

# Solutions to Exercises 7 for *Introduction to Logic*

Robert Craven and Florian Steinberger

## Exercise 7.1

1. Show  $\neg\neg t, p \rightarrow \neg t, \neg\neg t \rightarrow \neg q, p \vee (q \vee r) \vdash r$ .

1. $\neg\neg t$	(P1)
2. $p \rightarrow \neg t$	(P2)
3. $\neg\neg t \rightarrow \neg q$	(P3)
4. $p \vee (q \vee r)$	(P4)
5. $\neg p$	2,1,(MT)
6. $q \vee r$	4,5,(DS1)
7. $\neg q$	1,3,(MP)
8. $r$	6,7,(DS1)

2. Show  $p \rightarrow q \vee (r \wedge s), t \rightarrow q \vee (r \wedge s) \vdash p \vee t \rightarrow q \vee (r \wedge s)$ .

1. $p \rightarrow q \vee (r \wedge s)$	(P1)
2. $t \rightarrow q \vee (r \wedge s)$	(P2)
3. $p \vee t \rightarrow q \vee (r \wedge s)$	1,2,(DIS)

3. Show  $(p \wedge q) \wedge r \vdash r \vee s$ .

1. $(p \wedge q) \wedge r \vdash r \vee s$	(P1)
2. $r$	1,(SIMP2)
3. $r \vee s$	2,(ADD1)

4. Show  $p \wedge (q \wedge r) \vdash r \vee s$ .

1. $p \wedge (q \wedge r) \vdash r \vee s$	(P1)
2. $q \wedge r$	1,(SIMP2)
3. $r$	2,(SIMP2)
4. $r \vee s$	3,(ADD1)

5. Show  $p \vee q, p \rightarrow r, \neg r \vdash q \vee s$ .

1. $p \vee q$	(P1)
2. $p \rightarrow r$	(P2)
3. $\neg r$	(P3)
4. $\neg p$	2,3,(MT)
5. $q$	1,4,(DS1)
6. $q \vee s$	5,(ADD1)

6. Show  $(p \wedge q) \vee r, r \rightarrow \neg q, \neg\neg(q \wedge r) \vdash p$ .

1. $(p \wedge q) \vee r$	(P1)
2. $r \rightarrow \neg q$	(P2)
3. $\neg\neg(q \wedge r)$	(P3)
4. $q \wedge r$	3,(DN2)
5. $r$	4,(SIMP2)
6. $\neg q$	5,2,(MP)
7. $q$	4,(SIMP1)
8. $p$	7,6,(ECQ)

7. Show  $(p \wedge q) \wedge r, p \rightarrow \neg s, q \rightarrow \neg t \vdash \neg s \wedge \neg t$ .

1. $(p \wedge q) \wedge r$	(P1)
2. $p \rightarrow \neg s$	(P2)
3. $q \rightarrow \neg t$	(P3)
<hr/>	
4. $p \wedge q$	1,(SIMP1)
5. $p$	4,(SIMP1)
6. $q$	4,(SIMP2)
7. $\neg s$	5,2,(MP)
8. $\neg t$	6,3,(MP)
9. $\neg s \wedge \neg t$	7,8,(CON)

8. Show  $\neg p \wedge q, p \vee (r \rightarrow \neg q), \neg r \rightarrow \neg\neg(s \wedge t), \neg\neg t \vee r \vdash s \wedge t$ .

1. $\neg p \wedge q$	(P1)
2. $p \vee (r \rightarrow \neg q)$	(P2)
3. $\neg r \rightarrow \neg\neg(s \wedge t)$	(P3)
4. $\neg\neg t \vee r$	(P4)
<hr/>	
5. $\neg p$	1,(SIMP1)
6. $r \rightarrow \neg q$	2,5,(DS1)
7. $q$	1,(SIMP2)
8. $\neg\neg q$	7,(DN1)
9. $\neg r$	6,8,(MT)
10. $\neg\neg(s \wedge t)$	9,3,(MP)
11. $s \wedge t$	10,(DN2)