Sieci Petriego – przykład użycia BibTeXa

Marcin Szpyrka

1 Wprowadzenie

Niniejszy artykuł zawiera elementarne wiadomości na temat sieci Petriego [7, 1]. Stanowi on demonstrację korzystania z bibliografii w formacie BibTeX.

2 Sieci Petriego

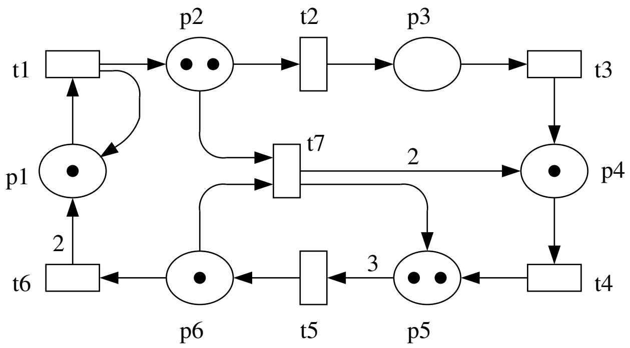
Sieci Petriego są graficznym i matematycznym narzędziem modelowania, stosowanym w wielu różnych dziedzinach naukowych. Naturalnym zjawiskiem w sieciach Petriego jest współbieżność wykonywanych akcji, stąd też są one najczęściej postrzegane jako narzędzie do modelowania systemów współbieżnych ([4, 10]). Sieci, których definicja została rozbudowana o model czasu, mogą być stosowane do modelowania systemów czasu rzeczywistego ([3]).

Rozważany formalizm zawdzięcza swój początek pracy naukowej Carla A. Petriego opublikowanej w roku 1962 ([7]). W wyniku ponadczterdziestoletniego rozwoju tej teorii powstało wiele różnych klas sieci i rozszerzono zakres ich zastosowań.

Sieć Petriego, niezależnie od klasy, przedstawiana jest jako graf dwudzielny. Może ona mieć strukturę hierarchiczną, co znacznie ułatwia modelowanie złożonych systemów. Sieć Petriego jest nie tylko graficzną reprezentacją danego systemu, ale – ze względu na możliwość symulacji jej pracy (najczęściej wspomaganej przez odpowiednie narzędzia komputerowe) – staje się jego wirtualnym prototypem. Najistotniejszym elementem pozostaje jednak bardzo rozbudowana teoria, umożliwiająca formalną analizę takiego modelu.

Najczęściej spotykaną w literaturze klasą sieci Petriego są *sieci miejsc i przejść* (*PT-sieci – Place Transition nets* [6, 8, 11]). Są one podstawowym językiem modelowania współbieżności i synchronizacji procesów dyskretnych, a także stanowią (stanowiły) punkt wyjścia do definiowania wielu innych klas sieci. Najistotniejsze cechy tej klasy sieci to prosta struktura oraz duża różnorodność i łatwość stosowania metod analizy.

PT-sieć jest definiowana jako piątka $\mathcal{N} = (P, T, A, W, M_0)$. Symbole P, T i A oznaczają odpowiednio zbiór miejsc, przejść i łuków sieci. Funkcja $W\colon A \to \mathbb{N}$ jest *funkcją wag łuków*, przyporządkowującą każdemu łukowi sieci liczbę naturalną, interpretowaną jako jego *waga* (*krotność*). Wagi łuków reprezentowane są graficznie za pomocą etykiet umieszczanych przy odpowiednich łukach. Przy opisie sieci pomijane są wagi równe 1. Funkcja $M_0\colon P \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ określa znakowanie początkowe, tzn. początkowy rozkład *znaczników* (żetonów) w miejscach sieci. Znaczniki reprezentowane są graficznie za pomocą kropek umieszczanych wewnątrz elips symbolizujących miejsca sieci lub – w sytuacji gdy liczba znaczników jest duża – za pomocą etykiet zawierających informację o liczbie znaczników. Przykład sieci miejsc i przejść przedstawiono na rysunku 1.



Rysunek 1: Przykład sieci miejsc i przejść

Znakowanie sieci zapisywane jest zazwyczaj w postaci wektora, na przykład: $M_0 = (1,2,0,1,2,1)$ w przypadku sieci z rysunku 1. Jest ono interpretowane jako stan modelowanego systemu i ulega zmianie w wyniku tzw. *wykonywania przejść*. Przejście $t \in T$ jest *aktywne* przy znakowaniu M, jeżeli każde z jego miejsc wejściowych zawiera co najmniej tyle znaczników, ile wynosi waga łuku prowadzącego od tego miejsca do przejścia t. Jeżeli przejście jest aktywne, to może zostać wykonane, w wyniku czego usuwane są znaczniki z jego miejsc wejściowych, a dodawane są znaczniki do jego miejsc wyjściowych. Liczbę dodawanych i usuwanych znaczników określają wagi odpowiednich łuków.

W przypadku sieci z rysunku 1, przy znakowaniu początkowym aktywne są przejścia $t1$, $t2$, $t4$, $t6$ i $t7$. Wykonanie każdego z nich prowadzi odpowiednio do znakowań $M_1 = (1,3,0,1,2,1)$, $M_2 = (1,1,1,1,2,1)$, $M_4 = (1,2,0,0,3,1)$, $M_6 = (3,2,0,1,2,0)$ i $M_7 = (1,1,0,3,3,0)$. Przejścia $t3$ i $t5$ nie są aktywne, ponieważ, odpowiednio: miejsce $p3$ jest puste, a miejsce $p5$ zawiera zbyt mało znaczników (wymagane są co najmniej trzy znaczniki).

Rozszerzenie sieci miejsc i przejść o model czasu pozwala na stosowanie ich do modelowania systemów czasu rzeczywistego. Istnieje wiele różnych klas sieci Petriego, które zostały rozbudowane o model czasu, ciekawe ich porównanie można znaleźć w pracy [9]. Do najczęściej stosowanych zaliczane są *proste sieci czasowe* ([2]) i *przedziałowe sieci czasowe* ([5]).

W pierwszym przypadku, każde z przejść sieci ma przypisaną nieujemną liczbę wymierną $\sigma(t)$ i jeżeli przejście t staje się aktywne, to musi zostać wykonane dokładnie $\sigma(t)$ jednostek czasu później, chyba że przestanie być w tym czasie aktywne w wyniku wykonania innego przejścia.

W przypadku sieci przedziałowych, każde z przejść ma przypisane dwie wartości $\sigma_{min}(t)$ i $\sigma_{max}(t)$. Wartość $\sigma_{min}(t)$ określa minimalny czas, jaki musi upłynąć od momentu aktywowania przejścia t do jego wykonania, a $\sigma_{max}(t)$ określa maksymalny czas, przez jaki przejście t może czekać na wykonanie. Druga z tych liczb może być liczbą niewłaściwą ($+\infty$).[3]

Dokładniejszy opis wszystkich wymienionych klas sieci Petriego, a także przegląd metod ich analizy można znaleźć w monografii [11].

Literatura

[1] Petri Nets World. http://www.informatik.uni-hamburg.de/TGI/PetriNets.

[2] U. A. Buy and R. H. Sloan. Analysis of real-time programs with simple time Petri nets. In *Proceedings of the International Symposium on Software Testing and Analysis*, pages 228–239, New York, USA, 1994. ACM Press.

[3] A. M. K. Cheng. *Real-time Systems. Scheduling, Analysis, and Verification*. Wiley Interscience, New Jersey, 2002.

[4] K. Jensen. *Coloured Petri Nets. Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use*, volume 1–3. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1992-1997.

[5] P. M. Merlin and D. J. Faber. Recoverability of communication protocols – implications of a theoretical study. *IEEE Transactions on Communications*, COM-24(7):381–404, 1976.

[6] T. Murata. Petri nets: Properties, analysis and applications. *Proceedings of the IEEE*, 77(4):541–580, 1989.

[7] C. A. Petri. Communication with automata. Technical report, New York, 1965. English translation of *Kommunikation mit Automaten*, PhD Dissertation, University of Bonn, 1962.

[8] W. Reisig. *Sieci Petriego*. WNT, Warszawa, 1988.

[9] S. Samolej and T. Szmuc. Time extensions of Petri nets for modelling and verification of hard real-time systems. *Computer Science*, 4:55–76, 2002.

[10] P. H. Starke. *Sieci Petri. Podstawy, zastosowania, teoria*. PWN, Warszawa, 1987.

[11] M. Szpyrka. *Sieci Petriego w modelowaniu i analizie systemów współbieżnych*. WNT, Warszawa, 2008.