Unităţi de măsură. Formule dimensionale

Mărimea fizică; $X=x[X]_{SI}$

Formula dimensională în raport cu unitățile fundamentale pentru unitatea derivată $[X]$ este:

$[X] = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma} \ldots$ cu $\alpha, \beta, \gamma \in Q$

În SI unitatea de măsură a unei mărimi derivate se notează $[X]_{SI}$.

Identitatea dimensională a formulei fizice cu membrul stâng $[X]$ şi cel drept $[Y]$ şi cu formulele dimensionale $[X] = L^{\alpha 1} M^{\beta 1} T^{\gamma 1}$ şi $[Y] = L^{\alpha 2} M^{\beta 2} T^{\gamma 2}$ implică egalităţile:

$$\alpha_1 = \alpha_2; \ \beta_1 = \beta_2; \ \gamma_1 = \gamma_2$$

Principiul *omogenităţii dimensionale* a formulelor fizice afirmă că dimensiunile aceleeaşi mărimi fizice din partea stângă respectiv dreaptă a semnului egal au *aceeaşi* valoare numerică.

Puterea lui 10	Multipli							
	1	2	3	6	9	12	15	18
Denumire	deca	hecto	kilo	mega	giga	tera	peta	exa
Simbol	da	h	k	M	G	T	P	E
Submultipli								
-1	-2	-3	-6	-9	-12	-15	-18	
deci	centi	mili	micro	nano	pico	femto	atto	
d	c	m	μ	n	p	f	a	

1. Distanţa d = 947 km *nu* se poate exprima după cum urmează:
a) $9{,}47\cdot10^4$m; *b)* $9{,}47\cdot10^3$ hm; *c)* $9{,}47\cdot10^3$ dam; *d)* $9{,}47\cdot10^5$ dm; *e)* $0{,}947\cdot10^{-4}$ Gm; *f)* $9{,}47\cdot10^{13}$ nm.

Rezolvare: d = 947 km=$947\cdot10^3$m=$\mathbf{9{,}47\cdot10^5}$**m**=$9{,}47\cdot10^5\cdot10^{-2}$ hm=$9{,}47\cdot10^3$ hm;
d=$9{,}47\cdot10^5$m=$9{,}47\cdot10^5\cdot10^9$nm=$9{,}47\cdot10^{14}$nm

2. Sarcina electrică q = 1,43 pC înseamnă:
a) $143\cdot10^{-13}$ C; *b)* $1{,}43\cdot10^{-8}$ mC; *c)* 0,00143 nC; *d)* $1{,}43/10^6$ μC;
e) $14{,}3\cdot10^{-15}$ kC; *f)* $143\cdot10^{-14}$ C.

Tema: Intensitatea curentului electric I=25mA se poate după cum urmează:
a) $2{,}5\cdot10^{-2}$ A; *b)* $2{,}5\cdot10^{-6}$ kA; *c)* $2{,}5\cdot10^3$ μA; d) $25\cdot10^6$ nA; e)0,25dA; f) $0{,}025\cdot10^{-6}$MA.

3. Să se verifice omogenitatea dimensională a formulelor pentru:
1) Ecuaţia lui Bernoulli;
2) Ecuaţia de stare termică a gazului ideal.

Rezolvare:

1)
$$p + \rho g h + \rho v^2 / 2 = constant;$$
$$[p] = ML^{-1}T^{-2}; [p]=MLT^{-2}L^{-2}$$
$$[\rho g h] = [\rho]\cdot[g]\cdot[h] = ML^{-3}\cdot LT^{-2}\cdot L = ML^{-1}T^{-2};$$
$$[\rho v^2] = [\rho]\cdot[v]^2 = ML^{-3}\cdot(LT^{-1})^2 = ML^{-1}T^{-2}.$$

2) $pV = \nu R T$;

$$[pV] = ML^2T^{-2};$$

$$[\nu RT] = Q\frac{ML^2T^{-2}}{Q\theta}\theta = ML^2T^{-2}.$$

Tema: 4. Perioada de oscilaţie a pendulului gravitaţional τ depinde de lungimea firului l şi de acceleraţia gravitaţională g: $\tau = 2\pi C \cdot l^{\alpha} g^{\beta}$.

Să se deducă, folosind analiza dimensională, formula perioadei de oscilaţie a pendulului.

Indicaţie:

$$[\tau] = [l]^{\alpha} \cdot [g]^{\beta}, \quad [\tau] = T$$

Utilizarea în fizică a unor noţiuni de analiză vectorială

Într-un sistem cartezian de coordonate în care versorii $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ definesc sistemul ortogonal drept, $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$, un vector $\vec{a}$ se scrie:

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k},$$

unde a_x, a_y, a_z sunt componentele vectorului $\vec{a}$ pe axele de coordonate. Modulul vectorului:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

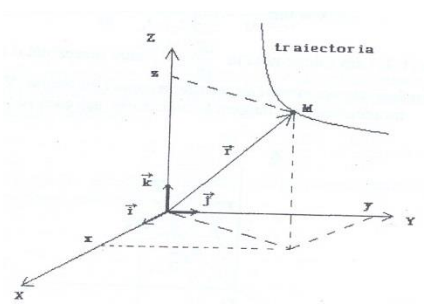


Figura 1. Traiectoria unui punct material într-un sistem de referinţă cartezian.

Exemplu:

Vectorul de poziţie al punctului material este:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k};\ r \equiv |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Suma a doi vectori este dată de diagonala paralelogramului având ca laturi cei doi vectori şi originea comună (*regula paralelogramului*) (fig.2): $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$.

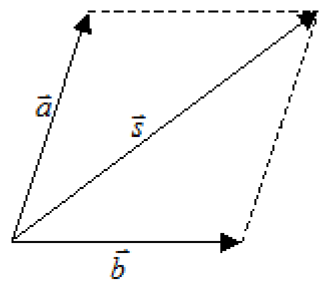


Figura 2. Adunarea a doi vectori.

Produs scalar

Produsul scalar a doi vectori: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$, sau folosind componentele vectorilor pe axele de coordonate:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Observaţie: Dacă doi vectori sunt perpendiculari rezult $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$; (exemplu $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$, $\vec{i} \cdot \vec{k} = 0$, $\vec{j} \cdot \vec{k} = 0$);

Dacă doi vectori sunt paraleli rezultă $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$; (exemplu $\vec{i} \cdot \vec{i} = 1$, $\vec{j} \cdot \vec{j} = 1$, $\vec{k} \cdot \vec{k} = 1$).

Exemplu: $dL = \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{v}\, dt$; $L = \int_0^{t_1} \left(F_x v_x + F_y v_y + F_z v_z \right) dt$

Produs vectorial

Produsul vectorial a doi vectori $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ este vectorul normal la planul determinat de $\vec{a}$ şi $\vec{b}$, al cărui sens se determină cu regula burghiului drept. Modulul său este: $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$. Folosind componentele vectorilor produsul vectorial este:

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$$

Observaţie: Dacă doi vectori sunt paraleli rezultă $\vec{a}\times\vec{b}=0$*;* (exemplu $\vec{i}\times\vec{i}=0$, $\vec{j}\times\vec{j}=0$, $\vec{k}\times\vec{k}=0$*);*

Dacă doi vectori sunt perpendiculari rezultă $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|$*;* (exemplu $\left|\vec{i}\times\vec{j}\right|=1$ *şi* $\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k}$

Exemplu:

$$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ x & y & z\\ F_x & F_y & F_z\end{vmatrix};\ \vec{J}=\vec{r}\times\vec{p}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ x & y & z\\ p_x & p_y & p_z\end{vmatrix}$$

Mărimi fizice pentru descrierea mişcării

Viteza momentană este:

$$\vec{\mathrm{v}}=d\vec{r}\,/\,dt=\dot{\vec{r}}$$

Acceleraţia momentană este:

$$\vec{a}=d\vec{\mathrm{v}}\,/\,dt=\dot{\vec{\mathrm{v}}}=\ddot{\vec{r}}$$

ÎNTREBĂRI CU RĂSPUNSURI MULTIPLE

1. Vectorul de poziţie al unui punct material este: $\vec{r}=3\vec{i}-4\vec{j}+5\vec{k}$.

Alegeţi propoziţiile adevărate:

a) $r_z=5$; *b)* $\vec{r}_z=5$; *c)* $\left|\vec{r}\right|=7{,}07$; *d)* $\left|\vec{r}\right|=4{,}24$; *e)* $\vec{r}_x=3\vec{i}$; *f)* $r_y=4$.

2. Legile parametrice ale mişcării unui punct material sunt:

x(*t*) = 7 sin 3 *t* (m) şi *y*(*t*) = 5 cos 3 *t* (m). Traiectoria mişcării este:

a) o elipsă de semiaxe *A* = 7 m şi *B* = 5 m;

b) un cerc de rază *R* = 9,43 m;

c) pe axa *Ox*, proiecţia punctului se deplasează între punctele de coordonate x_1 = 7 m *şi* x_2 = - 7 m;

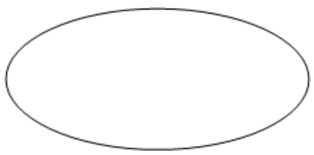
d) pe axa *Oy*, proiecţia punctului se deplasează între punctele y_1 = 5 m şi y_2 = - 5 m;

e) o dreaptă, $y = 8 + 3x$;

f) un arc de hiperbolă, $x \cdot y = 40$.

Indicaţii: $\sin^2 3t = x^2/49$; $\cos^2 3t = y^2/25$;

$\cos^2 3t + \sin^2 3t = 1$, rezultă $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$**, traiectoria este o elipsa**



Tema: 3. Dacă mişcarea unidimensională unui punct material este descrisă de: $x = -2t^2 + 3t + 6$ (m), atunci :

a) traiectoria este o parabolă având coordonatele vârfului : t_m=3/4 s şi x_m=7,13 m;

b) a=-4 m/s^2=const.; *c)* v_0=3 m/s;

d) a=4 m/s^2=const. ; *e)* v_0=6 m/s; *f)* x_0=6 m.

4. Mişcarea unui punct material este descrisă de ecuaţiile:

$x(t)$ = 3 sin 2 t (m) şi $y(t)$ = 3 cos 2 t (m).

Unghiul dintre vectorii $\vec{r}$ şi $\vec{a}$, la orice moment, este :

a) 360 grd; *b)* π/2; *c)* π; *d)* 180 grd; *e)* zero; *f)* variabil.

Indicaţii: $\vec{r} = 3\sin 2t\vec{i} + 3\cos 2t\vec{j}$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = 6\cos 2t \cdot \vec{i} - 6\sin 2t \cdot \vec{j}$$

$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \dot{\vec{v}} = -12\sin 2t \cdot \vec{i} - 12\cos 2t \cdot \vec{j} = -4\vec{r}$$

Tema: 5. Dacă notăm cu $\vec{k}$ versorul axei verticale Oz, atunci vectorul acceleraţie gravitaţională este:

a) $\vec{g} = 9{,}81\,\vec{k}$; *b)* $\vec{g} = -g \cdot \vec{k}$; *c)* $\vec{g} = -9{,}81\,\vec{k}$; *d)* $\vec{g}$ = 9,81 m/s^2;

e) $\vec{g} = 0$; *f)* răspunsul *a* este fals.

Probleme propuse

Tema: 1. Razele Lunii şi Pământului sunt 1738 km, respectiv 6378 km, iar masele se află în raportul 12,3 la 1000.

Să se calculeze acceleraţia gravitaţiei la suprafaţa Lunii ştiind că pe Pământ ea este $g_P = 9{,}80 m/s^2$.

Indicaţii:

1) Care este forţa de interacţiune gravitaţională pentru un corp de masă *m* de pe suprafaţa Pământului?

$F = -K\dfrac{mM_P}{R_P^2}$ dar $F = mg_P$ rezultă: $g_P = K\dfrac{M_P}{R_P^2}$.

2) Care este acceleraţia gravitaţională pe Lună, g_L?

$$g_L = K\frac{M_L}{R_L^2}$$

.

2. Asupra unui punct material acţionează forţele concurente $\vec{F}_1 = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ şi $\vec{F}_2 = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$.

Aflaţi unghiul dintre cele două forţe.

Indicaţii: $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = |\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_2| \cdot \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$; $\cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \dfrac{\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2}{|\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_2|}$

$$\cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \frac{3-8}{5 \cdot 3} = -\frac{1}{3}$$

3. Faţă de originea axelor, vectorul de poziţie al punctului de aplicaţie al forţei $\vec{F} = -\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ este $\vec{r} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$.

Calculaţi momentul $\vec{M}$ al forţei faţă de originea axelor.

Indicaţii:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & -3 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -6\vec{i} - 5\vec{k} - \vec{j} - 3\vec{k} + \vec{i} - 10\vec{j} = -5\vec{i} - 11\vec{j} - 8\vec{k} \text{ (Nm)}$$

Tema: 4. Un corp se misca pe o traiectorie curbilinie. La un moment dat, vectorul de pozitie este $\vec{r} = 9\vec{\imath} - 7\vec{\jmath} + 5\vec{k}$ iar impulsul este $\vec{p} = 2\vec{\imath} + 8\vec{\jmath} - 6\vec{k}$. Calculaţi momentul cinetic al miscarii.

5. Vectorul de poziţie al unei particule este $\vec{r} = 3t^2\vec{i} - 4t\vec{j} + 5\vec{k}$ exprimat în *m* când timpul *t* se exprimă în s. Să se afle:

a) vectorii viteză şi acceleraţie;

b) deplasarea particulei în primele 10 secunde de mişcare.

Indicaţii:

$$\vec{v} = d\vec{r} / dt = \dot{\vec{r}} = 6t\vec{i} - 4\vec{j};\ \vec{a} = \dot{\vec{v}} = 6\vec{i}$$

$$\Delta\vec{r} = 300\vec{i} - 40\vec{j}$$

Tema: **6.** Un corp de masă *m*=2 kg este plasat pe suprafaţa Pământului. Asupra sa acţionează pe verticală în sus o forţă *F*=100 N. Considerând *g*=10 m/s^2, să se calculeze acceleraţia şi viteza corpului după parcurgerea distanţei de 10 m;

Răspuns: *a*=40 m/s^2; v=20√2 m/s.