im Rahmen mathematischer Optimierungen wird zum Beispiel die Frage untersucht, wie die Abmessungen gewählt werden müssen, damit der Wärmetauscher mit minimalem Materialverbrauch möglichst kompakt und damit kostengünstig gebaut werden kann, ohne dass Einbußen in der Wärmeübertragung bzw. Wärmeleistung hingenommen werden müssen. Mit komplexen strömungsmechanischen Berechnungen wird das Verhalten der Ströme im Detail untersucht, zum Beispiel an den Verbindungsstellen zu den Rohrleitungen, um Rückschlüsse auf eine optimale Konstruktion zu ziehen. Weiterhin werden Spannungsberechnungen durchgeführt, um mechanische Belastungen im späteren Betrieb zu simulieren, die Festigkeit zu untersuchen und Sicherheitsaspekte zu gewährleisten.

2. Europas größte Erdgasanlage in Hammerfest

Erdgasanlagen gehören zu den zukunftsträchtigsten Marktsegmenten, auf die sich Linde fokussiert. Das Erdgas aus dem nordnorwegischen Snøhvit-Feld wird beispielsweise durch Förderanlagen auf dem Meeresboden in 300 Metern Tiefe über eine 143 Kilometer lange unterseeische Pipeline bis zur Erdgasverflüssigungsanlage geleitet. Dort, auf der Insel Melkøya bei Hammerfest, wird es gereinigt, verflüssigt, in großen Speichertanks gelagert und dann per Tankschiff zu den US-amerikanischen und europäischen Kunden transportiert.

In Zusammenarbeit mit dem norwegischen Mineralölkonzern StatoilHydro, der das Snøhvit-Gasfeld in der Barentssee betreibt, wurde ein innovativer Erdgasverflüssigungsprozess entwickelt. Dieser zeichnet sich insbesondere durch die Kombination mehrerer Kühlkreisläufe für die Verflüssigung aus. Bei der Entwicklung derartiger Prozesse ist typischerweise die Fragestellung zu untersuchen, wie der Energieverbrauch der Anlage minimiert werden kann. Der Energieverbrauch wird durch viele Einflussgrößen beeinflusst, wie zum Beispiel die Zusammensetzung der Kühlkreisläufe, die sich durch Mischung verschiedener Kältemittel ergeben. Weiterhin sind Sicherheitsanalysen durchzuführen, z. B. Störszenarien beim Ausfall von Maschinen zu untersuchen, und Regelungsstrategien zu entwerfen, z. B. Anpassungen in den Kältekreisläufen bei veränderten Randbedingungen.

Auch hier sind computergestützte Berechnungen unverzichtbar. Aufgrund der Größe des Problems, d. h. der Vielzahl der zu Grunde liegenden ma-

Abb. 1 Verladung von Flüssigerdgas (LNG) auf der weltweit nördlichsten LNG-Anlage, Insel Melkøya bei Hammerfest (Norwegen)

thematischen Gleichungen und Einflussgrößen für die Energieminimierung, sind schnelle und effiziente mathematische Methoden notwendig. Diese stehen mit dem Linde-internen Simulationsprogramm OPTISIM® zur Verfügung, welches außer für Luftzerlegungs- und Wasserstoffanlagen insbesondere für die Simulation und Optimierung von Erdgasanlagen eingesetzt wird. Moderne mathematische Methoden wurden speziell für die Praxisanforderungen bei Linde entwickelt und angepasst, um die angestrebten Innovationen zu ermöglichen.

Die Erdgasanlage Hammerfest ist die weltweit energieeffizienteste ihrer Art – eine Innovation, die ohne moderne mathematische Methoden nicht möglich gewesen wäre.

3. Wasserstofftechnologie

Linde ist in der Weiterentwicklung der umweltfreundlichen Wasserstofftechnologie weltweit führend. Diese Technologie wird konsequent erforscht und weiterentwickelt, um der globalen Herausforderung einer umweltfreundlichen Energieversorgung zu begegnen und diese Alternative zu den heutigen fossilen Autokraftstoffen alltagstauglich zu machen.

Für die Anfangsphase, in der noch keine flächendeckende stationäre Versorgung mit Wasserstoff-Tankstellen vorhanden ist, hat Linde eine mobile Betankungseinheit namens traiLH_2™ entwickelt. Bei der Betankung von Brennstoffzellenfahrzeugen wird der an Bord mitgeführte Wasserstoff mit Hilfe einer Kolbenmaschine auf einen hohen Druck verdichtet und in den im Auto befindlichen Wasserstofftank geleitet.

Abb. 2 Mobile Wasserstoff-Betankungseinheit traiLH$_2$™ von Linde

Bei den Untersuchungen für neue Bauweisen werden, parallel zu Versuchen mit realen Verdichtern, computergestützte Berechnungen durchgeführt. Dabei wird zum Beispiel die Frage untersucht, wie der Verdichter konstruiert und betrieben werden muss, um bei gegebenen kompakten Abmessungen einen möglichst hohen Massendurchsatz und damit ein schnelles Betanken sicherzustellen. Für die Berechnungen werden moderne mathematische Methoden verwendet, welche das dynamische Verhalten, d. h. die zeitliche Veränderung von physikalischen Größen wie Temperaturen, Drücken und Mengenströmen, beim Ansaugen und Verdichten des Wasserstoffs beschreiben.

Zusammenfassung, Chancen und Herausforderungen

Für Linde als technologisch führendes Unternehmen ist der Einsatz moderner mathematischer Methoden unerlässlich. Typische Anwendungsfälle der Mathematik bei Linde umfassen insbesondere technische Aufgabenstellungen aus dem Gasebereich sowie die Simulation und Optimierung verfahrenstechnischer Prozesse und Apparateauslegungen im Anlagenbau.

Eine kontinuierliche Weiterentwicklung dieser Methoden ist notwendig, um weitere Potenziale auszuschöpfen und Chancen wahrzunehmen. Hierbei ist der Dialog der verschiedenen Disziplinen, der Mathematiker, Informatiker, Naturwissenschaftler und Ingenieure, besonders wichtig, stellt gleichzeitig aber auch eine große Herausforderung dar. Speziell für Mathematiker in einem technischen Umfeld sind weitergehende fachliche Kompetenzen, gekoppelt mit einem guten Verständnis für die Anwendung bzw. das Geschäft des Unternehmens sowie mit sozialer Kompetenz, zunehmend entscheidend für den Erfolg.

Lufthansa AG

Dipl.-Ing. Wolfgang Mayrhuber
Vorsitzender des Vorstandes

Qualität steigern und Kosten senken: Einsatzgebiete der Mathematik bei der Deutsche Lufthansa AG

Der moderne Luftverkehr in seiner weltweiten Vernetzung ist ohne komplexe Computeranwendungen gar nicht denkbar. Hinter diesen Anwendungen stehen meist mathematische Optimierungsverfahren, bei denen Lufthansa eine Vorreiterrolle einnimmt. Nur so ist sichergestellt, dass über 63 Millionen Fluggäste jährlich in über 750 000 Flügen pünktlich ankommen. Als konkrete Fragen, die mit Hilfe mathematischer Methoden gelöst werden, seien beispielhaft genannt: Kann man Flugpläne so anlegen, dass die Flugzeuge immer pünktlich starten? Wie viele Flugzeuge pro Stunde können maximal in Frankfurt landen? Wie viele Rolltreppen braucht man, damit alle Passagiere des neuen Airbus A380 zügig aussteigen können?

Dies sind nur 3 von tausenden Fragen, bei deren Beantwortung mathematische Methoden einfließen. Meistens ist dabei Simulation mit im Spiel.

Nun kennen die Fluggesellschaften Simulatoren schon aus dem Pilotentraining. In einem Flugsimulator kann der Trainer Situationen durchspielen, die ein Pilot im Laufe seines Lebens höchstwahrscheinlich nie erleben wird. So wird die erfolgreiche Bewältigung von seltenen Ausnahmesituationen trainiert.

Ähnlich verhält es sich auch mit mathematischen Simulatoren. Damit kann man Flugpläne auf Pünktlichkeit und andere Kriterien austesten, ohne später im Flugbetrieb schlechte Erfahrungen machen zu müssen.

Auf den ersten Blick scheint es ganz einfach, einen „pünktlichen“ Flugplan zu erstellen. Man plant einfach nur einen Flug pro Tag für jedes Flugzeug ein. Damit läge die Pünktlichkeit bei nahezu 100%, allerdings wäre die Fluggesellschaft eben mit exakt dieser Wahrscheinlichkeit nach kurzer Zeit in Konkurs. Es gilt also das Optimum zwischen hoher Produktivität der kapitalintensiven Flotte und genügend langen Flug- und Bodenzeiten zu finden, so dass die zu erwartenden Störungen abgefedert werden können und Verspätungen wieder zügig abgebaut werden.

Um einen vorläufigen Flugplan, der zunächst nach wirtschaftlichen Kriterien, also hoher Produktivität, erstellt wurde, auf Pünktlichkeit zu testen, wird ein Simulator erstellt, in den die Daten aller Lufthansaflüge von über 10 Jahren eingehen. Von jedem Flug sind in einer Datenbank die geplante und tatsächliche Abflugszeit hinterlegt, wie viele Gäste an Bord waren bis hin zu Details, wann die Frachttüren geöffnet und geschlossen wurden. Aus dieser Datenbank werden stochastische Verteilungen erstellt, die die Basis für den Simulator darstellen. So verfügen wir beispielsweise über eine Verteilung für die Abflugpünktlichkeit eines Fluges, der an einem Mittwoch um 10 Uhr in Frankfurt startet, in einem Airbus A320 durchgeführt wird und nach London fliegt. Der Simulator hält also Wahrscheinlichkeitsverteilungen für alle denkbaren Kombinationen von Flugereignissen vor und nutzt jetzt diese Verteilungen für den zu prüfenden Flugplan.

Dieser Flugplan wird dann über zehntausendmal „durchgeflogen“, d. h., der Simulator nimmt für jeden Flug einen Wert aus der Verteilung (einmal wird der besagte Flug aus Frankfurt morgens um 10 Uhr ganz pünktlich fliegen, ein anderes Mal mit x Minuten Verspätung, wobei die Werte für x mit genau der Wahrscheinlichkeit ausgewählt werden, die die jeweilige Verteilung angibt). Nach den Simulationsläufen bekommt man eine Verteilung der Gesamtpünktlichkeit für den Flugplan, die man dann bis auf einzelne Flüge hin untersuchen kann. So zeigt sich vielleicht für die Flüge zwischen 9.00 und 10.00 Uhr aus Frankfurt eine Häufung von Verspätungen, die aus Anflugverzögerungen für die hereinkommenden Flüge zwischen 8.00 und 9.00 Uhr resultieren.

Im nächsten Schritt werden die Flugplaner für den Vormittag längere Bodenzeiten einplanen, damit die Flugzeuge in Frankfurt die Anflugverzögerungen wieder aufholen können. Alternativ können die Planer auch die geplanten Flugzeiten Richtung Frankfurt verlängern, damit die Planzeiten mit den tatsächlich geflogenen Zeiten übereinstimmen. All dies löst zwangsläufig weitreichende Effekte im Netzwerk der Flugzeugumläufe aus.

Nicht nur das: Der Simulator ist inzwischen so optimiert, dass er selbstständig Empfehlungen gibt, an welchen Stellen des Flugplans ein Puffer in den Bodenzeiten die größte Verbesserung für die Pünktlichkeit bewirkt. Durch diese Optimierung ist sichergestellt, dass der Flugplan auch nach Berücksichtigung der Simulationsergebnisse hochproduktiv bleibt. So wird die Balance zwischen Wirtschaftlichkeit und Qualität gesichert.

Eine andere Fragestellung, die gemeinsam mit den Flughäfen und der Deutschen Flugsicherung regelmäßig mit mathematischen Methoden untersucht wird: Wie viele Flugzeuge können pro Stunde maximal starten und landen? Leider hängt die Kapazität eines Flughafens von zahlreichen Faktoren ab, wie Sichtweite, Windrichtung, Verhältnis von startenden zu landenden Flugzeugen – kurz: einer Komplexität, wie sie mit deterministischen Methoden nicht zu lösen ist. Auch hier hilft ein Simulator, der das Management der beteiligten Unternehmen in die Lage versetzt, die optimale Kapazitätsdimensionierung vorzunehmen und dabei die Konsequenzen zu ermitteln. So wird man die Kapazität nicht so stark reduzieren, dass selbst bei dichtem Nebel oder Schneefall der Flugbetrieb reibungslos funktioniert, da dann an den meisten Tagen unnötig viel Kapazität verschenkt würde. Andererseits darf man die Kapazität auch nicht nach einem sonnigen Tag mit Windstille ausrichten, da sonst bei den leichtesten Beeinträchtigungen bereits Verspätungen aufträten. Bei der Suche nach der geeigneten Mitte leistet ein Simulator wertvolle Hilfe.

Wie viele Rolltreppen man für das reibungslose Aussteigen von 550 Fluggästen eines A380 braucht, scheint auf den ersten Blick durch einfachen Dreisatz zu lösen. Doch bei näherer Untersuchung stellt sich heraus, dass komplexe Prozesse wie Passagierbewegungen, aber auch Flugzeugbewegungen auf dem Vorfeld starken Schwankungen ausgesetzt sind, dass eine statische Berechnung nicht weiterhilft. Nur eine dynamische Simulation, die diese Schwankungen mit einbezieht, kann eine verlässliche Antwort auf die scheinbar simple Frage geben. Es sind übrigens 2 Rolltreppen pro Flugzeug plus eine normale Treppe.

In den Programmen, die rund um den Flugbetrieb, die Planung und auch die kommerzielle Steuerung der Airline eingesetzt sind, steckt so viel an mathematischen Anwendungen, dass eine Beschreibung ganze Bibliotheken füllen würde. So wird die optimale Flugwegberechnung durch eine spezielle, weltweit einzigartige Software der Lufthansa Systems für zahlreiche Airlines rund um den Globus erstellt, die auf Basis aktueller Wetterdaten dasjenige Flugprofil berechnet, das einen minimalen Treibstoffverbrauch sicherstellt und damit neben der Kostenersparnis auch einen greifbaren Beitrag zum Umweltschutz leistet.

Bei der kommerziellen Optimierung werden täglich zehntausend Flugpreise verändert, um den Marktbedingungen möglichst stark gerecht zu werden. Im Klartext: die Flugzeuge möglichst stark auszulasten und dabei einen möglichst hohen Erlös zu erzielen. Da allerdings die Gäste mit der höchsten Zahlungsbereitschaft, die Geschäftsreisenden, erst kurz vor Abflug buchen,

besteht die Kunst darin, genau so viele Plätze freizuhalten, wie die erwartete Geschäftsreisenachfrage später reservieren wird. Hierfür werden auf Basis von Vergangenheitsdaten und Veränderungen des Konkurrenzangebotes mithilfe komplexer Optimierungsverfahren genaue Vorschläge gemacht, wie viele Plätze zu welchem Zeitpunkt zu welchem Preis verfügbar sein sollen. Interessanterweise liegt der maximale Ertrag eines Fluges nicht immer bei 100% Sitzladefaktor, also einem restlos gefüllten Flug, sondern häufig darunter. Umgekehrt ist es allerdings erforderlich, Flüge strecken- und tageszeitabhängig gezielt zu überbuchen, um eine möglichst hohe Auslastung zu erzielen. Denn über 5 Mio. Passagiere bestellen einen Sitzplatz, ohne dann zum Abflug zu erscheinen. Auch hierfür bedarf es mathematischer Unterstützung zur wirtschaftlichen Optimierung und zur Nutzung knapper Kapazitäten.

Von den 60 000 alleine in Deutschland angestellten Lufthansa Mitarbeitern haben über Tausend eine Ausbildung in Mathematik oder Informatik, wodurch die bedeutende Rolle der Mathematik im Luftverkehr unterstrichen wird. Überhaupt war der Luftverkehr Vorreiter bei vielen Entwicklungen mit Mathematik/Informatik-Hintergrund: das erste globale Reservierungssystem, die ersten dynamischen Kundenbindungssysteme, die ersten realtime optimierenden Ertragssteuerungssysteme – dies alles aus dem Charakteristikum des Luftverkehrs, weltumspannend tätig zu sein und eine sehr verderbliche Ware anzubieten: einen Sitz im Flugzeug, der nach Abflug nicht mehr zu füllen ist.

Lufthansa begrüßt das Jahr der Mathematik und die damit einhergehende Möglichkeit, auf die hohe Bedeutung der Mathematik in der Wirtschaft hinzuweisen.

Münchener Rück Versicherungs-Gesellschaft

Dr. Torsten Jeworrek
Mitglied des Vorstands
Vorsitzender des Rückversicherungsausschusses

Mathematik in der Münchener Rück

Mathematiker wissen während ihres Studiums vielleicht nicht immer, wohin ihre Ausbildung sie einmal führen wird. Aber eines ist sicher: Bei Versicherungen und Rückversicherungen wie der Münchener Rück sind sie jederzeit willkommen. Auf den ersten Blick klingt eine Beschäftigung in der Assekuranz vor allem solide und nach einem schönen Büro. Doch abgesehen davon ist die Versicherungswirtschaft eine schnelle, komplexe und international agierende Industrie, deren Bedeutung für die Weltwirtschaft nicht hoch genug geschätzt werden kann. Versicherer sichern Personen oder Unternehmen gegen Schäden ab, die unter Umständen ihre Existenz bedrohen.

Möglicherweise wird mancher Mathematiker nicht ohne weiteres erkennen, wie sehr seine Qualifikation bei einem Versicherer gefragt ist. Vielleicht hält ihn auch das längst nicht mehr zutreffende konservative Image von Versicherungen von einer Bewerbung ab. Was also kann eine Versicherung einem Mathematiker Interessantes bieten? Was genau tut ein Mathematiker bei einer Versicherung? Welchen Sinn hat eine Rückversicherung? Und: Ist dort die Bedeutung der Mathematik etwa noch größer?

Daher zunächst drei Sätze zur Münchener Rück: Die Münchener-Rück-Gruppe vereint Rückversicherung und Erstversicherung unter einem Dach. Als Rückversicherer versichert sie Versicherungen weltweit und gehört seit ihrer Gründung 1880 zu den Führenden der Branche. Allein in der Zentrale in München sind von den rund 3500 Mitarbeitern ungefähr 300 Mathematiker.

Dass Mathematiker in einer Versicherung begehrt sind, kann nicht überraschen. In einer Versicherung schweißt man keine Autos zusammen, sondern verarbeitet Informationen zu Risikodeckungen. Da diese Informationen zu einem großen Teil aus Zahlen bestehen und die Deckungskonzepte zunehmend komplexer werden, wird mathematisches Know-how in der Versicherungswirtschaft immer begehrter. Während Erstversicherer einen großen Teil ihrer Energie in den Vertrieb investieren, müssen sich die Rückversicherer aufgrund ihres Geschäftsmodells in einem vergleichsweise höheren Maß auf die großen Risiken konzentrieren. Typische Rückversicherungsthemen sind deshalb Naturkatastrophen und Klimawandel, die Schadenszenarien von Computerviren, Pharmarisiken, Kreditrisiken, Pandemien und auch die grundsätzliche Frage, ob und unter welchen Bedingungen man Versicherungsschutz gegen Terroranschläge anbieten kann.

Es sind die Extremereignisse, ihre Auswirkungen und Abhängigkeiten, die es abzuschätzen gilt. Hier sind die Rückversicherer die Forscher und Entwickler, gewissermaßen die Denkfabrik der internationalen Versicherungsindustrie. Die Münchener Rück hat den Anspruch, Meinungs- und Know-how-Führer zu sein. Dieser hohe Anspruch ist jedoch kein Selbstzweck, sondern die Voraussetzung dafür, dass die Risiken an der Grenze der Versicherbarkeit überhaupt erst beherrschbar werden. Oft sind Risiken erst versicherbar, wenn sie auch rückversicherbar sind – und so wird Wert geschaffen für Kunden und Aktionäre. Dazu ist die Zusammenarbeit der unterschiedlichsten Experten notwendig: Naturwissenschaftler aller Art, Juristen, Volkswirte und nicht zuletzt Mathematiker.

Die Fragen werden immer komplexer und verlangen als Antworten immer stärker quantitative Einschätzungen. Eine fundierte Meinung in Form von Worten genügt nicht mehr, man braucht Zahlen und damit mathematische Modelle. Ein Beispiel hierfür ist die Verbriefung von Sturmrisiken und anderer Naturgefahren. Hier sind Mathematiker federführend daran beteiligt, Sturmversicherungen so zu strukturieren, dass sie auch in verbriefter Form am Kapitalmarkt gehandelt werden können.

Mathematiker sind also längst nicht mehr die rechnenden Diener der Manager, sondern greifen durch die Wahl der Modelle maßgeblich in die Unternehmenssteuerung ein und sind federführend an der Entwicklung neuer Produkte beteiligt.

Ein kurzer Exkurs über den Sinn einer Versicherung: Warum lohnt es sich finanziell, sich zu versichern? Die Antwort ist einfach: Sich gegen ein großes Risiko zu versichern ist billiger, als dauerhaft das Geld selbst bereitzuhalten. Würde man sich beispielsweise gegen eine schwere Krankheit nicht versichern, dann müsste man für denselben Schutz viel Geld vorrätig halten. Selbst wenn man so viel Geld hätte, könnte man es nicht langfristig anlegen, sondern nur kurzfristig bei entsprechend großen Zinsverlusten.

Dass Versicherungsunternehmen Risiken besser tragen können als der Einzelne, liegt an der Statistik. Man nennt es das „Gesetz der Großen Zahl" oder den „Ausgleich im Kollektiv". Das Unternehmen muss deutlich weniger Kapital bereithalten als die Summe der Geldbeträge, die jeder Versicherte für sich alleine halten müsste. Anders ausgedrückt: Versicherung ist ein statistisch begründetes finanzielles Solidarsystem.

Zurück zur Rückversicherung: Wie bereits erwähnt, ist sie ist eine Versicherung, die Versicherungen versichert. Ein Beispiel: Eine kleine Versicherung, die nur in einer bestimmten Region Autoversicherungen verkauft, kann die alljährlichen Blechschäden meist ganz gut in den Griff bekommen und dabei gutes Geld verdienen – solange nichts Besonderes passiert. Wenn es aber in dieser Region stark hageln sollte, dann „verhagelt" es dieser Versicherung buchstäblich die Bilanz. Um genau diese Spitzenrisiken abzusichern, kauft eine Versicherung Deckung bei einer Rückversicherung.

Abb. 1 Tornadoschäden in Wittenberg nach Kyrill (Foto: Andreas Kämmer)

Was ist die Rolle der Mathematiker in der Assekuranz?

Arbeitet ein Mathematiker in der Versicherungswelt und legt die entsprechenden Prüfungen ab, erwirbt er den würdevollen Titel „Aktuar". In der deutschen Lebensversicherung kommt dem „verantwortlichen Aktuar" sogar eine besonders wichtige Rolle zu. Ihm obliegt die Aufgabe, unter der Bilanz zu bestätigen, dass das Versicherungsunternehmen seriös wirtschaftet, insbesondere: dass die „Deckungsrückstellung" korrekt gebildet ist. Ihm muss wichtiger sein, dass beispielsweise die Versicherung auch die nächsten 20 Jahre überlebt, statt sich als Unternehmen auf einen ruinösen Preiskampf mit der Konkurrenz einzulassen. Der Mathematiker mischt sich also in die Unternehmenssteuerung ein.

In der Münchener Rück lag der mathematische Schwerpunkt traditionell in der Lebensversicherung. In den letzten 20 Jahren stieg aber auch die Anzahl der Mathematiker in der Schadenrückversicherung sprunghaft an. Ihre mathematischen Arbeitsschwerpunkte sind Tarifierung, Risikokapitalberechnung und Schadenreservierung. Im Einzelnen heißt das:

Tarifierung

Bei der Tarifierung, also der Preisbestimmung eines Rückversicherungsvertrags, ist die wichtigste Frage: Welche Schäden werde ich im Durchschnitt bezahlen müssen? Besonders interessant ist dies bei einem der Haupttypen von Rückversicherungsverträgen, dem „Excess of loss"-Vertrag, kurz „XL" genannt. Ähnlich wie eine Autokasko-Versicherung zeichnet er sich durch einen Selbstbehalt aus. In der Rückversicherung liegt der Selbstbehalt oft im Millionenbereich. Dieser Selbstbehalt stellt alle immer wieder vor das gleiche Problem: Er ist so hoch, dass es in der Vergangenheit nur sehr wenige Schäden oberhalb des Selbstbehalts gab. Zwar ereigneten sich viele kleine Schäden, doch nur sehr wenige wirklich große. Aber um genau diese geht es im „XL".

Um dieses Problem zu lösen, kann der Mathematiker zum so genannten „kollektiven Modell" greifen. Das heißt, er betrachtet alle Schäden ab einer bestimmten Höhe und stellt sich dann die folgenden beiden Fragen unabhängig voneinander: Erstens: Wie viele Schäden erwarte ich pro Jahr oberhalb dieser Grenze? Zweitens: Wie sind sie verteilt? Genauer: Gibt es im Verhältnis zu den kleinen Schäden viele große Schäden oder nur wenige? Schadenzahl und Schadenhöhe werden also getrennt betrachtet. Diese Methode ermöglicht es, aus der Kenntnis der vielen kleinen Schäden eine realistische Einschätzung der seltenen großen Schäden abzuleiten.

Die „Poissonverteilung" wird sehr gerne genommen, um die Schadenzahlverteilung zu modellieren. Sie ist dann angebracht, wenn sich die Ereignisse unabhängig voneinander ereignen, was oft eine sinnvolle Annahme ist. Beispielsweise tritt ein Haushaltsunfall unabhängig davon ein, ob in Deutschland in dieser Woche bereits tausend Unfälle passiert sind oder noch kein einziger. Haben die Ereignisse jedoch eine gemeinsame Ursache, dann sind andere Schadenzahlverteilungen sinnvoll, beispielsweise die „Negativ-Binomialverteilung". Ein Beispiel hierfür sind Hochwasser. Diese treten gehäuft auf, wenn die Böden nach langen Regenphasen gesättigt sind. Bereits ein kleiner Regenguss kann dann ein erneutes Hochwasser auslösen.

Für die Schadenhöhe greift man auf andere Verteilungstypen zurück, zum Beispiel auf die „Paretoverteilung“. Vilfredo Pareto hat vor über hundert Jahren die Verteilung der Besitzverhältnisse in Italien beschrieben: Viele Menschen besitzen wenig, während es nur wenige Reiche gibt. Eine ähnliche Verteilung haben auch die Schäden: Es passieren viele kleine und nur wenige große.

Eine Paretoverteilung unterstellt einen ganz bestimmten Zusammenhang zwischen den kleinen und den großen Schäden. Vergleicht man die Eintrittswahrscheinlichkeit eines Schadens oberhalb einer bestimmten Höhe mit der Wahrscheinlichkeit oberhalb der zehnfachen Höhe, dann sagt Pareto: Die Wahrscheinlichkeit der großen Schäden ist ein fester Bruchteil der Wahrscheinlichkeit der kleinen Schäden, beispielsweise ein Zehntel, ein Hundertstel oder gar nur ein Tausendstel.

Die Schätzungen dieser Parameter werden natürlich nicht von Hand, sondern über Computermodelle vorgenommen. Die Aufgabe des Mathematikers ist es, genau zu verstehen, was hier geschieht. Beispielsweise: Ist die Annahme einer Paretoverteilung tatsächlich gerechtfertigt? Scheinen die Schäden nur deshalb Pareto-verteilt zu sein, weil auf der Erstversicherungsseite die Policen bestimmte Deckungssummen haben? Welche Inflation steckt in den Daten, und welchen Einfluss hat die Inflation auf die Schäden oberhalb des Selbstbehalts?

Es ist beispielsweise wichtig zu verstehen, dass die Inflation nicht für alle Schäden gleich ist. Während die Reparatur einer Windschutzscheibe über die Jahre sogar billiger werden kann, beispielsweise durch Zusammenarbeit eines Erstversicherers mit Vertragswerkstätten, werden Personenschäden in der Regel von Jahr zu Jahr teurer. Einer der vielen Gründe hierfür sind die meist steigenden Pflegekosten. Bei der Tarifierung der XL-Rückversicherung hat die Inflationseinschätzung jedoch oft einen überproportionalen Einfluss. Aus diesem Grund entwickeln Mathematiker der Münchener Rück eine Methode, um auf Basis von Schadendaten die Inflation zu schätzen.

Diese Tarifierungsmethode basiert auf der Schadenerfahrung der Vergangenheit. Sie ist natürlich nicht die einzige wichtige Methode. Eine andere verwendet beispielsweise die Informationen über die Haftungen. Insbesondere bei Naturgefahrendeckungen geht es meist um riesige Deckungen, die aber in den letzten 30 Jahren unter Umständen schadenfrei waren. Deshalb verwendet man detaillierte geographische Haftungsdaten für die Schadenabschätzung. Entscheidende Fragen bei Naturgefahrendeckungen sind etwa: Wie ist ein Gebäude gebaut? Wie nahe steht es am Fluss, an der Küste? Welcher Selbstbehalt ist mit dem Besitzer oder dem jeweiligen Unternehmen vereinbart?

Die Münchener Rück erfasst Daten sowohl über das Auftreten von Erdbeben, Hochwasser und Stürmen als auch Daten über die Schäden, die diese anrichten. Da Naturkatastrophen Schäden in Extremfällen in dreistelliger Milliardenhöhe verursachen können, z. B. ein Hurrikan der allerhöchsten Kategorie entlang der Ostküste der USA, ist auch die Bewertung der potenziellen Schadenanfälligkeit entscheidend. Mit anderen Worten: Man muss nicht nur den Sturm modellieren, sondern auch Sturmstärken in Euro oder Dollar umrechnen können. Erschwerend kommt hinzu, dass wetterbedingte Naturkatastrophen durch den Klimawandel in den vergangenen Jahrzehnten deutlich zugenommen haben. Dieser Trend wird in den kommenden Jahrzehnten sicher anhalten. Für einen Versicherer ist es daher nicht ausreichend, die Schadenstatistiken der Vergangenheit zu bewerten. Er muss in die Zukunft schauen, um für sich auch weiterhin risikoadäquate Preise und Bedingungen zu errechnen. Aus diesen Gründen unterstützt die Münchener Rück in diesem Bereich verschiedenste mathematische Diplomarbeiten und Doktorarbeiten, beispielsweise die stochastische Modellierung von Zugbahnen tropischer Wirbelstürme.

Abb. 2 Zerstörungen durch Hurrikan Katrina an der US-Golfküste (Foto: Münchener Rück)

Risikokapitalberechnung

Neben der Schadenerwartung eines Rückversichersicherungsvertrags ist auch dessen Schwankung eine entscheidende Größe. Analog zu dem „Geld“, das eine Privatperson bevorraten muss, um ein sehr schlechtes Jahr finanziell zu überleben, braucht auch ein Versicherungsunternehmen ein dickes finanzielles Polster, genannt Risikokapital. Seine Aufgabe ist nicht, die „durchschnittliche“ Schadenbelastung, sondern die außergewöhnlich großen und seltenen Belastungen zu tragen – und Seltenheit misst sich hier in Jahrhunderten.

Sehr schwankungsanfälliges Geschäft, das also in schlechten Jahren extrem negativ verläuft, benötigt viel Risikokapital. Hausratversicherungen verursachen relativ wenig, Erdbeben- oder Sturmhaftungen jedoch sehr viel Schwankung und damit Risikokapital. Bebt die Erde einmal an einer Stelle mit hohen versicherten Werten oder trifft ein schwerer Hurrikan die US-Küste, wird es schnell sehr teuer.

Um dieses Risikokapital zu berechnen, werden viele einzelne Risikosegmente der Münchener Rück separat modelliert. Das heißt, es werden hunderte Schwankungsschätzungen vorgenommen. Hierbei berücksichtigt man nicht nur die Schadenzahlungen der letzten Jahrzehnte und die Einschätzungen der Naturgefahren, sondern auch die Auswirkungen auf die Kapitalanlagen der Gruppe. Diese schwanken natürlich mit den Aktienkursen, den Zinsen, den Wechselkursen und den Ausfallrisiken der Anleihen. Also nimmt man nicht nur die Schwankung der Schäden unter die Lupe, sondern auch die Schwankung der Kapitalanlagen, mit denen die Schäden bezahlt werden. Bei der Aggregation dieser Schwankungen sind die Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Segmenten entscheidend. Die Frage heißt: Gleichen sich die ganzen Schwankungen aus, sind sie unabhängig oder geht es gleichzeitig in die gleiche Richtung?

Um die Berechnungen des Risikokapitals mit einem Beispiel zu erklären: Ein Schreiner, der einen Biertisch für das Oktoberfest baut, wird sich die Frage stellen: Wie dick muss die Tischplatte sein, wenn sie zehn Menschen aushalten soll, die darauf freudig hüpfen? Die Antwort hängt nicht nur vom Gewicht der Personen ab (Schadenerwartungswert) und der Sprungfreudigkeit (Schwankung), sondern ganz entscheidend davon, ob die Leute unabhängig voneinander hüpfen oder gemeinsam im Takt der Musik. Weil Bierzeltmusik für sehr viel „Abhängigkeit“ beim Hüpfen sorgt, muss ein Münchener Oktoberfesttisch extrem stabil sein.

Die übliche Darstellungsform der Abhängigkeit zweier Zufallsvariablen ist der Korrelationskoeffizient, also eine Zahl. Im Risikomodell einer Versicherung begnügt man sich aber heutzutage nicht mehr damit, wichtige Abhängigkeiten über eine allein stehende Zahl auszudrücken. Denn es gibt folgendes Problem: Naturgefahren und Aktienkurse sind „im Normalbetrieb“ praktisch unabhängig. Ein kleinerer Sturm hat an der Börse wenig Auswirkung. Dagegen können sich extreme Ereignisse sehr stark beeinflussen: Der Anschlag auf das World Trade Center war ein immenser Versicherungsschaden in Höhe von ungefähr 40 Mrd. US$, gleichzeitig brachen die Aktienmärkte ein. Ein zweites Beispiel sind Zinsschwankungen und ihre Auswirkungen in der Lebensversicherungsbranche. Wenn ein Versicherer hier Produkte mit einer garantierten Mindestverzinsung anbietet, dann wird ihn eine leichte Zinsschwankung auf hohem Niveau praktisch nicht berühren, ein starker Zinsabfall dagegen sehr. Insbesondere sobald der Garantiezins unterschritten wird, drohen hohe Verluste. (Die Lebensversicherer schützen sich gegen solche extremen Verluste deshalb auch mit Finanzderivaten.) Als drittes Beispiel hätte ein verheerendes Erdbeben in Tokio oder eine Pandemie das Potenzial, bei Versicherungsunternehmen sowohl die Versicherungs- als auch die Kapitalanlagenseite zumindest kurzfristig erheblich zu treffen.

Die Berücksichtigung dieser sich mit der Schwere eines Ereignisses ändernden Abhängigkeiten ist eine wichtige Frage, die die Mathematiker momentan umtreibt. Zum Einsatz kommen hier so genannte Korrelationsmatrizen und unterschiedliche Copulas, die versuchen, genau diese Abhängigkeiten der Extreme auszudrücken.

Die Fragestellung der bisherigen Betrachtungen war: Wie viel Kapital braucht ein Versicherer, um ein extrem schlechtes Jahr zu überleben? Sobald die Antwort feststeht, folgt sofort die Frage: Wie wird das Risikokapital auf die einzelnen Risiken verteilt? Das Schöne an einer Versicherung ist, dass das Kollektiv deutlich weniger Schwankung hat, als die Summe der Einzelschwankungen ergibt. Jeder profitiert von den anderen. Nur – wie verteilt man diesen Nutzen? Soll man sich an der Schwankung orientieren, die jeder „für sich alleine“ hätte? Soll man berücksichtigen, wie gut der einzelne Vertrag ins übrige Portfolio passt – genauer gesagt: wie gut er diversifiziert? Hier gibt es unterschiedliche Ansätze, jeder hat seine Vor- und Nachteile.

Diese Verteilungsfrage ist äußerst relevant, weil mit zugeteiltem Risikokapital auch die Verpflichtung einhergeht, den Zins auf dieses Kapital zu erwirtschaften. Ein Kapitalgeber erwartet nämlich Erträge auf sein eingesetztes Kapital, besonders wenn es unter dem Risiko steht, gegebenenfalls nicht mehr zurückgezahlt zu werden. Wenn aber ein Vertrag viel Risikokapital verzinsen muss, dann muss er teurer werden. Diese beiden Mechanismen, die Berechung und die Verteilung des Risikokapitals, greifen direkt in die Steuerung des Unternehmens ein. Somit rechnen Mathematiker nicht nur, sondern entscheiden direkt und indirekt, in welche Richtung sich das Unternehmen entwickeln wird.

Schadenreservierung

Ist ein Rückversicherungsvertrag unterzeichnet, dann beginnt der Vertrag irgendwann „zu laufen“. In der Schadenversicherung läuft er meist ein Jahr. Die Schäden treten ein; sie werden dem Erstversicherer gemeldet; schließlich werden sie reguliert. Ähnlich wie das Auftreten der Schäden ist auch die Auszahlung der Schäden unterschiedlich schnell. Während die Schäden einer Unfallversicherung in zwei, drei Jahren abgewickelt sind, sind sie bei einer Architektenhaftpflicht nach fünf Jahren noch gar nicht alle entdeckt. Vorsichtiges kaufmännisches Handeln gebietet und Bilanzierungsvorschriften verlangen jedoch, sehr früh einzuschätzen, wie viel am Ende zu bezahlen sein wird. Man möchte möglichst genaue Schadenreserven bilden: nicht zu hoch, weil sie den Gewinn unnötig schmälern, aber auch nicht zu niedrig, weil man sonst in späteren Jahren nachreservieren muss.

Ein Mathematiker, der eine Reserveeinschätzung vornehmen will, kann die Zahlen des Erstversicherers betrachten: zum einen die bereits geleisteten Zahlungen, zum andern die Reserven, die dieser gestellt hat. So weiß man beispielsweise für eine bestimmte Sparte eines Versicherers, dass für die Schäden des Schadenjahrs 1998 im zehnten Entwicklungsjahr 8 Millionen Euro bereits ausbezahlt, aber noch 2 Millionen reserviert sind. Im kommenden Entwicklungsjahr werden die Auszahlungen sicherlich wachsen. Wenn die Reserve richtig geschätzt wurde, dann wird sie sich um den gleichen Betrag verringern.

Diese Zahlen trägt man in Tabellen ein, in so genannte Abwicklungsdreiecke. Hiervon gibt es zwei: ein Dreieck für die Zahlungen und eines für die Reserven. Um damit rechnen zu können, entwickeln die Versicherungsmathematiker ausgefeilte Rechenmethoden. Sie stellen implizit folgende Fragen an die Vergangenheit und projizieren damit die Zukunft: In welchen Jahren gab es welchen Anstieg? Mit wie vielen Schäden muss man rechnen, die erst nach einer bestimmten Anzahl von Jahren gemeldet werden? Ist es sinnvoll, den „multiplikativen“ Schadenanstieg zu betrachten? Oder sollte man besser die Schadenquote in Prozent der Prämie ausdrücken und deren „additive“ Veränderung in Prozentpunkten betrachten? Bedeutet eine Prämienerhöhung, dass mehr Policen gezeichnet wurden, also mehr Risiko besteht, oder wurden schlicht die Preise erhöht? Soll man die Reserveeinschätzung des Erstversicherers in die Rechnung einbeziehen, oder soll man sie ignorieren? Die Münchener Rück hat in diesem Zusammenhang grundlegende Forschungsarbeit geleistet. Zum einen wurde die Schätzungenauigkeit des oben angedeuteten multiplikativen Verfahrens, des so genannten Chain-Ladder-Verfahrens, analysiert. Dies ist sehr wichtig, um einzuschätzen, wie sicher die mathematischen Schätzungen und damit die Entscheidungsgrundlagen tatsächlich sind. Zum anderen wurde das Chain-Ladder erweitert zum so genannten Munich-Chain-Ladder-Verfahren. Es wurde aus der Motivation entwickelt: Bei einer Chain-Ladder-Rechnung musste man sich entscheiden, ob man die Reserven des Erstversicherers berücksichtigen möchte oder nicht, was zu mehr oder weniger unterschiedlichen Ergebnissen führt. Das Munich-Chain-Ladder-Verfahren schafft es, diese beiden Methoden zu einem Verfahren zu vereinen.

Aus all diesen Darstellungen wird deutlich, dass die Versicherungswirtschaft sehr mathematikgetrieben ist. Dies betrifft nicht nur die interne Risikotransparenz und damit die Geschäftssteuerung und den Kapitaleinsatz, sondern auch externe Anforderungen seitens Aufsichtsbehörden und Ratingagenturen. Diese Anforderungen an eine mathematisch gestützte Quantifizierung von Risiken steigen sogar von Jahr zu Jahr. Dadurch wachsen die Aufgaben, die Verantwortung und damit auch die Karrierechancen für Mathematiker in der Rückversicherung. Die Mathematik erlebt hier einen wahren Boom.

Aber natürlich braucht die Münchener Rück Talente und Spitzenkräfte verschiedenster Fachdisziplinen, um ihrem Führungsanspruch in der internationalen Rückversicherungswirtschaft gerecht zu werden. Sich in dieser heterogenen Umgebung zu vernetzen, ist für die Mathematiker extrem wichtig. Es ist entscheidend, dass Mathematiker und Nichtmathematiker dieselbe Sprache sprechen und interdisziplinär arbeiten. Nur dann ist es möglich, die wirklich wichtigen Probleme zu identifizieren und die richtigen Lösungen zu finden. Wenn sich Mathematiker und Nichtmathematiker gut verstehen, entsteht das produktive Miteinander, von dem alle profitieren.

Das Ausrufen des „Jahrs der Mathematik“ ist daher aus unserer Sicht ein wirklich sinnvolles Signal, um die Bedeutung einer früher oft verkannten und gelegentlich auch belächelten Fachdisziplin hervorzuheben. Die Texte in diesem Buch zeigen, welches Gewicht die Mathematik in einer hoch komplexen Industriegesellschaft wie in Deutschland mittlerweile hat; für die Versicherungswirtschaft gilt dies in ganz besonderem Maße.

Münchener Rück Versicherungs-Gesellschaft

Dr. Torsten Jeworrek
Mitglied des Vorstands
Vorsitzender des Rückversicherungsausschusses

Mathematik in der Münchener Rück

Mathematiker wissen während ihres Studiums vielleicht nicht immer, wohin ihre Ausbildung sie einmal führen wird. Aber eines ist sicher: Bei Versicherungen und Rückversicherungen wie der Münchener Rück sind sie jederzeit willkommen. Auf den ersten Blick klingt eine Beschäftigung in der Assekuranz vor allem solide und nach einem schönen Büro. Doch abgesehen davon ist die Versicherungswirtschaft eine schnelle, komplexe und international agierende Industrie, deren Bedeutung für die Weltwirtschaft nicht hoch genug geschätzt werden kann. Versicherer sichern Personen oder Unternehmen gegen Schäden ab, die unter Umständen ihre Existenz bedrohen.

Möglicherweise wird mancher Mathematiker nicht ohne weiteres erkennen, wie sehr seine Qualifikation bei einem Versicherer gefragt ist. Vielleicht hält ihn auch das längst nicht mehr zutreffende konservative Image von Versicherungen von einer Bewerbung ab. Was also kann eine Versicherung einem Mathematiker Interessantes bieten? Was genau tut ein Mathematiker bei einer Versicherung? Welchen Sinn hat eine Rückversicherung? Und: Ist dort die Bedeutung der Mathematik etwa noch größer?

Daher zunächst drei Sätze zur Münchener Rück: Die Münchener-Rück-Gruppe vereint Rückversicherung und Erstversicherung unter einem Dach. Als Rückversicherer versichert sie Versicherungen weltweit und gehört seit ihrer Gründung 1880 zu den Führenden der Branche. Allein in der Zentrale in München sind von den rund 3500 Mitarbeitern ungefähr 300 Mathematiker.

Dass Mathematiker in einer Versicherung begehrt sind, kann nicht überraschen. In einer Versicherung schweißt man keine Autos zusammen, sondern verarbeitet Informationen zu Risikodeckungen. Da diese Informationen zu einem großen Teil aus Zahlen bestehen und die Deckungskonzepte zunehmend komplexer werden, wird mathematisches Know-how in der Versicherungswirtschaft immer begehrter. Während Erstversicherer einen großen Teil ihrer Energie in den Vertrieb investieren, müssen sich die Rückversicherer aufgrund ihres Geschäftsmodells in einem vergleichsweise höheren Maß auf die großen Risiken konzentrieren. Typische Rückversicherungsthemen sind deshalb Naturkatastrophen und Klimawandel, die Schadenszenarien von Computerviren, Pharmarisiken, Kreditrisiken, Pandemien und auch die grundsätzliche Frage, ob und unter welchen Bedingungen man Versicherungsschutz gegen Terroranschläge anbieten kann.

Es sind die Extremereignisse, ihre Auswirkungen und Abhängigkeiten, die es abzuschätzen gilt. Hier sind die Rückversicherer die Forscher und Entwickler, gewissermaßen die Denkfabrik der internationalen Versicherungsindustrie. Die Münchener Rück hat den Anspruch, Meinungs- und Know-how-Führer zu sein. Dieser hohe Anspruch ist jedoch kein Selbstzweck, sondern die Voraussetzung dafür, dass die Risiken an der Grenze der Versicherbarkeit überhaupt erst beherrschbar werden. Oft sind Risiken erst versicherbar, wenn sie auch rückversicherbar sind – und so wird Wert geschaffen für Kunden und Aktionäre. Dazu ist die Zusammenarbeit der unterschiedlichsten Experten notwendig: Naturwissenschaftler aller Art, Juristen, Volkswirte und nicht zuletzt Mathematiker.

Die Fragen werden immer komplexer und verlangen als Antworten immer stärker quantitative Einschätzungen. Eine fundierte Meinung in Form von Worten genügt nicht mehr, man braucht Zahlen und damit mathematische Modelle. Ein Beispiel hierfür ist die Verbriefung von Sturmrisiken und anderer Naturgefahren. Hier sind Mathematiker federführend daran beteiligt, Sturmversicherungen so zu strukturieren, dass sie auch in verbriefter Form am Kapitalmarkt gehandelt werden können.

Mathematiker sind also längst nicht mehr die rechnenden Diener der Manager, sondern greifen durch die Wahl der Modelle maßgeblich in die Unternehmenssteuerung ein und sind federführend an der Entwicklung neuer Produkte beteiligt.

Ein kurzer Exkurs über den Sinn einer Versicherung: Warum lohnt es sich finanziell, sich zu versichern? Die Antwort ist einfach: Sich gegen ein großes Risiko zu versichern ist billiger, als dauerhaft das Geld selbst bereitzuhalten. Würde man sich beispielsweise gegen eine schwere Krankheit nicht versichern, dann müsste man für denselben Schutz viel Geld vorrätig halten. Selbst wenn man so viel Geld hätte, könnte man es nicht langfristig anlegen, sondern nur kurzfristig bei entsprechend großen Zinsverlusten.

Dass Versicherungsunternehmen Risiken besser tragen können als der Einzelne, liegt an der Statistik. Man nennt es das „Gesetz der Großen Zahl" oder den „Ausgleich im Kollektiv". Das Unternehmen muss deutlich weniger Kapital bereithalten als die Summe der Geldbeträge, die jeder Versicherte für sich alleine halten müsste. Anders ausgedrückt: Versicherung ist ein statistisch begründetes finanzielles Solidarsystem.

Zurück zur Rückversicherung: Wie bereits erwähnt, ist sie ist eine Versicherung, die Versicherungen versichert. Ein Beispiel: Eine kleine Versicherung, die nur in einer bestimmten Region Autoversicherungen verkauft, kann die alljährlichen Blechschäden meist ganz gut in den Griff bekommen und dabei gutes Geld verdienen – solange nichts Besonderes passiert. Wenn es aber in dieser Region stark hageln sollte, dann „verhagelt" es dieser Versicherung buchstäblich die Bilanz. Um genau diese Spitzenrisiken abzusichern, kauft eine Versicherung Deckung bei einer Rückversicherung.

Abb. 1 Tornadoschäden in Wittenberg nach Kyrill (Foto: Andreas Kämmer)

Was ist die Rolle der Mathematiker in der Assekuranz?

Arbeitet ein Mathematiker in der Versicherungswelt und legt die entsprechenden Prüfungen ab, erwirbt er den würdevollen Titel „Aktuar". In der deutschen Lebensversicherung kommt dem „verantwortlichen Aktuar" sogar eine besonders wichtige Rolle zu. Ihm obliegt die Aufgabe, unter der Bilanz zu bestätigen, dass das Versicherungsunternehmen seriös wirtschaftet, insbesondere: dass die „Deckungsrückstellung" korrekt gebildet ist. Ihm muss wichtiger sein, dass beispielsweise die Versicherung auch die nächsten 20 Jahre überlebt, statt sich als Unternehmen auf einen ruinösen Preiskampf mit der Konkurrenz einzulassen. Der Mathematiker mischt sich also in die Unternehmenssteuerung ein.

In der Münchener Rück lag der mathematische Schwerpunkt traditionell in der Lebensversicherung. In den letzten 20 Jahren stieg aber auch die Anzahl der Mathematiker in der Schadenrückversicherung sprunghaft an. Ihre mathematischen Arbeitsschwerpunkte sind Tarifierung, Risikokapitalberechnung und Schadenreservierung. Im Einzelnen heißt das:

Tarifierung

Bei der Tarifierung, also der Preisbestimmung eines Rückversicherungsvertrags, ist die wichtigste Frage: Welche Schäden werde ich im Durchschnitt bezahlen müssen? Besonders interessant ist dies bei einem der Haupttypen von Rückversicherungsverträgen, dem „Excess of loss"-Vertrag, kurz „XL" genannt. Ähnlich wie eine Autokasko-Versicherung zeichnet er sich durch einen Selbstbehalt aus. In der Rückversicherung liegt der Selbstbehalt oft im Millionenbereich. Dieser Selbstbehalt stellt alle immer wieder vor das gleiche Problem: Er ist so hoch, dass es in der Vergangenheit nur sehr wenige Schäden oberhalb des Selbstbehalts gab. Zwar ereigneten sich viele kleine Schäden, doch nur sehr wenige wirklich große. Aber um genau diese geht es im „XL".

Um dieses Problem zu lösen, kann der Mathematiker zum so genannten „kollektiven Modell" greifen. Das heißt, er betrachtet alle Schäden ab einer bestimmten Höhe und stellt sich dann die folgenden beiden Fragen unabhängig voneinander: Erstens: Wie viele Schäden erwarte ich pro Jahr oberhalb dieser Grenze? Zweitens: Wie sind sie verteilt? Genauer: Gibt es im Verhältnis zu den kleinen Schäden viele große Schäden oder nur wenige? Schadenzahl und Schadenhöhe werden also getrennt betrachtet. Diese Methode ermöglicht es, aus der Kenntnis der vielen kleinen Schäden eine realistische Einschätzung der seltenen großen Schäden abzuleiten.

Die „Poissonverteilung" wird sehr gerne genommen, um die Schadenzahlverteilung zu modellieren. Sie ist dann angebracht, wenn sich die Ereignisse unabhängig voneinander ereignen, was oft eine sinnvolle Annahme ist. Beispielsweise tritt ein Haushaltsunfall unabhängig davon ein, ob in Deutschland in dieser Woche bereits tausend Unfälle passiert sind oder noch kein einziger. Haben die Ereignisse jedoch eine gemeinsame Ursache, dann sind andere Schadenzahlverteilungen sinnvoll, beispielsweise die „Negativ-Binomialverteilung". Ein Beispiel hierfür sind Hochwasser. Diese treten gehäuft auf, wenn die Böden nach langen Regenphasen gesättigt sind. Bereits ein kleiner Regenguss kann dann ein erneutes Hochwasser auslösen.

Für die Schadenhöhe greift man auf andere Verteilungstypen zurück, zum Beispiel auf die „Paretoverteilung". Vilfredo Pareto hat vor über hundert Jahren die Verteilung der Besitzverhältnisse in Italien beschrieben: Viele Menschen besitzen wenig, während es nur wenige Reiche gibt. Eine ähnliche Verteilung haben auch die Schäden: Es passieren viele kleine und nur wenige große.

Eine Paretoverteilung unterstellt einen ganz bestimmten Zusammenhang zwischen den kleinen und den großen Schäden. Vergleicht man die Eintrittswahrscheinlichkeit eines Schadens oberhalb einer bestimmten Höhe mit der Wahrscheinlichkeit oberhalb der zehnfachen Höhe, dann sagt Pareto: Die Wahrscheinlichkeit der großen Schäden ist ein fester Bruchteil der Wahrscheinlichkeit der kleinen Schäden, beispielsweise ein Zehntel, ein Hundertstel oder gar nur ein Tausendstel.

Die Schätzungen dieser Parameter werden natürlich nicht von Hand, sondern über Computermodelle vorgenommen. Die Aufgabe des Mathematikers ist es, genau zu verstehen, was hier geschieht. Beispielsweise: Ist die Annahme einer Paretoverteilung tatsächlich gerechtfertigt? Scheinen die Schäden nur deshalb Pareto-verteilt zu sein, weil auf der Erstversicherungsseite die Policen bestimmte Deckungssummen haben? Welche Inflation steckt in den Daten, und welchen Einfluss hat die Inflation auf die Schäden oberhalb des Selbstbehalts?

Es ist beispielsweise wichtig zu verstehen, dass die Inflation nicht für alle Schäden gleich ist. Während die Reparatur einer Windschutzscheibe über die Jahre sogar billiger werden kann, beispielsweise durch Zusammenarbeit eines Erstversicherers mit Vertragswerkstätten, werden Personenschäden in der Regel von Jahr zu Jahr teurer. Einer der vielen Gründe hierfür sind die meist steigenden Pflegekosten. Bei der Tarifierung der XL-Rückversicherung hat die Inflationseinschätzung jedoch oft einen überproportionalen Einfluss. Aus diesem Grund entwickeln Mathematiker der Münchener Rück eine Methode, um auf Basis von Schadendaten die Inflation zu schätzen.

Diese Tarifierungsmethode basiert auf der Schadenerfahrung der Vergangenheit. Sie ist natürlich nicht die einzige wichtige Methode. Eine andere verwendet beispielsweise die Informationen über die Haftungen. Insbesondere bei Naturgefahrendeckungen geht es meist um riesige Deckungen, die aber in den letzten 30 Jahren unter Umständen schadenfrei waren. Deshalb verwendet man detaillierte geographische Haftungsdaten für die Schadenabschätzung. Entscheidende Fragen bei Naturgefahrendeckungen sind etwa: Wie ist ein Gebäude gebaut? Wie nahe steht es am Fluss, an der Küste? Welcher Selbstbehalt ist mit dem Besitzer oder dem jeweiligen Unternehmen vereinbart?

Die Münchener Rück erfasst Daten sowohl über das Auftreten von Erdbeben, Hochwasser und Stürmen als auch Daten über die Schäden, die diese anrichten. Da Naturkatastrophen Schäden in Extremfällen in dreistelliger Milliardenhöhe verursachen können, z. B. ein Hurrikan der allerhöchsten Kategorie entlang der Ostküste der USA, ist auch die Bewertung der potenziellen Schadenanfälligkeit entscheidend. Mit anderen Worten: Man muss nicht nur den Sturm modellieren, sondern auch Sturmstärken in Euro oder Dollar umrechnen können. Erschwerend kommt hinzu, dass wetterbedingte Naturkatastrophen durch den Klimawandel in den vergangenen Jahrzehnten deutlich zugenommen haben. Dieser Trend wird in den kommenden Jahrzehnten sicher anhalten. Für einen Versicherer ist es daher nicht ausreichend, die Schadenstatistiken der Vergangenheit zu bewerten. Er muss in die Zukunft schauen, um für sich auch weiterhin risikoadäquate Preise und Bedingungen zu errechnen. Aus diesen Gründen unterstützt die Münchener Rück in diesem Bereich verschiedenste mathematische Diplomarbeiten und Doktorarbeiten, beispielsweise die stochastische Modellierung von Zugbahnen tropischer Wirbelstürme.

Abb. 2 Zerstörungen durch Hurrikan Katrina an der US-Golfküste (Foto: Münchener Rück)

Risikokapitalberechnung

Neben der Schadenerwartung eines Rückversichersicherungsvertrags ist auch dessen Schwankung eine entscheidende Größe. Analog zu dem „Geld“, das eine Privatperson bevorraten muss, um ein sehr schlechtes Jahr finanziell zu überleben, braucht auch ein Versicherungsunternehmen ein dickes finanzielles Polster, genannt Risikokapital. Seine Aufgabe ist nicht, die „durchschnittliche" Schadenbelastung, sondern die außergewöhnlich großen und seltenen Belastungen zu tragen – und Seltenheit misst sich hier in Jahrhunderten.

Sehr schwankungsanfälliges Geschäft, das also in schlechten Jahren extrem negativ verläuft, benötigt viel Risikokapital. Hausratversicherungen verursachen relativ wenig, Erdbeben- oder Sturmhaftungen jedoch sehr viel Schwankung und damit Risikokapital. Bebt die Erde einmal an einer Stelle mit hohen versicherten Werten oder trifft ein schwerer Hurrikan die US-Küste, wird es schnell sehr teuer.

Um dieses Risikokapital zu berechnen, werden viele einzelne Risikosegmente der Münchener Rück separat modelliert. Das heißt, es werden hunderte Schwankungsschätzungen vorgenommen. Hierbei berücksichtigt man nicht nur die Schadenzahlungen der letzten Jahrzehnte und die Einschätzungen der Naturgefahren, sondern auch die Auswirkungen auf die Kapitalanlagen der Gruppe. Diese schwanken natürlich mit den Aktienkursen, den Zinsen, den Wechselkursen und den Ausfallrisiken der Anleihen. Also nimmt man nicht nur die Schwankung der Schäden unter die Lupe, sondern auch die Schwankung der Kapitalanlagen, mit denen die Schäden bezahlt werden. Bei der Aggregation dieser Schwankungen sind die Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Segmenten entscheidend. Die Frage heißt: Gleichen sich die ganzen Schwankungen aus, sind sie unabhängig oder geht es gleichzeitig in die gleiche Richtung?

Um die Berechnungen des Risikokapitals mit einem Beispiel zu erklären: Ein Schreiner, der einen Biertisch für das Oktoberfest baut, wird sich die Frage stellen: Wie dick muss die Tischplatte sein, wenn sie zehn Menschen aushalten soll, die darauf freudig hüpfen? Die Antwort hängt nicht nur vom Gewicht der Personen ab (Schadenerwartungswert) und der Sprungfreudigkeit (Schwankung), sondern ganz entscheidend davon, ob die Leute unabhängig voneinander hüpfen oder gemeinsam im Takt der Musik. Weil Bierzeltmusik für sehr viel „Abhängigkeit" beim Hüpfen sorgt, muss ein Münchener Oktoberfesttisch extrem stabil sein.

Die übliche Darstellungsform der Abhängigkeit zweier Zufallsvariablen ist der Korrelationskoeffizient, also eine Zahl. Im Risikomodell einer Versicherung begnügt man sich aber heutzutage nicht mehr damit, wichtige Abhängigkeiten über eine allein stehende Zahl auszudrücken. Denn es gibt folgendes Problem: Naturgefahren und Aktienkurse sind „im Normalbetrieb" praktisch unabhängig. Ein kleinerer Sturm hat an der Börse wenig Auswirkung. Dagegen können sich extreme Ereignisse sehr stark beeinflussen: Der Anschlag auf das World Trade Center war ein immenser Versicherungsschaden in Höhe von ungefähr 40 Mrd. US$, gleichzeitig brachen die Aktienmärkte ein. Ein zweites Beispiel sind Zinsschwankungen und ihre Auswirkungen in der Lebensversicherungsbranche. Wenn ein Versicherer hier Produkte mit einer garantierten Mindestverzinsung anbietet, dann wird ihn eine leichte Zinsschwankung auf hohem Niveau praktisch nicht berühren, ein starker Zinsabfall dagegen sehr. Insbesondere sobald der Garantiezins unterschritten wird, drohen hohe Verluste. (Die Lebensversicherer schützen sich gegen solche extremen Verluste deshalb auch mit Finanzderivaten.) Als drittes Beispiel hätte ein verheerendes Erdbeben in Tokio oder eine Pandemie das Potenzial, bei Versicherungsunternehmen sowohl die Versicherungs- als auch die Kapitalanlagenseite zumindest kurzfristig erheblich zu treffen.

Die Berücksichtigung dieser sich mit der Schwere eines Ereignisses ändernden Abhängigkeiten ist eine wichtige Frage, die die Mathematiker momentan umtreibt. Zum Einsatz kommen hier so genannte Korrelationsmatrizen und unterschiedliche Copulas, die versuchen, genau diese Abhängigkeiten der Extreme auszudrücken.

Die Fragestellung der bisherigen Betrachtungen war: Wie viel Kapital braucht ein Versicherer, um ein extrem schlechtes Jahr zu überleben? Sobald die Antwort feststeht, folgt sofort die Frage: Wie wird das Risikokapital auf die einzelnen Risiken verteilt? Das Schöne an einer Versicherung ist, dass das Kollektiv deutlich weniger Schwankung hat, als die Summe der Einzelschwankungen ergibt. Jeder profitiert von den anderen. Nur – wie verteilt man diesen Nutzen? Soll man sich an der Schwankung orientieren, die jeder „für sich alleine“ hätte? Soll man berücksichtigen, wie gut der einzelne Vertrag ins übrige Portfolio passt – genauer gesagt: wie gut er diversifiziert? Hier gibt es unterschiedliche Ansätze, jeder hat seine Vor- und Nachteile.

Diese Verteilungsfrage ist äußerst relevant, weil mit zugeteiltem Risikokapital auch die Verpflichtung einhergeht, den Zins auf dieses Kapital zu erwirtschaften. Ein Kapitalgeber erwartet nämlich Erträge auf sein eingesetztes Kapital, besonders wenn es unter dem Risiko steht, gegebenenfalls nicht mehr zurückgezahlt zu werden. Wenn aber ein Vertrag viel Risikokapital verzinsen muss, dann muss er teurer werden. Diese beiden Mechanismen, die Berechung und die Verteilung des Risikokapitals, greifen direkt in die Steuerung des Unternehmens ein. Somit rechnen Mathematiker nicht nur, sondern entscheiden direkt und indirekt, in welche Richtung sich das Unternehmen entwickeln wird.

Schadenreservierung

Ist ein Rückversicherungsvertrag unterzeichnet, dann beginnt der Vertrag irgendwann „zu laufen“. In der Schadenversicherung läuft er meist ein Jahr. Die Schäden treten ein; sie werden dem Erstversicherer gemeldet; schließlich werden sie reguliert. Ähnlich wie das Auftreten der Schäden ist auch die Auszahlung der Schäden unterschiedlich schnell. Während die Schäden einer Unfallversicherung in zwei, drei Jahren abgewickelt sind, sind sie bei einer Architektenhaftpflicht nach fünf Jahren noch gar nicht alle entdeckt. Vorsichtiges kaufmännisches Handeln gebietet und Bilanzierungsvorschriften verlangen jedoch, sehr früh einzuschätzen, wie viel am Ende zu bezahlen sein wird. Man möchte möglichst genaue Schadenreserven bilden: nicht zu hoch, weil sie den Gewinn unnötig schmälern, aber auch nicht zu niedrig, weil man sonst in späteren Jahren nachreservieren muss.

Ein Mathematiker, der eine Reserveeinschätzung vornehmen will, kann die Zahlen des Erstversicherers betrachten: zum einen die bereits geleisteten Zahlungen, zum andern die Reserven, die dieser gestellt hat. So weiß man beispielsweise für eine bestimmte Sparte eines Versicherers, dass für die Schäden des Schadenjahrs 1998 im zehnten Entwicklungsjahr 8 Millionen Euro bereits ausbezahlt, aber noch 2 Millionen reserviert sind. Im kommenden Entwicklungsjahr werden die Auszahlungen sicherlich wachsen. Wenn die Reserve richtig geschätzt wurde, dann wird sie sich um den gleichen Betrag verringern.

Diese Zahlen trägt man in Tabellen ein, in so genannte Abwicklungsdreiecke. Hiervon gibt es zwei: ein Dreieck für die Zahlungen und eines für die Reserven. Um damit rechnen zu können, entwickeln die Versicherungsmathematiker ausgefeilte Rechenmethoden. Sie stellen implizit folgende Fragen an die Vergangenheit und projizieren damit die Zukunft: In welchen Jahren gab es welchen Anstieg? Mit wie vielen Schäden muss man rechnen, die erst nach einer bestimmten Anzahl von Jahren gemeldet werden? Ist es sinnvoll, den „multiplikativen“ Schadenanstieg zu betrachten? Oder sollte man besser die Schadenquote in Prozent der Prämie ausdrücken und deren „additive“ Veränderung in Prozentpunkten betrachten? Bedeutet eine Prämienerhöhung, dass mehr Policen gezeichnet wurden, also mehr Risiko besteht, oder wurden schlicht die Preise erhöht? Soll man die Reserveeinschätzung des Erstversicherers in die Rechnung einbeziehen, oder soll man sie ignorieren? Die Münchener Rück hat in diesem Zusammenhang grundlegende Forschungsarbeit geleistet. Zum einen wurde die Schätzungenauigkeit des oben angedeuteten multiplikativen Verfahrens, des so genannten Chain-Ladder-Verfahrens, analysiert. Dies ist sehr wichtig, um einzuschätzen, wie sicher die mathematischen Schätzungen und damit die Entscheidungsgrundlagen tatsächlich sind. Zum anderen wurde das Chain-Ladder erweitert zum so genannten Munich-Chain-Ladder-Verfahren. Es wurde aus der Motivation entwickelt: Bei einer Chain-Ladder-Rechnung musste man sich entscheiden, ob man die Reserven des Erstversicherers berücksichtigen möchte oder nicht, was zu mehr oder weniger unterschiedlichen Ergebnissen führt. Das Munich-Chain-Ladder-Verfahren schafft es, diese beiden Methoden zu einem Verfahren zu vereinen.

Aus all diesen Darstellungen wird deutlich, dass die Versicherungswirtschaft sehr mathematikgetrieben ist. Dies betrifft nicht nur die interne Risikotransparenz und damit die Geschäftssteuerung und den Kapitaleinsatz, sondern auch externe Anforderungen seitens Aufsichtsbehörden und Ratingagenturen. Diese Anforderungen an eine mathematisch gestützte Quantifizierung von Risiken steigen sogar von Jahr zu Jahr. Dadurch wachsen die Aufgaben, die Verantwortung und damit auch die Karrierechancen für Mathematiker in der Rückversicherung. Die Mathematik erlebt hier einen wahren Boom.

Aber natürlich braucht die Münchener Rück Talente und Spitzenkräfte verschiedenster Fachdisziplinen, um ihrem Führungsanspruch in der internationalen Rückversicherungswirtschaft gerecht zu werden. Sich in dieser heterogenen Umgebung zu vernetzen, ist für die Mathematiker extrem wichtig. Es ist entscheidend, dass Mathematiker und Nichtmathematiker dieselbe Sprache sprechen und interdisziplinär arbeiten. Nur dann ist es möglich, die wirklich wichtigen Probleme zu identifizieren und die richtigen Lösungen zu finden. Wenn sich Mathematiker und Nichtmathematiker gut verstehen, entsteht das produktive Miteinander, von dem alle profitieren.

Das Ausrufen des „Jahrs der Mathematik“ ist daher aus unserer Sicht ein wirklich sinnvolles Signal, um die Bedeutung einer früher oft verkannten und gelegentlich auch belächelten Fachdisziplin hervorzuheben. Die Texte in diesem Buch zeigen, welches Gewicht die Mathematik in einer hoch komplexen Industriegesellschaft wie in Deutschland mittlerweile hat; für die Versicherungswirtschaft gilt dies in ganz besonderem Maße.

SAP AG

Prof. Dr. Henning Kagermann
Vorstandssprecher

Mathe macht's möglich: Unternehmensführung im elektronischen Zeitalter

Unternehmensführung ohne Mathematik ist wie Raumfahrt ohne Physik. Zahlen sind zwar nicht alles im Wirtschaftsleben. Aber ohne Mathematik ist hier fast alles nichts. Dabei geht es um weit mehr als nur das Einmaleins der Buchhaltung. Die Steuerung und verantwortungsvolle Planung der Entwicklung eines Unternehmens erfordert verlässliche quantitative Analysen und Modelle. Ein Vorstandschef muss aber nicht Mathematiker sein. Die anwendbare, kodierte Form der firmenrelevanten Mathematik heißt Unternehmenssoftware. In den Lösungen, die SAP als Weltmarktführer für mehr als 46 000 Kunden in der ganzen Welt entwickelt, spielen mathematische Elemente daher eine tragende Rolle. Wir schätzen gewissermaßen so wie Goethe die Mathematik als „höchste und sicherste Wissenschaft", weil ihre Methode, wie er in seinen Maximen und Reflexionen notiert, „gleich zeigt, wo ein Anstoß ist". Salopper gesagt: Mit einer Fünf in Mathe hätte SAP niemals zum Klassenprimus für Unternehmenssoftware werden können.

Mathematisches Wissen kommt aber nicht nur in unseren Produkten zum Tragen. Wir brauchen auch für unsere eigene Planung der Softwareentwicklung präzise Modelle, die alles andere als trivial sind. Denn die Veränderung der zugrunde liegenden Infrastruktur folgt einer exponentiellen Dynamik – von der Leistungsfähigkeit und Preisentwicklung der Hardware, also etwa Prozessoren und Speichermedien, über die Bandbreite von Netzwerken bis zu den Kosten der Fehlersuche in komplexen Programmen und der Geschwindigkeit in der (Weiter-) Entwicklung von Programmiersprachen. All dies will bei einer langfristigen Produktplanung berücksichtigt werden.

Auch bei der effizienten Organisation eines globalen Unternehmens mit dezentralen Strukturen kann die Mathematik sehr hilfreich sein. So wurden bei SAP Einsichten aus der Netzwerktheorie herangezogen, um die Zusammenarbeit von mehr als 12 000 Entwicklern an acht verschiedenen Standorten in der Welt zu optimieren und ein robustes Netzwerk zu schaffen. Die Vernetzung beschränkt sich zudem nicht nur auf das eigene Unternehmen: Der Erfolg von SAP beruht ganz wesentlich auf dem Zusammenspiel mit dem großen Ökosystem unserer Partner und der Koinnovation mit anderen Unternehmen, und unsere Kunden haben wiederum ihre eigenen Netzwerke. Zukunftssichere Softwarelösungen müssen sie über die Unternehmensgrenzen hinaus auch bei der Optimierung und Transformation dieser Netzwerke unterstützen und daher entsprechend theoretisch fundiert sein.

Die Liste der Anwendung mathematischer Prinzipien und Modelle in Unternehmen ließe sich fast beliebig fortführen. Jedoch reicht die Bedeutung der Mathematik für Unternehmenssoftware weit über offensichtliche quantitative Fragestellungen hinaus. Als aktuelle Beispiele, mit denen sich unsere Forschungseinrichtung SAP Research befasst, können die Themen „Semantische Technologien“ und „Secure Computation“ dienen.

Wenn nicht nur Zahlen zählen: Wie Software für die Wirtschaft schlau gemacht wird …

Semantische Technologien sind gefragt, wenn es um die Bedeutung von Daten geht. Denn auf der Ebene der Bits und Bytes gibt es zunächst einmal weder Äpfel noch Birnen. Und einem Computerprogramm „beizubringen“, wann mit Birne ein Obst und kein leuchtender Glaskolben gemeint ist, ist alles andere als ein Kinderspiel. Semantische Technologien dienen dazu, die Informationstechnologie in der steigenden Komplexität der virtuellen Welten in dem Sinne schlau zu machen, dass Software die unterschiedlichen Daten entsprechend ihrer Bedeutung verwenden kann. Dies geschieht nach aktuellem Stand über Ontologien – begriffliche Modelle, die mit Hilfe von Logik-basierten Sprachen eine präzise Wissensrepräsentation sowie automatische Schlussfolgerungen (Inferenzen) erlauben. Sowohl die Beschreibungslogik als auch die zugehörigen Inferenzmaschinen gehen auf fundamentale Forschungsergebnisse der mathematischen Logik zurück.

Der Forschungsbereich Ontologien spielt eine große Rolle im Zuge der „Semantic Web Activity“ des „World Wide Web Consortiums“ (W3C) und befindet sich derzeit im Übergang von der reinen Grundlagenforschung hin zu ersten Industrieanwendungen. Auch das deutsche Forschungsprogramm Theseus befasst sich mit Methoden für das Ontologie-Management und der Entwicklung konkreter Anwendungsszenarien. SAP Research arbeitet dabei an den Grundlagen für ein „Internet der Dienste“, in dem Web-basierte Dienstleistungen zwischen Anbietern und Nutzern flexibel vermittelt werden. So könnte beispielsweise ein Spediteur in diesem Internet der Dienste automatisch ein geeignetes Transportunternehmen finden, das seinen Anforderungen am besten (und am kostengünstigsten) entspricht. Und er könnte dessen Dienste auch gleich in Anspruch nehmen. Suchen, finden, nutzen: Wirtschaftliches Handeln im Netz würde somit erheblich vereinfacht – nicht zuletzt dank mathematischer Grundlagenforschung.

… und wie Mathematik den Schlüssel zur Zusammenarbeit schafft

Das zweite Beispiel, Secure Computation, bietet eine Antwort auf folgendes Problem: Zwischenbetriebliche Anwendungen lassen sich in der Regel verbessern, wenn die Lösung auf Daten aller beteiligten Unternehmen beruht. Oft handelt es sich dabei aber um unternehmensrelevante Daten, die man nur ungern gegenüber Dritten offenlegt. So weiß man beispielsweise seit den 1960er Jahren, dass gemeinsame Optimierungen von Logistikketten (Supply Chains) lokalen Verbesserungsversuchen überlegen sind und zu niedrigeren Kosten führen. Nur sehr wenige Unternehmen sind jedoch bereit, für diesen Wettbewerbsvorteil die erforderlichen Daten wie Stückkosten und Lagerbestände auszutauschen, da diese Offenlegung ihre allgemeine Verhandlungsposition schwächen könnte.

Ein ähnliches Problem tritt beim so genanten Benchmarking auf, wenn Unternehmen ihre Effizienz anhand von Kennzahlen mit anderen Unternehmen vergleichen wollen. Auch beim Audit will ein Unternehmen nicht unbedingt die Bücher offenlegen. Es handelt sich jeweils um für das Unternehmen schützenswerte Daten, so dass ein Austausch im Klartext nur unter besonderen Voraussetzungen erfolgen kann.

Secure Computation erlaubt es den Beteiligten, beliebige Berechnungen mit den notwendigen Daten auszuführen, ohne dass diese individuellen Eingabedaten irgendeinem anderen Teilnehmer bekannt werden. Alle Teilnehmer können so die Vorteile der Zusammenarbeit nutzen, ohne den Nachteil einer gegenseitigen Offenlegung ihrer eigenen Daten zu befürchten.

Bei Secure Computation kommen häufig moderne Verschlüsselungsverfahren zum Einsatz, die auf Erkenntnissen der Zahlentheorie beruhen. Die Grundlage liefern bekannte Probleme etwa aus dem Bereich diskreter Logarithmen und der Faktorisierung großer Zahlen. Neben der Kryptographie sind aber auch andere Disziplinen wie Statistik und Komplexitätstheorie für Secure Computation von Bedeutung. Es muss zum Beispiel auch sichergestellt sein, dass keiner der Beteiligten seine eigenen Daten so manipulieren kann, dass er aus der Veränderung im Gesamtergebnis Rückschlüsse auf die Daten der anderen Teilnehmer erhält. Man spricht dann von der Analyse der Ununterscheidbarkeit von Ausgabeverteilungen verschiedener Programme. Zuletzt kommt dabei auch die Spieltheorie zum Einsatz, wenn gezeigt wird, dass ein Verfahren als sicher gelten kann, wenn die Teilnehmer in ihrem eigenen Interesse handeln, um die Daten voreinander geheim zu halten.

Unsere Forschungseinheit SAP Research ist aktiv an der Umsetzung von Entwicklungen aus dem Bereich Secure Computation beteiligt, zunächst in Prototypen und später in Produkten. Dabei gibt es einen engen Austausch mit Mathematikern der Grundlagenforschung, sowohl was die Evaluation neuester Entwicklungen als auch die Definition zukünftiger Anforderungen für Secure Computation betrifft.

Die beiden Beispiele zeigen also, wie der Einsatz modernster mathematischer Methoden zum einen (durch Secure Computation) die vertrauensvolle Zusammenarbeit zwischen Unternehmen und zum anderen (dank semantischer Technologien) wirtschaftliches Handeln im Kontext virtueller Welten möglich machen kann. Die Bedeutung der Mathematik für den Erfolg von Unternehmenssoftware im Allgemeinen und SAP im Besonderen geht daher weit darüber hinaus, zu zeigen, „wo ein Anstoß ist“. In der ganzen Breite ihrer Disziplinen leistet sie vielmehr einen wesentlichen Beitrag zur erfolgreichen Unternehmensführung im elektronischen Zeitalter.

Shell Research

Dr. Jan van der Eijk
Group Chief Technology Officer

Mathematics: Accepting the Increasing Energy Demand Challenge

The world's growing population and the rapid development of new economies will result in a sharp rise of energy demand. Although sustainable energy sources will play an increasingly important role, fossil fuels will remain the backbone of the global energy supply for the foreseeable future. Shell's strategy is aimed at providing the additional fossil energy required in a environmentally responsible way. Important technology themes include exploration and production of oil and gas in frontier locations (deepwater, Artic) and increase in hydrocarbon recovery from existing fields.

To be successful in exploring and producing hydrocarbons, it is essential to further increase our ability to characterize geological structures, to identify potential accumulations of hydrocarbons and to predict the pressure and flow regimes during production. As will be illustrated by the examples provided in the next two sections 'conventional' mathematics plays a major role in building this ability. In the last, third section a description is presented of a research activity, which is a representative of what is called here the 'reverse approach'. This means that the way of working is through concretization of abstract mathematical objects. The merits of the paradigm shift: from the traditional way of applying mathematics to describe physical and chemical objects to the reverse approach of using of physics and chemistry to concretize abstract mathematical objects will be explored in the last section.

Mathematics in Exploration

Exploration, the search for new hydrocarbon reserves, belongs to the realm of the geosciences, in particular geophysics. One of the main challenges in exploration geophysics is to determine physical properties of the earth at depths up to few kilometers, and over a large region. In turn, these physical properties, or rather their change in value as a function of spatial coordinates, are related to geological formation transitions in the earth's subsurface. However, except for cases when in-situ measurements were taken in wells that were drilled earlier in the exploration area, it is not possible to measure these physical properties directly. Instead, quantities are measured which are related to these physical properties by an equation. The equation, which comprises the physical properties and their related quantities, describes a physical phenomenon in which these quantities are involved, and is usually called a *physical law*. The physical phenomenon may be man-generated, in a controlled experiment, or generated by nature.

By far still the most important physical phenomenon used for hydrocarbon detection is that of acoustic (more precisely: elastic) wave propagation through the subsurface, where the waves are generated by man-made, controlled sources at the surface of the earth. Such a physical experiment is called a *seismic survey*. The geological formation transitions act as reflection boundaries, and the seismic reflection pattern of the waves is measured at the surface of the earth. The associated partial differential equation, referred to above as the physical law, is either the approximate *acoustic wave equation*, specifically for relatively simple geological structures, or the *elastodynamic wave equation*, for complex geological structures possibly even having a strong anisotropy with respect to their rock properties. Since recently, there is an increasing interest in seismic experiments where the waves are generated by nature, notably from earthquakes, or even from the permanent agitation of the earth's surface by countless micro-tremors in the subsurface (*ambient noise*). With reference to the way the waves are generated this sub-discipline in geophysics is called *passive seismic*. Another important natural source is the earth magnetic field. Here, the associated physical law is the *Maxwell equation*, and the related quantities measured at the surface of the earth are voltage and current. The physical quantities alluded to above, which are hidden in these physical laws, and are the prime subjects of interest, are notably the velocity of elastic or acoustic waves, the density, the electrical resistance, but also fluid content of the porous reservoir rock.

Because of its importance in exploration, attention is concentrated in the sequel on the seismic method. Roughly speaking, the aim of seismic data processing is to transport the measured reflections at the surface of the earth back to the locations in the subsurface where these reflections were initiated. This process is called *Migration*. Input is here the measured seismic data, and a subsurface wave velocity model, and output is a detailed picture of the subsurface containing locations of the seismic reflectors. Of course, the partial differential equations describing the wave phenomena have been investigated intensely. A very fine mathematical investigation, conducted at Shell Research has cast the migration problem in a *differential-geometrical* setting. In view of the complexity of the wave equation, a lot of attention has traditionally been paid to simplifications, notably high-frequency *asymptotic solutions* known as *Ray Tracing*. To give a flavor of the mathematical difficulties which may be encountered 'even' with these approximations, it is noted that in subsurface areas with large and rapid velocity fluctuations the wave front may be *multi-valued* due to focusing of the wave field in focal points, lines or areas (*caustics*), and it is not at all trivial how the asymptotic methods should be applied in such a situation. Migration based on ray tracing is – relatively – fast, but for complex geological structures less accurate.

Shell is concentrating more and more on complex geological structures. To keep the problem still of a manageable size, while at the same time incorporating more physical details, a useful 'compromise' is using the 2-D *Wave Equation*. This still triggers naturally the need to develop precise numerical schemes to calculate a numerical solution of the wave equation. In general, *finite difference* schemes are used for this purpose, because they are simple to implement, and are moreover computationally efficient. However, again in complex geological settings, where in particular there are a lot of step changes in the values of physical quantities at certain interfaces (presumed to be geological formation- and reservoir fluid boundaries), the finite-difference schemes are no longer efficient. In such situations, *finite-element* schemes can be used. Specifically in collaboration with a consortium of *Nice University* and the *INRIA* institute in France, Shell is investigating the application of the *discontinuous Galerkin finite-element method* for this purpose.

With the advent of powerful *parallel computers* migration based on the full 3-D wave equation has become a realistic option. Now using a numerical scheme to solve the partial differential equation numerically basically means casting the problem in terms of *Numerical Linear Algebra*. However, in the full 3-D problem the number of unknowns may reach a billion. And that means that some of the standard Numerical Linear Algebra methods that worked well for 2-D problems cannot be used any more. In collaboration with *Philips Electronics* and *Delft University of Technology* Shell is working on the development of an *Iterative Solver*, which is, true enough, based on classical methods – *Krylov methods* – but efficiently preconditioned with an approximate *multigrid* solution to cope with this sort of size problems.

The explosive increase of the number of unknowns provides, despite the availability of parallel computers, motivation to look for other possibilities besides the 3-D wave equation, and yet taking on board enough detail to deal with rather complicated geological structures. By way of conclusion of this section about Mathematics in Exploration, two research activities are mentioned in this connection.

In the first activity it is noted that closed-form solutions in terms of elementary algebraic functions can be obtained for the partial differential equations for quite complicated shapes, like a *polyhedron*, and with uniform or linearly varying rock density over the polyhedron. Approximating a structure by a combination of polyhedra is exactly what is done in the finite-element numerical codes. But in this case, rather than dealing with a huge linear system there are just the simple algebraic functions. This result means that, in principle, it is possible to produce outcomes of finite-element simulations using a pocket calculator.

As for the second research activity hinted at above, this method combines to a large extent the advantages of the ray – and the wave equation methods. This method called the *Gaussian Beams* method is developed in collaboration with the *V.A. Steklov Institute of Mathematics*, St. Petersburg,

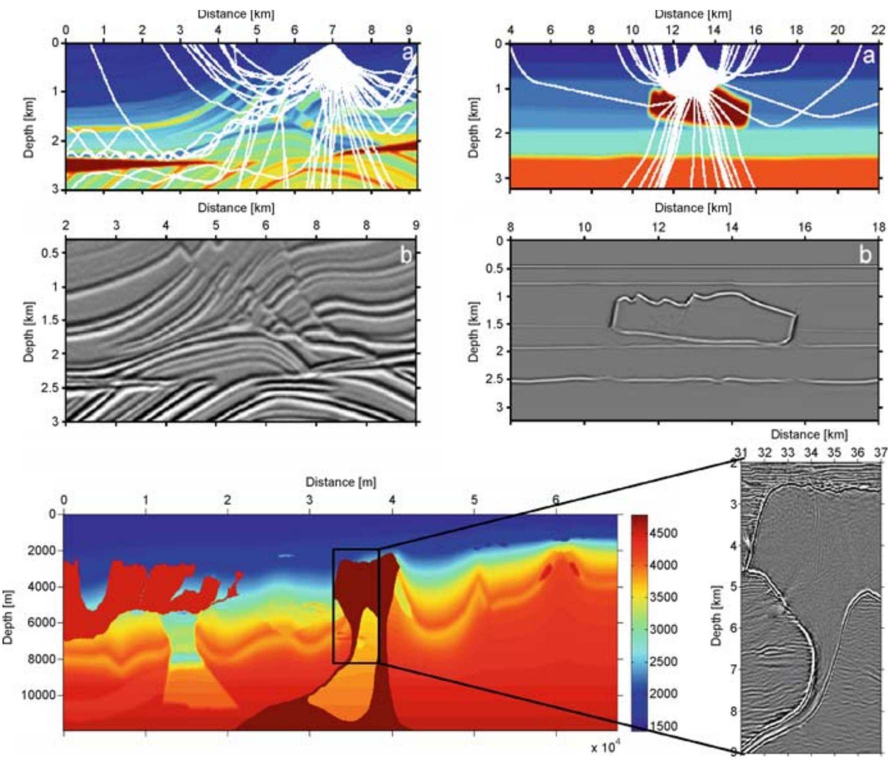


Fig. 1 Accurate subsurface images for complex geologies (*grey*), produced with background velocity models (*color*). Central rays from Gaussian beams due to one seismic source position at surface are shown as white lines on top of the velocity models

Russia. It appeared that Gaussian beams migration reduces to an effective algorithm when using *smooth versions* of the wave velocity model (*velocity background*). The performance does not deteriorate in the presence of caustics with arbitrary geometrical structure. Results of tests using several complex subsurface models are displayed in Fig. 1. These numerical examples prove that this method allows construction of seismic images of complex geological media where numerous caustics arise. The quality of the images is comparable or even better than from state-of-the-art wave equation migration for these realistic models.

Mathematics in Production

An important similarity with the previous section about exploration is that again physical laws are describing the phenomenon of interest, in this case the flow of fluids through reservoir rock. An important difference for the mathematical treatment being that the concerning partial differential equations are here of types different from the ones in the previous section. Moreover the flow of each of the physical components (or physical phases) oil, water, and gas has to be considered simultaneously. Under the influence of the pressure in the reservoir, the fluids flow through the pores in the reservoir rock to the well opening in the subsurface, and are then transported through a piece of tubing to the surface, where the three phases are separated. The governing equations for multi-phase flow through reservoir rock – porous medium – are a set of *diffusion equations*, describing the rate of change of the pressures in the reservoir, coupled with a set of *diffusion-convection equations* describing the rate of change of component concentrations or phase saturations. The heterogeneity of the subsurface, combined with the fact that parameters relevant for flow are correlated over different length scales, and many times over distances smaller than the inter-well spacing, results in large uncertainties in the flow models. As a consequence, it is customary during the design phase for the exploitation of an oil field to construct multiple subsurface models to simulate the flow of fluids for different geological ‘realizations’. Precisely like is done in mathematics in exploration, also here there is an intensive development in numerical – flow – simulators. However rather than discussing the different aspects of numerical solutions of partial differential equations as has been done in the previous section, here attention is focused on a research activity that builds on the availability of these flow simulators. The basic idea of this research activity is to cast the problem of the recovery of oil from a subsurface reservoir in terms of a problem in *systems – and control theory*. The information from the flow simulators is here combined with measured data from sensors located at

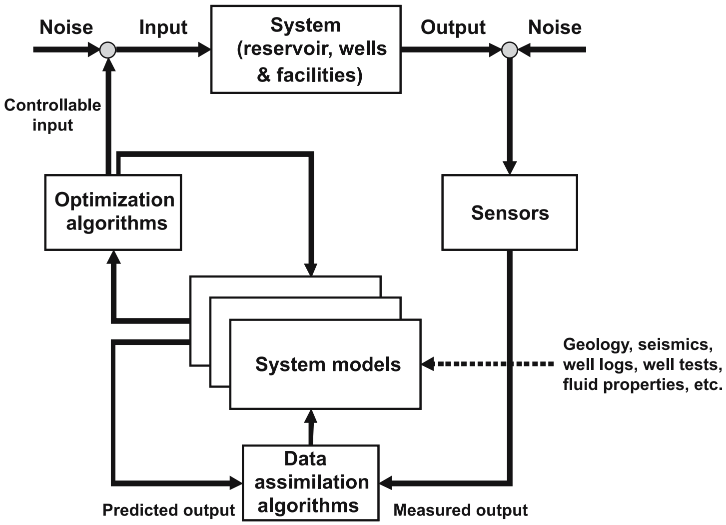


Fig. 2 Reservoir management depicted as a closed-loop model-based controlled process. Data assimilation serves to update the states and parameters in the ensemble of system models, which are subsequently used to optimize the oil production over the remaining life of the reservoir

the well opening in the subsurface, whereas the flow is influenced through control valves at the well-opening and in the tubing. This activity is known under the name '*closed-loop*' or '*real-time' reservoir management*, and is done in close cooperation with *Delft University of Technology*. Apart from elements of systems – and control theory, like *model reduction techniques* to capitalize on the fact that the dynamics can sometimes be described by simpler models than the ones following from the physical laws, another key source of inspiration is here *data assimilation techniques* as used in *meteorology* and *oceanography*. The picture below presents a schematic overview of this activity.

Production and Exploration in Mathematics

In this last section a description is presented of a research activity, which is a representative of what has been called in the introductory remarks of this paper the 'reverse approach'. First of all it is noted that for all applications discussed in the previous sections, the choice of a model is essential *input* information: no a priori model, no method. The model is a statement about the reservoir. It is a recipe of how different quantities are related to each other. However, whether it is really possible at all to specify upfront how things work in the reservoir is under debate. This interesting discussion is beyond the scope of this paper. It is in any case useful to investigate the possibility to avoid the choice of an a priori model, and that is the point of view is taken here. So the idea is now to construct a model *from* the data. The usual mathematical setting in which – industrial – problems are cast is that of a *Real Vector Space*; the previous sections substantiate this. *It is not possible to solve the model construction problem in this setting*. Also this intriguing discussion is beyond the scope of this paper. Mathematically speaking it is then an obvious step how to proceed: simply look what comes 'next' after a real vector space, and which is also expected to be accessible in terms of applications.

This led to the idea to choose a *Polynomial Ring* over the real numbers – actually a *Polynomial Ring Module* – as the starting point, and couple that setting to the applications through the process of concretization. Concretization means the following: consider a set of points X representing measurements of physical quantities describing a problem in production or exploration. The polynomial ring that has been chosen to be the setting in which the problem is investigated is not just any abstract polynomial ring, but a special one in the sense that the indeterminates comprising the ring are associated with the physical quantities describing the problem in that evaluating the indeterminates at the points of X gives as their values the measurements of the physical quantities. The project in Shell, which has taken this point of view, is the *Algebraic Oil* project. There is extensive cooperation with the *University of Passau*, and also with the *University of Genova* in this project. Before describing how it works, it is noted that this concretization has introduced an ambiguity in the algebraic setting. For, industrial measurements means 'noisy data', and noisy data and algebra seem to be logical antagonists of each other. This sort of controversy is typical for what has been called in the introduction of this paper the 'reverse approach'. It may however stimulate further progress in mathematics. Indeed, the Algebraic Oil project serves very much as an engine for a new development in algebra, called *Approximate Commutative Algebra*.

To show how it works, a problem in production is considered first. Thus the set X mentioned above is a collection of measurements of physical production quantities. This collection of quantities may be considered as *causing* the production; the associated indeterminates are called the causing indeterminates. The production itself is considered as the *effect* of the action of the causing variables. The production is – assumed to be – an element of the special ring under consideration. This is admittedly still a modeling assumption, albeit – relatively – weak: the production is assumed to be a polynomial, but its structure – coefficients and support – are not known upfront. Now there will of course be relations among the causing variables, that is polynomials in these variables that when evaluated over the points X, vanish. From the point of view of value – size – of the production, all production polynomials that differ by a relation in the causing variables are the 'identical' an in particular for Shell sensible point of view. So production polynomials are considered modulo relations among the causing variables. Mathematically speaking this means that the production is considered in another ring, in which the relations among the causing variables are declared to belong to the zero of that new ring. This removal of all relations among the causing variables ca be done in a *finite* number of steps. It turns out that this new ring with all causing relations removed can also be viewed as a vector space, with as basis a finite set of power products – *monomials* – in the causing variables, which when evaluated over X are – of course – linear independent. The production polynomial can now be expressed in this monomial basis. In this way a model for the production is obtained constructed from the measured data. The method, which has been developed in the Algebraic Oil project, does exactly this. However, the set X consist of *noisy* data. To counteract the noise effect, rather than an exact relation only an *approximate* relation is used in the causing variables, that is it is enough when the causing relation almost vanishes over the points X. Precisely this last fact, necessary when working with noisy data, created enormous mathematical challenges. It turns out that by this procedure in the first instance '*approximate algebraic structures*' are created, which are 'deformed' to the 'close by lying' – the intuitive idea about this suffices for the present purpose – *corresponding exact algebraic structures*. The corrective deformation may in particular be performed under the condition that the monomial basis remains unchanged. Returning to the exact algebraic structures is important to be able to use the full, powerful – computational – algebraic machinery. For one thing, the parameters in this setting are polynomials, and that offers the possibility to model explicitly interactions between physical entities, something which is virtually impossible in the real vector space setting because there the parameters are real numbers. The physical significance of the production model is obtained through the process of *Interpretation*. Experiences in oil production operations have shown that details about interactions and flow mechanisms can be read off from the generated model, thereby substantially increasing the understanding about 'how the reservoir works'.

Very briefly Exploration in Mathematics is now discussed. Of course the first step is again he appropriate concretization of the polynomial ring. The idea here is to describe the boundary of the oil containing body in the reservoir as an *Algebraic Surface*. No a priori model in this context means that the geometry of the oil containing body is, unlike in the traditional methods, *not* specified upfront, and so this method is applicable to both *conventional traps* – the geometry is that of the oil – and gas fields discovered thus far – *and unconventional traps*. In the perspective of an oil containing body all places where the geology prevents the presence of oil may be

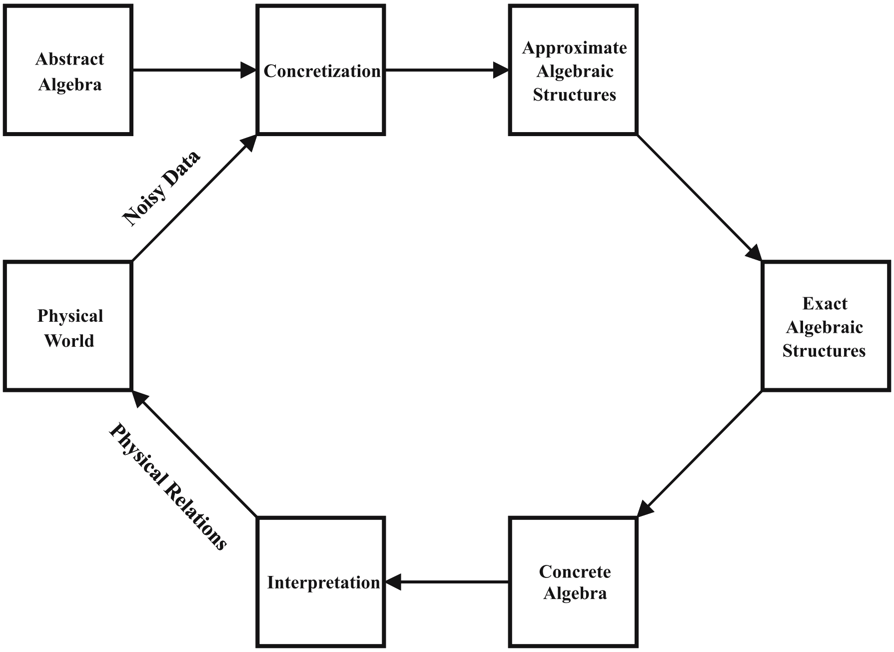


Fig. 3 The Algebra – Physical World Connection

considered as 'holes'. Of course knowing the number of holes is essential for volume estimation, and exploitation. To this end techniques are being developed from *Computational Homology*. This alternative approach to exploration, called *Geometric Exploration*, is done in collaboration with the *University of Kaiserslautern*.

Another aspect is that production and exploration can be combined as follows: the oil containing body will change shape as a result of the production. 'Change shape' means in this case deformation of the algebraic surface. This deformation can be described algebraically. This means a relation between production and oil containing body. This gives the possibility to investigate the 'reverse' direction: specifying a *desired deformation*, and translating this into a production strategy. Of course the desired deformation is such that the oil containing body shrinks in the most favorable way that is such that the '*oil connectivity*' is not lost. This would mean a possibility to increase the *ultimate recovery*, that is the percentage of producible reserves.

The figure below gives a schematic overview of the 'reverse approach' discussed in this section.

So in conclusion, the challenge of increased energy demand has stimulated in Shell the application and development of advanced mathematical methods.

Siemens AG

Peter Löscher
Vorsitzender des Vorstandes

„Ohne Mathematik tappt man doch immer im Dunkeln“

„Ohne Mathematik tappt man doch immer im Dunkeln“, das schrieb vor mehr als 150 Jahren Werner Siemens an seinen Bruder Wilhelm.

Mathematik – das ist die Sprache von Wissenschaft und Technik. Damit ist sie eine treibende Kraft hinter allen Hochtechnologien und daher eine Schlüsseldisziplin für Industrienationen. Ohne Mathematik gibt es keinen Fortschritt und keine technischen Innovationen.

Längst ist sie in unserem modernen, hoch technisierten Alltag überall gegenwärtig – ob man an die Programme auf dem eigenen Computer denkt oder daran, wie die Waren in den Supermarkt kommen. Mathematik ist eine wichtige Grundlage für nahezu alle Prozesse und Produkte in der Wirtschaft. Ganz gleich, ob in der Software- oder Logistikbranche, in den Ingenieur- oder Biowissenschaften oder in der Finanzwelt – Mathematik bestimmt letztlich, ob etwas funktioniert oder nicht, ob man erfolgreich ist oder nicht.

Siemens beschäftigt derzeit allein in Deutschland 900 Mathematiker quer über alle Sektoren und Abteilungen. Besonders viele Mathematiker arbeiten in unserer zentralen Forschungsabteilung Corporate Technologie (CT), im Umfeld der Software und Informationstechnik bei Siemens IT Solutions and Services (SIS) sowie im Industriesektor und bei den Siemens Financial Services (SFS). Überall tragen hier Mathematiker mit ihrer Expertise zum Erfolg des Geschäfts bei. Aus der Fülle von Beispielen möchte ich einige besonders plakative kurz vorstellen.

Abb. 1 Diskrete Optimierung: Forscher mit Graphik eines mathematischen Optimums

Bei Corporate Technology haben wir einige Fachzentren gegründet, in denen sich vorwiegend Mathematiker um die Lösung hochkomplexer Probleme und Aufgaben aus unseren Geschäftsgebieten kümmern. So haben unsere Kolleginnen und Kollegen im Fachzentrum Diskrete Optimierung einen Weg gefunden, wie sich das Aufspielen von Software-Updates in den so genannten On-Board-Units (OBU) von Lkw um den Faktor 200 beschleunigen lässt. Worum geht es genau?

In einem Satelliten-Mautsystem, wie es auf deutschen Autobahnen existiert, wird von Zeit zu Zeit neue Software in die OBU der Lkw geladen, zum Beispiel wenn neue kostenpflichtige Straßen hinzukommen. Bislang mussten die Lkw in die Werkstatt, um die komplette Software von etwa 2,5 Megabyte Größe auszutauschen. Künftig soll neue Software automatisch per Mobilfunk aufgespielt werden. Die Zeit- und Kosteneinsparung für die Logistikunternehmen ist gewaltig: Allein in Deutschland sind fast eine halbe Million OBU unterwegs. In anderen Ländern, die ein Satelliten-gestütztes Mautsystem sogar für Pkw planen, werden es noch deutlich mehr sein.

Um die Datenübertragung in Sekundenschnelle zu erledigen, haben die Mathematiker der Siemens-Forschung ein Verfahren entwickelt, das die Software-Updates auf nur zwölf Kilobyte – also ein Zweihundertstel der ursprünglichen Größe – schrumpfen lassen. Kern dieser Lösung ist ein neuer Algorithmus, der lediglich die Differenz aus der alten und neuen Software-Version überträgt. Dabei errechnet der Algorithmus nicht irgendeinen Unterschied, indem er etwa einfach die geänderten Passagen in der Software ausschneidet, sondern er findet stets die kleinstmögliche Differenz zwischen dem alten und dem neuen Programmcode.

Ein anderes Beispiel: Für einen Kunden in der Stahlproduktion haben wir das Auswalzen von Rohstahlblöcken optimiert. Beim Auswalzen der Blöcke gibt es viele Unwägbarkeiten zu berücksichtigen, weil die Rotation der Walzen, die Transportzeiten, die Abkühlung der Blöcke, die Bearbeitungszeit und die Eingriffe der Bediener nicht genau vorhersagbar sind. Um trotz dieser Unwägbarkeiten den Durchsatz der Walzstraße zu erhöhen, berechnet ein Siemens-Steuerprogramm unter Berücksichtigung sämtlicher Parameter alle paar Sekunden die beste Strategie, die ein optimales Ergebnis gewährleistet.

In unserem Fachzentrum für Lernende Systeme entwickeln wir seit fast 20 Jahren Software, die aus den Ergebnissen lernt, die sie selbst produziert. Lernende Software kann bei fast allen Steuerungsprozessen Effizienz steigernd eingesetzt werden.

Zum Beispiel tritt in Zeiten des Klimawandels die Frage einer effizienteren Energiegewinnung immer drängender in den Vordergrund. Wir haben eine Software entwickelt, die selbsttätig den optimalen Zusammenhang beim Hochfahren eines Kraftwerks herstellt – zum Beispiel die Regelung der Temperatur und des Drucks. Dadurch wird der Rohstoffeinsatz reduziert, die Kosten werden gesenkt und letztlich wird weniger CO_2 emittiert. Diese Software trägt in erheblichem Maß dazu bei, dass wir unsere Technologieführerschaft weiter ausbauen.

Ein weiteres intensives Anwendungsfeld der Mathematik sind Fragen rund um die Logistik von Unternehmen. Um ihre Wertschöpfungskette von Einkauf, Produktion, Lagerhaltung und Vertrieb optimal zu organisieren, muss eine Firma sehr präzise wissen, wie viele Produkte sie in den kommenden Wochen und Monaten verkaufen wird. Für solche Berechnungen gibt es die klassischen Simulationsmodelle, die auf Zeitreihenanalysen wie linearer Regression, gleitender Durchschnitte oder exponentiellem Glätten basieren. Noch besser und schneller modellieren allerdings lernende Neuronale Netze solche dynamischen Systeme. Sie werden daher bereits seit längerem dazu verwendet, um Absatz- und Liquiditätsprognosen zu erstellen oder auch um Aktienkursentwicklungen vorherzusagen.

Unsere Prognoseverfahren sagen den Absatz von Produkten mit einer Genauigkeit von bis zu 85 Prozent voraus, und unsere Software zur optimalen Routenplanung für Logistikunternehmen ist 1200-mal schneller als bisherige Verfahren. Programme wie diese sorgen dafür, dass unnötige Lagerhaltung vermieden wird, dass die Ware schneller zum Kunden kommt und dass unter dem Strich die Wettbewerbsfähigkeit der Unternehmen steigt.

Die Reduktion von Komplexität ist ein weiteres wichtiges Feld, in dem sich die Mathematik bewährt hat. Heute fallen in jeder größeren Firma täglich mehrere Gigabyte an Informationen an – Bestellungen, Abrechnungen, Produktionsdaten, Anrufe in Call Centern und vieles mehr. Bei Siemens beispielsweise werden pro Tag bis zu 50 Millionen Buchungsvorgänge verarbeitet.

Um bei diesen Datenmengen nicht nur den Überblick zu behalten, sondern aus ihnen auch relevante und aussagekräftige Analysen zu gewinnen – für die Produktion, die Lagerhaltung, das Marketing oder die Finanzabteilung –, braucht man mathematische „Data Mining"-Werkzeuge und -Verfahren.

Zum Beispiel könnten beim Bau eines Hochgeschwindigkeitszuges die verschiedenen Teile der Zulieferer alle für sich gesehen die geforderten Vorgaben erfüllen, aber möglicherweise verursachen sie in ihrer Kombination Probleme. Eine Vernetzung aller Daten der Lieferanten- und Produktionsprozesse kann mögliche Engpässe und Schwachpunkte aufzeigen, die ein einzelner Ingenieur nicht und die Qualitätskontrolle nur schwer entdecken würden. Ein Data-Mining-Werkzeug hingegen, etwa ein Neuronales Netz, erkennt, welche Parameter kritisch für eine hohe Qualität sind und daher genauestens überwacht werden sollten.

Möglich sind auch Vorhersagen, etwa zur Wartung: Anhand der Aufzeichnungen über Anlagen und Prozesse können Aussagen über die Ausfallwahrscheinlichkeit einer Maschine getroffen werden. Ein Verschleißteil wird dann bei der nächsten Routinewartung ersetzt, gleichzeitig werden ungeplante Ausfallzeiten minimiert.

Der nächste evolutionäre Schritt in der industriellen Produktion ist die nahtlose Verknüpfung der realen Produktionswelt, in der anfassbare Produkte entstehen, mit der virtuellen Welt des Rechners, in der diese Produkte bis aufs i-Tüpfelchen genau simuliert werden.

Unser selbst gestecktes Ziel ist die vollständige Integration der realen und virtuellen Produktionswelt in der „Digitalen Fabrik". Dazu verschmelzen wir zunehmend die Konzepte des so genannten Product Lifecycle Managements (PLM) und des Supply Chain Managements (SCM), die bisher noch weitgehend voneinander getrennt sind.

Das PLM vereint die Integration und Dokumentation aller mit einem Produkt verknüpften Informationen in einer einzigen Datenbank – von den Rohmaterialien über die Konstruktion bis zur Entsorgung. SCM bietet den Überblick über die Finanz- und Logistikdaten des Produkts und die ganze Zulieferkette. Durch die Integration in einem einzigen durchgängigen PLM-SCM-Prozess können wir jede Facette des Lebenszyklus eines Produkts simulieren.

Bevor zum Beispiel eine Fertigungsanlage für Automobile real gebaut wird, stehen alle Produktdetails inklusive Materialspezifikationen zur Verfügung: die Fertigungsstationen in der Fabrikhalle sind optimal angeordnet; Die Dimensionen der Halle und Erweiterungsmöglichkeiten sind berücksichtigt; die optimale Ausstattung und Positionierung der Arbeitsplätze entlang der Fertigungsstrecke sind klar und sämtliche Lieferantendaten sind verfügbar. Alle diese Daten stehen fest, bevor in der realen Welt auch nur

Abb. 2 Digitale Fabrik: Simulation einer Fertigungsstrecke

ein Spatenstich für die neue Fertigungshalle gemacht wurde oder an einem Auto auch nur eine Schraube gedreht wurde.

Die integrierte Simulation aller Produktionsschritte und aller damit verbundenen Prozesse in der „Digitalen Fabrik“ bedeutet für neue Produkte, dass sie bis zu 40 Prozent schneller auf den Markt kommen. In einer Welt, in der sich die Kundenwünsche immer öfter und schneller ändern, ist das für jedes Unternehmen ein gewaltiger Wettbewerbsvorteil.

Eine im wahrsten Sinne des Wortes lebensrettende Aufgabe übernimmt die Mathematik in der Medizintechnik, wenn sie bei der Darstellung und Analyse von medizinischen Bildern oder bei der Auswertung von genetischen Daten hilft. Dazu muss man wissen, dass die Datenmenge einer 360 Grad Computer-Tomographie-Aufnahme zwischen 1990 und 2005 um den Faktor 50 zugenommen hat. Ohne leistungsfähige Programme ließen sich die Bilder nicht darstellen und interpretieren. Ein hervorragendes Diagnoseinstrument stünde somit nicht zu Verfügung.

Und die Bedeutung von Software und damit der Mathematik in der Medizintechnik wird noch erheblich zunehmen. Denn in Zukunft werden wir uns immer weiter von der reaktiven Medizin entfernen – also von einer Medizin, die Krankheiten heilt, nachdem sie ausgebrochen sind. Das Ziel ist eine vorbeugende Medizin – also eine Medizin, die Krankheiten oder Anfälligkeiten für Krankheiten erkennt, bevor sie ausbrechen.

Den Schlüssel für diesen revolutionären Schritt halten wir bereits in den Händen. Dieser Schlüssel heißt Molekularmedizin. Durch die gezielte Analyse des Erbguts können Prädispositionen für Krankheiten bestimmt werden, und man kann frühzeitig Gegenmaßnahmen ergreifen. Dadurch kann der Ausbruch zahlreicher Krankheiten verhindert werden, oder die Krankheit wird in einem sehr frühen Stadium erkannt, in dem noch sehr gute Heilungschancen bestehen. Bei dieser so genannten Präventiv-Medizin fallen natürlich enorme Datenmengen an, die nur mit Hilfe leistungsfähigster Algorithmen zeitnah analysiert und interpretiert werden können.

Die Beispiele zeigen, die Bedeutung der Mathematik für Gesellschaft und Wirtschaft ist herausragend und sie wird mit dem weiteren Fortschritt in den Naturwissenschaften und der Technik noch deutlich zunehmen. Es ist daher nur richtig, wenn die Bundesregierung die besondere Stellung der Mathematik betont, indem sie das Jahr 2008 zum „Jahr der Mathematik“ erklärt.

In Deutschland haben wir eine Tradition von herausragenden Mathematikern. Es ist gut, sich dessen stärker bewusst zu werden und aus dieser Tradition einen Ansporn zu gewinnen, mehr jungen Menschen die Bedeutung und vor allem die Freude und Begeisterung für die Mathematik zu vermitteln.

Der große Astronom und Mathematiker Johannes Kepler sagte einmal: „Die Mathematik befriedigt den Geist durch ihre außerordentliche Gewissheit.“

In einer globalisierten Welt, die zunehmend komplexer und dynamischer wird, ist es gut zu wissen, womit man rechnen kann!

TUI AG

Dr. Michael Frenzel
Vorsitzender des Vorstandes

Mathematik im TUI-Konzern

Bereits die unternehmenspolitische Entscheidungsfindung selbst erinnert häufig an das aus dem Schulalltag bekannte Lösen von Textaufgaben. Zunächst werden Sachfragen in mathematische Modelle umformuliert, dann werden diese im Modell gelöst und anschließend liefert die Rückübersetzung in die natürliche Sprache die eigentliche Antwort. Die typischen mathematischen Arbeitsweisen – Strukturieren und Abstrahieren – sind somit fester Bestandteil des unternehmerischen Werkzeugkastens. Kurz: Mathematik wirkt entscheidungsvorbereitend.

Vor diesem Hintergrund zunächst ein Blick auf das wertorientierte Konzern-Steuerungssystem der TUI AG. Mit der verstärkten Einbeziehung von Interessen der Eigenkapitalgeber gewinnt das Ziel der Steigerung des eignerorientierten Unternehmenswertes ein besonderes Gewicht und damit die Einbindung des Unternehmenswertes innerhalb der Zielsetzungen des Managements im Sinne des vieldiskutierten Shareholder Value-Ansatzes. Dieser Sachverhalt wurde bei der TUI AG in ein wertorientiertes Konzept umformuliert, welches im Wesentlichen die folgenden Kernbereiche abdeckt:

- Performance-Messung von Konzerngesellschaften im laufenden Geschäft,
- Strategische Beurteilung von Konzerngesellschaften und ihrer spezifischen Geschäfte,
- Finanzpolitische Steuerung,

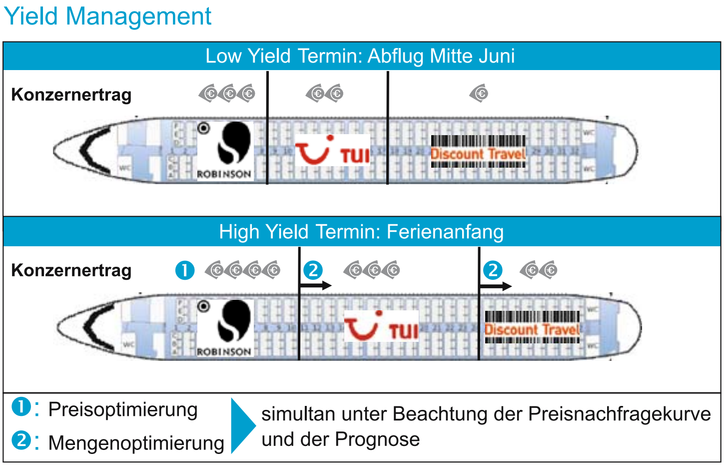
- Bewertungsunterstützung bei Unternehmenskäufen und -verkäufen,
- Analyseinstrumentarium für die externe Berichterstattung im Rahmen der Investor-Relations-Aktivitäten,
- Incentive-Setzung in der Vergütung von Führungskräften.

Schon die hierbei verwendeten Begriffe – Messung und Bewertung – verdeutlichen, dass innerhalb des wertorientierten Steuerungsmodells ein breiter Einsatz von Mathematik erfolgt. Durch den Einsatz von Cashflow- und Ergebnisrenditen erfolgt beispielsweise die Abbildung der kurzfristigen Erfolgsentwicklung unter Verwendung von marktorientierten Werten der jeweiligen Konzerngesellschaften. Diese eher vergangenheitsorientierte Sicht wird zudem um die vorausschauende, mittel- bis langfristige Wertentwicklung des Investments im Zuge der Abbildung des Zukunftserfolgs- bzw. Unternehmenswertes unter Rückgriff auf das Discounted-Cashflow-Verfahren ergänzt.

Wie beim Lösen der bereits angeführten Textaufgaben, so erfolgt auch hier die Rückübersetzung der Modellergebnisse in eine natürliche Sprache. In diesem Beispielfall handelt es sich dabei um Ansatzpunkte zur Wertsteigerung. Denkbar sind hierbei wertschaffende Portfoliomaßnahmen im Zuge von Akquisitionen oder Desinvestitionen, strategische und operative Maßnahmen oder eine Optimierung der Finanzierungsstruktur.

Nun noch ein Blick auf das Yield Management, einer Methode zur simultanen Preis- und Kapazitätssteuerung. Yield Management bedeutet für den TUI-Konzern die Optimierung der Erträge aus touristischen Dienstleistungen. Das Yield Management gewährleistet eine preisoptimale Auslastung und Nutzung von Sitzplätzen im Flugzeug oder von Betten in Ferienhotels. Vor allem im Dienstleistungssektor greift dieses Instrument, da Dienstleistungen nicht lagerfähig sind.

Unter Mithilfe von informationstechnologischen Anwendungssystemen, die sich mathematischer Modellierungen, Analysen und Algorithmen bedienen, und unter Berücksichtigung einer breiten Datenbasis werden z. B. beschränkte Flugkapazitäten auf ertragsoptimale Weise der Nachfrage aus unterschiedlichen Marktsegmenten zugeordnet. So variieren die Fluggesellschaften im TUI-Konzern im Buchungsverlauf sowohl die Verfügbarkeit von Sitzplätzen in unterschiedlichen Buchungsklassen als auch die jeweils gültigen Preise, um die Erlös- und Kapazitätsauslastungsziele zu erreichen. Hierbei muss beachtet werden, dass die Nachfrage nach höheren Buchungsklassen nicht durch eine frühzeitige, übermäßige Annahme von weniger erlösträchtigen Buchungsanfragen verdrängt werden darf. Die sich hierbei ergebende hohe Kapazitätsauslastung würde sonst durch eine Umsatzverdrängung konterkariert werden. Eine zu restriktive Ablehnung von Buchungsanfragen preissensibler Kunden würde dagegen in nicht genutzten Kapazitäten und Leerkosten resultieren.



Auch in diesem Beispiel werden im Rückgriff auf das eingangs erwähnte Lösen von Textaufgaben die Ergebnisse der Nachfragesimulationen und Auslastungsprognosen aus den Yield-Management-Systemen in konkrete Handlungsempfehlungen übersetzt. Wichtige Ansatzpunkte im Flugbereich sind z. B. die Anpassung von Preisen oder die Ausweitung bzw. Reduzierung von Kapazitäten im Rahmen der Flugdisposition.

Der Einsatz von Mathematik in der Wirtschaft leistet folglich einen bedeutenden Beitrag zur Sicherstellung von Effizienz und Effektivität im Unternehmensgeschehen.

Mathematik ist überall

Prof. em. Dr. Helmut Neunzert
Fraunhofer-Institut für Techno-
und Wirtschaftsmathematik (ITWM)
Kaiserslautern

Anmerkungen eines Mathematikers zu den Beiträgen der Wirtschaftsunternehmen

Ja, da kann es keinen Zweifel mehr geben, wenn man die Beiträge der Firmen gelesen hat: Mathematik ist eine sehr wichtige, ja eine entscheidende Disziplin in den führenden deutschen Unternehmen; Mathematiker sind dort sehr gesucht: „Der Stil der Allianz ist sicherlich geprägt durch die starke Verwurzelung ihres Kerngeschäfts in der Mathematik ... Dies zeigt auch der der überaus hohe Anteil an Mathematikern auf den oberen Führungsebenen.“ (Allianz Deutschland AG); „Mathematik findet Eingang in nahezu alle industriellen Hightech Anwendungen ... Sie ist somit ein wichtiger Bestandteil der Wissenschaft im Konzern.“ (Bayer AG); „An dieser ... Darstellung kann abgelesen werden, dass die Mathematik eine wichtige Rolle im täglichen Geschäft der Bundesagentur für Arbeit spielt.“ (Bundesagentur für Arbeit); „Wie keine andere Wissenschaft hilft die Mathematik in unserer Branche, die unterschiedlichen Probleme zu lösen – und genau diese universelle Anwendbarkeit macht sie zur Königsdisziplin.“ (Daimler AG); „Je mehr Technik im Einsatz ist, und je höher die Komplexität der Systeme, desto intensiver spielt die Mathematik bei der Problemlösung eine Rolle.“ (Deutsche Bahn AG); „Mathematik verwenden wir überall dort, wo Prognosen gebraucht werden.“ (Deutsche Bank AG); „Ohne Mathematik (ist) ein erfolgreiches Risikomanagement nicht möglich.“ (Deutsche Börse Group);

„Die Mathematik ist eine zwar häufig verdeckte, aber dafür umso wichtigere Basis für die Innovations- und Technologiekompetenz des Unternehmens.“ (Dürr AG); „Ganz gleich ob Hardware, Software, Service- oder Beratungsangebote – permanente Veränderungen bestimmen den Wettbewerb und seine Rahmenbedingungen. Und dennoch gibt es eine Konstante, die alles im Inneren zusammenhält und einen wichtigen Baustein für Innovation darstellt: die Mathematik.“ (IBM Deutschland GmbH); „Mathematik ist eine der ältesten Wissenschaften der Menschheit. Sie ist Fundament für die modernsten Technologien und viele unverzichtbare Anwendungen der Mikroelektronik.“ (Infineon Technologies AG); „Für Linde als technologisch führendes Unternehmen ist der Einsatz moderner mathematischer Methoden unerlässlich.“ (Linde AG); „Der moderne Luftverkehr in seiner weltweiten Vernetzung ist ohne komplexe Computeranwendungen gar nicht denkbar. Hinter diesen Anwendungen stehen meist mathematische Optimierungsverfahren, bei denen Lufthansa eine Vorreiterrolle einnimmt.“ (Lufthansa AG); „Mathematiker wissen während ihres Studiums vielleicht nicht immer, wohin ihre Ausbildung sie einmal führen wird. Aber eines ist sicher. Bei Versicherungen und Rückversicherungen wie der Münchner Rück sind sie jederzeit willkommen.“ (Münchner Rück); „Aus den Ausführungen wird also sehr deutlich, dass der Energiesektor auch begabten Mathematikern, Statistikern und Naturwissenschaftlern, wie z.B. Physikern, ein besonders interessantes und spannendes Arbeitsfeld bereitstellt … “(RWE AG); „Unternehmensführung ohne Mathematik ist wie Raumfahrt ohne Physik. Zahlen sind zwar nicht alles im Wirtschaftsleben. Aber ohne Mathematik ist hier fast alles nichts.“ (SAP AG); „So in conclusion, the challenge of increased energy demand has stimulated in Shell the application and development of advanced mathematical methods.“ (Shell Research); „Mathematik – das ist die Sprache von Wissenschaft und Technik. Damit ist sie eine treibende Kraft hinter allen Hochtechnologien und daher eine Schlüsseldisziplin für Industrienationen. Ohne Mathematik gibt es keinen Fortschritt und keine technischen Innovationen.“ (Siemens AG); „Der Einsatz von Mathematik in der Wirtschaft leistet folglich einen bedeutenden Beitrag zur Sicherstellung von Effizienz und Effektivität im Unternehmensgeschehen.“ (TUI AG).

Natürlich haben nicht alle von der Oberwolfach-Stiftung angefragten Firmen geantwortet. Und der riesige Bereich der kleinen und mittelständigen Unternehmen, die ja einen Großteil der wirtschaftlichen Kraft Deutschlands ausmachen, ist nicht erfasst. Aber dies begründet nicht den leisesten Zweifel an der allgemeinen Gültigkeit dieser Aussagen; es gibt andere Untersuchungen in Europa[1,2] und in Großbritannien[3], die sie vollständig bestätigen

[1] S. Cliffe, R. Mattheij, H. Neunzert (Eds.): MACSI-net Roadmap, 2004, TU Eindhoven, NL

[2] Bundesministerium für Bildung und Forschung (Hrsg.): Der Schlüssel zur Hochtechnologie, Bonn/Berlin 2007

[3] R. Leese, A. Cliffe: Mathematics: Giving Industry the Edge, Smith Insitute (Oxford), 2002

und die Erfahrungen der beiden mathematischen Fraunhofer-Institute, deren Aufgabe ja die Forschungskooperation mit der Industrie ist, stützen sie ebenfalls[4]. Mathematik ist in nahezu allen Branchen, in allen Bereichen von Industrie, Wirtschaft und Finanzwesen von großer Bedeutung. Man könnte sich also, als Berufsmathematiker, beruhigt zurücklehnen, ja sogar voller Freude auf eine heile Welt blicken: Wir tun das Richtige, wir bilden auch richtig aus; unser Fach ist anerkannt und wir Mathematiker sind es auch. Wenn das so wäre, kann alles bleiben wie es ist. Doch das Jahr der Mathematik 2008 soll ja nicht nur davon berichten, wie spannend und nützlich Mathematik ist; es soll auch dazu dienen, verstärkt darüber nachzudenken, was zu verbessern ist. Und dazu müssen wir schon etwas genauer hinsehen.

Die wichtigsten Themen

Was sind die wichtigsten Themen, denen sich diese „Mathematik in der Industrie bzw. für die Industrie" widmet? Die oben genannten Texte zeigen da weitgehend Übereinstimmung:

Es geht um

- die Simulation von Prozessen und Produkten
- Optimierung und Regelung
- die Modellierung von Risiko und Entscheidung unter Unsicherheit
- die Datenauswertung und Bildverarbeitung
- Multiskalen-Modellierung und -Algorithmen
- High Performance und Grid Computing.

Das sind nicht die üblichen Mathematikbegriffe wie Differentialgleichungen, Stochastik, asymptotische Analysis usw. und bedürfen deshalb kurzer Erklärungen.

Unter *Simulation* verstehen wir Nachahmungen des Verhaltens beliebiger Systeme im Rechner; bei diesen Systemen kann es sich um Produkte oder Fertigungsprozesse handeln, und unter Nachahmung verstehen wir eine hinsichtlich der interessierenden Größen qualitativ und quantitativ genügend gute Übereinstimmung mit dem realen Verhalten. Dieser Simulationsbegriff ist sehr viel weiter als der manchmal im Fokus stehende Begriff der stochastischen Simulation. Eine Simulation wird erstellt, indem man ein geeignetes mathematisches Modell des Systems entwickelt und dieses dann numerisch approximativ, meist mittels eines Rechners, löst. „Dabei besteht die innovative Leistung in vielen Fällen nicht in der Lösung von mathematischen Problemen, sondern in der Abbildung des technischen Problems in

---

[4] H. Neunzert, U. Trottenberg (Eds.): Mathematik ist Technologie, Fraunhofer ITWM und SCAI, 2007

einem mathematischen Modell." (IBM) Mathematische Modellierung und „Scientific Computing" (das deutsche Wort „wissenschaftliches Rechnen" hat noch eine andere Konnotation) sind also die mathematischen Disziplinen dieses Bereichs, wobei sich das Modellieren unterschiedlicher Konzepte aus dem Bereich der Differentialgleichungen, der diskreten Strukturen, der Stochastik usw. bedienen kann. Zur Modellierung werden oft vertiefte Kenntnisse aus Fachdisziplinen wie Physik, Ingenieurwesen, Biologie, Medizin, Ökonomie usw. benötigt, die man von einem Mathematiker nicht erwarten kann; dann ist es gut, ein Team aus Mathematikern, Fachwissenschaftlern und evtl. Informatikern zu haben – dies ist in der Industrie, die Simulationstools entwickelt, vollständig normal. Der so tätige Mathematiker braucht dazu, neben ordentlichen Kenntnissen seines eigenen Faches, gute Kommunikationsfähigkeiten, die nicht immer im Ausbildungsfokus der Universität stehen. Scientific Computing verlangt sehr gute Kenntnisse in Numerik und Algorithmik und verlangt Vertrautheit mit dem Rechner. „Gerade im Zusammenspiel zwischen Wissenschaft und Wirtschaft wird deutlich, dass die Mathematik mit Hilfe der Informationstechnologie Antworten auf komplexe Fragen bieten kann". (IBM.)

Optimierung ist ja ein genuin mathematischer Begriff und meint hier diskrete wie kontinuierliche Optimierung wie auch alle Zwischenformen. Sie dient, in Kopplung mit Simulation, dem optimalen Design von Produkten und Prozessen, sie dient aber auch der Auswertung von Messungen zur Vervollständigung der Modelle, etwa durch Parameteridentifikation oder in der Lösung inverser Probleme, sie hilft bei optimaler Steuerung. Es ist, so vermute ich, auch ein Kennzeichen einer „Industriemathematik", dass überall Optimierung hineinspielt; schließlich will man immer optimale oder zumindest bessere Lösungen. Deshalb spricht man manchmal auch von Verbesserung, Meliorisierung, anstelle von Optimierung.

Lange Zeit hat insbesondere in der Planung, in der Organisation sozialer Systeme und in der Wirtschaft die Optimierung dominiert; sie hat aber in den letzten Jahren an Boden verloren gegenüber der *Modellierung von Risiko und von Entscheidung unter Unsicherheit*.

Hier bedienen sich die Modelle hauptsächlich der Stochastik, man benötigt aber auch Modelle der Risikosteuerung. Dabei ist es egal, ob man den Zufall als intrinsisch gegeben ansieht oder ob die Komplexität der realen Systeme zur Einführung pseudozufälliger Konzepte zwingt. Typisch in diesem Bereich sind Naturkatastrophen, aber auch Therapien bei Krankheiten (der menschliche Körper ist vielleicht das komplexeste System, das auf Verbesserung der Modellierung zumindest in Teilen dringend wartet) sowie Finanzmärkte. Es ist kein Zufall, dass stochastische Elemente in den Beiträgen von Pharmaunternehmen, Banken, Börse und Versicherung dominieren. „Ein Beispiel hierfür ist die Verbriefung von Sturmrisiken und anderer Naturgefahren. Hier sind Mathematiker federführend daran beteiligt, Sturmversicherungen so zu strukturieren, dass sie auch in verbriefter Form am Kapitalmarkt gehandelt werden können. Mathematiker sind also längst nicht mehr die rechnenden Diener der Manager, sondern greifen durch die Wahl der Modelle maßgeblich in die Unternehmenssteuerung ein und sind federführend an der Entwicklung neuer Produkte beteiligt.“ (Münchner Rück.)

Die *Auswertung von Daten*, gegeben durch Messungen oder in Form von zeitlichen Signalen und Bildern, ist ein Forschungsgebiet mit vielen Facetten. Was könnte mathematischer sein als das Auffinden verborgener Muster in Messdaten, etwa in den Werten von Langzeit-EKGs? Welch anspruchsvolle Algorithmen aus der Zahlentheorie verwendet die Codierung von Daten! Wie viel Algebra steckt in der Identifikation und Reduktion von Input-Output-Systemen! Und welch Vorrat an Verfahren steht dem Bildverarbeiter zur Verfügung – und trotzdem muss er bei jeder neuen Aufgabe tief in die Trickkiste von Differentialgleichungen, Funktionalanalysis, Stochastik greifen, um aus den Bildern herauszuholen, was herauszuholen ist.

Multiskalenmodellierung und *Algorithmen* könnte man unter Simulation einordnen, aber weil sie heute in so vielen Bereichen, bei Verbundmaterialien, bei Halbleitern, in der Biotechnologie, eine besondere Rolle spielen und in der Mathematik neue Theorien angeregt haben, führen wir sie gesondert an. Naturwissenschaftlich geht es darum, den Einfluss feinskaliger, „mikroskopischer“ Strukturen auf das grobskalige, „makroskopische“ Verhalten zu untersuchen und zu verstehen, um letztlich diese Mikrostrukturen hinsichtlich makroskopischen Verhaltens zu optimieren. Diese verschiedenskalige Betrachtung realer Phänomene hat neue analytische Methoden wie Homogenisierung oder Wavelet-Zerlegungen und neue numerische Multigrid- und Upscaling-Verfahren hervorgebracht; diese haben zwar schon Eingang in die Welt der Praxis, aber noch nicht einen Durchbruch geschafft, wie auch die Texte der Großunternehmen zeigen.

High Performance Computing und Grid Computing ist ein Gebiet, in dem es aus mathematischer Sicht darum geht, Algorithmen neuen Rechnerarchitekturen wie etwa PC-Cluster oder Grid anzupassen. Es ist natürlich sehr nahe an der Informatik, für die Mathematik ist es wichtig, hier den Fuß in der Tür zu haben; für die Industrie sind solche Zuordnungen zu einzelnen Fächern eher unwichtig.

Wenn man die Briefe der Firmen genauer prüft, sieht man, dass zumindest die vier ersten Bereiche überall vorkommen, ja man kann sagen, dass alle dort genannten Beispiele in diese Bereiche passen. Wir scheinen eine Gliederung gefunden zu haben, die recht gut zur Mathematik in der Industrie passt; dies ist auch nicht verwunderlich, da sie ja auf einer zwanzigjährigen europäischen Erfahrung verschiedener Universitätsgruppen und einer knapp zehnjährigen deutschen Erfahrung der beiden mathematischen Fraunhofer-Institute ITWM und SCAI beruht.

Ich habe hier nicht, wie auch oft üblich, nach Anwendungsbereichen gegliedert, also etwa Biotechnologie, Lebensmittel und Gesundheit, Marktverhalten oder Finanzmathematik als Themen gewählt. Denn dies passt alles in die gegebenen sechs Kategorien. So bedeutet z.B. der „Einsatz von Mathematik in der pharmazeutischen Industrie vor allem Anwendung von Statistik“. In der Tat spielt die Statistik methodisch die dominante Rolle; in den von mir vorgeschlagenen Kategorien passen die geschilderten Probleme am besten zu *Auswertung von Daten.* Neben der Statistik spielen auch noch andere Methoden des Data Minings eine, wenn auch geringere, Rolle. Überdies nutzen Pharmaunternehmen oft systembiologische Untersuchungen, bei denen es auch um differential-algebraische Systeme und um die Identifikation von Strukturkomponenten und Parameter geht. Simulationsverfahren zu Fragen des Molecular Alignment, des Protein Foldings und vieles mehr gehören auch in den Bereich Biotechnologie.

Eine andere innermathematische Gliederung, wie sie in bibliothekarischen Ordnungen verwendet wird, passt aber auch nicht zu den Anwendungen der Mathematik in Wirtschaft und Industrie. Man findet auch Zahlentheorie, Algebra, Topologie – aber man findet viel öfter Differentialgleichungen, Stochastik, Optimierung. Deshalb sind auch die neuen Probleme und Herausforderungen, die sich aus diesen Anwendungen ergeben, mehr im Bereich Analysis, Funktionalanalysis, Stochastik, Numerik.

Gibt es nur eine Mathematik?

Dies führt in der akademischen Welt manchmal zu der Meinung, dass diese Mathematik in und für die Industrie keine „richtige“ Mathematik sei. Es ist schwer, solchen Ansichten energisch zu widersprechen, da natürlich eine Definition von „richtiger“ Mathematik fehlt; manche Insider vertreten die Ansicht, dass „Mathematik ist, was ich mache“ oder zumindest „Mathematik ist, was die Mehrheit der Universitätsmathematiker macht“. In diesen Zusammenhang passt vielleicht ein Ausspruch von R. Remmert, dem Vorsitzenden der Oberwolfach Stiftung: „Wir wissen nicht, was Mathematik ist. Aber was gute Mathematik ist, das wissen wir. Und noch besser wissen wir, dass sehr gute Mathematik in Oberwolfach eine Heimstätte hat.“[5] Jemand wie ich, der etwa ein halbes Jahr seines Lebens dort im Schwarzwald verbracht hat, wird einer solchen Behauptung fröhlich zustimmen; für Außenstehende ist sie vermutlich weniger aussagestark. Unumstritten ist, dass Mathematik in ihrer vieltausendjährigen Geschichte immer sowohl durch Probleme der Praxis wie auch durch Eigendynamik vorangetrieben wurde. Sogar in der persönlichen Geschichte bedeutender Mathematiker wie Carl

[5] Rede anlässlich der Einweihung der Bibliothekserweiterung, Oberwolfach 2007

Friedrich Gauß wechselten Phasen „angewandter“ Mathematik mit solchen „reiner“ Mathematik, dominierte manchmal der „Homo faber“, manchmal der „Homo ludens“. In der Gegenwart, so sehen es viele wie ich auch, vollzieht sich wieder ein Paradigmenwechsel, in dem – angeregt durch die Naturwissenschaften (insbesondere durch die theoretische Physik), durch Ingenieur- und Wirtschaftswissenschaften – der mathematische Homo faber in den Vordergrund tritt. Von größter Wichtigkeit aber ist, dass sich sowohl „Mathematikmacher“ wie auch „Mathematikanwender“ immer darüber im Klaren sind: Ohne den freien, spielerischen Umgang mit Ideen verlöre die Mathematik ihre ungeheuere Kreativität, ohne die Hinwendung zu praktischen Problemen verlöre sie ihren Bezug zur Welt, ihre Bedeutung. Was mich an der Mathematik fasziniere, wurde ich kürzlich gefragt; die Antwort: „Dass man mit ihr spielerisch Nützliches tun kann“ versucht, das oben Gesagte zusammenzufassen.

Also: Auch „Industriemathematik“ ist richtige und wichtige Mathematik, der man auch deshalb Aufmerksamkeit widmen sollte, weil viele Hochschulabsolventen mit ihr das Brot verdienen werden.

Umgekehrt trifft man in der Praxis oft auf die Meinung, dass man zwar Mathematik braucht, aber kaum Mathematiker; die Beiträge dieser Schrift spiegeln die Auffassung Gott sei Dank sehr wenig wider. Dabei sind es doch gerade Errungenschaften der akademischen Mathematik, etwa der asymptotischen und numerischen Analysis, die heute viel komplexere Simulationen bei vernünftiger Rechenzeit ermöglichen; die algorithmischen Fortschritte der letzten Jahrzehnte können bequem mit den Hardware-Fortschritten mithalten. Auch liefert die reine Mathematik eben einen wundervollen Ideenvorrat, der von erfahrenen Anwendern umgesetzt und genutzt werden kann; Beispiele sind etwa Wavelets in der Signal- und Bildverarbeitung, neue Konvergenzkonzepte in der Multiskalen-Modellierung und die symbolische Programmierung, die ja auf Algebra, insbesondere der Computeralgebra, basiert. Es ist aber auch sehr erfreulich zu sehen, wie Ingenieure und Naturwissenschaftler selbst durchaus anspruchsvolle Mathematik anwenden und gelegentlich auch entwickeln; mit dem Hilfsmittel Computer ist wirklich die Bedeutung der Mathematik allgemein, nicht nur die der Mathematiker gewachsen.

Das Beste ist sicher, wenn sich die Vertreter der zwei Welten – der Welt der Mathematik an der Universität und der Welt der Mathematik in der Praxis – gegenseitig ernst nehmen, respektieren und noch besser erkennen, wie sie voneinander profitieren können.

Herausforderungen

Eine sicher interessante Frage ist die nach den gegenwärtigen Herausforderungen an die Mathematik aus der Praxis; man findet dazu einiges in den Beiträgen, die ich durch eigene Erfahrungen ergänzen will. Natürlich ist die Aufzählung bei weitem nicht vollständig und auch nicht so unumstritten in ihrer Bedeutung wie die berühmten Vermutungen der reinen Mathematik, etwa von Fermat, Poincaré oder Riemann. Erlauben Sie mir meine persönliche Sicht der Dinge.

1. Mustererkennung
   „Das quantitative Verständnis der komplex strukturierten Regelkreise im (menschlichen) Körper benötigt weiterentwickelte oder auch neue mathematische Methoden. Denn bislang ist oft nicht bekannt, nach welchen Mustern in den Datenmengen gesucht werden muss.“ (Bayer AG.) Ähnliche Erfahrungen macht man oft bei umfangreichen Datenmengen aus medizinischen Messungen, z.B. bei Langzeit-EKGs. Das verfügbare Arsenal des Data Mining ist leider nicht ausreichend; was aber gute mathematische Ideen hier leisten können, zeigen z.B. die Arbeiten von David Mumford über Bayes-Methoden in der Bildinterpretation. In diesem Bereich sind weitere, ähnliche Innovationen dringend nötig.
2. Modellierung und Simulation des Verhaltens komplexer Materialien
   „Allein das nichtlineare Verhalten von Reifen zu simulieren, ist eine nicht zu unterschätzende Herausforderung. Eine der wohl anspruchvollsten aber ist die mathematische Darstellung eines sitzenden Menschenmodells und dessen Verhaltens während der Fahrt – hierbei ist noch manche mathematische Grundlage zu erarbeiten.“ (Daimler AG.) Während die Reifen sehr gut zur Überschrift passen, vermute ich hinter dem Menschenmodell auch die Simulation kognitiver Fähigkeiten (Wie orientiert sich der Mensch im Fahrersitz?) – eine wirklich sehr große Herausforderung.
   Der Verbund von Materialien mit sehr unterschiedlichen, hochgradig nichtlinearen Materialgesetzen erschwert die Simulation etwa in dem Maße, wie komplexe Materialien und eine Vielfalt verschiedener freier Oberflächen die Simulation von Prozessen mit Nahrungsmitteln erschwert. „What is most difficult, is the simulation of the cooking of an omelette“, stellte Jacques-Louis Lions vor 15 Jahren fest. Man muss dabei auch oft Verfahren zur Lösung sehr verschiedener Differentialgleichungen koppeln, z.B. Strömungscodes und Maxwell-Löser; diese Kopplung stellt nicht nur für die Numerik, sondern auch für die Theorie erhebliche Herausforderungen dar, wie etwa die Instabilitäten in der Magnetohydrodynamik zeigen.

3. Stochastik in der Risikobewertung
„Die Finanzinstrumente werden immer komplexer. Falsche Parameter oder ein mangelndes Verständnis der ihnen zugrunde liegenden mathematischen Modelle können zu hohen Verlusten führen. Hier sind Mathematiker gefordert, solche Risiken zuverlässig zu erfassen und abzubilden.“ (Deutsche Bank AG.) Die Schwierigkeiten liegen hier sicher in der Modellierung hochdimensionaler Abhängigkeiten, vielleicht allgemeiner in der Hochdimensionalität der Probleme. Die entstehenden Differentialgleichungen enthalten immer mehr Unbekannte, die numerischen Lösungsmethoden, z.B. Monte-Carlo-Methoden, stoßen da schnell an ihre Grenzen. Quasi-Monte-Carlo-Methoden, so effizient sie für hochdimensionale Integrale sind, versagen noch für hochdimensionale Fokker-Planck-ähnliche partielle Differentialgleichungen. Überhaupt stellt das Feld der Numerik für stochastische differentialalgebraische Systeme und insbesondere für stochastische partielle Differentialgleichungen (die ja bei stochastischen Medien auftreten) eine Reihe an Herausforderungen an die Mathematik. Allerdings spielen auch klassische komplexe Simulationen, etwa in Klimamodellen, in der Risikoabschätzung eine große Rolle: „Heutzutage gilt es auch, die komplexen Risiken der Kapitalanlage zu versichern und das Entstehen von ganz neuen Risiken durch Klimaveränderung und Demographie zu modellieren.“ (Allianz Deutschland AG.)
4. Optimierung und Simulation
Obwohl es in den Beiträgen nicht so deutlich wird – vermutlich ist es so selbstverständlich, dass es nicht erwähnenswert ist –, ist die Kopplung von Simulationstools mit Optimierungsalgorithmen ein sehr aktueller Forschungsgegenstand. Ein typischer Bereich ist die Formoptimierung, wobei etwa die Gesamtsteifigkeit bei beschränktem Volumen oder der Strömungswiderstand bzw. Auftrieb bei gegebener minimaler Masse gesucht ist. Ein sehr schönes Beispiel ist der mehrfache Erfolg der Schweizer Yacht Alinghi beim America’s Cup; ihre Form wurde von Lausanner Mathematikern in Formoptimierungsberechnungen gefunden. Sehr spannend scheint auch die Verbindung mit Bionik, der Idee, Formen der Natur nachzubilden. Da natürliche Formen auch einer (evolutionären) Optimierung entspringen, sollten sie sich auch mathematisch als Formoptimierung mit passender Zielfunktion errechnen lassen; dies scheitert bisher oft an der Hochdimensionalität dieser Zielfunktionen.
5. Mehrskalenprobleme
Der Übergang von kleineren zu großen Skalen, von der Beschreibung des Verhaltens von Mikrostrukturen zu Gesetzen und Parametern auf Makrostrukturen ist – wie oben erwähnt – mathematisch schon vielfach untersucht, etwa in der Homogenisierungstheorie. Dies funktioniert aber nur, wenn die wesentlichen Skalen gut getrennt sind. Ist dies nicht der Fall –

und das ist leider so in vielen praktischen Problemen, insbesondere in der Turbulenz, in der Rissbildung in Materialien unter Belastung und in Gesteinen –, so gibt es noch wenige fruchtbare Ansätze zur Vereinfachung der Modelle bzw. der Numerik. Man wird wohl auf verschiedenen Skalenintervallen unterschiedliche Modelle entwickeln und diese dann miteinander koppeln müssen, sowohl analytisch wie numerisch; hier ist für die Mathematik noch viel zu tun.

Folgerungen

Welche Konsequenzen kann man aus diesem insgesamt doch sehr erfreulichen Statusreport für die Zukunft der Mathematik an Schulen und Hochschulen, für Schüler und Studenten, aber auch für die F&E-Abteilungen von Wirtschaft und Industrie ziehen?

Lassen Sie uns am Ende, bei der Nutzung von Mathematik und von Mathematikern in der Praxis anfangen. Es wäre schon ein Gewinn, wenn Arbeitsvermittler, Personalchefs und mittleres Management die in den Beiträgen dargelegten Einsichten der Chefmanager in die Tat umsetzen würden. Immer noch selten findet man Anzeigen, in denen gezielt nach Mathematikern gesucht wird; auch mancher Berufsberater in den Arbeitsagenturen ist sich dieser sehr guten Berufschancen der Mathematiker nicht bewusst. Wenn in Deutschland der Mangel an Diplom- oder Mastermathematikern weniger auffällt als der von Informatikern und Ingenieuren, so liegt das wohl daran, dass in den letzten Jahren große Zahlen an Mathematikern ausgebildet wurden. Sie alle finden ihren Job, auch wenn sie in den Stellenanzeigen nicht explizit gesucht sind. In dem Buch „Traumjob Mathematik“[6] haben wir über eine Langzeitstudie, die in der Sozialpsychologie in Erlangen heute noch fortgesetzt wird, berichtet, in der Mathematikabsolventen von 1998 ihre Berufserwartungen zu Beginn ihrer Karriere formulierten und in der sie dann, in zwei- bis dreijährigem Abstand erzählten, was aus ihnen und ihren Hoffungen wurde. Für etwa 80 Prozent haben sich die beruflichen Anfangsträume erfüllt – dies ist ein ungewöhnlich hoher Prozentsatz. Mathematiker finden also sehr oft die Aufgaben, die sie sich am Ende ihres Studiums vorstellen, und ich bin sicher, dass der europäische Markt noch viel mehr gut ausgebildete, breit interessierte Mathematiker mit der Fähigkeit zu interdisziplinären Arbeiten und gut entwickelten Sekundärtugenden („soft skills“) aufnehmen könnte, wenn es sie denn gäbe.

Geht man einen Schritt nach vorne und sieht auf die Hochschulausbildung, so ist zunächst festzustellen, dass die an manchen Orten praktizierte Reduktion des Mathematikanteils in der Ingenieurausbildung absolut kon-

[6] A. Abele, H. Neunzert, R. Tobies: Traumjob Mathematik, Birkhäuser 2004

traproduktiv und unzeitgemäß ist. Immer mehr Ingenieure „berechnen" in ihrem Beruf, und es kann nicht vorteilhaft sein, wenn diese Berechner die Hintergründe, die Stärken und Schwächen der von ihnen verwendeten Software und die zugehörigen Modelle und Algorithmen nicht kennen. Solche Hintergründe muss die Mathematikausbildung von Ingenieuren vermitteln – und das geht nicht mit weniger Semesterwochenstunden. Ähnliches gilt heute auch für alle Naturwissenschaftler, gerade auch für Chemiker und Biologen; die Rolle von „computational X" – wobei X für Chemie, Biologie usw. steht – wächst schnell. In den Wirtschaftswissenschaften und zunehmend in den Sozialwissenschaften gilt Ähnliches. In all diesen Fächern sollte also die Losung nicht nur für 2008 heißen: Mehr Mathematik statt weniger Mathematik!

Aber auch die Ausbildung der Mathematiker sollte auf die Beiträge aus der Praxis achten. Und das heißt: Auf einer breiten und soliden Basis allgemeiner Mathematik muss, zumindest für die Mehrheit der Studenten, die später ihr Auskommen in eben dieser Praxis finden müssen, ein vertieftes Wissen in mathematischer Modellierung und in numerischen Methoden gesetzt werden. Das geht nicht ohne Kenntnisse in reiner Mathematik, aber es geht auch nicht ohne Kenntnisse in angewandter Mathematik, in Modellierung und Numerik. Außerdem sollte in den jungen Mathematikern das Interesse für die Anwendungswissenschaften und die Bereitschaft der Zusammenarbeit mit deren Vertretern geweckt werden. Mit ihnen – und nicht nur mit ihnen – sollten sie leicht kommunizieren können; Kommunikationsbereitschaft, Offenheit und die Bereitschaft, Verantwortung zu übernehmen, haben 40 mathematische Postdocs in den Vereinigten Staaten als wichtigste Eigenschaften für den Beruf bezeichnet – neben soliden Mathematikkenntnissen. Interdisziplinäre Modellierungsseminare, in denen während eines Semesters oder in einer Intensivwoche Probleme der Praxis in mathematische Probleme verwandelt, diese gelöst und die Ergebnisse rückinterpretiert werden, können bei einer solchen Mathematikausbildung sehr gute Dienste leisten. Sie spiegeln die Rolle der Mathematik, die sie auch in den Beiträgen dieser Schrift hat, sehr deutlich im Studium wider.

Und die von Pisa arg gebeutelte Mathematik in der Schule? Es ist eigentlich amüsant zu sehen, dass die Pisatests in Mathematik so wenig auf die klassischen Lernziele der Schulmathematik, das Verstehen von Strukturen und das Beherrschen von Algorithmen abgestimmt sind. In ihnen geht es oft um die alltägliche Bedeutung der Mathematik, eigentlich um das mathematische Modellieren von Alltagsproblemen. Kein Wunder, dass das nicht so gut zusammenpasst. Ohne das Kind mit dem Bade auszuschütten, könnte man, so glaube ich, sehr gut beides vereinen: das Einüben von Rechenvorschriften, etwa der Bruchrechnung, an der es heute manchmal sogar angehenden Mathematikstudenten mangelt, das Verständnis für Strukturen (ohne aber gleich eine Funktion ausschließlich als „rechtsinvariante Relation" einzuführen) und die mathematische Modellierung. Dass letztere mit den oft karikierten Textaufgaben nicht identisch ist, dass es sich um die Übersetzung von auch Schüler interessierenden Fragen in Mathematik handeln sollte, ist klar. Und es gibt genügend Modellierungsprobleme, für alle Altersstufen, vom Anfänger bis zum Masterstudenten; der Fachbereich Mathematik meiner Universität hat Hunderte solcher Aufgaben dokumentiert, für Oberstufenschüler und für Mathematikstudenten. Wer will, findet buchstäblich Mathematik überall. Und damit kommen wir am Schluss nochmals zur Kernbotschaft dieser Schrift, einer Botschaft, die man auch in allen Beiträgen der Unternehmen heraushören kann: Mathematik ist eine Schlüsseltechnologie – und sie ist überall!

Bildnachweis

Bild des MFO, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach gGmbH

Grußwort, Bild von Dr. Annette Schavan, MdB: Bundesministerium für Bildung und Forschung

Allianz Deutschland AG, Bild: Allianz Deutschland AG,
Grafik: Quelle: NHESS – Volume 6, Number 4, 2006,
Originalquelle: Grünthal und Bosse 1996

Bayer AG, Bilder: Bayer AG

Boehringer Ingelheim, Bilder und Grafiken: Boehrigner Ingelheim

Bundesagentur für Arbeit, Bild: Bundesagentur für Arbeit

Daimler AG, Bilder: Daimler AG

Deutsche Bahn AG, Bilder: Deutsche Bank AG

Deutsche Bank AG, Bild und Grafik: Deutsche Bank AG

Deutsche Börse Group, Bilder: Deutsche Börse Group

Dürr AG, Bilder: Dürr AG

HUK-COBURG, Bild: HUK-COBURG

IBM Deutschland GmbH, Bilder: IBM Deutschland GmbH und Wikipedia Commons (Bild der Mandelbrot-Menge erstellt und eingestellt von Wolfgang Beyer)

Infineon Technologies AG, Bilder: Infineon Technologies AG

Linde AG, Bilder: Linde AG, Bild Insel: StatoilHydro

Lufthansa AG, Bilder: Lufthansa AG

Münchener Rück AG, Bilder: Münchener Rück AG

RWE AG, Bild und Grafik: RWE AG

SAP AG, Bild: SAP AG

Shell Research, Bild und Grafiken: Shell Research

Siemens AG, Bilder: Siemens AG

TUI AG, Bild und Grafik: TUI AG

Artikel von H. Neunzert, Bild: Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik Kaiserslautern

Kontaktliste der Unternehmen

Allianz Deutschland AG
Lothar Landgraf
Leiter Unternehmenskommunikation
Königinstraße 28
80802 München

Bayer AG
Dr. Katharina Jansen
Corporate Communications
Science/Research
Geb. W 11
51368 Leverkusen
Tel.: +49 (214) 30 33243
Fax: +49 (214) 30 58923
katharina.jansen.kj@bayer-ag.de
http://www.bayer.com

Boehringer Ingelheim
Dr. Erich Bluhmki (Thema Statistik bei klinischen Prüfungen)
erich.bluhmki
@boehringer-ingelheim.com
Rüdiger Gössl (Thema Optimierung pharmazeutischer Herstellprozesse)
ruediger.goessl
@boehringer-ingelheim.com
Dr. Karsten Quast (Thema Bioinformatik und Microarrays)
karsten.quast
@boehringer-ingelheim.com

Bundesagentur für Arbeit
Dr. Hans Kiesl
Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung (IAB)
der Bundesagentur für Arbeit
Regensburger Straße 104
90478 Nürnberg
Tel.: +49 (911) 179-1358
Fax: +49 (911) 179-3297
hans.kiesl@iab.de

Daimler
Patricia Piekenbrock
Research, Development and
Environmental Communications
Daimler AG
COM/MBC
HPC 1121
70546 Stuttgart
Tel.: +49 (160) 8687561
Fax: +49 (711) 17-94365

Deutsche Bahn AG
Konzernkommunikation
Potsdamer Platz 2
10785 Berlin
Tel. +49 (30) 29761131
medienbetreuung@bahn.de

Deutsche Bank
Dr. Detlev Rahmsdorf
Director
Deutsche Bank Communications
Theodor-Heuss-Allee 70
60486 Frankfurt am Main
Tel.: +49 (69) 910 36424
Fax: +49 (69) 910
detlev.rahmsdorf@db.com

Deutsche Börse Group
Frau Dr. Alexandra Hachmeister
Corporate Responsibility
Neue Börsenstraße 1
60487 Frankfurt

Dutch Shell
Dr. Dirk Smit.
Shell International Exploration
& Production B.V.
Kessler Park 1
2288 GS Rijswijk
Netherlands
Dirk.Smit@shell.com

Dürr
Mathias Christen
Senior Manager
Dürr Aktiengesellschaft
Corporate Communications
& Investor Relations
Otto-Dürr-Straße 8
70435 Stuttgart
Tel.: +49 (711) 136-1381
Fax: +49 (711) 136-1716
mathias.christen@durr.com
www.durr.com

Huk-Coburg
Alois Schnitzer
Pressestelle
HUK-COBURG
Bahnhofsplatz
96444 Coburg
Tel.: +49 (9561) 96-2080
Fax: +49 (9561) 96-3680
Alois.Schnitzer@HUK-COBURG.de
www.HUK.de

IBM
Michael Kieß
Leiter Öffentlichkeitsarbeit IBM
Forschung & Entwicklung,
IBM Deutschland
IBM Entwicklungszentrum
Böblingen
Schönaicher Straße 220
71032 Böblingen
michael_kiess@de.ibm.com

Infineon Technologies
Alexandra Lattek
Infineon Technologies AG
Communications
Am Campeon 1–12
85579 Neubiberg
Tel.: +49 (89) 234 20409
Fax: +49 (89) 234 9 55 11 53
alexandra.lattek@infineon.com

Linde
Stefan Metz
Technical Communications
Linde AG
Leopoldstraße 252
80807 München/Munich
Tel.: +49 (89) 35757-1322
Fax: +49 (89) 35757-1398
stefan.metz@linde.com

Lufthansa
Dr. Christoph Klingenberg
Bereichsleiter Direct Services
Deutsche Lufthansa AG
FRA EU
Lufthansa Basis
60546 Frankfurt/Main
Tel.: +49 (69) 696 8999
Mobil: +49 (151) 5893 0723
Fax: +49 (69) 696 98 8999
christoph.klingenberg@dlh.de

Münchener Rück
Michael Able
Pressesprecher
Münchener Rückversicherungs-Gesellschaft
Tel.: +49 (89) 38912934
Fax: +49 (89) 389172934
mable@munichre.com

RWE AG
Dr. Ingo Siemer
Market Risk Management
and Methods
Opernplatz 1
45128 Essen

SAP
Achim Bahnen
Executive Communications
SAP AG
Dietmar-Hopp-Allee 16
69190 Walldorf
Tel.: +49 (6227) 7-50615
achim.bahnen@sap.com
www.sap.com

Siemens AG
Dr. Matthias Krämer
Corporate Communications
and Government Affairs
Wittelsbacherplatz 2
80333 München
Tel.: +49 (89) 636-32325
Fax: +49 (89) 636-83525
matthias.kraemer@siemens.com

TUI AG
Mario Habig
Leiter Büro
des Vorstandsvorsitzenden
Karl-Wiechert-Allee 4
30626 Hannover
Tel.: +49 (511) 566 1003
Fax: +49 (511) 566 1005
mario.habig@tui.com

Prof. em. Dr. Helmut Neunzert
Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik (ITWM)
Fraunhofer-Platz 1
67663 Kaiserslautern

Prof. Dr. Gert-Martin Greuel
Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach gGmbH
Gesellschaft für Mathematische Forschung e.V.
Schwarzwaldstr. 9–11
77709 Oberwolfach-Walke
Tel.: +49 (7834) 979 0
Fax: +49 (7834) 979 38
greuel@mfo.de
http://www.mfo.de
Das Mathematische Forschungsinstitut Oberwolfach ist Mitglied der Leibniz Gemeinschaft.