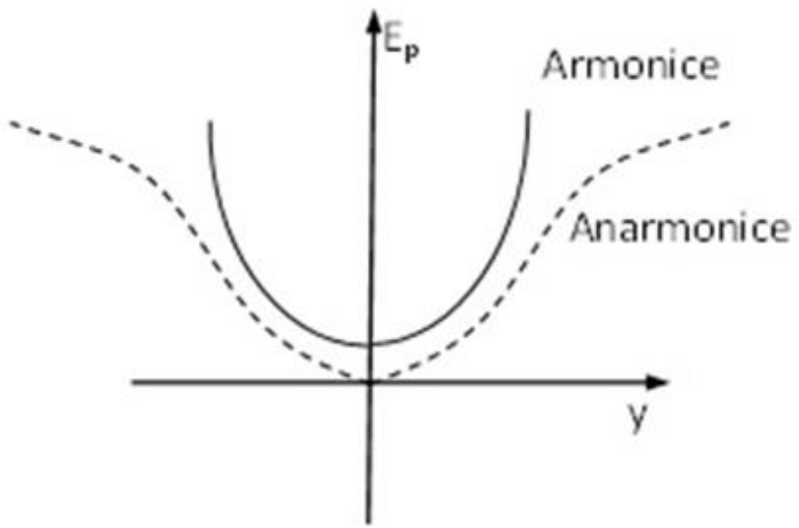
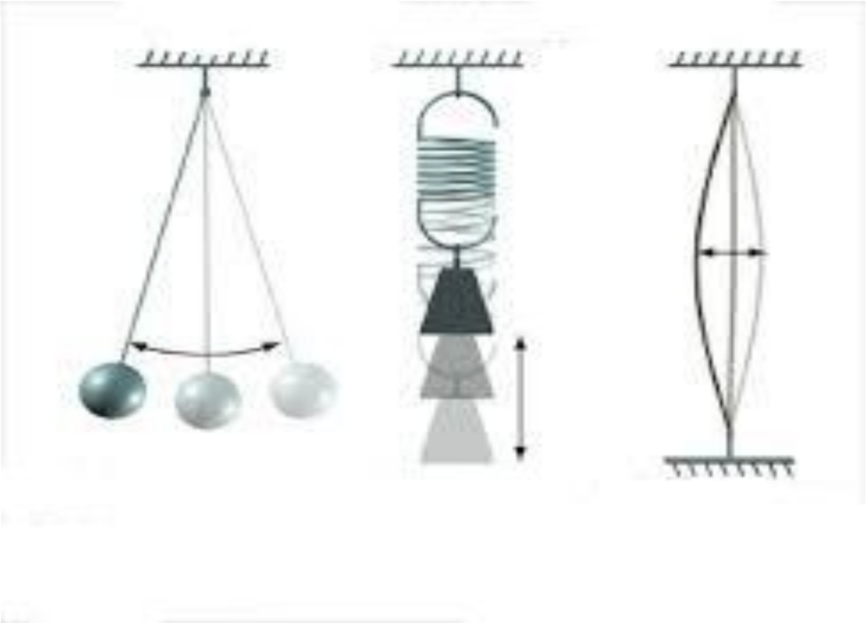
Oscilații

Mişcare oscilatorie - orice transformare a energiei unui sistem dintr-o formă în alta, în mod **periodic** sau **cvasiperiodic**, reversibil sau parţial reversibil.

Sistemul care oscilează se numeşte ***oscilator.***





Oscilații armonice libere

Forţa elastică: $F_e = -ky$, k -constanta elastică şi, în SI, se măsoară în N/ m.

$$E_p = E_p(0) + \frac{y}{1}\left(\frac{d\,E_p}{dy}\right)_{y=y_0} + \frac{y^2}{2!}\left(\frac{d^2\,E_p}{dy^2}\right)_{y=y_0} + \frac{y^3}{3!}\left(\frac{d^3\,E_p}{dy^3}\right)_{y=y_0} + \cdots$$

$$E_p = \underbrace{\frac{ky^2}{2}}_{armonice} + \underbrace{\frac{y^3}{3!}\left(\frac{d^3\,E_p}{dy^3}\right)_{y=y_0}}_{nearmonice} + \cdots$$

Conform principiului al doilea al mecanicii clasice, pentru un corp de masă *m:*

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -ky$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2 y = 0$$ - ecuaţie diferenţială de ordinul doi, cu coeficienţi constanţi, omogenă

ω_0 -*pulsaţie proprie* a oscilaţiei

T_0 - *perioada oscilaţiilor proprii*

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$[\omega_0]_{SI} = rad/s$$

$$[T_0]_{SI} = s$$

Oscilații armonice libere

- Se rezolva ecuaţia diferenţială folosind metoda ecuaţiei caracteristice:

$$\lambda^2 + \omega_0^2 = 0; \;\; \lambda_{1,2} = \pm i\omega_0$$

$$y(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$y(t) = C_1 e^{i\omega_0 t} + C_2 e^{-i\omega_0 t}$$

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$$

Oscilaţii armonice libere

Soluţia generală a ecuaţiei diferenţială a oscilaţiilor armonice :

$$y = A sin(\omega_0 t + \varphi)$$

A- amplitudinea oscilaţiilor (depărtarea maximă a oscilatorului faţă de poziţia sa de echilibru)

φ -faza iniţială, adică o mărime care ne dă o informaţie în legătură cu poziţia iniţială a oscilatorului, faţă de poziţia sa de echilibru

$$\alpha(t) = \omega_0 t + \varphi$$ - *faza oscilaţiei*

Viteza de oscilaţie : $$v = \frac{dy}{dt} = \omega_0 A\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Energia cinetică a oscilatorului: $$E_c = \frac{m}{2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \frac{m\omega_0^2}{2}A^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

Energia potenţială elastică: $$E_p = \frac{k}{2}y^2 = \frac{m\omega_0^2}{2}A^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

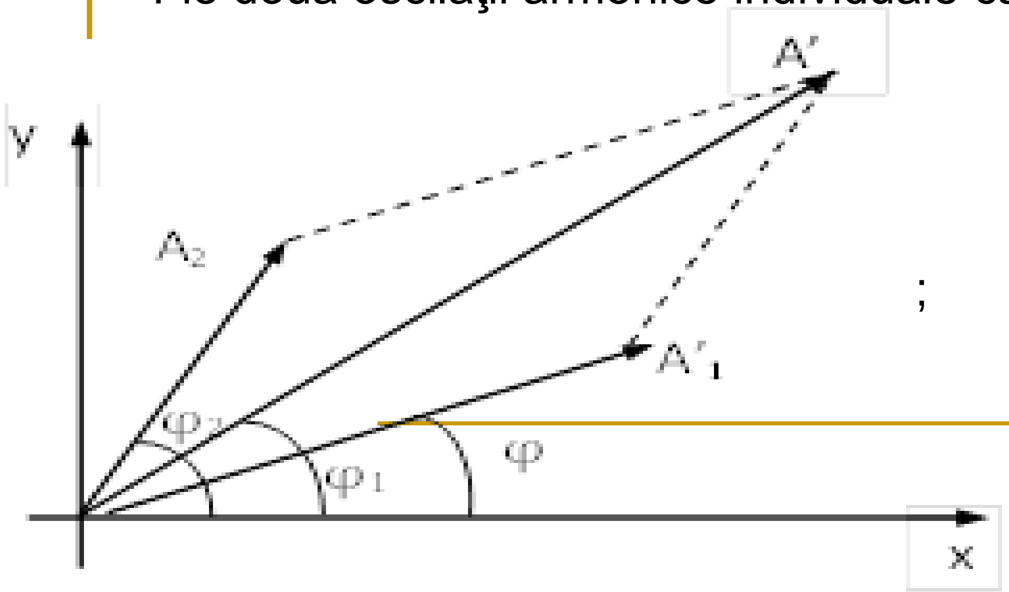
Energia mecanică totală a oscilatorului: $$E = E_c + E_p = \frac{m\omega_0^2}{2}A^2 = const$$

legea conservării ***energiei*** $\longrightarrow$ **oscilatorul** este un *sistem conservativ*

Compunerea oscilațiilor armonice

a) **Compunerea oscilaţiilor paralele şi de aceeaşi pulsaţie**

Fie două oscilaţii armonice individuale care au următoarea formă:



$$y_1 = A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1)$$

$$y_2 = A_2 \sin(\omega_0 t + \varphi_2)$$

;

Oscilaţia armonică rezultantă:

$$y = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$|A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2$$

$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$

A-minimă fiind zero dacă amplitudinile oscilaţiilor individuale sunt egale, iar diferenţa de fază egală cu π (opoziţie de fază).

Compunerea oscilațiilor armonice

b) **Compunerea oscilaţiilor paralele şi de pulsaţie puţin diferită**

$$\omega_1 = \omega_0 - \Delta\omega \qquad \varphi_1 \to \varphi_1 - \Delta\omega \cdot t \qquad \Delta\omega << \omega_0$$

$$\omega_2 = \omega_0 + \Delta\omega \qquad \varphi_2 \to \varphi_2 + \Delta\omega \cdot t$$

Amplitudinea oscilaţiei rezultante va fi în acest caz:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(2\Delta\omega \cdot t + \varphi_2 - \varphi_1)}$$

Pentru $A_1 = A_2$:

$$A = 2A_1 \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} \cdot t + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)$$

$$y = 2A_1 \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \cdot t\right) \sin\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} \cdot t\right)$$

Perioada de modificare în timp a amplitudinii este dată de intervalul dintre momentele de timp în care amplitudinea devine zero:

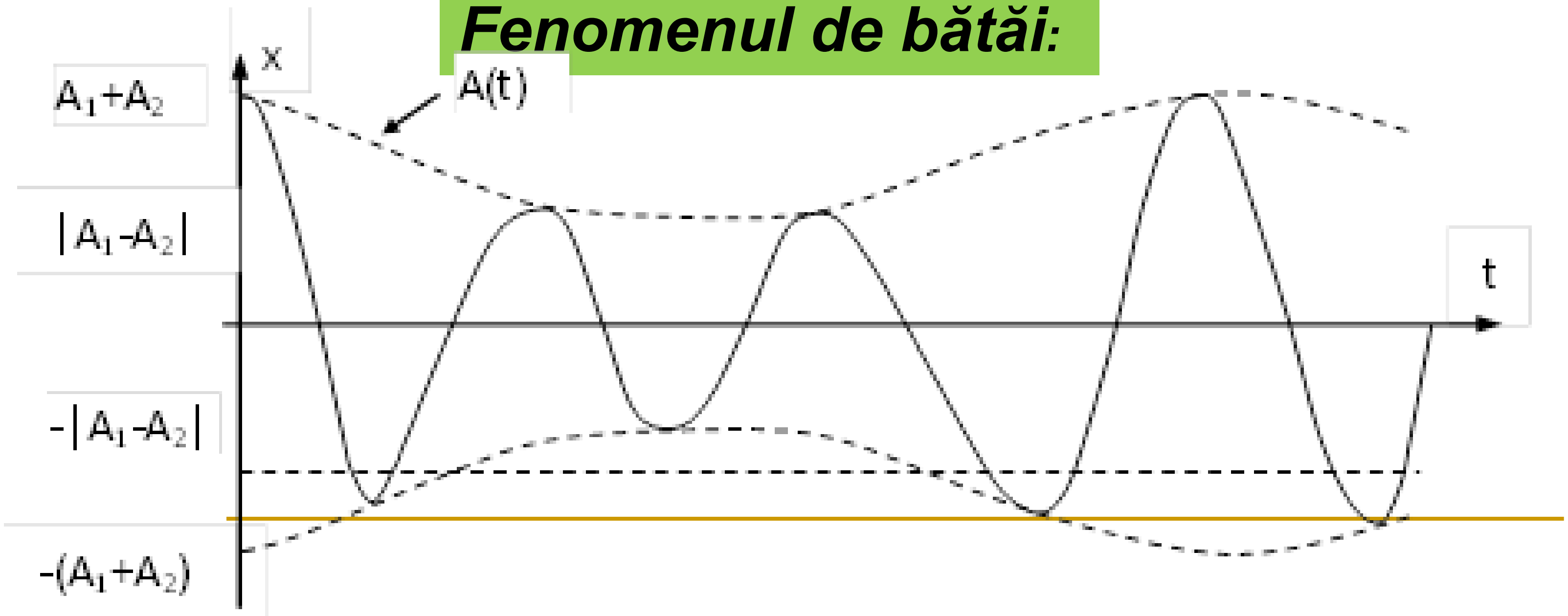
$$\frac{\Delta\omega}{2} \cdot T_b + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \pi + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}$$

Fenomenul de bătăi:

$$T_b = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

Compunerea oscilațiilor armonice

Fenomenul de bătăi:



Set de doua diapazoane cu cutie de rezonanta:

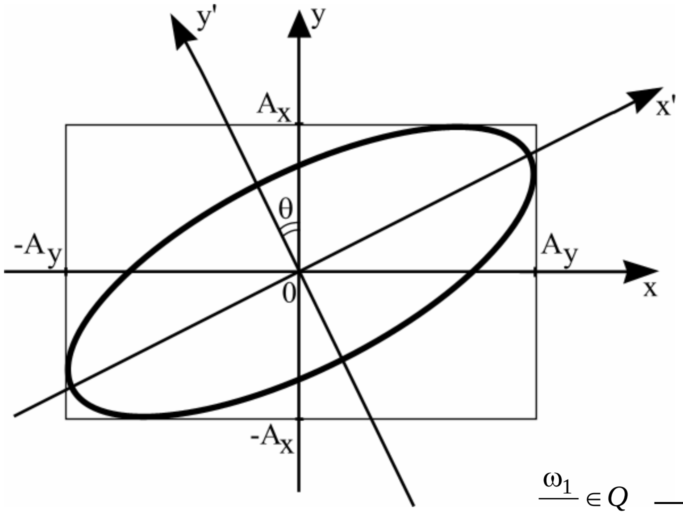
determinarea frecventei sunetului diapazonului

Compunerea oscilaţiilor armonice

c) **Compunerea oscilaţiilor perpendiculare de aceeaşi pulsaţie**

Un oscilator supus acţiunii a două forţe elastice de direcţii perpendiculare, execută oscilaţii armonice individuale de forma:

$$x = A_x \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \quad ; \quad y = A_y \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$



Traiectoria mişcării oscilatorului va fi în acest caz o *elipsă generalizată* :

$$\left(\frac{x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_y}\right)^2 + 2\frac{x}{A_x}\frac{y}{A_y}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$\varphi_2 - \varphi_1 = n\pi \longrightarrow$ Traiectoria este o dreaptă

$\varphi_2 - \varphi_1 = (2n+1)\frac{\pi}{2}$; $A_x = A_y = A$ -Traiectoria este un cerc

$\frac{\omega_1}{\omega_2} \in Q \longrightarrow$ ***figurile lui Lissajoux***

Oscilaţii amortizate

Dacă asupra unui corp (oscilator) de masă *m* acţionează, în afară de forţa elastică, o forţă de rezistenţă (de frecare), proporţională şi de semn contrar cu viteza:

$$F_r = -b\frac{dy}{dt} \quad ; \quad b = \text{const} \qquad [b]_{SI} = kgs^{-1}$$

Principiul al doilea al mecanicii clasice se scrie: $m\frac{d^2y}{dt^2} = -ky - b\frac{dy}{dt}$

Ecuaţia diferenţială a mişcării: $\frac{d^2y}{dt^2} + 2\beta\frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0 \quad ; \quad \beta = \frac{b}{2m}$

i) Dacă frecarea este mare ($\beta > \omega_0$) $\rightarrow$ Miscare *neperiodica*

i) Dacă $\beta = \omega_0$ $\rightarrow$ Miscare *aperiodica*

coeficient de amortizare

iii) Dacă frecarea este mică ($\beta < \omega_0$)

$$[\beta]_{SI} = s^{-1}$$

Soluţia ec. este: $y = Ae^{-\beta \cdot t}\sin(\omega \cdot t + \varphi)$

Pulsaţia oscilaţiilor amortizate: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$

Bibilografie selectivă

- [1] Nicolina POP, Fizica- Elemente fundamentale pentru ingineri , Editura Politehnica, Timişoara, 2013.
- Duşan POPOV, Ioan DAMIAN, *Elemente de Fizică generală*, Editura Politehnica, Timişoara, 2001.
- [2] Minerva CRISTEA, Duşan POPOV, Floricica BARVINSCHI, Ioan DAMIAN, Ioan LUMINOSU, Ioan ZAHARIE, *Fizică – Elemente fundamentale*, Editura Politehnica, Timişoara, 2006.
- [3] I. Luminosu, *Fizica – elemente fundamentale*, Editura Politehnica, 2002.
- [4] O. Aczel, *Mecanică fizică. Oscilaţii şi unde,* Ed. Universităţii Timişoara, 1975.
- [5] A. Hristev , *Mecanică şi acustică*, Ed. Did. şi Pedag., Bucureşti, 1982
- [6] H. Kittel, *Cursul de fizică Berkeley*, Vol. I, II, Ed. Did. şi Pedag., Bucureşti, 1982.
- [8] E. Luca, Gh. Zet şi alţii – *Fizică generală*, Ed. Did. şi Pedag., Bucureşti, 1981.
- [9] T. Creţu – *Fizică generală*, Vol. I şi Vol.II, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1984 şi 1986.