

Structuri de date

Tema 1

1. Se consideră un vector de numere v cu n elemente. Să se determine care este elementul minim și de câte ori apare în șir, printr-o singură parcurgere a șirului (în afară de citire). (1p)
2. Se consideră vectorul de numere v cu n elemente numere naturale. Să se determine ce număr apare cel mai des și de câte ori. (1p)
3. Să se verifice dacă un vector este sortat și dacă da, să se specifice cum este sortat, crescător sau descrescător. (1p)
4. Scrieți o funcție care interschimbă coloanele unei matrici cu m linii și n coloane, astfel încât elementele din linia k să fie în ordine crescătoare (1p)
5. Un profesor a studiat structura relațiilor dintre elevii săi. Pentru a reprezenta această structură, profesorul a numerotat elevii de la 1 la n și a construit o matrice pătratică cu n linii astfel: $a(i, j) = 1$ dacă elevul i îl agreează pe elevul j și 0 altfel. Se consideră că fiecare elev se agreează pe sine însuși. (1p)
 - a. Afișați pe ecran toate perechile distincte de elevi care se agreează reciproc.
 - b. Afișați elevii care nu agreează pe nimeni.
 - c. Afișați elevii care nu sunt agreeați de nimeni

Exemplu: se consideră 5 elevi și matricea de prietenie următoare

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a. Elevii care se agreează reciproc sunt: (1,2), (2,5), (4,5)
- b. Elevul care nu agreează pe nimeni este 3

c. Elevul care nu este agreeat de nimeni este 3.

6. Să se scrie într-o matrice pătratică numerele de la 1 la n^2 în spirală: (2p)

- pentru n impar începând din centru
- pentru n par începând din colțul stânga-sus

Exemplu:

9	8	7
2	1	6
3	4	5

$n=3$

1	2	3	4
12	13	14	5
11	16	15	6
10	9	8	7

$n=4$

7. Tipăriți sumele elementelor aflate pe pătratele concentrice ale unei matrice pătratice. (2p)

Exemplu: Se consideră matricea

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 4 & 1 & 11 & 6 & 0 \\ 1 & 9 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Atunci pătratele concentrice și sumele sunt:

1	2	1	0	3
2	3	4	5	1
4	1	11	6	0
1	9	0	2	4
0	0	1	2	2

$s_1=24$

1	2	1	0	3
2	3	4	5	1
4	1	11	6	0
1	9	0	2	4
0	0	1	2	2

$s_2=30$

1	2	1	0	3
2	3	4	5	1
4	1	11	6	0
1	9	0	2	4
0	0	1	2	2

$s_3=11$

8. Să se completeze elementele unei matrice astfel: pe prima linie elementele dintr-un vector v . Pe fiecare dintre următoarele linii permutarea circulară a liniei precedente. (1p)

Exemplu: Se consideră vectorul $v = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ cu $n = 5$ elemente. Matricea rezultată este

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

9. Se consideră o matrice pătratică A de dimensiuni $n \times n$, subdiagonală. O matrice se numește subdiagonală dacă toate elementele aflate deasupra diagonalei principale sunt nule. **Observație:** suma și produsul a două matrice subdiagonale sunt tot matrice subdiagonale.

- Să se transforme partea utilă a matricii (adică elementele de pe diagonala principală și de sub diagonala principală) într-un vector. (1p)
- Să se scrie un algoritm care citește 2 matrice subdiagonale A și B , le transformă conform (a) în doi vectori V_a și V_b și apoi calculează produsul $C = AB$ al celor două matrice folosind doar vectorii V_a și V_b . (3p)

Exemplu: Se consideră matricea subdiagonală

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 9 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- Partea utilă este $V_a = \{1, 2, 3, 4, 1, 2, 1, 9, 0, 2, 1, 0, 1, 2, 1\}$
- Dacă se consideră matricea

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

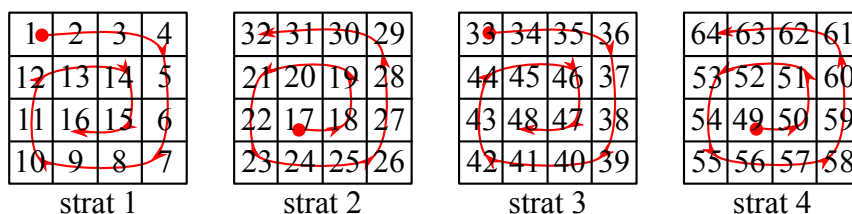
Atunci $V_b = \{2, 1, 1, 0, 1, 2, 1, 1, 2, 3, 2, 0, 0, 1, 2\}$, iar produsul celor două matrice este $V_c = \{2, 7, 3, 9, 4, 6, 13, 11, 4, 6, 8, 3, 6, 8, 4\}$ care reprezintă matricea

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 4 & 6 & 0 & 0 \\ 13 & 11 & 4 & 6 & 0 \\ 8 & 3 & 6 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

10. Se consideră un cub de dimensiune $n \times n \times n$ care conține numerele de la 1 la n^3 dispuse în modul următor:

- pe fiecare strat impar ordonate în spirală începând din colțul stânga sus, în sensul acelor de ceasornic
- pe fiecare strat par ordonate în spirală, pornind de la elementul aflat deasupra ultimului element parcurs pe stratul anterior și în sens invers acelor de ceasornic.

Exemplu: pentru $n = 4$

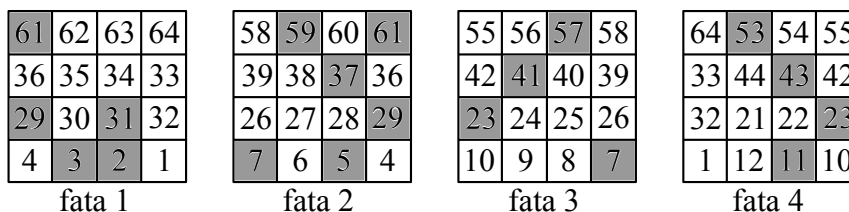


- Dacă se citește un număr p , să se determine poziția în cub - adică coordonatele x - linia, y - coloana, z - strat, fără a construi efectiv cubul. (2.5p)
- Să se determine numărul de numere prime de pe fiecare față laterală a cubului. (2.5p)

Observație: Punctajul maxim se obține pentru consum de memorie minim și eficiență maximă, evitând construcția efectivă a cubului (care este $O(n^3)$). Precizați complexitatea pentru fiecare punct în parte.

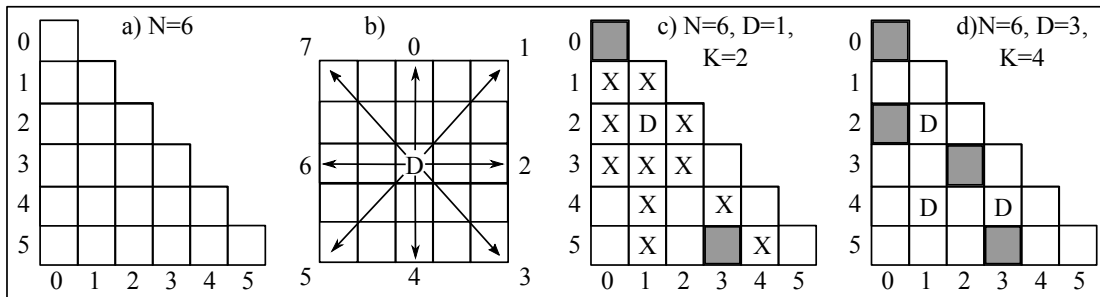
În exemplul de mai sus:

- Numărul 45 are coordonatele $(2, 2, 3)$.
- Numerele prime de pe fețele laterale sunt reprezentate în pătratele gri din figura de mai jos



11. Jocul betașah se joacă folosindu-se doar piese asemănătoare damelor clasicului șah, numite tot dame. Suprafața de joc are o formă triunghiulară și este formată din $\frac{N*(N+1)}{2}$ pătrate identice dispuse pe N rânduri și N coloane. Rândurile se numerează de sus în jos, de la 0 la $N - 1$. Coloanele se numerează de la stânga la dreapta, de la 0 la $N - 1$. Primul rând (de indice 0) conține un singur pătrat, al doilea rând (de indice 1) conține două pătrate alăturate,..., al N -lea rând (de indice $N - 1$) conține N pătrate alăturate, ca în suprafețele de joc cu $N = 6$ din figurile de mai jos. Din cele $\frac{N*(N+1)}{2}$ pătrate, K sunt gri, iar restul sunt albe. Poziția fiecărui pătrat de pe suprafața de joc este dată de rândul și coloana în care acesta este situat.

Pe suprafața de joc sunt așezate D dame în D pătrate albe distincte, ocupându-le. Într-un pătrat alb poate fi așezată o singură damă, iar într-un pătrat gri nu poate fi așezată nicio damă. Poziția unei dame pe suprafața de joc este dată de poziția pătratului alb în care este așezată dama.



Damele pot accesa orice pătrat alb neocupat situat pe direcțiile: verticală, orizontală sau diagonală, numerotate de la 0 la 7 în figura b). Accesul pe o direcție se face trecând din pătrat alb în pătrat alb (doar pătrate albe neocupate) până la întâlnirea unui pătrat gri sau a unui pătrat alb ocupat de o altă damă sau până la terminarea suprafeței de joc.

Numim pătrat accesibil orice pătrat alb neocupat (de pe suprafața de joc) care ar putea fi accesat de cel puțin una din cele D dame. De exemplu, pentru suprafața de joc din figura c) numărul de pătrate accesibile (marcate cu X) de pe suprafață este 11. Pătratele rămase albe nu sunt atacate de nici o damă. Pentru suprafața de joc cu $N = 6$, $D = 3$ și $K = 4$ un exemplu de suprafață de joc este figura d).

Scrieți un program care să citească numerele naturale N , D , K , pozițiile damelor și ale pătratelor gri pe suprafața de joc și care să determine pozițiile care nu sunt atacate de nicio damă (adică pătratele inaccesibile). (3p)

Observație: Este obligatorie utilizarea alocării dinamice a memoriei pentru vectori și matrice. Folosiți sintaxa C++.

Evaluare: Rezolvați la alegere probleme. Fiecare problemă are alături punctajul aferent. Se acordă pentru această temă suma punctajelor problemelor rezolvate, dar maxim nota 10. Un punct este din oficiu. Se tine cont de criteriile generale de evaluare, prezentate în lista de criterii de pe platformă de e-learning de la prima unitate de învățare.