# Logistická rovnice

Modelem pro růst populací v prostředí s nosnou kapacitou prostředí, který je všeobecně přijímán jako vhodný kompromis mezi přesností popisu a matematickou jednoduchostí je Verhulst-Pearlův model růstu.

## 1 Předpoklady

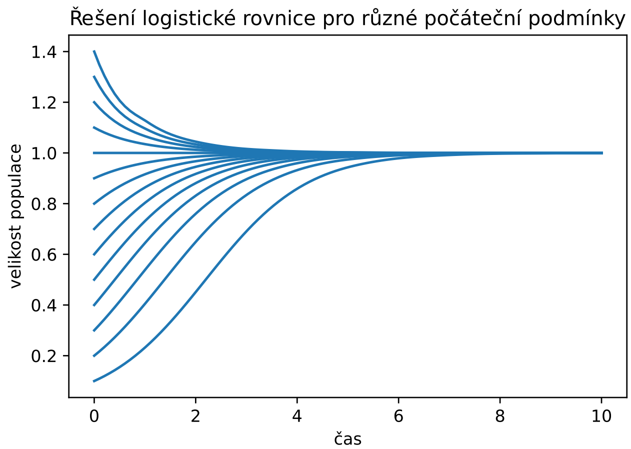
- Rychlost růstu populace vztažená na jedince (per-capita) klesá vlivem vnitrodruhové konkurence.
- Pro jednoduchost předpokládáme lineární pokles, který se zastaví při dosažení nosné kapacity.
- Jinými slovy toto znamená, že rychlost růstu populace v prostředí s omezenou nosnou kapacitou je úměrná současně velikosti této populace a volnému místu v životním prostředí vyjádřenému procentem z obsazené nosné kapacity.

## 2 Model a výstup z modelu

V prostředí o nosné kapacita prostředí $K$ modeluje vývoj populace o velikosti $x$ rovnice

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right),$$

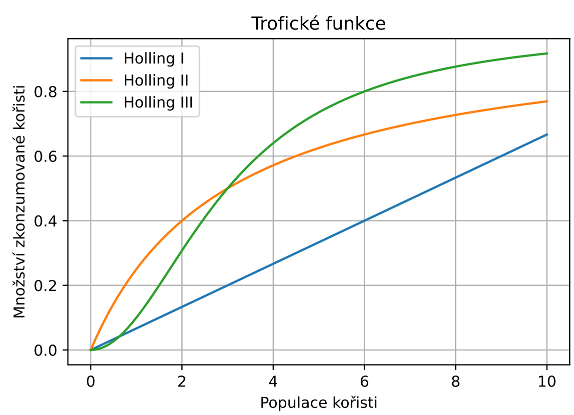
kde $r$ je per-capita rychlostí růstu bez započtení konkurence. Bez újmy na obecnosti (resp. po vhodné volbě jednotky času a jednotky velikosti populace) je možno klást $r = K = 1$.




## 3 Možné modifikace

Logistická rovnice je základní rovnice pro modelování populací. Mnoho obecnějších modelů z této rovnice vychází.

| Modifikace | Tvar rovnice |
|---|---|
| Alleeho efekt | $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)\left(\frac{x}{A} - 1\right)$ |
| Lov konstantní intenzity | $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - h$ |
| Lov s konstantním úsilím | $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - hx$ |
| Populace vystavená predaci | $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - f(x)y$ |
| Konkurence populací | $\begin{cases} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = rx\left(1 - \frac{x - \alpha y}{K}\right) \\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = ry\left(1 - \frac{y - \beta x}{K}\right) \end{cases}$ |




V tabulce jsou $x$ a $y$ velikosti populací a $f(x)$ je trofická funkce dravců. Ostatní parametry jsou zpravidla konstanty. Trofické funkce rozlišujeme podle toho, jaké je chování kořisti, možnosti jejího úkrytu, jaká je strategie predátora a podobně (viz obrázek).