Całka Riemanna

Niech dana będzie funkcja ograniczona *f*: $[a, b] \to \mathbb{R}$. *Suma częsciowa* (Riemanna) nazywa się liczbą

$$R_{f,P(q_1,\ldots,q_n)} = \sum_{i=1}^{n} f(q_i) \cdot \Delta p_i.$$

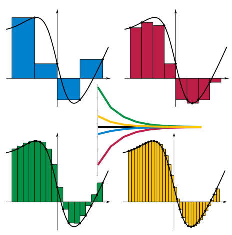
Funkcję f nazywa się *całkowalną w sensie Riemanna* lub krótko *R-całkowalną*, jeśli dla dowolnego ciągu normalnego (P^k) podziałów przedziału $[a, b]$, istnieje (niezależna od wyboru punktów pośrednich) granica

$$R_f = \lim_{k\to\infty} R_{f,P^k(q_1^k,\ldots,q_n^k)}$$

nazywana wtedy **całką Riemanna** tej funkcji. Równoważnie: jeżeli istnieje taka liczba R_f, że dla dowolnej liczby rzeczywistej $\varepsilon > 0$ istnieje taka liczba rzeczywista $\delta > 0$, że dla dowolnego podziału $P(q_1, \ldots, q_n)$ o średnicy $diam\ P(q_1, \ldots, q_n) < \delta$ bądź też w języku rozdrobnień: że dla dowolnej liczby rzeczywistej $\varepsilon > 0$ istnieje taki podział $S(t_1, \ldots, t_m)$ przedziału $[a, b]$, że dla każdego podziału $P(q_1, \ldots, q_n)$ rozdrabniającego $S(t_1, \ldots, t_m)$ zachodzi

$$\left|R_{f,P(q_1,\ldots,q_n)} - R_f\right| < \varepsilon.$$

Funkcję f nazywa się wtedy całkowalną w sensie Riemanna (R-całkowalną), a liczbę R_f jej całką Riemanna.



Rysunek 1: obraz