TRAB FETRANS

Data	@July 8, 2024
Status	Não iniciada
Área	fetrans ufsc

Boltzmann

Ludwig Boltzmann foi um físico, responsável pela equação de transporte, que descreve a evolução de distribuições de partículas em um sistema físico, analisando do ponto de visto microscópico, de forma mais rigorosa.

A equação do transporte de boltzmann descreve a evolução temporal das distribuições de partículas em um sistema físico. Ela é fundamental para o entendimento de fenômenos como o transporte de partículas em gases rarefeitos e outros meios, fora de equilíbrio.

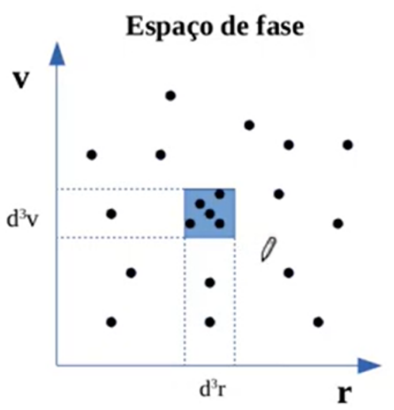
Para a equação de transporte de Boltzmann utilizamos as seguintes hipóteses:

- **Gás rarefeito**, que possui o livre caminho médio é muito maior que o comprimento efetivo associado as forças intermoleculares. Ou seja, o comprimento de ação das forças é pequeno em comparação a distância entre colisões sucessivas. Isso permite que a gente utilize o principio do **caos molecular** que diz que as velocidades das particulas na colisão estão descorrelacionadas. Então após 1 colisão de duas particulas, elas vão se colidir com tantas outras, que não possui uma 'memória' sobre a colisão anterior. $\lambda >> L_{FI}$
    - Obs: livre caminho médio é a distância percorrida por uma partícula antes de colidir com outra partícula
- O livrre caminho médio é muito menor que qualquer comprimento macroscópico, de modo que os efeitos de parede ou geométrica, podem ser desprezados. $\lambda << L$
- As componentes r, v, t são independentes da função distribuição.

Ao considerar a função de distribuição $f(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{v}, t)$, temos:

Número de partículas no volume do **espaço de fase** $d^3r\, d^3v$:

$$N(t) = F(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3r d^3v = F(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mu(t)$$



$d^3_r = dx\, dy\, dz$

$d^3_v = dv_x\, dv_y\, dv_z$

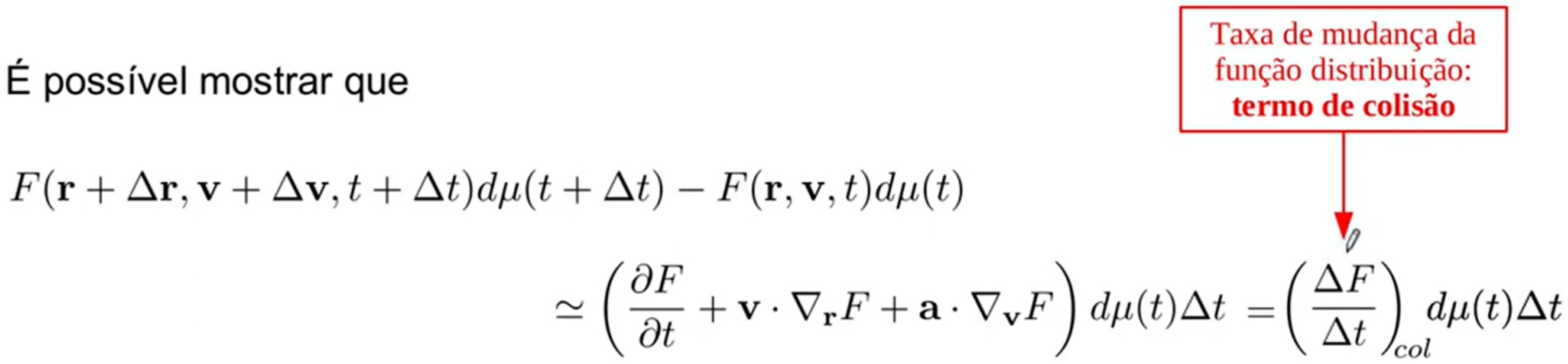
O **número de partículas** dentro deste volume se **altera** ao longo do espaço e tempo devido às **colisões**. Assim,

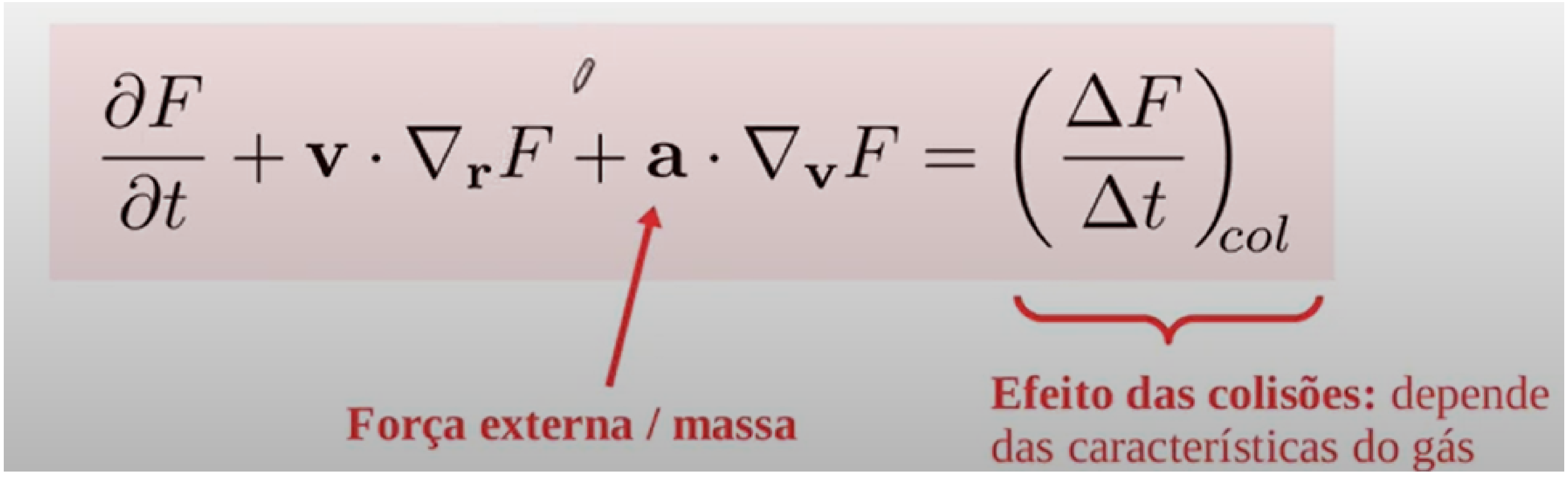
$$N(t + \Delta t) - N(t) = \Delta N_{\text{col}}$$

$$F(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, \mathbf{v} + \Delta\mathbf{v}, t + \Delta t) d\mu(t + \Delta t) - F(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mu(t) = \Delta N_{\text{col}}$$

Essa diferença no número de partículas ao longo do tempo, pode ser descrita como a equação diferencial abaixo, a partir de uma expansão de série de Taylor (não entrei no detalhe). Essa equação para a função de distribuição $f(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{v}, t)$

descreve a densidade de partículas no espaço de fase (espaço das coordenadas espaciais e velocidades):





Ou seja, essa função relaciona a variação da função de distribuição ao longo do tempo, a variação da função de destruição no espaço, em função de forças externas (termo "a", como a aceleração).

Ao desconsiderar qualquer termo externo, temos de evolução da distribuição, que considera o efeito das colisões em um tempo e frequência definidos:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\vec{v}.\nabla f=\Omega(f)$$

Onde:

- $\vec{r}$ é a posição no espaço
- $\vec{v}$ é a velocidade da partícula
- t é o tempo
- ∇ é o operador gradiente em relação as coordenadas espaciais
- $\Omega(f)$ é o operador de colisão, que descreve as interações entre as partículas, onde $\Omega(f)=-\frac{f-f^{eq}}{\tau}$

💡 **Essa equação descreve como a função de distribuição f muda ao longo do tempo devido ao movimento das partículas e as colisões entre elas.**

Ela é uma equação integral, e portanto pode ser bastante complexa de resolver diretamente em muitos casos práticos.

Método Lattice Boltzmann

Esse método é uma combinação de dois conceitos na física e na matemática computacional.

Lattice (rede)

Refere-se a uma estrutura discreta, geralmente em forma de grade ou rede, na qual são discretizados os espaços de

Boltzmann

O nome do físico comentado anteriormente.

posição e velocidade das partículas de um fluido simulado.

Portanto, o método Lattice Boltzmann combina esses dois conceitos, ao usar uma abordagem de rede discreta, para simular o comportamento de fluidos, inspirado nos princípios estatísticos e na equação de Boltzmann. Esse método modela os fluxos de fluidos, representando o movimento das partículas dele através de um conjunto discreto de velocidades possíveis em uma rede (lattice).

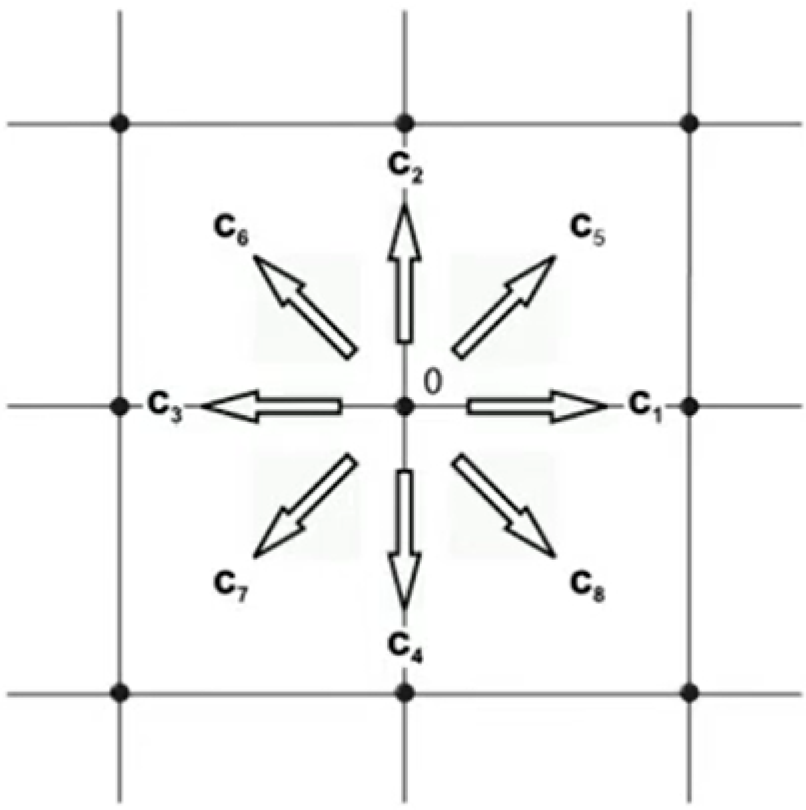
É uma técnica numérica desenvolvida nos anos 80, para resolver problemas de dinâmica de fluidos computacional (CFD) de uma maneira eficiente e paralelizável. A ideia principal é simular o comportamento macroscópico de um fluido, através da evolução de distribuições de probabilidade que descrevem a densidade e o movimento das partículas do fluido em cada célula da rede. Essas distribuições de probabilidade são atualizadas iterativamente com base em regras de colisão e propagação que são derivadas da equação de Boltzmann na mecânica estatística.

Uma das vantagens desse método é sua capacidade de lidar com geometrias complexas e condições de contorno de forma relativamente simples, além de paralelizável.

A equação de boltzmann é difícil de resolver. Por isso, existe esse método, que considera um número limitado de velocidades possíveis, discretizando o espaço de velocidades, e também o tempo. Esse método foi criado em 1997, e mais tarde foi reanalisado para considerar gradientes térmicos de forma mais ampla, por um professor da UFSC.

Nesse método se considera que a função de distribuição pode ser associada por um número pequeno de velocidades, como mostra a figura ao lado. Com isso, conseguimos simular/modelar o fluxo de partículas do fluido.

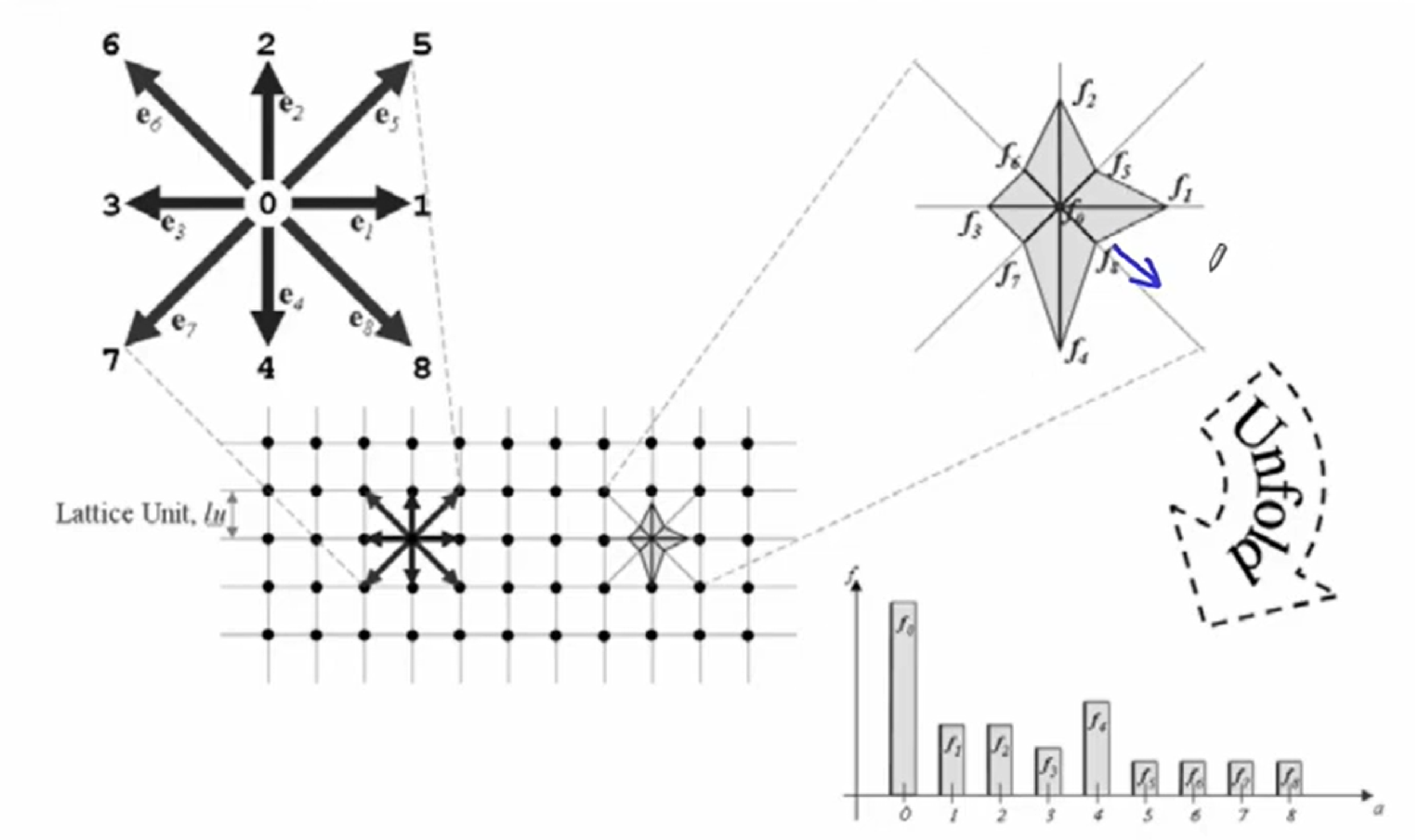
A distribuição de velocidades discreta $f_i(x,t)$ representa o número de partículas com velocidade c_i no sítio x e no tempo t.



Para esse método é comum considerar a massa de partículas como unitária. E a densidade e a quantidade de movimento da função de distribuição discreta $f_i(x,t)$:

$$\rho(\mathbf{x}) = mn = \sum f_i \qquad \rho(\mathbf{x})\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum f_i c_i$$

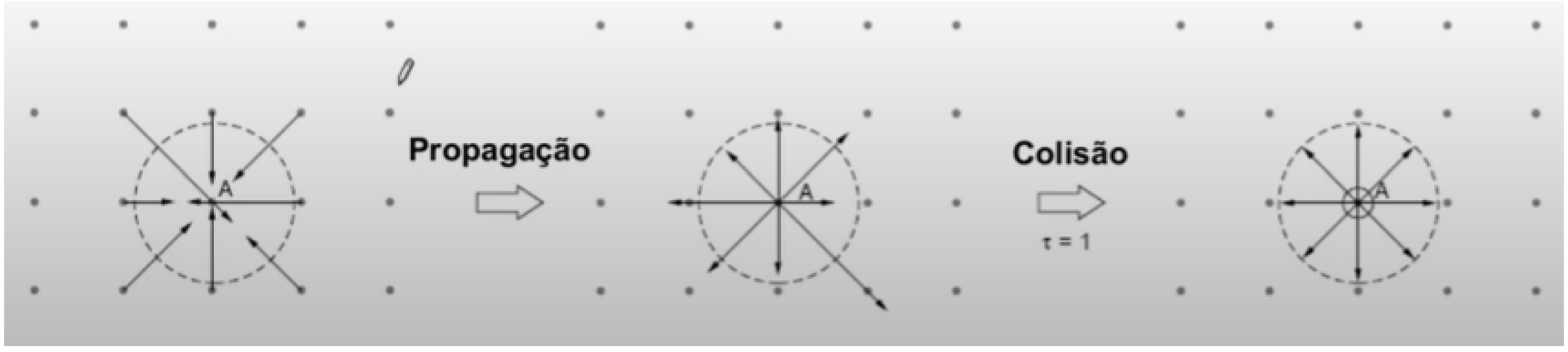
Temos então uma rede discreta, onde as partículas são encontradas em alguns pontos específicos do domínio, e podem se deslocar com um número de velocidades finito. Ao verificar a função de distribuição, podemos notar a probabilidade de movimentação das partículas em determinadas direções.



> 💡 **A ideia do método lattice boltzmann é alterar a função de distribuição em cada tempo, sucessivamente, devido a colisões. Essa alteração na função de distribuição deve ser de acordo com o operador de colisões.**

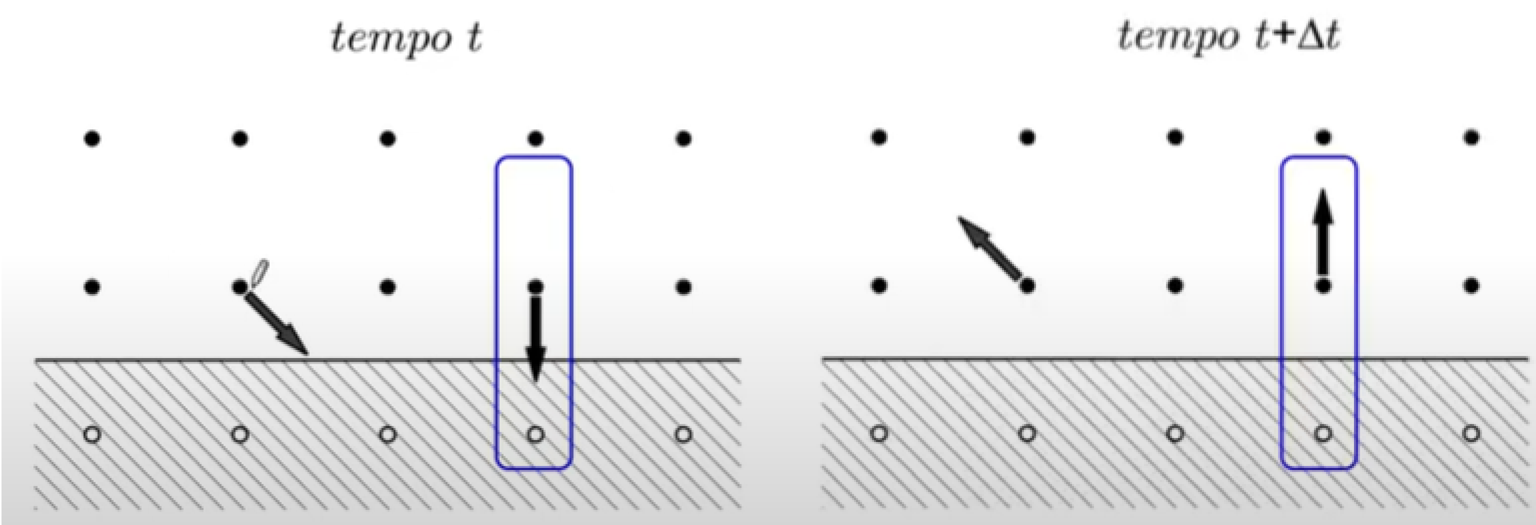
Nesse método temos duas fases:

- Propagação, onde as partículas estão viajando para algum sítio (e provavelmente mais de uma partícula estará tentando ir para 1 mesmo sítio).
- Colisão, quando as partículas chegam em um sítio, e no caso de mais de uma, irão de colidir (e voltar a se propagar.



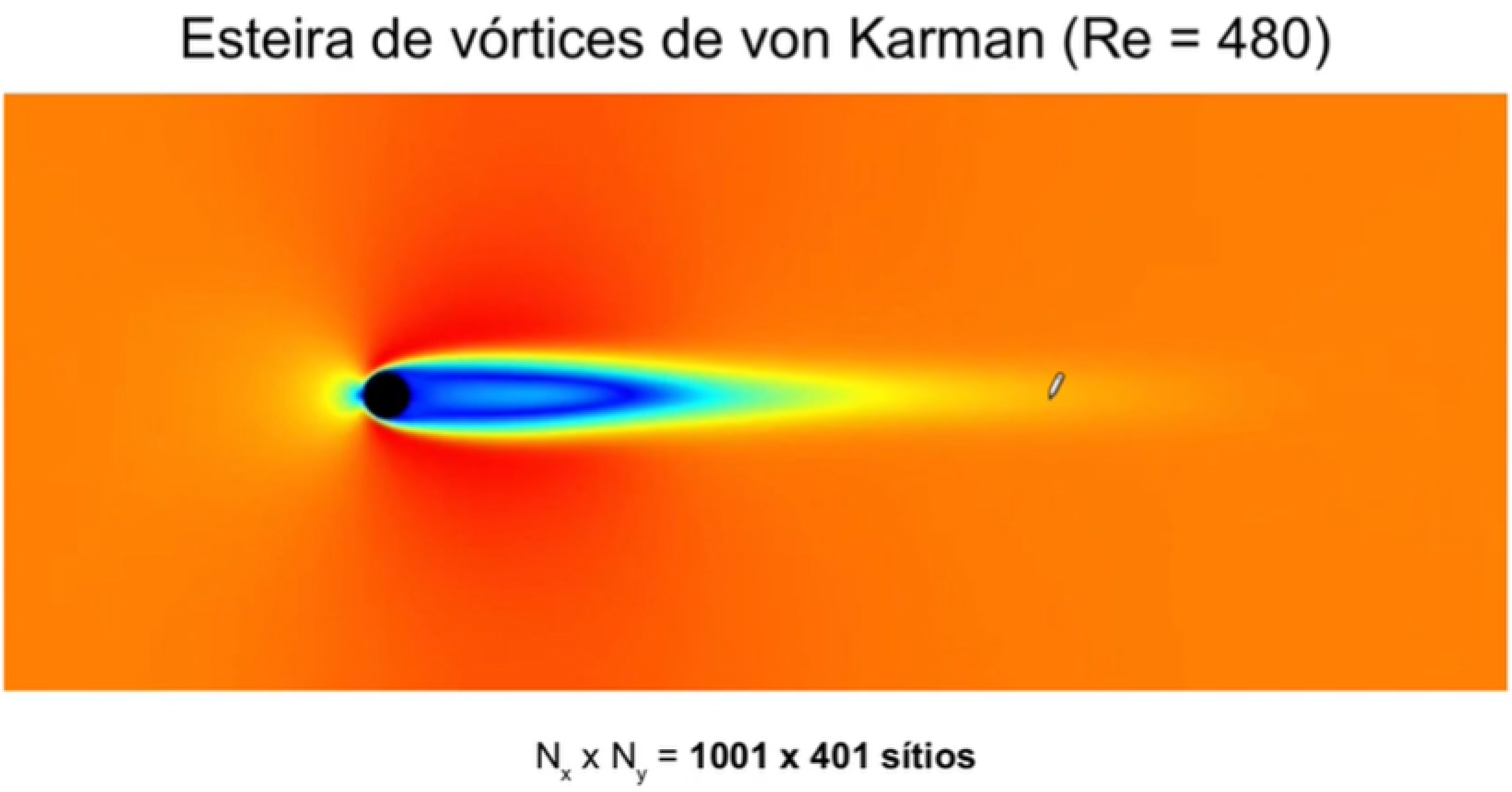
$$f_i(x+c_i\Delta t, t+\Delta t)=f_i(x,t)-\frac{f_i(x,t)-f_i^{eq}(\rho, u^{eq})}{\tau}$$

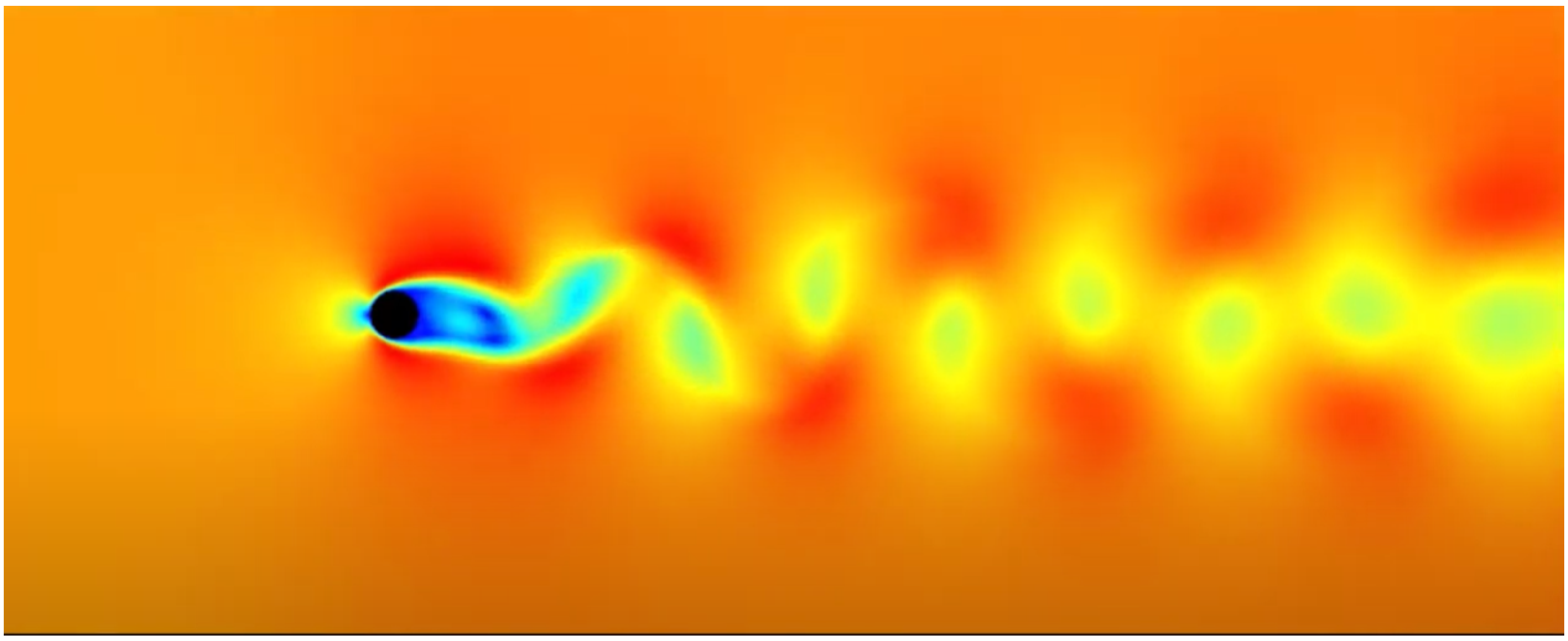
Para representar a condição de não escorregamento, utiliza-se a condição de bounce-back, onde um grupo de partículas se aproxima da parede num tempo t, e volta em um tempo $t+\Delta t$ em direção oposta. Com isso, a velocidade junto a parede será zero.



Aplicações do método

Esteira de von Karman





Temos uma simulação em duas dimensões, com um pequeno cilindro no ambiente. O escoamento se desenvolve, e a partir de um determinado momento há formação de pequenos vórtices que desprendem atrás do cilindro. Essa é a razão pelas vibrações em aeronaves, nos trens de pouso. Essa oscilação no campo de velocidade leva a uma oscilação no campo de pressão.

Como implementar