

robert-marik /
math4u

<> Code

Issues 3

Pull requests

Actions

Projects

Security

Ins

math4u / 00031_Glue_Joints / cs_article.md

Robert Marik [Fix image position](#)

6e350bf · last week



274 lines (199 loc) · 11.2 KB

Preview

Code

Blame

Raw



keywords		is_finished
goniometrické funkce	pravoúhlý trojúhelník	true

Lepené Spoje

Ukážeme si jaké je možné praktické využití goniometrických funkcí a vztahů mezi délkami stran pravoúhlého trojúhelníka.

Budeme se zabývat problematikou lepených spojů. Ukážeme si metody, jak rozložit silové namáhání spoje na více složek a na větší plochu a jak určit namáhání takového spoje. Vypočteme, jak se změní namáhání spoje při osovém namáhání tyče nebo nosníku, který není slepen čely, ale spoj je veden šikmo, jak je vidět na obrázku.

= pojem "silové namáhání spoje" by měl být dán do souvislosti se "silovým napětím", protože k tomuto termínu se dále "volně" přejde.



Typy lepených spojů a jejich namáhání

Ze života každý zná spojování materiálů lepením. Pokud na pevnosti výsledného spoje nezáleží, je lepení jedním z nejjednodušších způsobů spojování materiálů. V praxi ovšem často potřebujeme, aby spoj byl trvanlivý a pevný. Tedy aby unesl velké silové zatížení.

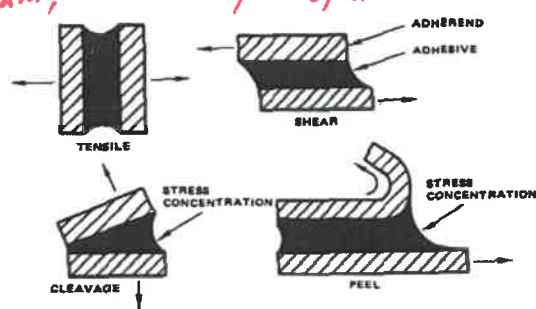
terminologie nerozlišuje mezi silou a napětím.

Lepidla garantují zpravidla odolnost vůči normálovému namáhání tahem a vůči namáhání smykem, které nepřekročí hodnoty dané výrobcem lepidla. Namáháním rozumíme mechanické napětí, které je podílem působící síly a plochy, na kterou síla působí. V případě normálového napětí je uvažována síla kolmá na plochu, v případě namáhání smykem je síla rovnoběžná s plochou. Deformace způsobené těmito silami jsou na obrázku vlevo, přičemž "Tensile" ilustruje normálové namáhání tahem a "Shear" smykové namáhání.

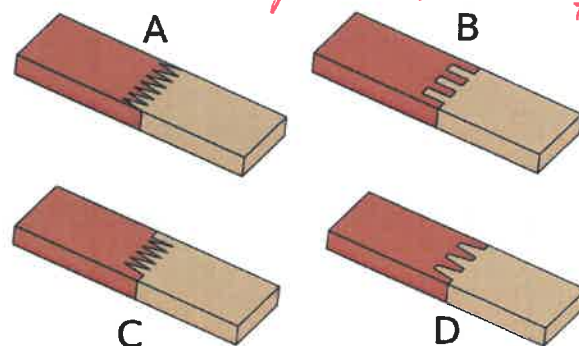
def: OK

v předch. větě se nenahání o silách ale o namáhání

obojí by mělo být namáhání, nebo obojí napětí. Nekonzistentní terminologie snižuje srozumitelnost textu.



Types of stress common to adhesive bonds.



Odolnost spoje souvisí s použitým lepidlem a s lepenými materiály. Údaje lze nalézt u výrobců a mohou vypadat například takto:

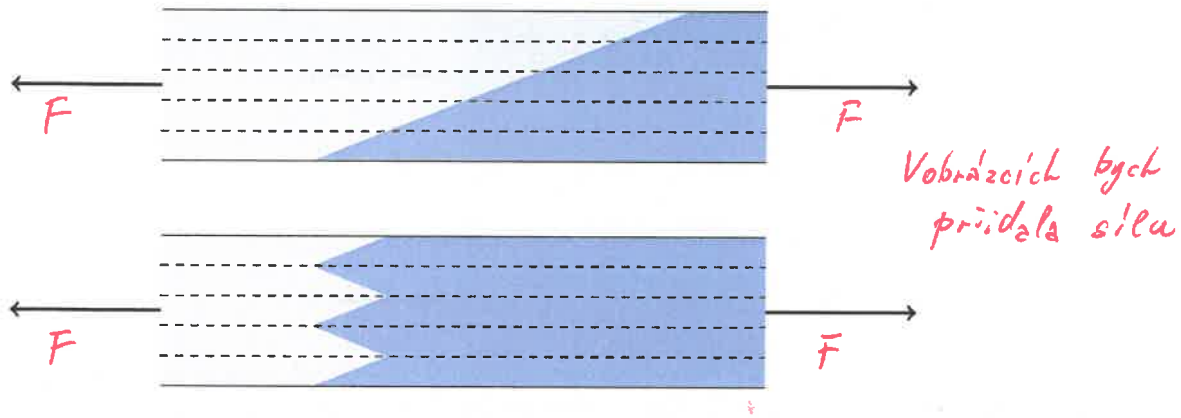
- Spoj lepený vteřinovým lepidlem Loctite 421 má pevnost 18MPa až 26 MPa na oceli a 5MPa až 20MPa na polykarbonátu.
- Spoj lepený disperzním lepidlem Herkules má pevnost ve smyku při lepení dřeva 8MPa.
- Spoj lepený lepidlem MAMUT Glue má pevnost v tahu 2,18MPa a ve smyku 1,40MPa.

Nekonzistentní použití mezer mezi číslem a jednotkou.

Protože namáhání spoje se určuje jako podíl síly a plochy, pro snížení namáhání se snažíme zmenšit silové působení rozložením do více směrů a na větší plochu. Ukázkou jsou spoje na předchozí obrázku vpravo. U spoje B jsou čelní plochy namáhané normálovým napětím doplněny plochami namáhanými čistě smykem.

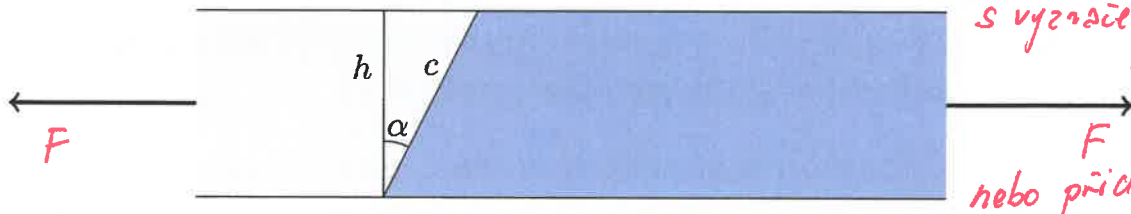
napětí nenamáhá, namáhá síla.

Pro nás bude zajímavější spojení šikmým spojem, protože při něm je spoj vystaven současně normálovému i smykovému namáhání. Poznamenejme, že v praxi šikmý spoj často vidíme realizovaný jinak, než je na úvodním obrázku. Důvod je ten, že je výhodnější mít spoj více skloněný, ale příliš šikmý spoj by zabíral velký prostor. V praxi je proto takový spoj realizován s přerušeními, s otočením každé druhé části a se zarovnáním jednotlivých částí nad sebe.



Namáhání šikmého spoje

Úloha 1. Uvažujme hranol o šířce $b = 4 \text{ cm}$ a výšce $h = 3 \text{ cm}$, který je slepen ze dvou kusů šikmým spojem podle obrázku. Spoj svírá s čelem hranolu úhel $\alpha = 30^\circ$. Hranol je namáhán v ose silou $F = 1,000 \text{ N}$. Vypočtěte namáhání spoje a porovnejte s namáháním v řezu kolmém na osu.



\iffalse

Rozložte vzorce

Řešení. V rovině kolmé na osu má řez tvar obdélníka se stranami b a h . Síla F vyvolá v této rovině tahové napětí $\sigma = \frac{F}{bh} = \frac{1000 \text{ N}}{4 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}} = 833,333 \text{ Pa} = 0,833 \text{ MPa}$.

Zavedení σ_N a σ_G je graficky nezúrovněno. Je to definice σ_N h.l. pojmu Normálové namáhání spoje σ_N vypočteme vztahem $\sigma_N = \frac{F_N}{S}$, kde F_N je velikost normálové síly a S je obsah plochy spoje. Smykové namáhání σ_G vypočteme podobně jako normálové vztahem $\sigma_G = \frac{F_G}{S}$, kde F_G je velikost smykové síly.

! Nekonzistence! ← *Obsah plochy je dále v textu značen A.*
V pravoúhlém trojúhelníku s přeponou F a odvěsnami F_N a F_G můžeme určit vnitřní úhly díky vlastnostem doplňkového a souhlasných úhlů. Z tohoto trojúhelníka, pak získáme velikosti sil F_N a F_G :

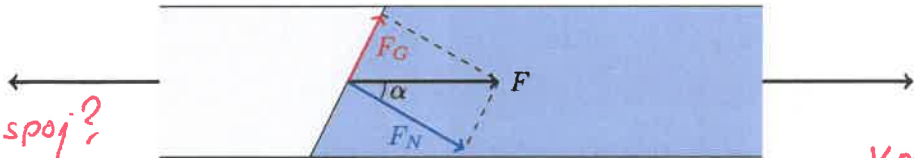
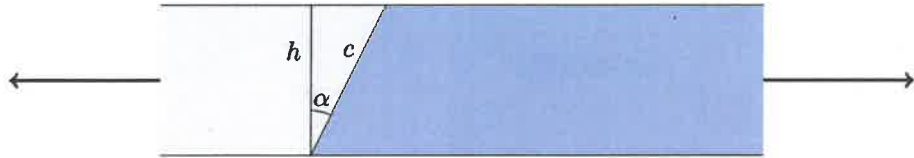
$$F_N = F \cos \alpha$$

$$F_G = F \sin \alpha$$

Označení F_G a σ_G

považují za nevhodné G nijak nesouvisí s úlohou a evokuje souvislost s gravitační silou - což je špatně.

Trojúhelník není nikde vyznačen - to si musíme dovést domyslet i z obrázku, kde je jen rovnoběžník a vyznačen rozklad síly F



ktej spoj?

↓ Oba mají ~~ten~~ tvar obdelníka. I ten kolmý. V obnázku není šířka vyznačena. Zopakovala bych "b".
Spoj bude mít tvar obdelníka. Jedna jeho strana bude rovna šířce nosníku. Délku c druhé strany určíme jako délku přepony pravoúhlého trojúhelníka, ve kterém známe délku odvěsny h a velikost úhlu α mezi odvěsnou a touto stranou.

Tedy $c = \frac{h}{\cos \alpha}$ a $A = bc = \frac{hb}{\cos \alpha}$. \leftarrow Rozbít vzorec

S využitím odvozených vztahů dostáváme pro normálové napětí hodnotu $\sigma_N = \frac{F_N}{A} = \frac{F \cos \alpha}{\frac{hb}{\cos \alpha}} = \frac{F}{hb} \cos^2 \alpha$ a pro smykové napětí hodnotu $\sigma_G = \frac{F_G}{A} = \frac{F \sin \alpha}{\frac{hb}{\cos \alpha}} = \frac{F}{hb} \sin \alpha \cos \alpha$.
 \leftarrow Najednou je namáhání napětím.

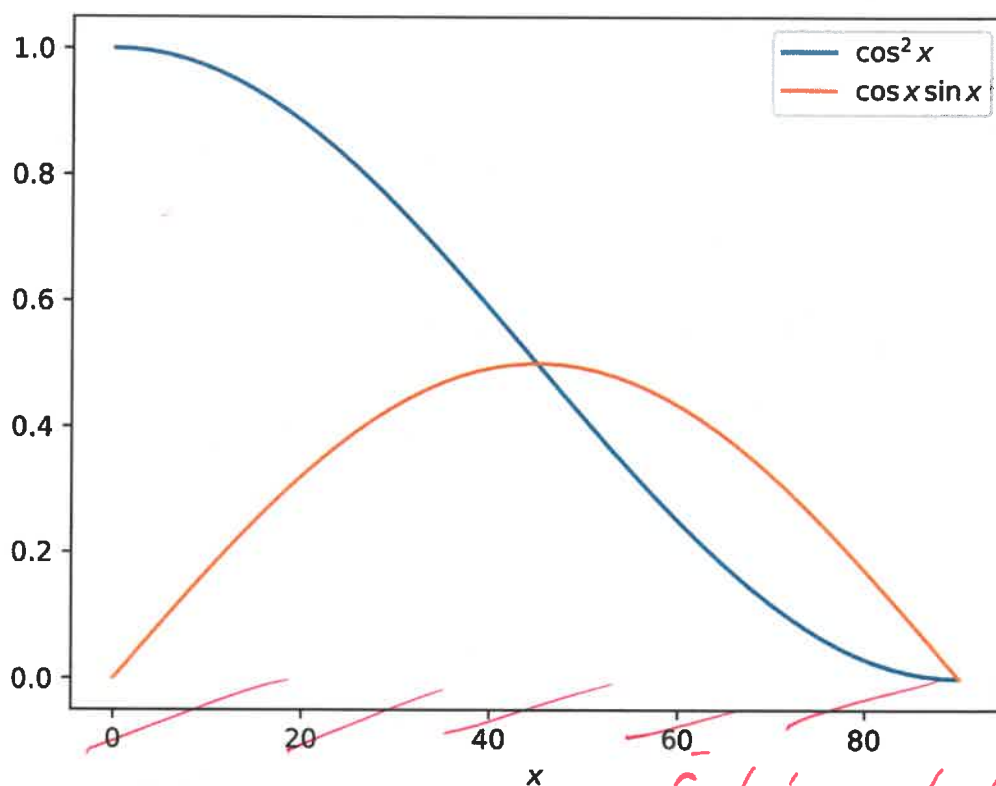
Protože hodnoty goniometrických funkcí $\sin \alpha$ i $\cos \alpha$ udávají, v jakém poměru se rozdělí namáhání tyče na normálovou a smykovou složku, jsou menší než jedna (úhel je nenulový), budou obě hodnoty σ_N i σ_G menší než σ . Průběh funkcí $\sin x \cos x$ a $\cos^2 x$ je na obrázku níže. Pro úhel $\alpha = 30^\circ$ a zadané parametry nosníku a silového působení dostáváme $\sigma_N = 0,625 \text{ MPa}$ a $\sigma_G = 0,361 \text{ MPa}$.

napětí

Tedy konečně působí síla a ne napětí?

\fi

Graf je špatně. Nesedí rozsah na ose x.



Spätný rozsah hodnot.

Úlohy pro samostatnou práci

Úloha 2. Určete, pro jaký úhel bude smykové ~~smykové~~ napětí v Úloze 1 maximální. Určete i odpovídající normálové napětí.

hepěkně formulované. Napětí je ve spoji, ne v úloze.

`\iffalse`

Doporučuje definovat napětí a toho se držet.

(definováno bylo namáhání - vrčovat se má napětí)

Řešení.

V Úloze 1 byl odvozen vzorec pro smykové napětí ve tvaru

$$\sigma_G = \sigma \sin \alpha \cos \alpha.$$

Užitím vzorce pro dvojnásobný úhel dostáváme

$$\sigma_G = \frac{1}{2} \sigma \sin(2\alpha)$$

vysvětlit.

Obrázky by měly mít čísla a podle čísel by měly být odkazy.

a odsud vidíme (viz i obrázek v řešení Úlohy 1), že maximální hodnota smykového napětí je pro úhel $\alpha = 45^\circ$ a v tomto případě bude platit $\sigma_G = \frac{1}{2} \sigma$. Pro normálové napětí jsme odvodili vzorec

$$\sigma_N = \sigma \cos^2 \alpha$$

? z čeho to vidíme?

V En verzi je to trochu vysvětleno.

a pro $\alpha = 45^\circ$ dostáváme $\sigma_N = \frac{1}{2} \sigma$. Při maximálním smykovém napětí tedy budou obě napětí (smykové i normálové) stejné a rovny polovině hodnoty σ . Tato situace nastane pro spoj pod úhlem 45° .

\fi

Úloha 3. Lepidlo garantuje že spoj odolá normálovému namáhání 10, MPa a smykovému namáhání 8, MPa. Jaká maximální síla může zatížit spoj z Úlohy 1? Jak by se odpověď na tuto otázku změnila pro spoj pod úhlem 45° ?

\iffalse

Řešení. Z odvozených vztahů pro obě napětí vyjádříme σ . Získáváme

$$\sigma = \frac{\sigma_N}{\cos^2 \alpha}$$

a

$$\sigma = \frac{\sigma_G}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

Po vyjádření hodnoty napětí pomocí síly ze vzorce $\sigma = \frac{F}{bh}$ a osamostatnění síly dále dostáváme

Nepřekně a stroze formulováno.

$$F = \frac{bh\sigma_N}{\cos^2 \alpha}$$

a

$$F = \frac{bh\sigma_G}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

Yak-to, že pro sílu F jsou 2 vztahy rovné.

Pro rozměry z Úlohy 1 a pro zadané $\sigma_N = 10$, MPa a $\sigma_G = 8$, MPa vypočteme

$$F = \frac{3 \times 4, \text{ cm}^2 \times 10, \text{ MPa}}{\cos^2 30^\circ} = 16,000, \text{ N}$$

a

$$F = \frac{3 \times 4, \text{ cm}^2 \times 8, \text{ MPa}}{\sin 30^\circ \cos 30^\circ} = 22,170, \text{ N}$$

Maximální síla, která může zatížit tento spoj, je tedy 16,000, N.

Pro úhel $\alpha = 45^\circ$ dostáváme podobně hodnoty

Nevysvětleno, proč 16,000 N je maximální možná síla pro namáhání spoje
V angličtině jsem vysvětlující komentáře doplnil.

$$F = \frac{3 \times 4, \text{ cm}^2 \times 10, \text{ MPa}}{\cos^2 45^\circ} = 24,000, \text{ N}$$

a

$$F = \frac{3 \times 4, \text{ cm}^2 \times 8, \text{ MPa}}{\sin 45^\circ \cos 45^\circ} = 19,200, \text{ N}.$$

Odsud vidíme, že maximální síla, která může spoj zatížit, je v tomto případě 19,200, N.

\fi

Závěrečné poznámky

Namáhání v rovině spoje

Studovali jsme síly, které se snaží porušit spoj normálovým namáháním kolmo na spoj a smykovým namáháním. Kromě toho silové působení může ještě v rovině spoje natahovat spoj jako celek. V uvedené analýze nás tato komponenta nezajímala. Je však možné ji obdržet ze vzorce pro normálové napětí σ_N otočením o úhel 90 stupňů.

Analýza defektů

Rozklad namáhání do předem zvolených směrů se používá i v jiných situacích inženýrské praxe, než je lepení. Například pokud je uvnitř namáhaného materiálu trhлина, znalost silového působení umožní zhodnotit rizika dalšího šíření tohoto defektu. Je potom přirozené mechanické namáhání transformovat do směru defektu podobně, jako jsme transformovali do směru spoje.

Mechanické modelování kompozitních materiálů

Nedostatečně okomentovaný výsledek. Proč to vidíme?

*~~Aco~~ co to ukazuje (potvrzuje).
tento výsledek*

další text nekomentuji.

Mechanické namáhání je vhodné transformovat do zkoumaných směrů i při studiu deformace kompozitních materiálů. Může se jednat o umělé kompozity nebo i o kompozity přírodní. Umělé kompozity jsou například materiály vyztužené vlákny. Mezi přírodní kompozity patří i nejrozšířenější konstrukční materiál, dřevo. Tyto kompozity mají díky své struktuře v různých směrech různé vlastnosti a při studiu mechanického působení na takové materiály je jednodušší studovat odděleně namáhání ve směrech, které souvisejí se strukturou tohoto kompozitu. Například namáhání ve směru ztužujících vláken u umělých kompozitů nebo namáhání v podélném směru (po letech) u dřeva. Obecně se jedná o namáhání v osách nebo rovinách symetrie materiálu. V těchto směrech je známa reakce materiálu na namáhání. Reakci na namáhání v jiných směrech můžeme určit tak, že namáhání rozložíme do jednotlivých směrů, určíme odpovídající deformace a informace opět složíme abychom získali celkovou reakci materiálu. Inženýři tuto problematiku znají jako tzv. transformaci tenzorů a mají celou řadu technik, jak rychle a efektivně úlohy zadaného typu řešit.

Literatura a odkazy

Literatura

- <https://www.lepidlatmely.cz/loctite-421-20-g-vterinove-lepidlo/>, online, 2024-04-28
- <https://www.druchema.cz/z1530-herkules-250g>, online, 2024-04-28
- <https://www.deko.ee/en/a/mamut-glue-25ml-25-ml>, online, 2024-04-29

Zdroje obrázků

- <https://theepoxyexperts.com/general-bonding-design-guideline/>
- <https://homemade-furniture.com/woodworking-joints/finger-joint/>
- https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Glue_Bottle_-_The_Noun_Project.svg