Teoreme şi legi de conservare în dinamica punctului material

Impulsul sau cantitatea de mişcare reprezintă mărimea fizică vectorială:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

$$\boxed{[p]_{SI} = 1\mathrm{Ns}}$$

1. Teorema impulsului

Forţa care acţionează asupra punctului materal este egală cu variaţia impulsului acestuia în unitatea de timp.

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Teoreme şi legi de conservare în dinamica punctului material

Legea de conservare a impulsului:

Dacă rezultanta forţelor care acţionează asupra punctului material este nulă atunci impulsul se conservă.

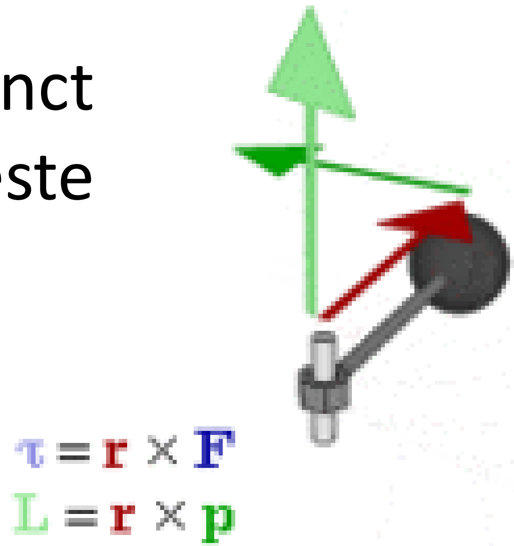
$$\vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{p} = \vec{C}$$

$\vec{C}$ constantă vectorială

Teoreme şi legi de conservare în dinamica punctului material

Momentul cinetic al unui punct material faţă de un punct este vectorul:

$$\vec{J} = \vec{r} \times \vec{p}$$



2. Teorema momentului cinetic

Derivata în raport cu timpul a momentului cinetic al corpului faţă de un pol este egală cu momentul forţei care acţionează asupra acestuia faţă de acelaşi pol:

$$d\vec{J} \,/\, dt = d\left(\vec{r} \times \vec{p}\right) / \, dt = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$$

Legea de conservare a momentului cinetic:

Dacă **momentul forţei rezultante** ce acţionează asupra unuipunct material este nul, atunci **momentul cinetic este constant**.

$$\vec{M} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{J} = \vec{C}$$

De ce patinatorii se rotesc mai repede când îşi apropie mâinile de corp şi ţin picioarele lipite?

Energia mecanică şi teoremele energiei

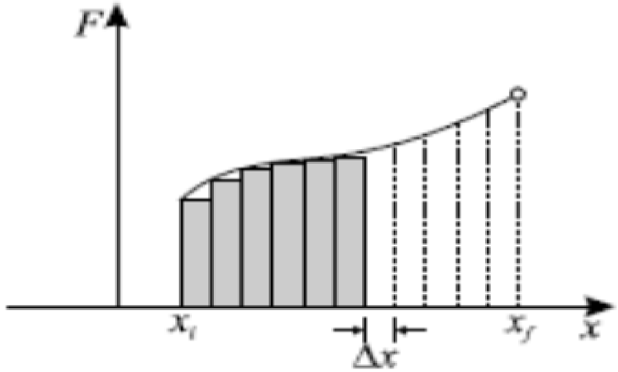
Lucru mecanic

Lucrul mecanic este o mărime fizică scalară ce caracterizează capacitatea unei forţe care acţionează asupra unui corp de a cauza deplasarea punctul său de aplicaţie.

Lucru mecanic elementar este egal cu **produsul scalar** dintre forţă şi deplasare:

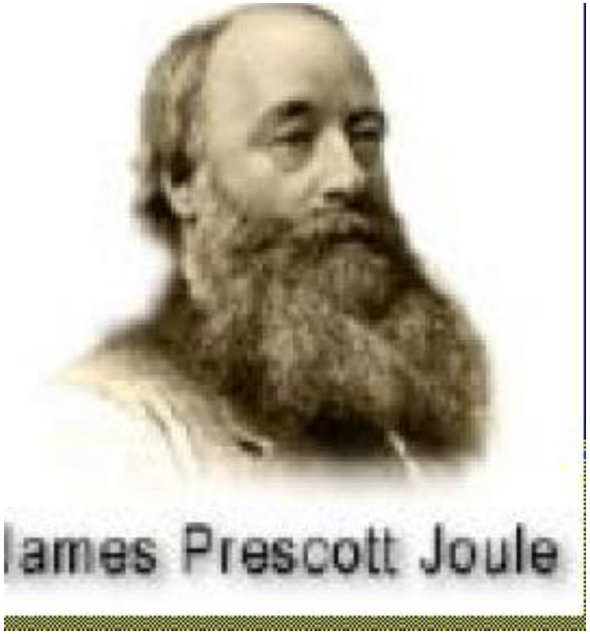
$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$L_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



$$[L]_{S.I.} = 1N \cdot 1m = 1(kg \cdot \frac{m}{s^2}) \cdot 1m = 1kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = 1J$$

Un **Joule** reprezintă lucrul mecanic efectuat de o forţă de 1 N al cărei punct de aplicaţie se deplasează cu 1 m în direcţia şi sensul forţei.

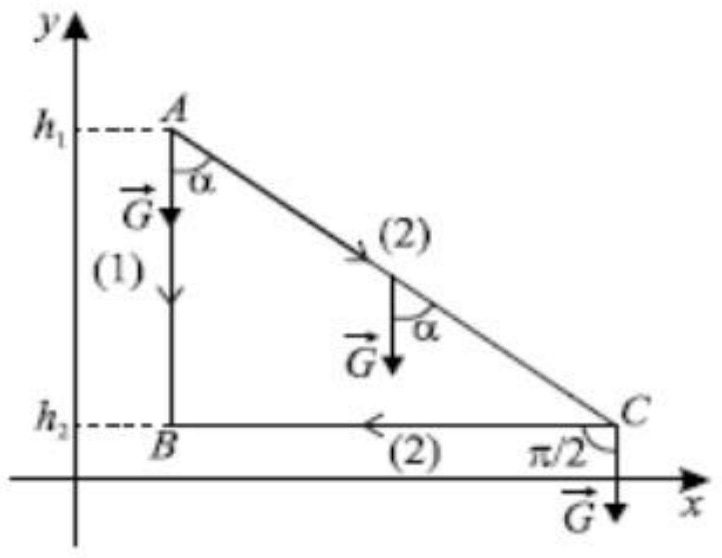


1 Joule = lucrul mecanic necesar pentru a:

- ridica un măr pe distanţa de 1 m;
- ridica cu 10 cm o sticlă de lapte de 1 kg;
- face să lumineze un bec de 100 W timp de 0,01 s

a) Lucrul mecanic al **forţei de greutate**

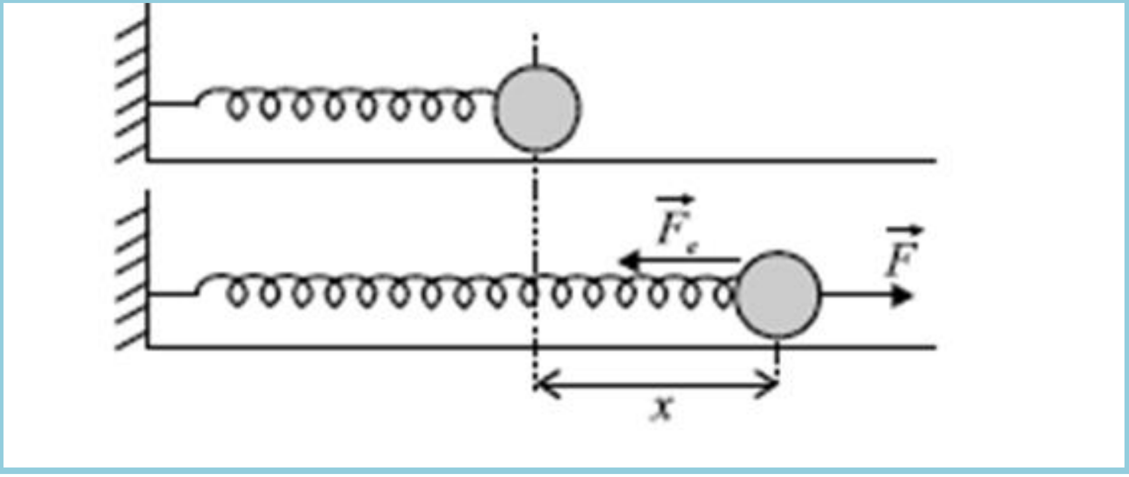
$$L_1 = mg(h_1 - h_2) = -mg\,(h_2 - h_1)$$



b) Lucrul mecanic **al forţei elastice:**

$$L = \int_{x_1}^{x_2} F_e dx = \int_{x_i}^{x_f} -kx dx$$

$$L = -\frac{k}{2}\left(x_f^2 - x_i^2\right) = -\left(\frac{k}{2}x_f^2 - \frac{k}{2}x_i^2\right)$$



Lucru mecanic

O forţă al cărei lucru mecanic depinde doar de poziţiile iniţială şi finală se numeşte forţă conservativă iar regiunea din spaţiu în care acţionează astfel de forţe poartă numele de **câmp conservativ.**

c) Lucrul mecanic **al forţei de frecare:**

$$L = -\mu m g d$$

Obs. Forţele de frecare nu sunt conservative deoarece între două puncte există o infinitate de drumuri pe care lucrul mecanic al forţelor de frecare este diferit.

Energia cinetică

$$E_c = \frac{m\,v^2}{2}$$

$$[E_c]_{S.I.} = 1\,kg \cdot 1\,\frac{m^2}{s^2} = 1\,J$$

Puterea mecanică

$$P = \frac{L}{\Delta t}$$

$$[P]_{S.I.} = \frac{1\,J}{1\,s} = 1\,W$$

$$1\,CP = 746\ \ W$$

Watt este puterea dezvoltată de un corp care efectuează un lucru mecanic de 1 J în timp de 1 s.

$$P = \frac{\vec{F}\,\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \vec{F}\,\vec{v}$$

Energia mecanică .Teoremele energiei

Teorema variaţiei energiei cinetice

Enunt: **Variaţia energiei cinetice** a punctului material între stările (1) şi (2) este egală cu **lucrul mecanic** al rezultantei **forţelor conservative** şi **neconservative** care determină modificarea stării de mişcare:

$$\Delta E_C = L_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Energia potenţială:

Depinde de poziţia în care se află corpul: Ep = Ep(x, z, y)

$$dE_p = \frac{\partial E_p}{\partial x}dx + \frac{\partial E_p}{\partial y}dy + \frac{\partial E_p}{\partial z}dz$$

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x}$$

$$F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y}$$

$$F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial z}$$

$$\vec{F} = -\nabla E_p$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

Energia potenţială:

Câmpuri potenţiale:

- **câmpul gravitaţional:** Ep= mgh
- **câmpul electrostatic**: Ep = qV ;
- **câmpul forţelor elastice:** $Ep = \frac{kx^2}{2}$

Teorema variaţiei energiei potenţiale

Enunt: În câmpul **forţelor conservative**, **variaţia energiei potenţiale** este egală cu **lucrul mecanic** al forţelor **conservative** luat cu semn schimbat: $\Delta E_p = - L_{cons}$

$$L_{12} = \int_1^2 \bar{F}_p d\bar{r} = U(\bar{r}_1) - U(\bar{r}_2)$$

Energia mecanică totală:

Energia mecanică totală a unui punct material (sistem) este dată de suma dintre energia cinetică şi cea potenţială a punctului material (sistemului):

$$E = E_c + E_p$$

Teorema variaţiei energiei mecanice

Enunt: **Variaţia energiei mecanice** a punctului material asupra căruia acţionează atât forţe conservative cât şi forţe neconservative este egală cu **lucrul mecanic** efectuat de **forţele neconservative:**

$$\Delta E = L_{disipativ}$$

Legea conservării energiei mecanice:

Dacă rezultanta forţelor neconservative care acţionează asupra punctului material e nulă atunci energia mecanică se conservă.

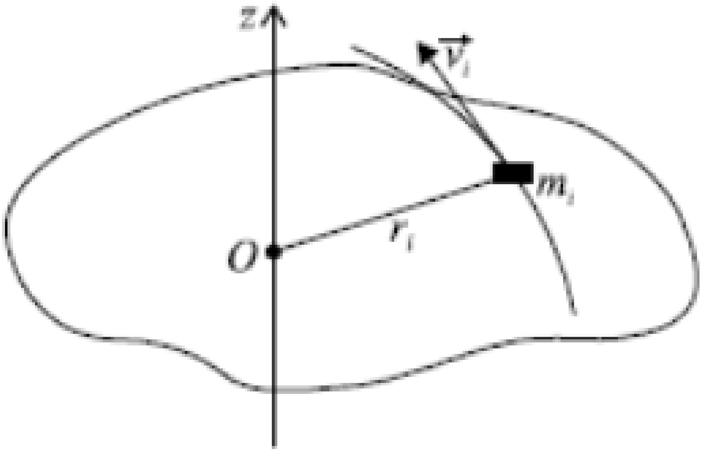
$F_{disipativ} = 0 \Rightarrow L_{disipativ} = 0$ şi ca urmare $E = C$ (C – constantă)

Dinamica sistemelor de puncte materiale

Dacă sistemul mecanic conţine N puncte materiale, atunci asupra fiecărui punct material i, de masă mi, acţionează atât forţe externe Fi cât şi forţe interne din partea celorlalte puncte materiale ale sistemului Fij.

Masa totală a sistemului este:

$$M = \sum_{i=1}^{n} m_i$$



Centrul de masă:

$$\vec{X}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{x}_i$$

Obs: Rezultanta forţelor interne şi momentul rezultant al acestora faţă de orice pol sunt nule.

Cinematica mişcării de rotaţie

Moment de inerţie: $I = \sum_i m_i r_i^2$

Mişcarea de rotaţie	Mişcarea liniară
Viteza unghiulară $\omega = {d\theta}/{dt}$	Viteza liniară $v = {dx}/{dt}$
Acceleraţia unghiulară $\varepsilon = {d\omega}/{dt}$	Acceleraţia liniară $a = {dv}/{dt}$
Momert. rezultat M	Forţa $F = m \cdot a$
Dacă $\varepsilon = ct$, $\omega_f = \omega_i + \varepsilon t$	Dacă $a = ct$, $v_f = v_i + at$
Lucrul mechanic $L = \int_{\theta_i}^{\theta_f} M \, d\theta$	Lucrul mechanic $L = \int_{x_i}^{x_f} F \, dx$
Energia cinetică $E_R = \frac{1}{2} I \omega^2$	Energia cinetică $E_C = \frac{1}{2} m v^2$
Puterea $P = M\omega$	Puterea $P = Fv$
Momentul cinetic $L = I\omega$	Impuls $p = mv$
Momentul forţei $M = {dL}/{dt}$	Forţa $F = {dp}/{dt}$

Bibilografie selectivă

- [1] Duşan POPOV, Ioan DAMIAN, *Elemente de Fizică generală*, Editura Politehnica, Timişoara, 2001.
- [2] Minerva CRISTEA, Duşan POPOV, Floricica BARVINSCHI, Ioan DAMIAN, Ioan LUMINOSU, Ioan ZAHARIE, *Fizică – Elemente fundamentale*, Editura Politehnica, Timişoara, 2006.
- [3] I. Luminosu, *Fizica – elemente fundamentale*, Editura Politehnica, 2002.
- [4] O. Aczel, *Mecanică fizică. Oscilaţii şi unde,* Ed. Universităţii Timişoara, 1975.
- [5] A. Hristev , *Mecanică şi acustică*, Ed. Did. şi Pedag., Bucureşti, 1982
- [6] H. Kittel, *Cursul de fizică Berkeley*, Vol. I, II, Ed. Did. şi Pedag., Bucureşti, 1982.
- [8] E. Luca, Gh. Zet şi alţii – *Fizică generală*, Ed. Did. şi Pedag., Bucureşti, 1981.
- [9] T. Creţu – *Fizică generală*, Vol. I şi Vol.II, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1984 şi 1986.