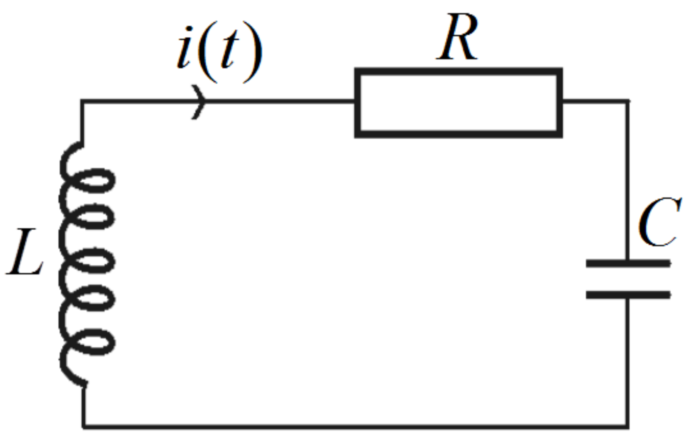
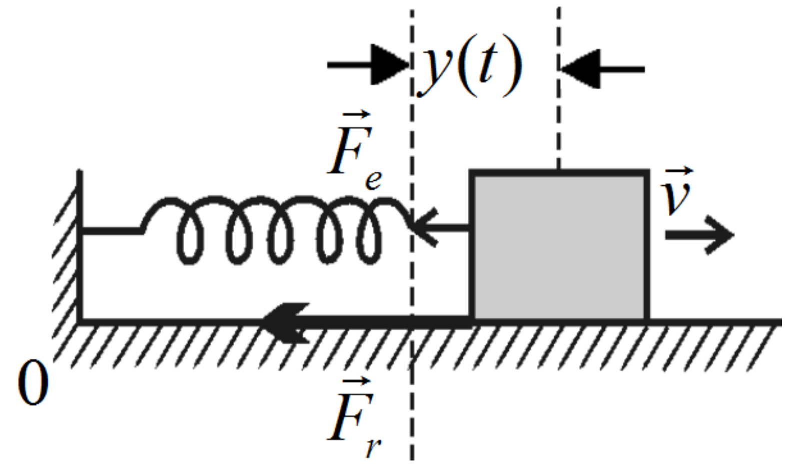
Analogii electromecanice





$$u_L = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di(t)}{dt}$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + r\frac{dy}{dt} + ky(t) = 0$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C}q(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i(t) = 0$$

$$u_R(t) = Ri(t)$$

$$u_L(t) = u_C(t) + u_R(t)$$

Analogii electromecanice

Mărimea electrică	Mărimea mecanică
$i(t)$ – intensitatea instantenee a curentului alternativ	$y(t)$ – elongaţia mişcării oscilatorului armonic liniar
L – inductanţa bobinei	m – masa oscilatorului
R – rezistenţa circuitului (rezistor+conductori de legătură)	r – rezistenţa mecanică
$1/C$ – inversul capacităţii condensatorului	k – constanta elastică a oscilatorului
$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ - pulsaţia proprie a circuitului de curent alternativ	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ - pulsaţia proprie a oscilatorului mecanic
$\beta = \frac{R}{2L}$ - coeficientul de amortizare al oscilaţiilor electrice	$\beta = \frac{r}{2m}$ - coeficientul de amortizare al oscilaţiilor mecanice
$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ - factorul de calitate al circuitului	$Q = \frac{1}{r}\sqrt{m\,k}$ - factorul de calitate al oscilatorului

Analogii electromecanice

În cazul unui circuit serie iau naştere oscilaţii amortizate ale intensităţii curentului alternativ, după legea:

$$i(t) = I_{\max} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

unde pulsaţia oscilaţiilor electrice amortizate este:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

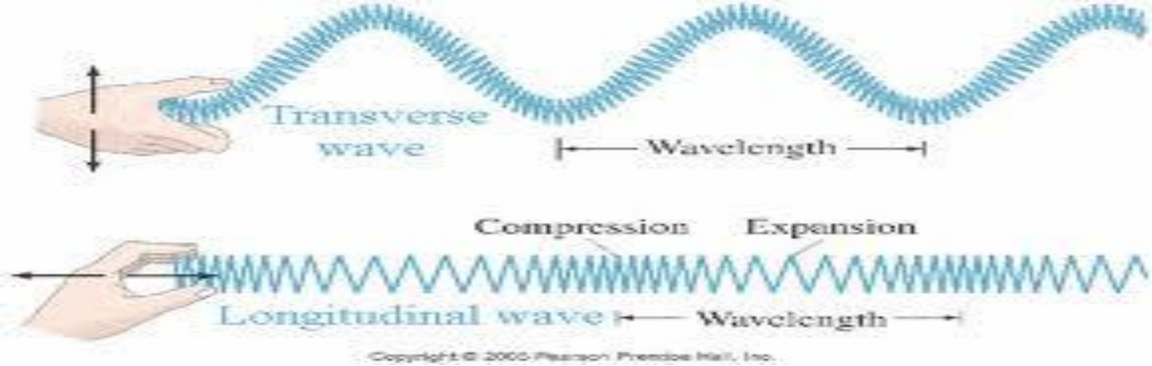
Amortizarea este cu atât mai pronunţată cu cât raportul R/L este mai mare. După un timp teoretic infinit, dar practic un timp finit, numit ***regim tranzitoriu,*** amplitudinea oscilaţiilor amortizate devine egală cu zero şi oscilaţiile se sting. Acest fenomen se datorează disipării energiei către mediul ambiant, prin efect caloric (**efect Joule**) prin rezistor şi conductorii de legătură şi se întâmplă la toate circuitele reale deoarece orice circuit real are o rezistenţă diferită de zero, chiar dacă valoarea ei este extrem de mică.

Unde elastice

- ***Mediile continue*** (gaze, lichide şi solide) sunt sisteme de particule *legate*, adică de particule (molecule, atomi sau ioni) care interacţionează între ele.
- *Procesul de propagare a unei oscilaţii în mediul ambiant se numeşte* ***undă***.

Oscilatorul primar, care determină apariţia undei, se numeşte ***sursa primară***.

- ***Principiul lui Huygens***: fiecare punct al frontului de undă reprezintă o nouă sursă de unde (sursă secundară), de la care se propagă noi unde care oscilează în fază cu sursa primară.
- ***undă longitudinală***
- ***undă transversală***



Viteza de propagare a undei *u*

Exemple

- undă longitudinală în medii solide, $u = \sqrt{E/\rho}$, cu E – modulul de elasticitate Young (N/m^2), ρ - densitatea mediului de propagare;
- undă transversală în solide, $u = \sqrt{G/\rho}$, cu G – modulul de forfecare al mediului de propagare;
- undă transversală în lichide, $u = \sqrt{\chi/\rho}$, χ – modulul de compresibilitate al mediului de propagare;
- unde longitudinale în gaze prin procese izoterme, $u = \sqrt{\dfrac{p}{\rho}}$, respectiv adiabatice

  $u = \sqrt{\gamma p/\rho}$, cu p – presiune, γ - exponent adiabatic, $\gamma = C_p/C_v$, $C_{p,v}$ – călduri molare izobare respectiv izocore ale mediului de propagare.
- undă transversală pe o coardă, $u = \sqrt{T/m_0}$; T – tensiunea mecanică în coardă, m_0 – densitate liniară a corzii.

Funcția de undă

$\Psi(\vec{r},t)=\Psi(x,y,z,t)$ *-funcţie de undă*.

Din punct de vedere al semnificatiei fizice a functiei de unda, aceasta depinde de tipul undei:

- unde elastice: $\Psi(\vec{r},t)\rightarrow l$
- unde electromagnetice: $\Psi(\vec{r},t)\rightarrow \vec{E}-$ ***intensitatea campului electric***

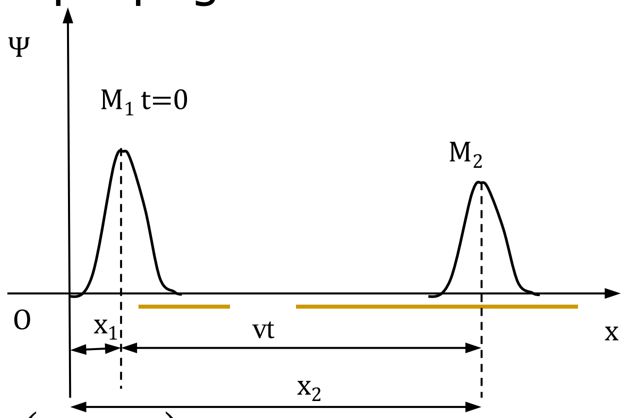
  $\Psi(\vec{r},t)\rightarrow \vec{H}-$ ***intensitatea campului magnetic***
- unde sonore: $\Psi(\vec{r},t)\rightarrow p_S - presiune\ sonora$
- unde hidrodinamice: $\Psi(\vec{r},t)\rightarrow p\ \ - presiunea\ lichidului$

Ecuaţia undei plane

Un punct M_2 din mediu, situat la distanţa de sursa M_1, va intra în oscilaţie mai târziu, după un interval de timp:

$$t_1 = \frac{x}{u}$$

adică exact timpul necesar ca unda, care se propagă cu viteza u să străbată distanţa x dintre M_1 şi M_2



. Deci, în M_2 ecuaţia oscilaţiei va fi :

$$y = A\sin\omega\left(t - t_1\right)$$

Dacă ţinem cont de valoarea întârzierii cu care acest punct începe să oscileze, precum şi de faptul că *lungimea de undă* λ a undei reprezintă distanţa străbătută de undă în timpul unei perioade T a oscilaţiei, adică:

$$\lambda = uT$$

Ecuaţia undei plane

Ecuaţia undei armonice monocromatice plane:

$$y = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) = A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{u}\right) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Aceasta este ecuaţia undei plane care se propagă într-o singură direcţie, de-a lungul axei *Ox*. Dacă unda se propagă de-a lungul unei direcţii oarecare, aceasta trebuie precizată cu ajutorul unui vector numit ***vector de undă*** , vector care este orientat în direcţia şi sensul de propagare a undei:

$$\vec{k} = k\vec{n} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n} = \frac{\omega}{u}\vec{n}$$

Ecuaţia undei armonice monocromatice plane pentru cazul propagării de-a lungul unei direcţii oarecare:

$$y = A\sin\left(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r}\right)$$

Ecuaţia undei plane

Faza undei: $\alpha(\vec{r},t)=\omega\cdot t-\vec{k}\cdot\vec{r}$

Suprafeţele de undă sunt suprafeţe de fază constantă şi, dacă mediul este izotrop (deci cu aceleaşi proprietăţi de propagare în toate direcţiile), ele sunt perpendiculare pe direcţia de propagare a undei. Dacă faza undei α este constantă, ecuaţia de mai sus reprezintă ecuaţia unui plan şi în orice moment vectorul de undă este perpendicular pe acest plan. Unda se numeşte monocromatică deoarece lungimea ei de undă este constantă.

Viteza undei armonice monocromatice plane coincide cu viteza de deplasare a fazei şi de aceea se numeşte ***viteza de fază***. Expresia ei se obţine punând condiţia ca faza să fie constantă şi apoi diferenţiind faza undei. Deoarece unda este un fenomen periodic în spaţiu şi timp, ecuaţia undei plane este reprezentată de o funcţie periodică, iar faza undei depinde de variabilele spaţiale şi de timp.

Ecuaţia undei plane

Viteza de fază este:

$$\vec{v}_f = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\omega}{k}\vec{n}$$

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = u$$

Unda armonică monocromatică plană este un concept idealizat.Semnalele (undele reale) nu sunt monocromatice ci prezintă un spectru oarecare de frecvenţe (mai multe frecvenţe apropiate ca valoare), deoarece orice proces perturbator care este sursa unei unde are o durată şi o întindere spaţială finită.

O suprapunere de mai multe (infinit de multe) unde armonice monocromatice plane cu frecvenţe foarte apropiate se numeşte ***grup de unde*** sau ***pachet de unde*** , iar viteza cu care se propagă grupul de unde se numeşte ***viteza de grup***. Aceasta se identifică cu viteza de deplasare a maximului central, care constituie şi maximul de energie purtată de undă.

UNDE ELASTICE

Viteza de grup: $$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(uk)}{dk} = u + k\frac{du}{dk} = u - \lambda\frac{du}{d\lambda}$$

$u = u(\lambda)$

dispersia undelor: undele care au module ale vectorului de undă diferite, respectiv care au lungimi de undă diferite se propagă cu viteze diferite.

Bibilografie selectivă

- [1] Nicolina POP,*Fizica- Elemente fundamentale pentru ingineri,* Editura Politehnica, Timişoara, 2015.
- Duşan POPOV, Ioan DAMIAN, *Elemente de Fizică generală*, Editura Politehnica, Timişoara, 2001.
- [2] Minerva CRISTEA, Duşan POPOV, Floricica BARVINSCHI, Ioan DAMIAN, Ioan LUMINOSU, Ioan ZAHARIE, *Fizică – Elemente fundamentale*, Editura Politehnica, Timişoara, 2006.
- [3] I. Luminosu, *Fizica – elemente fundamentale*, Editura Politehnica, 2002.
- [4] O. Aczel, *Mecanică fizică. Oscilaţii şi unde,* Ed. Universităţii Timişoara, 1975.
- [5] A. Hristev , *Mecanică şi acustică*, Ed. Did. şi Pedag., Bucureşti, 1982
- [6] H. Kittel, *Cursul de fizică Berkeley*, Vol. I, II, Ed. Did. şi Pedag., Bucureşti, 1982.
- [8] E. Luca, Gh. Zet şi alţii – *Fizică generală*, Ed. Did. şi Pedag., Bucureşti, 1981.
- [9] T. Creţu – *Fizică generală*, Vol. I şi Vol.II, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1984 şi 1986.