

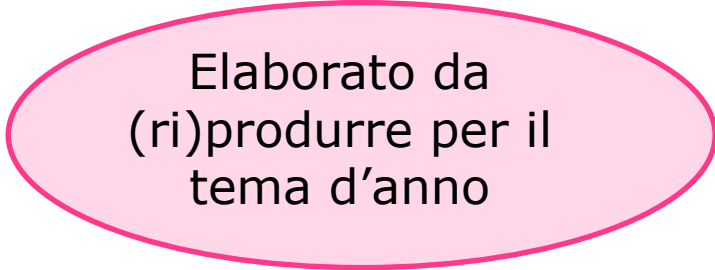
Il progetto del solaio

Parte 1

Ottobre 2015

Prof. Rita Greco

Progetto degli elementi strutturali

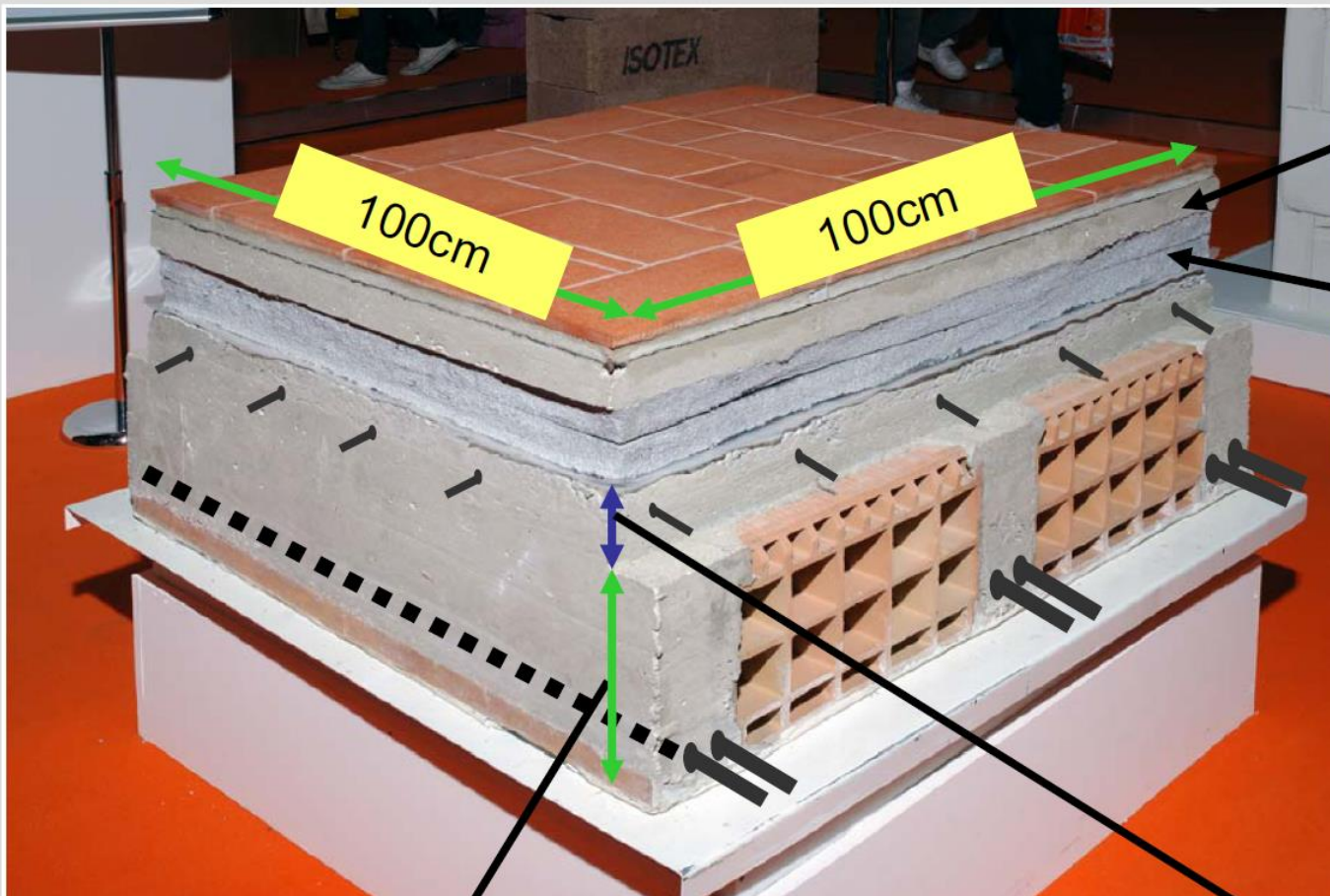


Elaborato da
(ri)produrre per il
tema d'anno

0. Disegno della carpenteria

1. **Analisi dei carichi unitari**
2. **Schema statico**
3. **Schema di carico**
4. **Sollecitazioni**
5. **Progetto delle armature (c.a.)**
6. **Verifiche**

Analisi dei carichi unitari



massetto
sottopavimento (sp.
5-10cm) **[G2]**

isolante termo-
acustico **[G2]**

altezza della nervatura di cls = altezza
pignatta (12÷35cm) **[G1]**

altezza soletta cls
(4÷5cm) **[G1]**

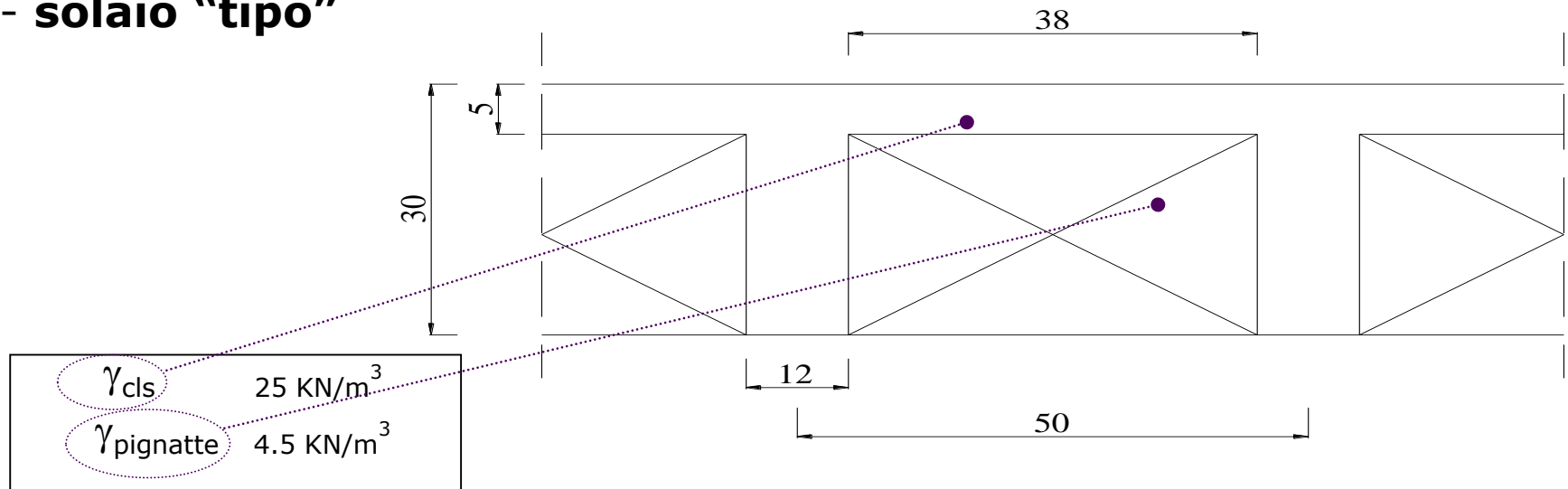


MATERIALI	PESO UNITÀ DI VOLUME [kN/m ³]
Calcestruzzi cementizi e malte	
Calcestruzzo ordinario	24,0
Calcestruzzo armato (e/o precompresso)	25,0
Calcestruzzi “leggeri”: da determinarsi caso per caso	14,0 ÷ 20,0
Calcestruzzi “pesanti”: da determinarsi caso per caso	28,0 ÷ 50,0
Malta di calce	18,0
Malta di cemento	21,0
Calce in polvere	10,0
Cemento in polvere	14,0
Sabbia	17,0
Metalli e leghe	
Acciaio	78,5
Ghisa	72,5
Alluminio	27,0
Materiale lapideo	
Tufo vulcanico	17,0
Calcare compatto	26,0
Calcare tenero	22,0
Gesso	13,0
Granito	27,0
Laterizio (pieno)	18,0
Legnami	
Conifere e pioppo	4,0 ÷ 6,0
Latifoglie (escluso pioppo)	6,0 ÷ 8,0
Sostanze varie	
Acqua dolce (chiara)	9,81
Acqua di mare (chiara)	10,1
Carta	10,0
Vetro	25,0
Per materiali non compresi nella tabella si potrà far riferimento a specifiche indagini sperimentali o a normative di comprovata validità assumendo i valori nominali come valori caratteristici.	

Tabella 3.1.I
Pesi specifici dei principali materiali da costruzione

Analisi dei carichi unitari

- solaio "tipo"

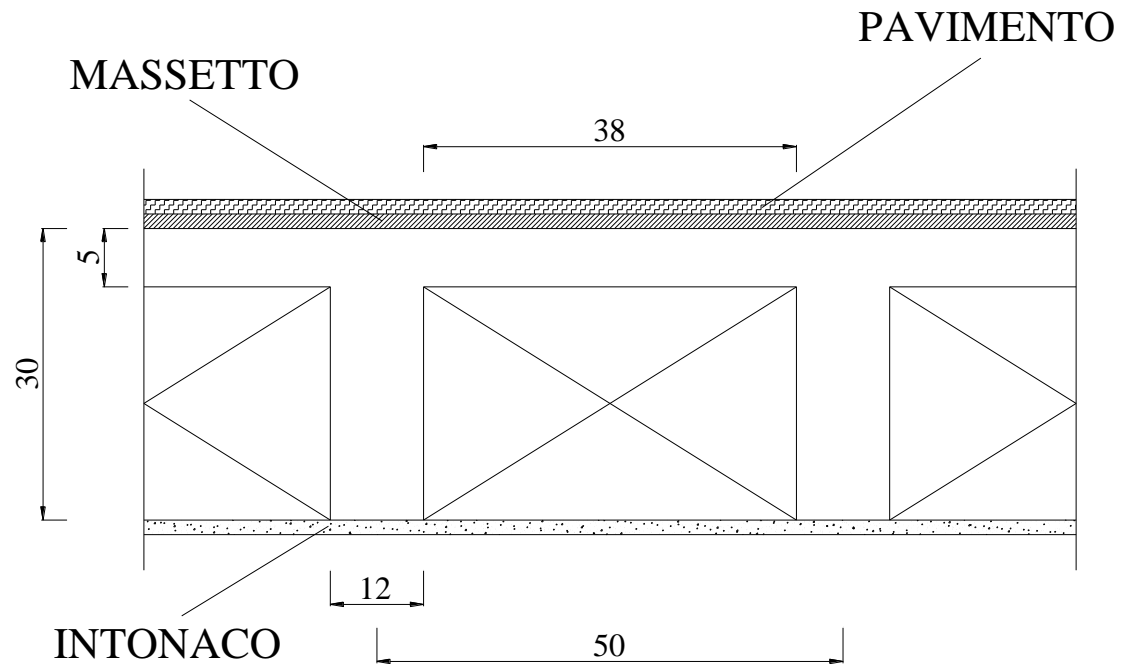


Peso Proprio Solaio

Pignatte	$2 \times (1 \times 0.38 \times 0.25) \times 4.5$	$=$	0.855	KN/m ²
Soletta	$(1 \times 1 \times 0.05) \times 25$	$=$	1.25	KN/m ²
Travetti	$2 \times (1 \times 0.12 \times 0.25) \times 25$	$=$	1.5	KN/m ²
Totale rustico			3.61	KN/m²

G1

Elementi non strutturali del solaio



Sovraccarico Permanente				
Pavimento		$(1 \times 1 \times 0.02) \times 30 =$	0.6	KN/m²
Massetto		$(1 \times 1 \times 0.02) \times 15 =$	0.3	KN/m²
Intonaco Intradosso			0.3	KN/m²
		Totale sovraccarico	1.20	KN/m²

G2

Tramezzi Interni					
Forati		$(1 \times 1 \times 0.08) \times 12 =$		0.96	KN/m²
Intonaco		$2 \times 0.3 =$		0.6	KN/m²
			Totale	1.56	KN/m²

Considerando per il tramezzo un'altezza di **2.70 m**, si ricava il peso proprio di tramezzo al metro lineare, pari a **$g_2 = 4,21 \text{ kN/m}$** .

Per gli orizzontamenti degli edifici per abitazioni e uffici, il peso proprio di elementi divisori interni potrà essere ragguagliato ad un carico permanente portato uniformemente distribuito g_{2k} , purché vengano adottate le misure costruttive atte ad assicurare una adeguata ripartizione del carico. Il carico uniformemente distribuito g_{2k} ora definito dipende dal peso proprio per unità di lunghezza G_{2k} delle partizioni nel modo seguente:

- per elementi divisori con $G_{2k} \leq 1,00 \text{ kN/m}$: $g_{2k} = 0,40 \text{ kN/m}^2$;
- per elementi divisori con $1,00 < G_{2k} \leq 2,00 \text{ kN/m}$: $g_{2k} = 0,80 \text{ kN/m}^2$;
- per elementi divisori con $2,00 < G_{2k} \leq 3,00 \text{ kN/m}$: $g_{2k} = 1,20 \text{ kN/m}^2$;
- per elementi divisori con $3,00 < G_{2k} \leq 4,00 \text{ kN/m}$: $g_{2k} = 1,60 \text{ kN/m}^2$;
- per elementi divisori con $4,00 < G_{2k} \leq 5,00 \text{ kN/m}$: $g_{2k} = 2,00 \text{ kN/m}^2$.

Elementi divisori interni con peso proprio maggiore devono essere considerati in fase di progettazione tenendo conto del loro effettivo posizionamento sul solaio.

DM 14 gennaio 2008 – Norme tecniche per le costruzioni

Cap. 3 AZIONI SULLE COSTRUZIONI

Tab. 3.1.II - Valori dei carichi imposti per le diverse categorie d'uso delle costruzioni

Cat.	Ambienti	q_k [kN/m ²]	Q_k [kN]	H_k [kN/m]
A	Ambienti ad uso residenziale			
	Aree per attività domestiche e residenziali (comprese le camere e le corsie degli ospedali; le camere, le cucine e i bagni degli alberghi e degli ostelli)	2,00	2,00	1,00
	Scale comuni	4,00	4,00	1,00
	Balconi e ballatoi	4,00	3,00	1,00
B	Uffici			
	Cat. B1 Uffici non aperti al pubblico	2,00	2,00	1,00
	Cat. B2 Uffici aperti al pubblico	3,00	2,00	1,00
	Scale comuni, balconi e ballatoi	4,00	4,00	1,00
C	Ambienti suscettibili di affollamento			
	Cat. C1 Aree con tavoli, quali scuole, caffè, ristoranti, sale per banchetti, lettura e ricevimento	3,00	3,00	1,00
	Cat. C2 Aree con posti a sedere fissi, quali chiese, teatri, cinema, sale per conferenze e attesa, aule universitarie e aule magne	4,00	4,00	1,00
	Cat. C3 Ambienti privi di ostacoli al movimento delle persone, quali musei, sale per esposizioni, aree d'accesso a uffici, alberghi e ospedali, atri di stazioni ferroviarie	5,00	5,00	1,00
	Cat. C4. Aree con possibile svolgimento di attività fisiche, quali sale da ballo, palestre, palcoscenici.	5,00	5,00	1,00
	Cat. C5. Aree suscettibili di grandi affollamenti, quali edifici per eventi pubblici, sale da concerto, palazzetti per lo sport e relative tribune, gradinate e piattaforme ferroviarie.	5,00	5,00	3,00
	Scale comuni, balconi e ballatoi	Secondo categoria d'uso servita, con le seguenti limitazioni		
		≥ 4,00	≥ 4,00	≥ 2,00
D	Ambienti ad uso commerciale			
	Cat. D1 Negozi	4,00	4,00	1,00
	Cat. D2 Centri commerciali, mercati, grandi magazzini	5,00	5,00	1,00
	Scale comuni, balconi e ballatoi	Secondo categoria d'uso servita		
E	Aree per immagazzinamento e uso commerciale			

**Azioni variabili
per il solaio
dell'impalcato
"tipo"**

Progetto degli elementi strutturali

- 1. Analisi dei carichi unitari**
- 2. Schema statico**
- 3. Schema di carico**
- 4. Sollecitazioni**
- 5. Progetto delle armature (c.a.)**
- 6. Verifiche**

I MODELLI : Scelta schemi strutturali

Gli schemi strutturali assunti nell'analisi dell'edificio hanno spesso un valore puramente teorico, in quanto **stabiliscono sulla carta i comportamenti degli elementi, dei materiali e dei vincoli**.

E' sempre difficoltoso passare dagli schemi strutturali alle strutture reali:

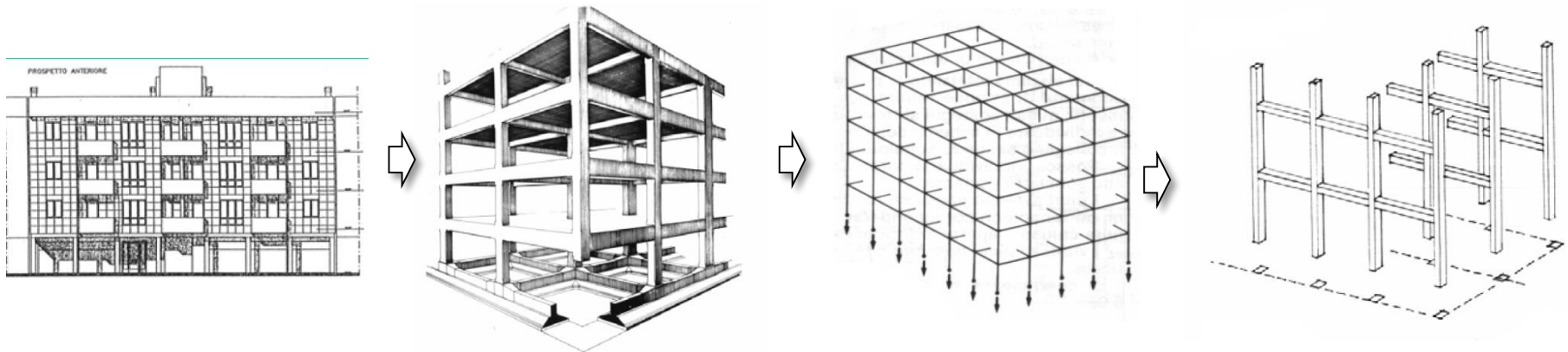
- gli **schemi semplici** sono più facili da studiare ma possono trascurare contributi rilevanti;
- essi, nella loro semplicità, consentono di **predimensionare** gli elementi, prima di effettuare un calcolo più laborioso.

Ipotesi semplificative e le approssimazioni

- Vengono descritte solo le **caratteristiche rilevanti** del fenomeno considerato.
- Gli elementi ritenuti **inessenziali** dal progettista sono **trascurati**, e sono evitate inutili complicazioni che **non portano apprezzabili miglioramenti** nei risultati

La schematizzazione dell'intero edificio richiederebbe il ricorso a modelli articolati e generalmente molto complessi.

Per guadagnarne in semplicità operativa, l'ingegnere spesso ricorre alla segmentazione dell'intera struttura in **sottomodelli parziali** che a loro volta possono essere **ulteriormente frazionati** con lo scopo di esaminare nel dettaglio il **comportamento statico locale** di elementi o parti di elementi strutturali più o meno significativi, avendo però l'accortezza di **non perdere mai di vista le strette connessioni che intercorrono fra i submodelli ed il modello generale.**

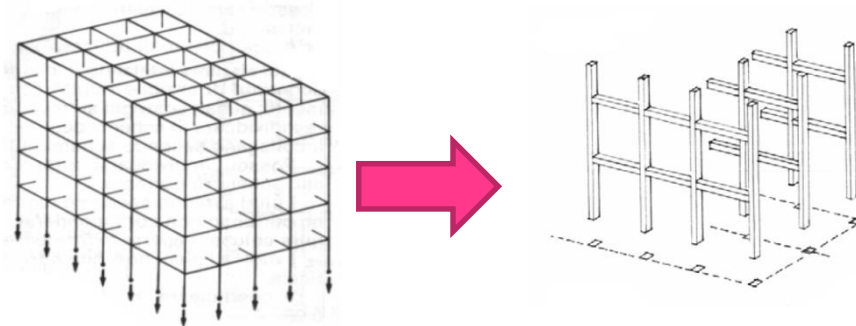


Si trascura
l'interazione con la
non-struttura

Individuazione
del telaio
spaziale

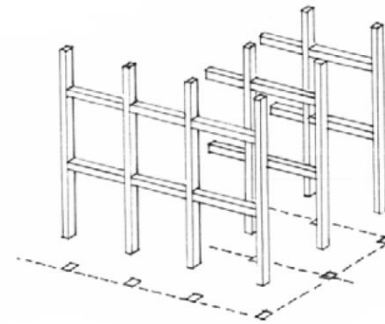
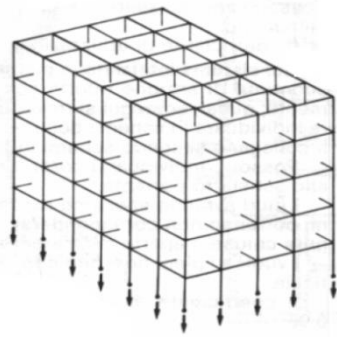
Scomposizione
in telai piani

Nonostante oggi si disponga di efficaci strumenti di analisi automatica che rendono possibili simulazioni numeriche di tali effetti spaziali a costi relativamente modesti, varie considerazioni inducono, in genere, a non adottare modelli di analisi più complessi che risultino in grado di considerare le **caratteristiche tridimensionali** effetto delle solidarizzazioni prodotte in fase costruttiva dai getti di completamento.



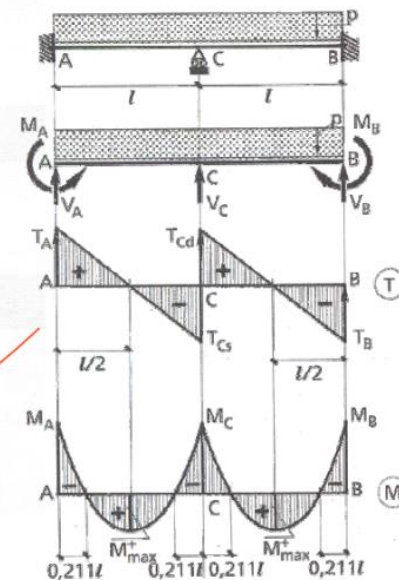
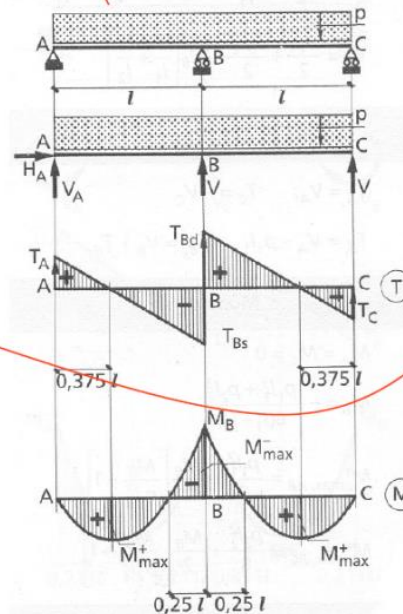
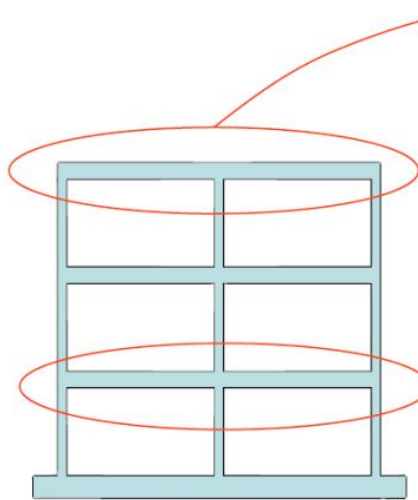
I modelli piani consentono di dotare ciascun telaio o solaio della capacità di resistere alle azioni di calcolo autonomamente, e cioè indipendentemente dalla circostanza che essi possano giovare della solidarietà di quelli contigui.

È invece necessario associare al calcolo numerico dei modelli parziali piani, quanto meno una indagine qualitativa dei fenomeni secondari e locali .



I modelli parziali riconducono il comportamento dell'organismo strutturale a sistemi piani fra loro indipendenti, costituiti da elementi monodimensionali con comportamento alla De Saint Venant.

Spesso si ricorre ad ulteriori semplificazioni estraendo schemi parziali più semplici anche se più approssimati che velocizzano l'analisi e la rendono più facilmente controllabile



MODELLI PER IL SOLAIO

Generalmente per il calcolo di un solaio si ricorre all'utilizzo di modelli semplificati che riducono il comportamento statico del generico travetto a quello di una semplice « **trave inflessa** » nel proprio piano verticale, ipotizzandolo **completamente scollegato trasversalmente dagli altri**.

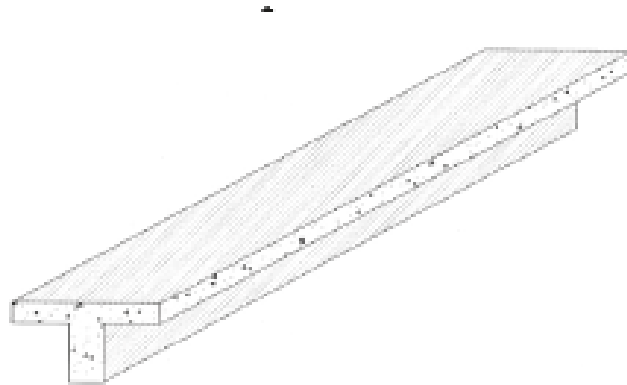


Fig. 8.16 – Modello semplificato a «striscia elementare».

Un siffatto modello, pur se indispensabile per ridurre l'onerosità dei calcoli altrimenti richiesti, non deve far dimenticare che **grazie ai getti in opera, il solaio ha un comportamento a piastra**

La corretta previsione delle sollecitazioni che andranno a cimentare le sezioni caratteristiche di un solaio dipende:

- **dalla scelta di un adeguato modello di calcolo;**
- **dall'individuazione di un corretto schema di carico.**

La scelta del modello è fondamentale influenzata dal tipo di azione esterna rispetto alla quale si vuole valutare la risposta. Un submodello scelto con lo scopo di esaminare gli effetti delle azioni verticali, difficilmente potrà essere adeguato per analizzare gli effetti delle azioni orizzontali o delle variazioni termiche.

LA STRISCIA ELEMENTARE

I solai in latero-cemento sono senz'altro da considerare quali elementi strutturali bidimensionali; ciò nonostante, **per azioni ortogonali al piano del solaio**, nella pratica progettuale, si fa costante riferimento al modello semplificato di **« striscia elementare »**

Questo corrisponde al singolo travetto comprensivo della parte di soletta racchiusa nell'interasse di due travetti adiacenti.

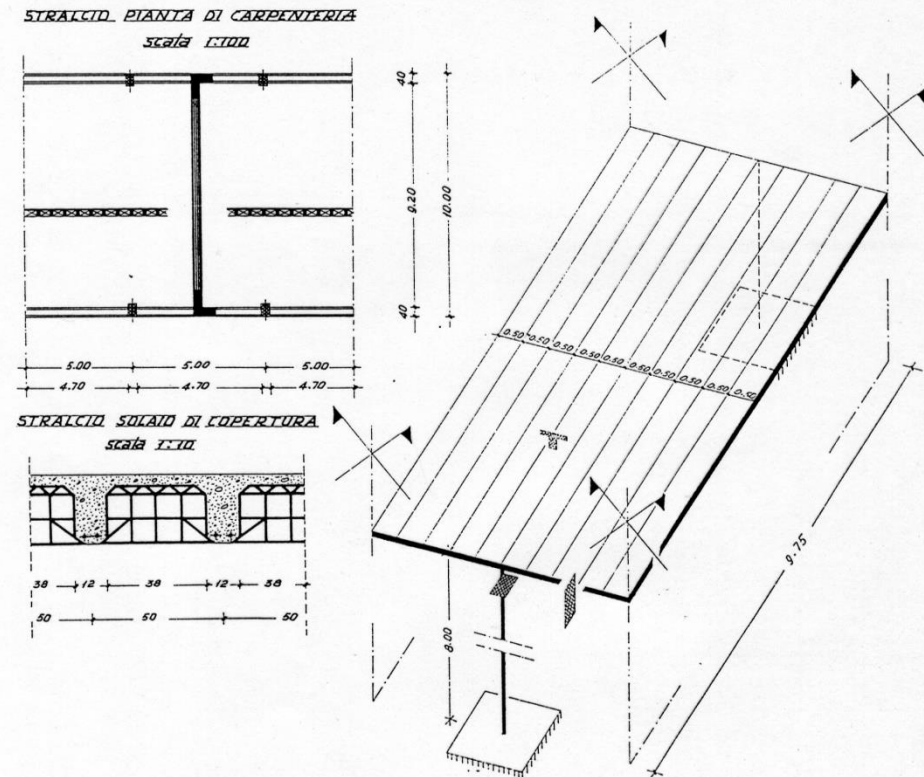
I VINCOLI

Pur nell'ambito di questa prima drastica semplificazione, per individuare compiutamente il modello parziale, occorre definire i **vincoli cui assoggettare la «striscia elementare»**.

Questi sono esplicitati dal complesso strutturale costituito dalle travi e dai pilastri cui i solai si attestano.

Tale schematizzazione è tutt'altro che agevole poiché condizionata da molteplici fattori che, influenzandosi mutuamente, complicano non poco la scelta di semplici modelli di vincolo che possano fedelmente simulare la realtà strutturale.

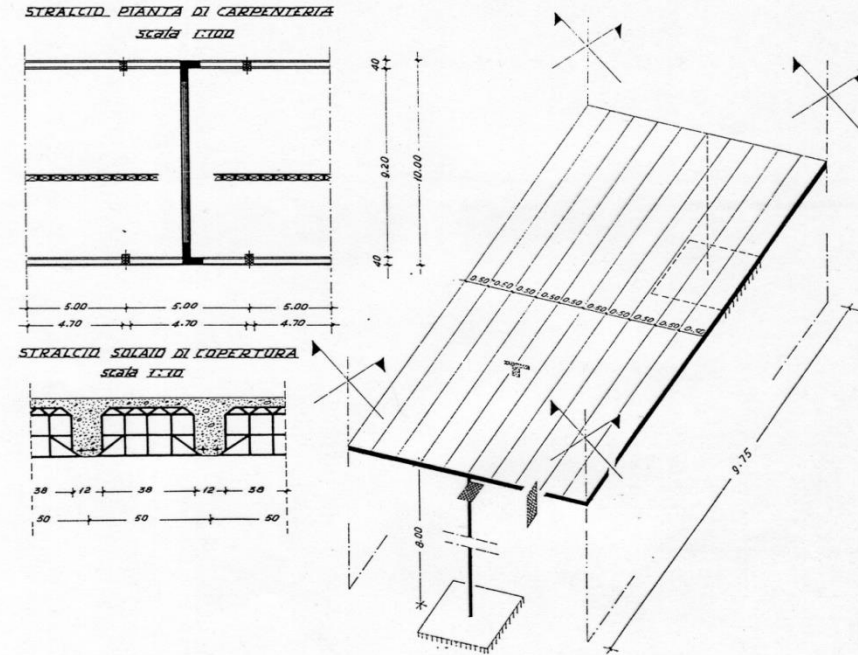
Supponiamo, per fissare le idee, di prendere in esame un campo di solaio a singola luce.



I più importanti fattori che concorrono alla definizione delle condizioni di vincolamento delle « strisce elementari » sono:

- a) la **rigidezza torsionale** della trave;
- b) la **rigidezza flessionale** della trave;
- c) la **posizione** della « striscia » rispetto al complesso trave-pilastro;
- d) la **rigidezza flessionale** del pilastro;
- e) la **rigidezza estensionale** del pilastro;
- f) il comportamento del **complesso trave-fondazione-sovrastuttura**;

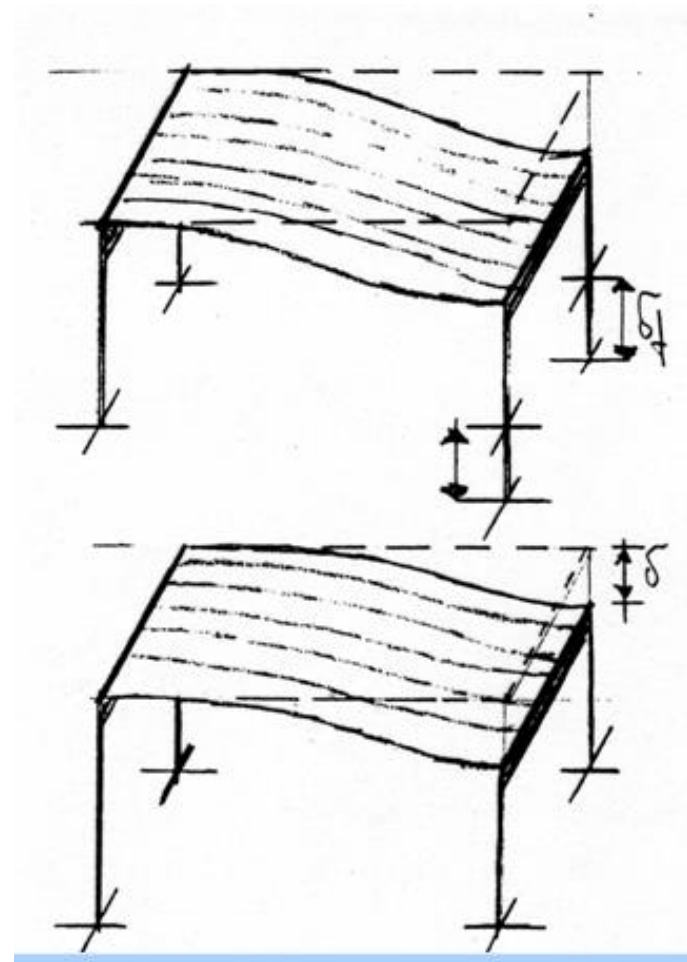
Supponiamo, per fissare le idee, di prendere in esame un campo di solaio a singola luce.



Individuare i vincoli cui assoggettare una «striscia elementare» di solaio significa analizzare **l'effettiva efficacia dei relativi complessi vincolanti ad impedire gli spostamenti verticali e/o le rotazioni intorno all'asse ortogonale al piano di inflessione**.

In relazione agli **spostamenti verticali**, generalmente questi si ipotizzano nulli in termini relativi; cioè si ipotizza per la «striscia elementare» che i vincoli rimangano «**a livello**». In pratica, questa ipotesi consiste nel trascurare:

- a) i cedimenti differenziali in fondazione;
- b) gli accorciamenti differenziali dei pilastri;
- c) le frecce differenziali delle travi che vincolano la striscia in corrispondenza delle relative sezioni di vincolo



Vincoli traslazionali

Tutte e tre le suddette ipotesi trovano il loro fondamento nella circostanza che, nei casi usuali, i suddetti spostamenti differenziali possono ritenersi molto piccoli se rapportati alla rigidezza flessionale della « striscia elementare ».

Vincoli a livello

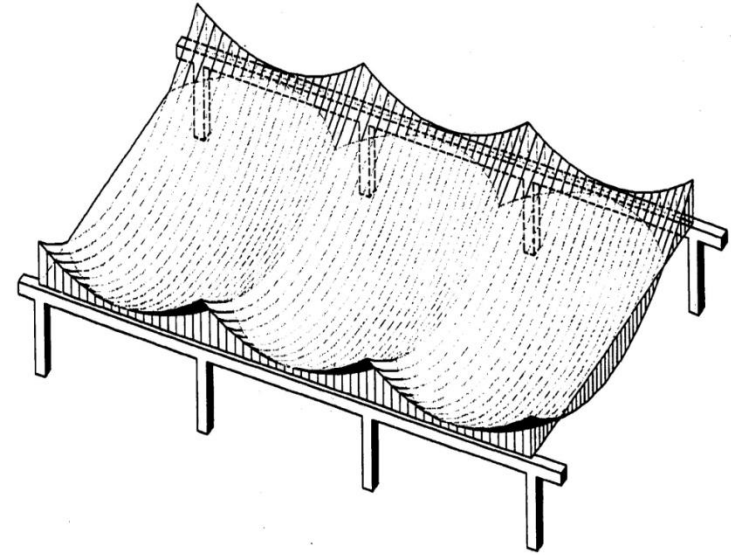


Vincoli rotazionali

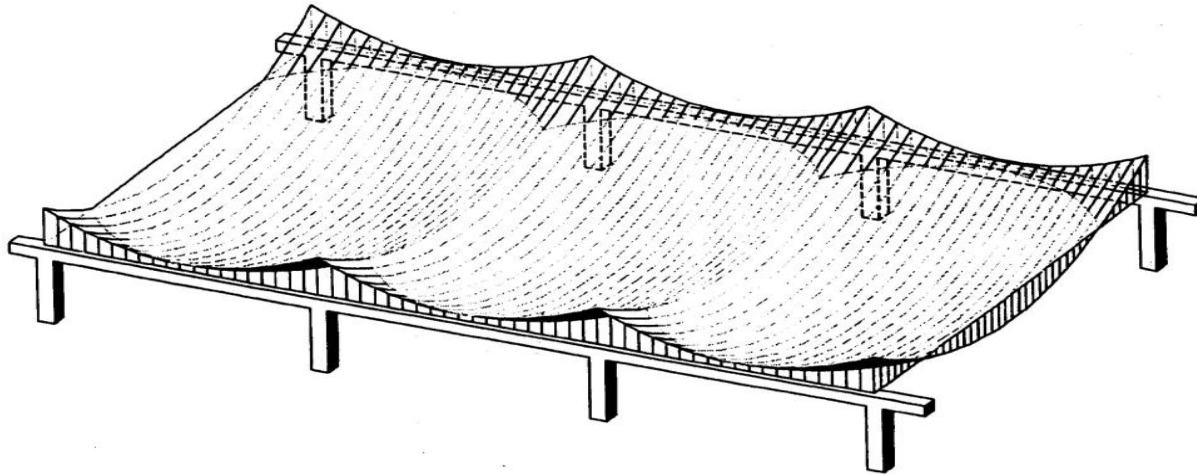
Assai più delicata e complessa è l'individuazione dei vincoli di tipo rotazionale. **Questi devono esplicitare la possibilità che le travi che portano i solai hanno di ruotare sotto l'azione loro trasmessa dai singoli travetti.**

Tale attitudine dipende:

- dalle caratteristiche proprie della trave (**rigidezza torsionale**) rapportate a quelle del solaio,
- dalle caratteristiche deformative degli elementi strutturali cui la trave stessa è vincolata (**rigidezza flessionale dei pilastri nel piano di inflessione del solaio**),
- dalla posizione della striscia elementare rispetto alle estremità della trave

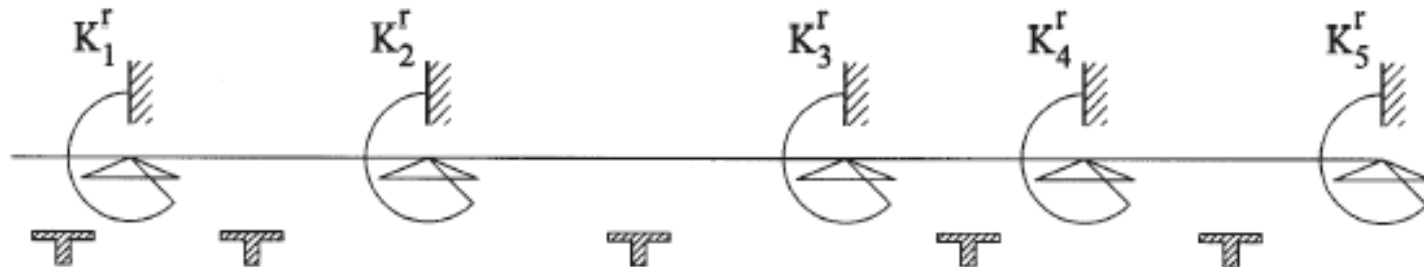


Vincoli rotazionali



I risultati che si ottengono da analisi condotte su modelli appena più complessi che coinvolgono contemporaneamente agli elementi « striscia elementare » (travetto) anche gli elementi « trave » e gli elementi « pilastro », dimostrano che anche nell'ambito di campi di solaio omogenei e regolari, **ogni singolo travetto ha un grado di vincolo rotazionale diverso** e i gradi di vincolo che caratterizzano le strisce che si attestano ai nodi trave-pilastro e quelle che si attestano in mezzera della trave possono risultare difforni anche in maniera sensibile.

Fig. 8.18 – Modello a vincoli rotazionali elastici.

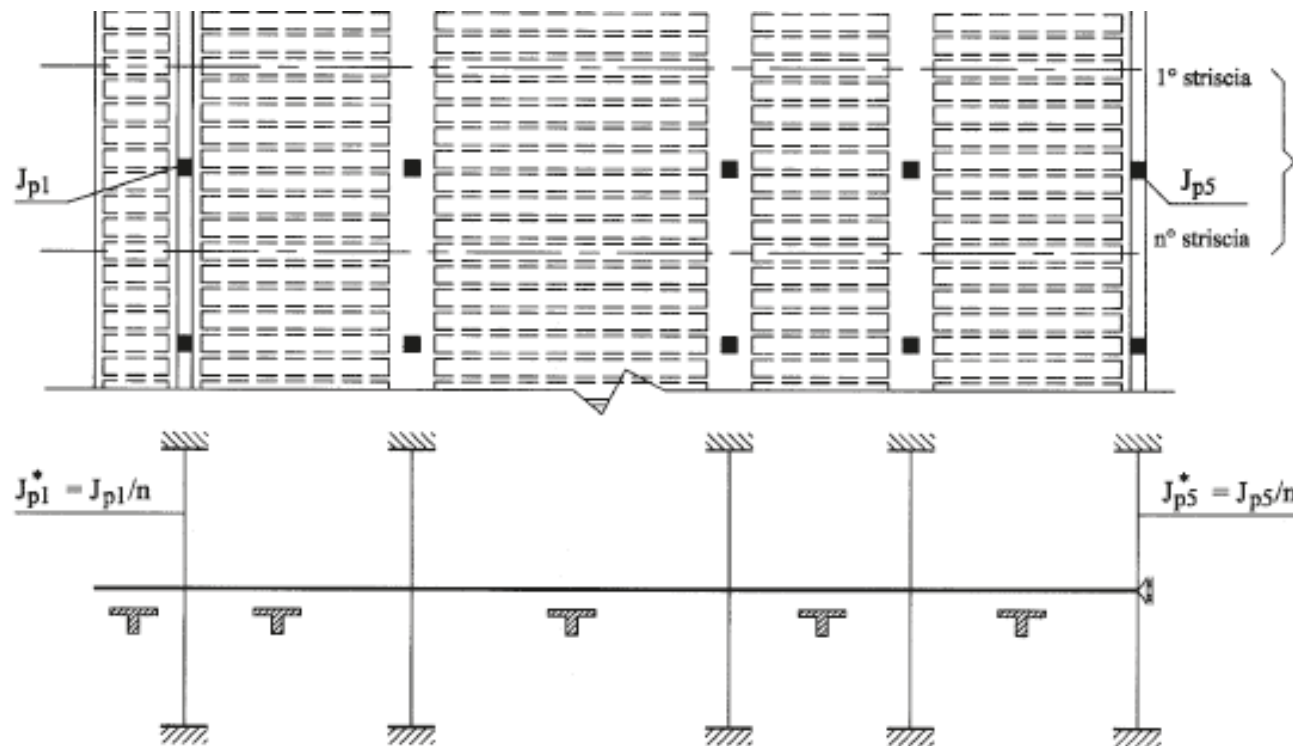


Un **primo modello** di calcolo adottabile sulla base delle argomentazioni appena svolte, è quello rappresentato in Fig. dove per ogni vincolo esterno occorre definire una particolare costante elastica rotazionale **K_{ir}** commisurata alle caratteristiche del complesso vincolante trave-pilastro ed alla posizione della « striscia elementare » considerata.

Nonostante già affetto da una serie di approssimazioni più o meno spinte, lo schema di Fig. presenta l'onere non trascurabile della valutazione delle costanti elastiche.

Può essere conveniente circoscrivere il contributo dei pilastri alle sole tesse immediatamente superiori ed inferiori all'impalcato in esame, ipotizzando gli stessi impediti di ruotare, per esempio, in corrispondenza delle sezioni di attacco ai suddetti impalcato.

il modello può essere trasformato in quello di Fig. dove il contributo della rigidezza flessionale del pilastro che vincola la generica striscia elementare può assumersi pari a **$1/n$ di quella del pilastro reale, avendo indicato con n il numero di strisce che impegnano il pilastro in esame.**



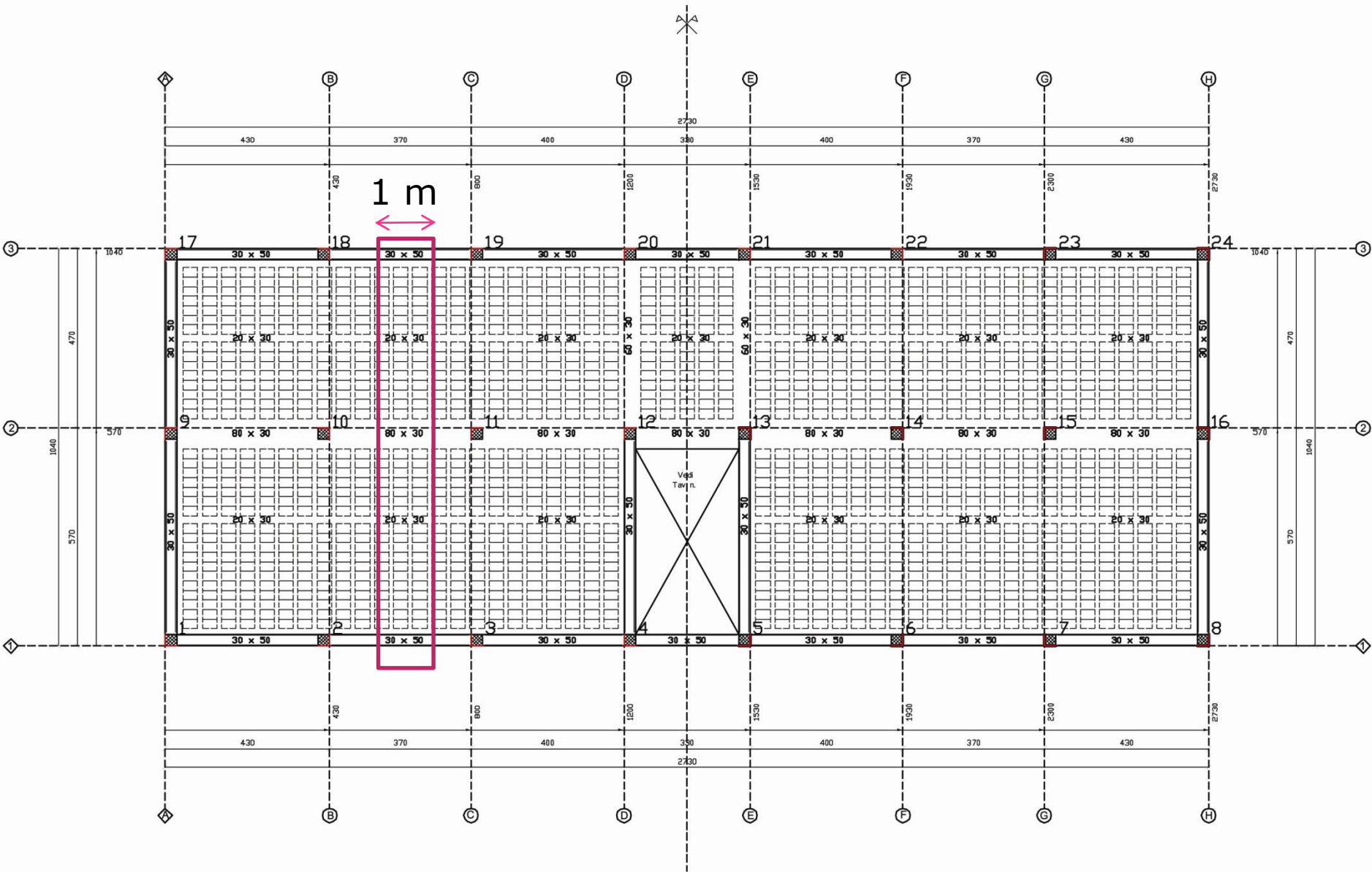
È buona norma affiancare all'analisi dei suddetti modelli quella dello schema riportato in Fig. nel quale viene totalmente trascurata la rigidezza torsionale delle travi, che equivale ad assegnare il valore limite nullo alle costanti che compaiono nello schema precedente.



Una corretta valutazione delle sollecitazioni più gravose relative alle sezioni caratteristiche di una « striscia elementare » di solaio dipendono, ovviamente, non solo dalla scelta di un adeguato modello di calcolo, ma anche dalla individuazione **della distribuzione delle azioni** da considerare di volta in volta nell'analisi

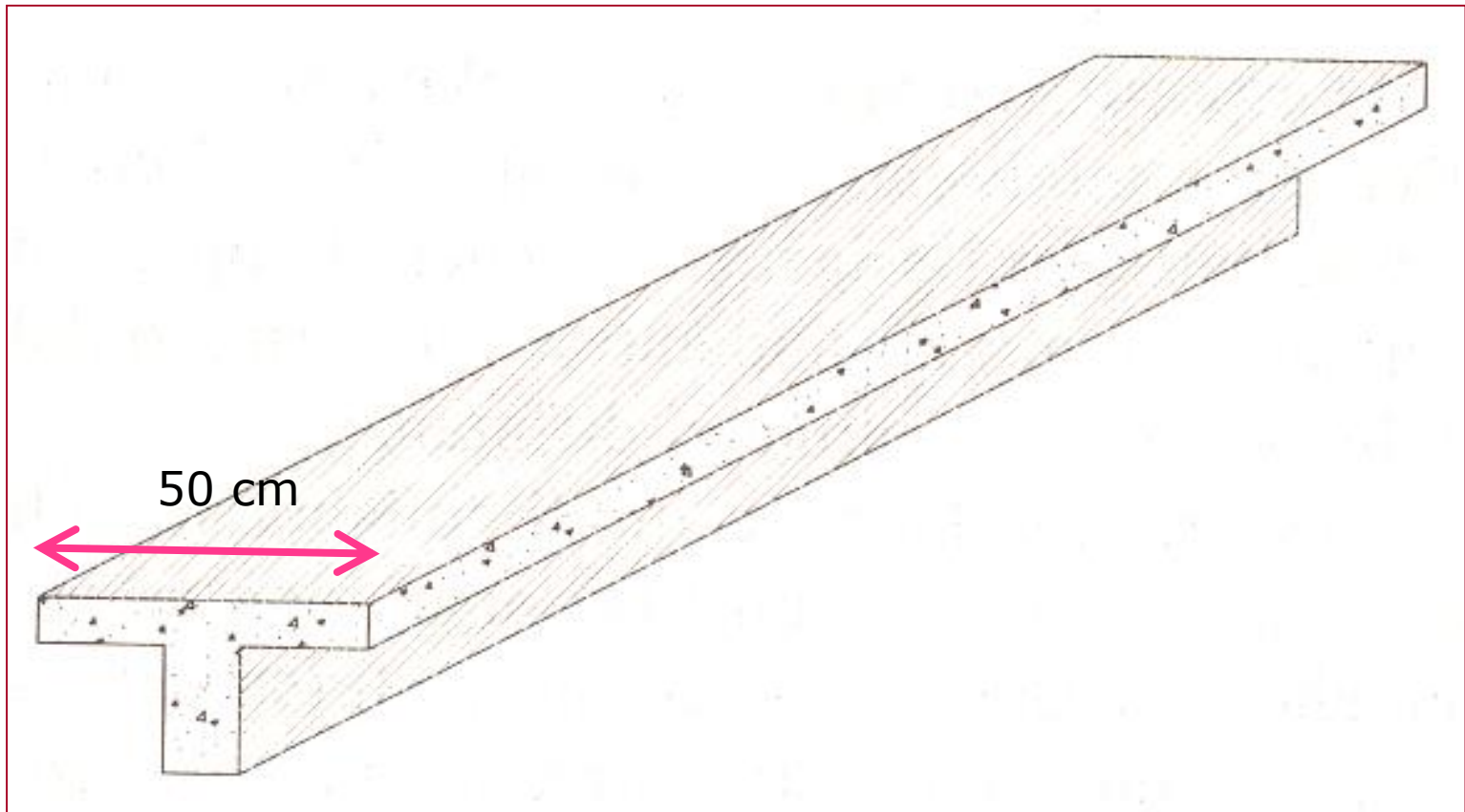
Schema statico





Pianta Carpenteria Piano Tipo

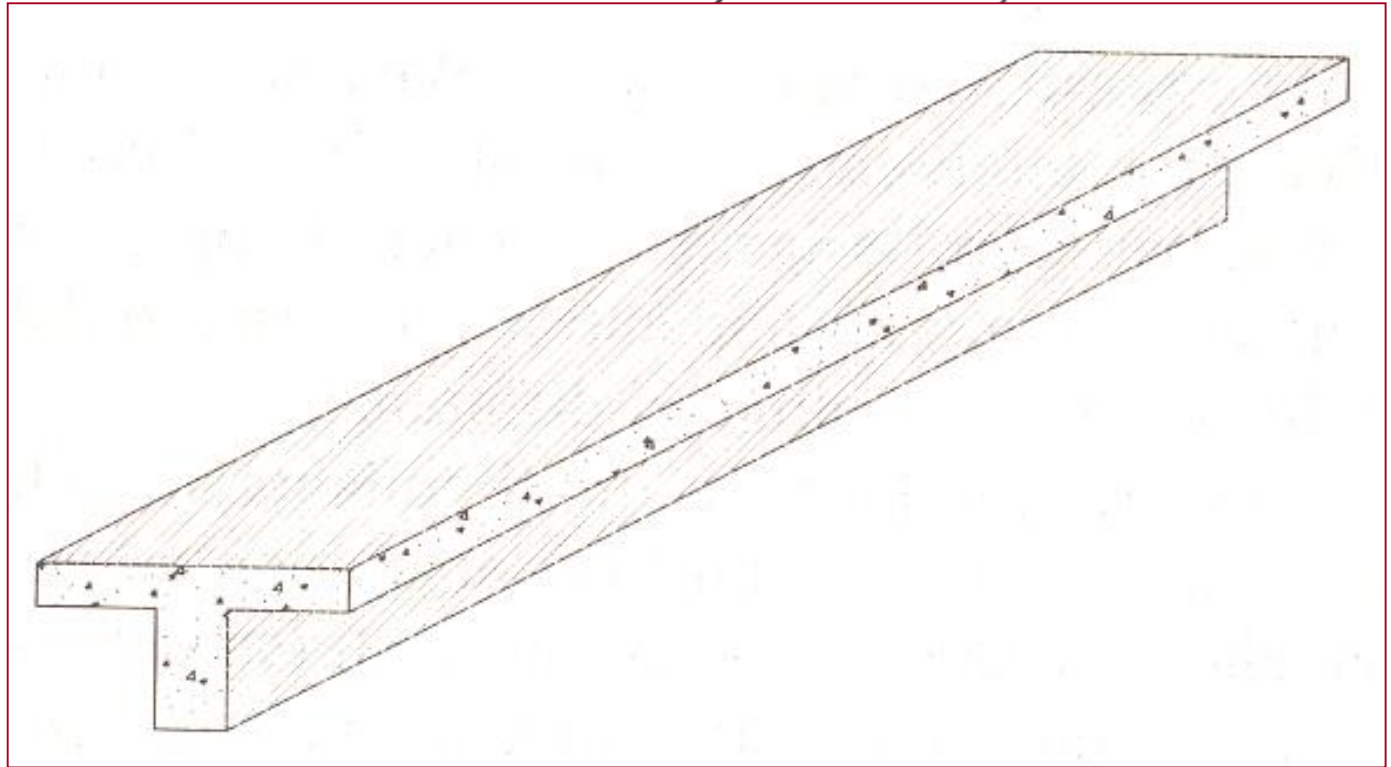
MODELLO SEMPLIFICATO A STRISCIA ELEMENTARE



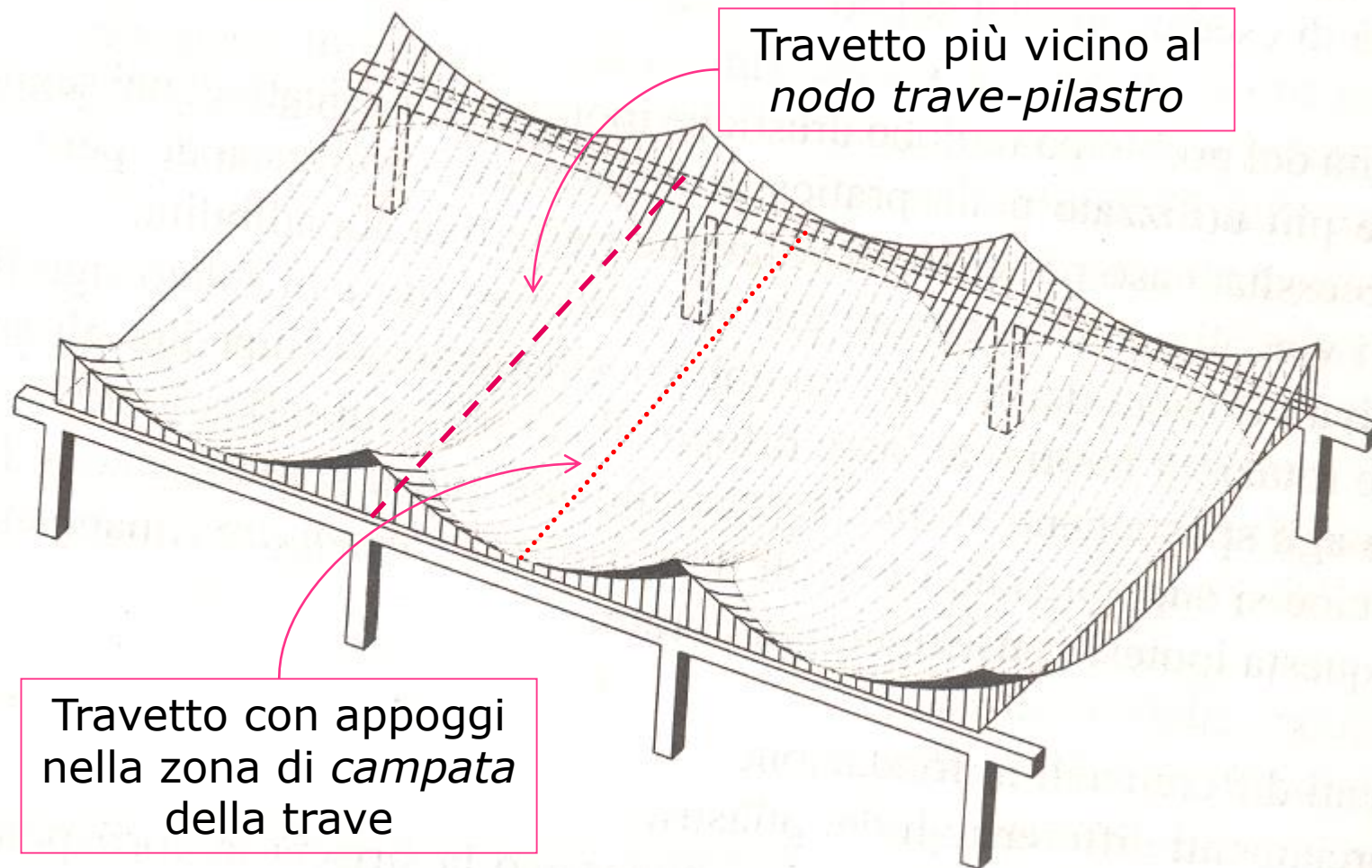
MODELLO SEMPLIFICATO A STRISCIA ELEMENTARE

Esso corrisponde al singolo travetto che si ipotizza collaborante con la parte di soletta racchiusa nell'interasse di due travetti adiacenti:

Il carico va
"dimezzato" o
meglio



Una siffatta schematizzazione, ovviamente, non tiene conto della effettiva collaborazione trasversale fra i singoli travetti che, viceversa, è sempre garantita nei solai in latero-cemento dalla continuità della soletta d'impalcato e dalla presenza dei travetti rompitratta.



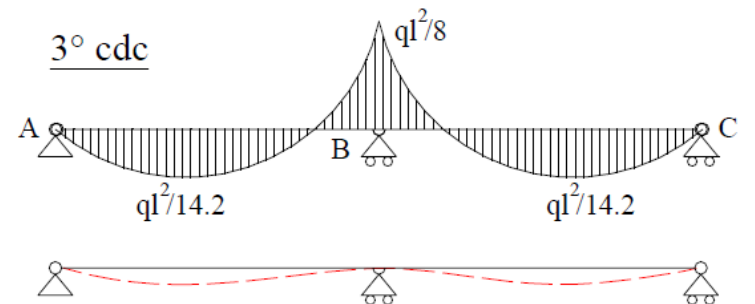
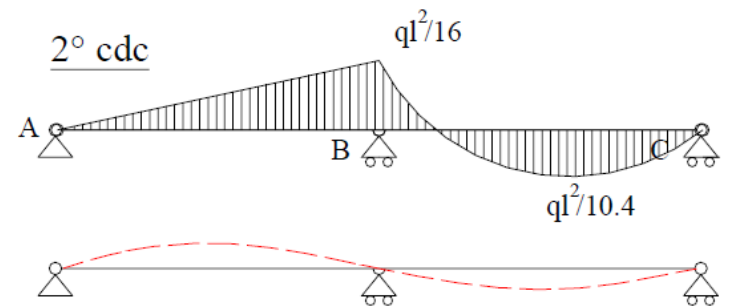
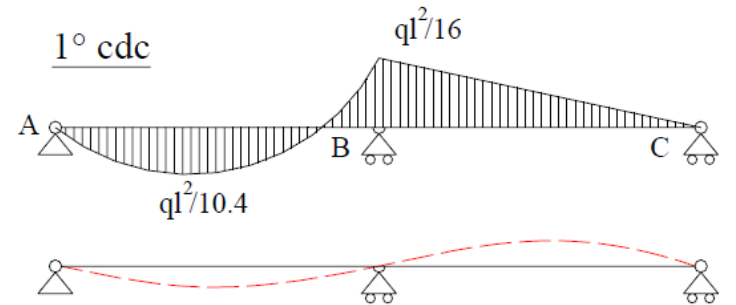
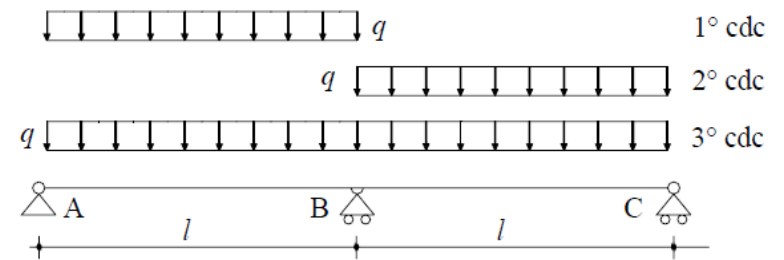
Anche in un campo omogeneo di solaio, ogni singolo travetto ha nella realtà un grado di vincolo diverso

Progetto degli elementi strutturali

- 1. Analisi dei carichi unitari**
- 2. Schema statico**
- 3. Schema di carico**
- 4. Sollecitazioni**
- 5. Progetto delle armature (c.a.)**
- 6. Verifiche**

Esempio:

Trave continua su due
campate uguali





Azioni nelle verifiche agli stati limite

Le verifiche agli stati limite devono essere eseguite per tutte le più gravose condizioni di carico che possono agire sulla struttura.

Nelle verifiche agli stati limite ultimi si distinguono:

- lo stato limite di equilibrio come corpo rigido:
- lo stato limite di resistenza della struttura compresi gli elementi di fondazione:
- lo stato limite di resistenza del terreno:

EQU
STR
GEO

Tabella 2.6.I – Coefficienti parziali per le azioni o per l'effetto delle azioni nelle verifiche SLU.

		Coefficiente γ_F	EQU	A1 STR	A2 GEO
Carichi permanenti	favorevoli	γ_{G1}	0,9	1,0	1,0
	sfavorevoli		1,1	1,3	1,0
Carichi permanenti non strutturali ⁽¹⁾	favorevoli	γ_{G2}	0,0	0,0	0,0
	sfavorevoli		1,5	1,5	1,3
Carichi variabili	favorevoli	γ_{Qi}	0,0	0,0	0,0
	sfavorevoli		1,5	1,5	1,3

⁽¹⁾Nel caso in cui i carichi permanenti non strutturali (ad es. carichi permanenti portati) siano compiutamente definiti si potranno adottare per essi gli stessi coefficienti validi per le azioni permanenti.

Combinazione allo Stato Limite Ultimo

Nel caso del solaio si hanno:

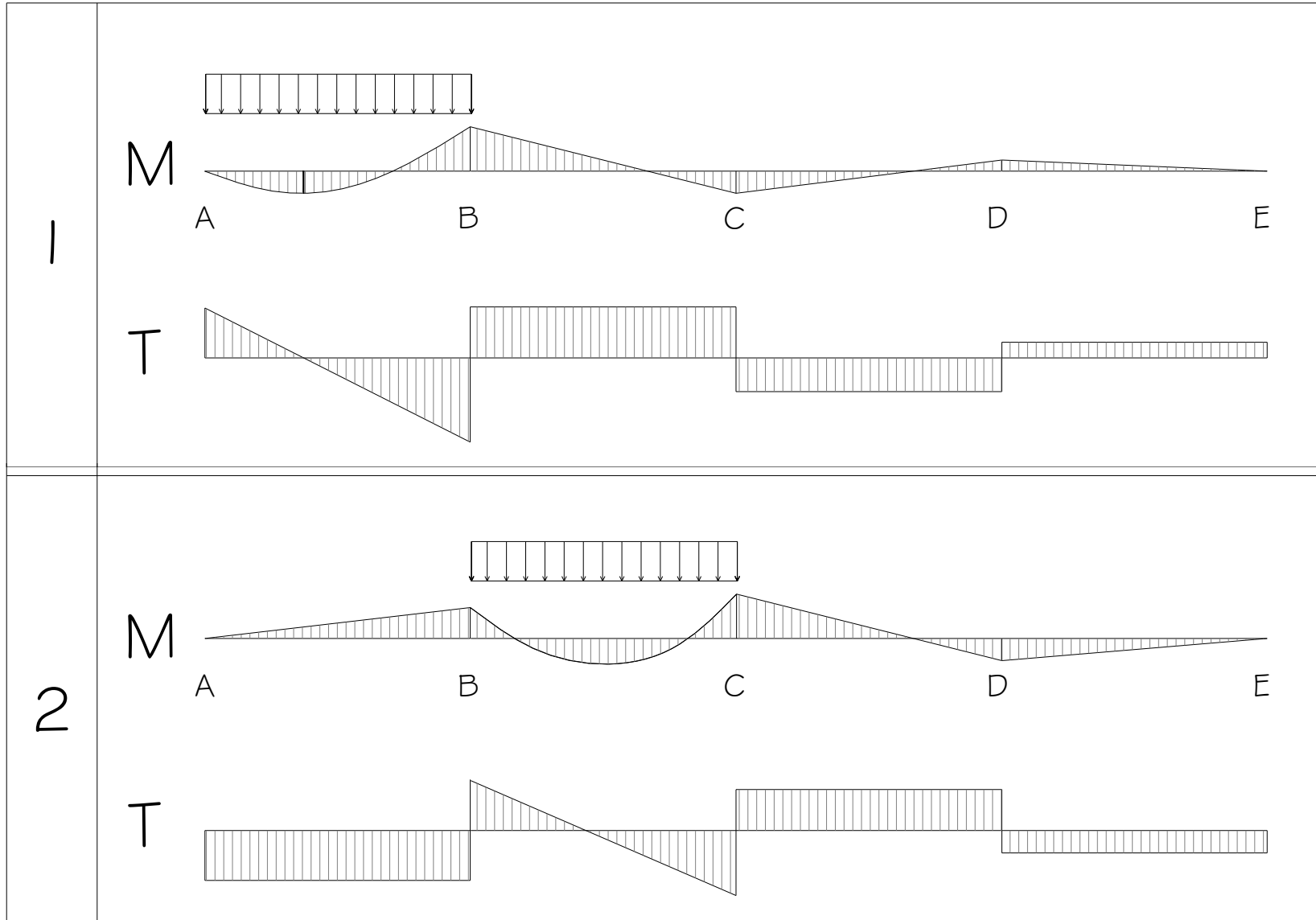
- G_{1k} (carichi permanenti strutturali)
- G_{2k} (carichi permanenti non strutturali)
- Q_{1k} (carico variabile):

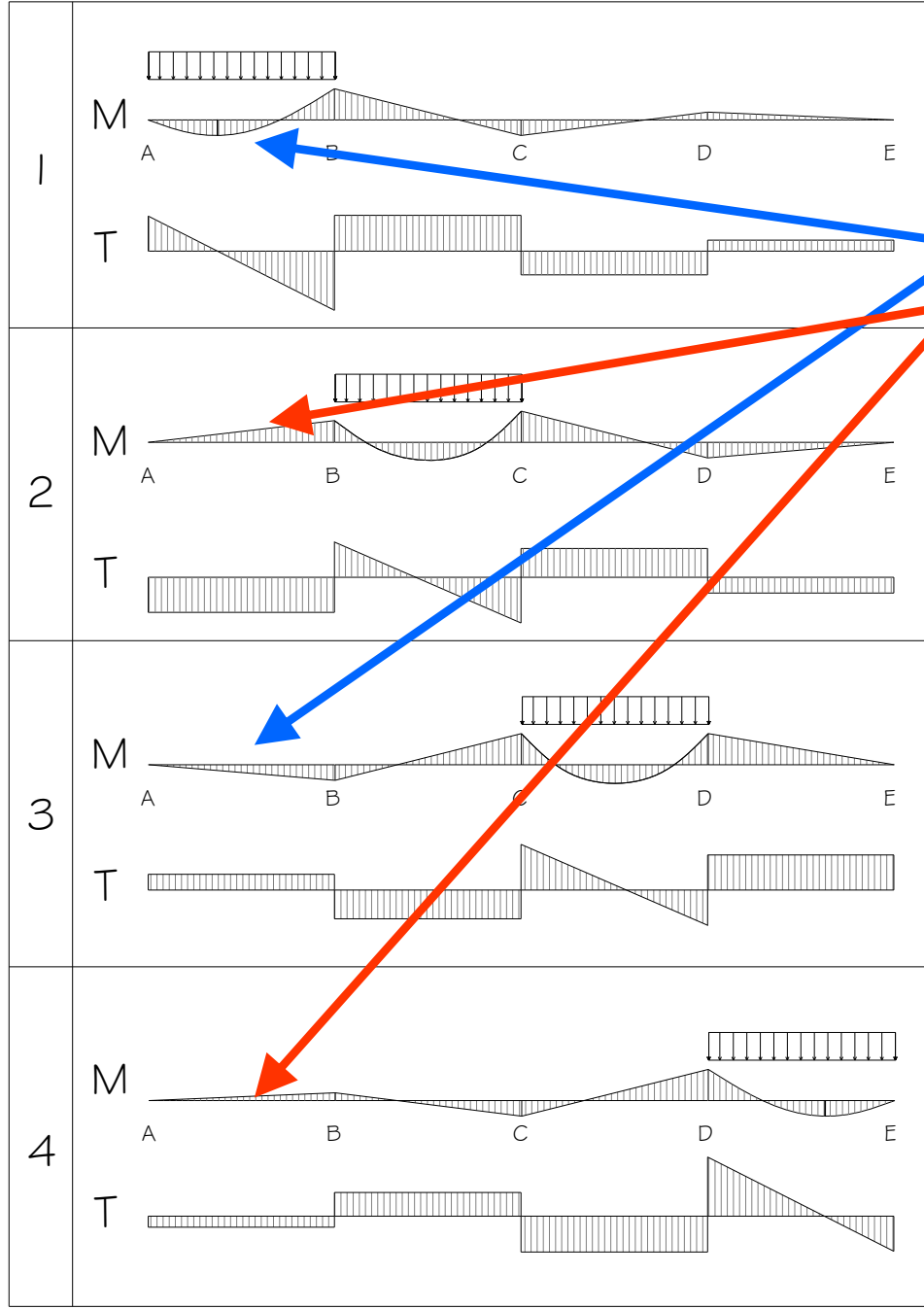
$$F_d = \gamma_{G1} G_{1k} + \gamma_{G2} G_{2k} + \gamma_q Q_{1k}$$

Diagram illustrating the combination of partial factors for different load types:

- Box 1: 1.3/1 (points to γ_{G1})
- Box 2: 1.5/0 (points to γ_{G2} and γ_q)

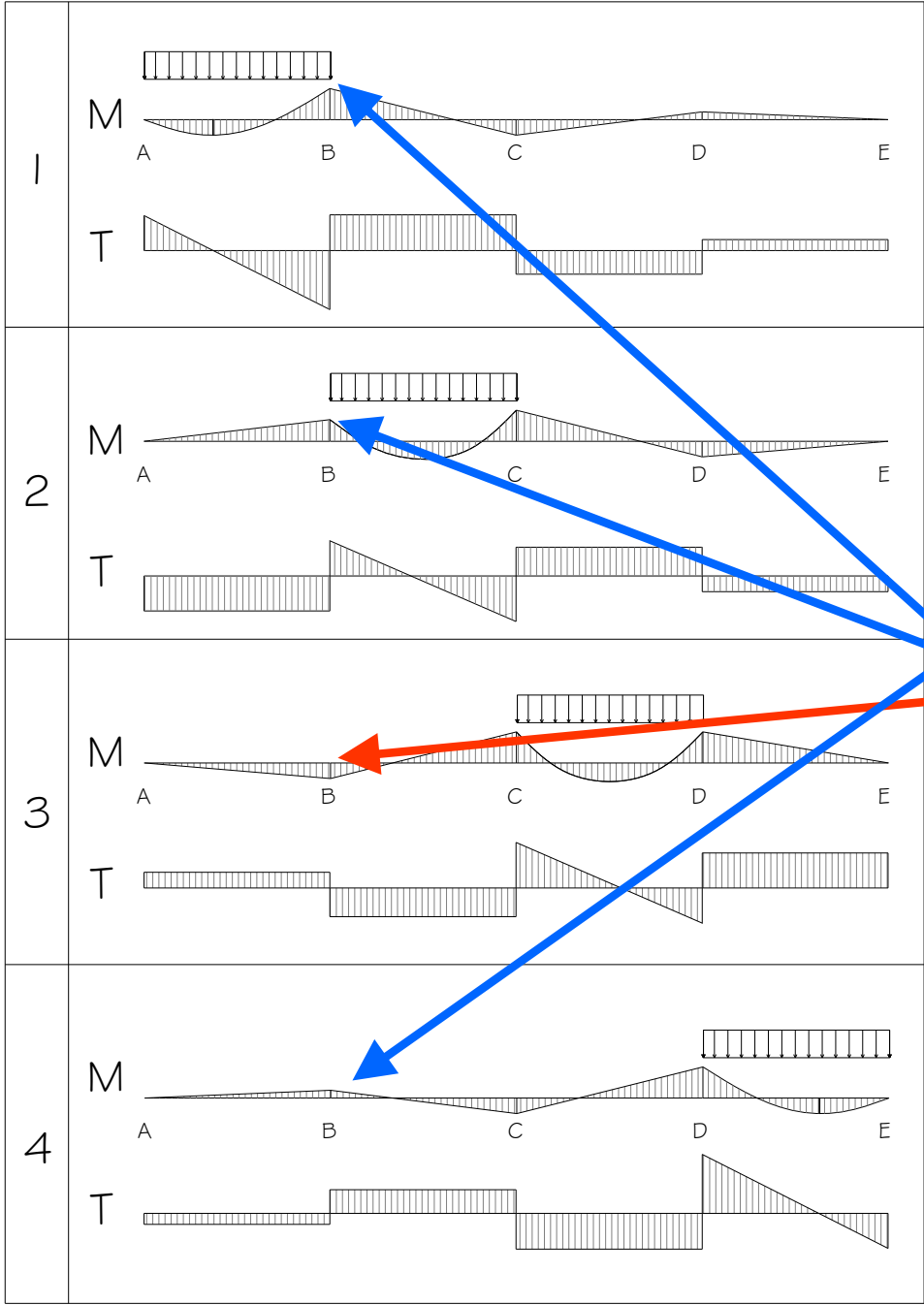
Effetto del carico distribuito su di una sola campata





Momento massimo positivo in A-B:

- Max Carico Condizioni 1-3
- Min Carico Condizioni 2-4



Momento massimo negativo in B:

- Max Carico Condizioni 1-2-4
- Min Carico Condizioni 3

Dall'analisi degli schemi di carico si può concludere che:

1. Per ottenere il **massimo momento flettente positivo** in una generica campata "caricare" la campata in esame e a scacchiera le campate adiacenti. Nello spirito della normativa, ciò significa assumere nelle suddette campate i massimi valori previsti per i coefficienti di sicurezza parziali per le azioni:

$$-\gamma_{G1} = 1,3$$

$$-\gamma_{G2} = 1,5$$

$$-\gamma_q = 1,5$$

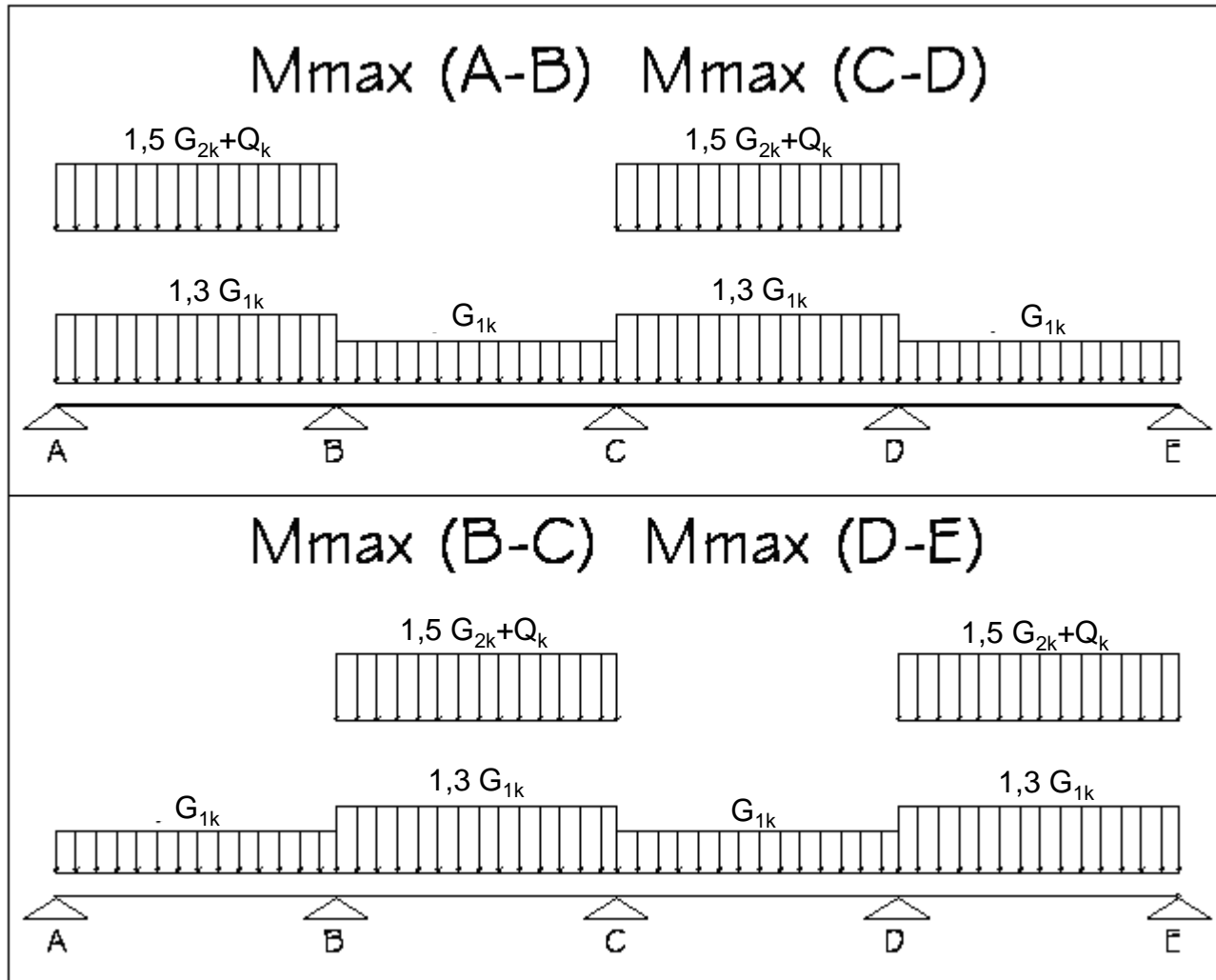
Le rimanenti campate devono essere invece "scaricate". Nello spirito della normativa, ciò significa assumere i valori minimi previsti per i coefficienti di sicurezza parziali delle azioni:

$$-\gamma_{G1} = 1$$

$$-\gamma_{G2} = 0$$

$$-\gamma_q = 0$$

MOMENTI MASSIMI IN CAMPATA



2. Per ottenere il **massimo momento flettente negativo** su di un appoggio occorre "caricare" entrambe le campate adiacenti e a scacchiera le campate adiacenti.

Nello spirito della normativa, si assumeranno i seguenti valori dei coefficienti per le azioni sulle suddette campate:

$$-\gamma_{G1} = 1,3$$

$$-\gamma_{G2} = 1,5$$

$$-\gamma_q = 1,5$$

Le rimanenti campate devono essere invece "scaricate".

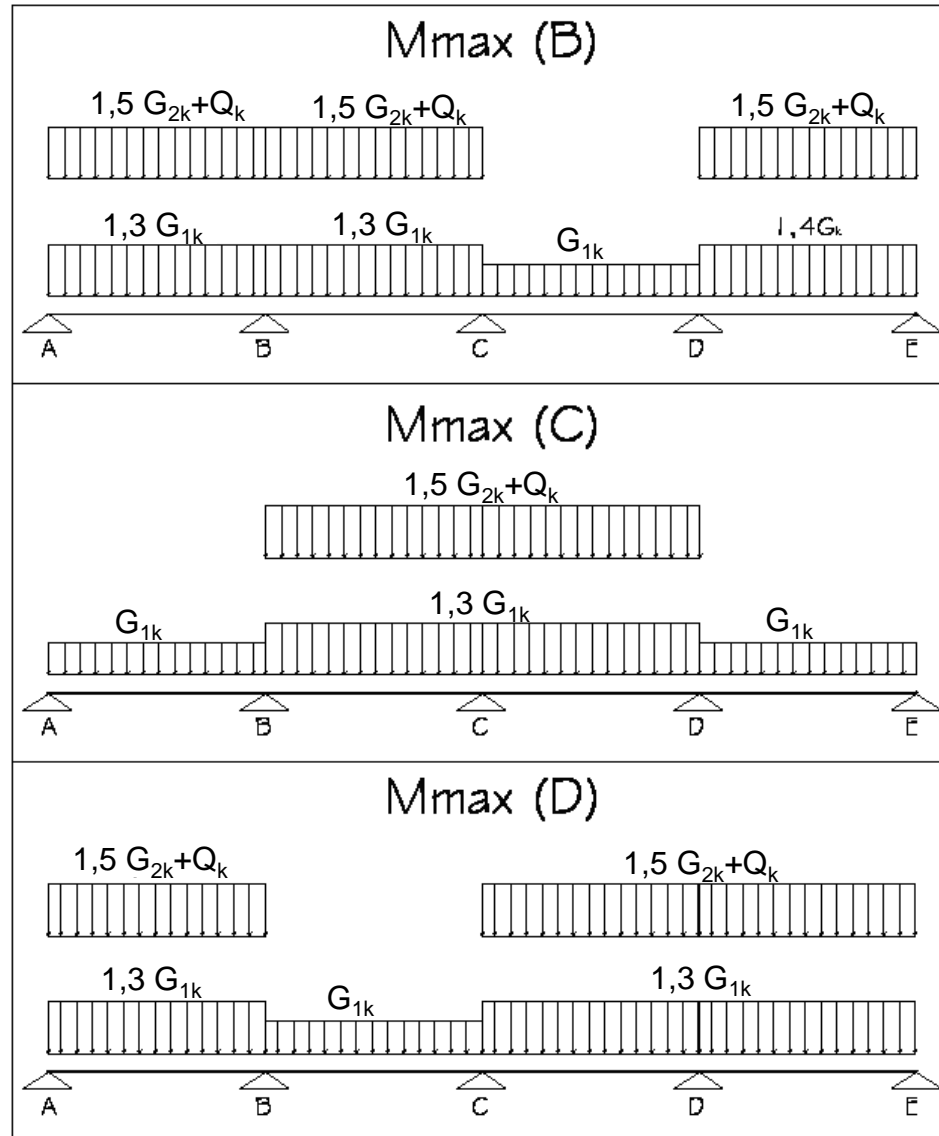
Nello spirito della normativa, ciò significa assumere i valori minimi previsti per i coefficienti di sicurezza parziali delle azioni:

$$-\gamma_{G1} = 1$$

$$-\gamma_{G2} = 0$$

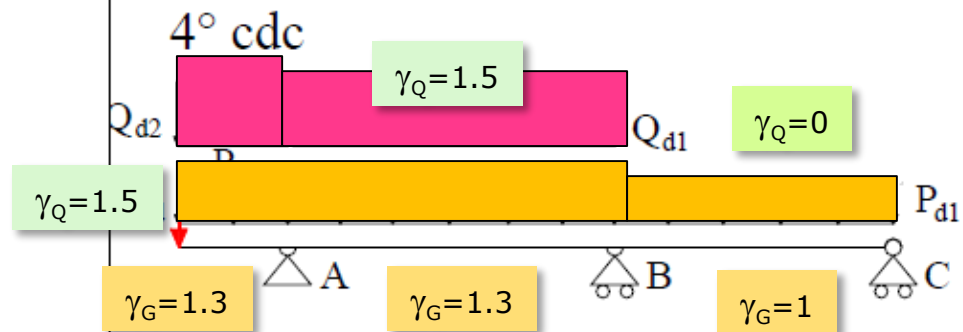
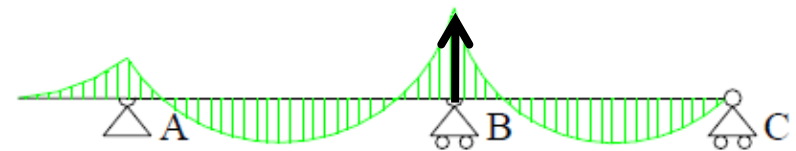
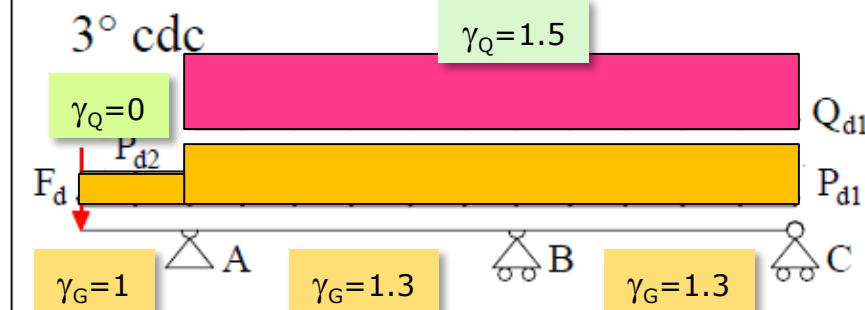
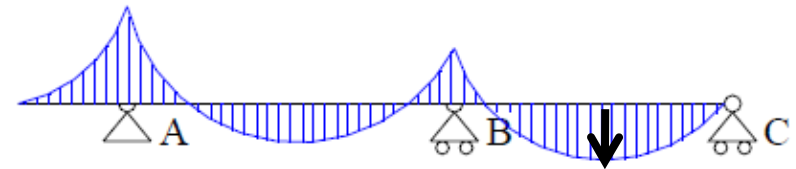
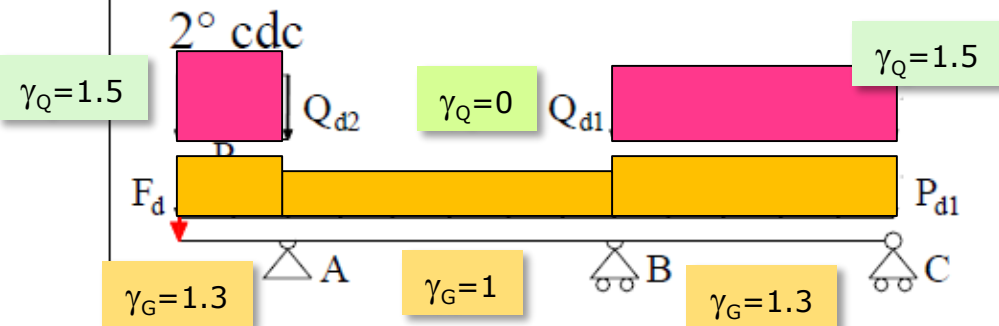
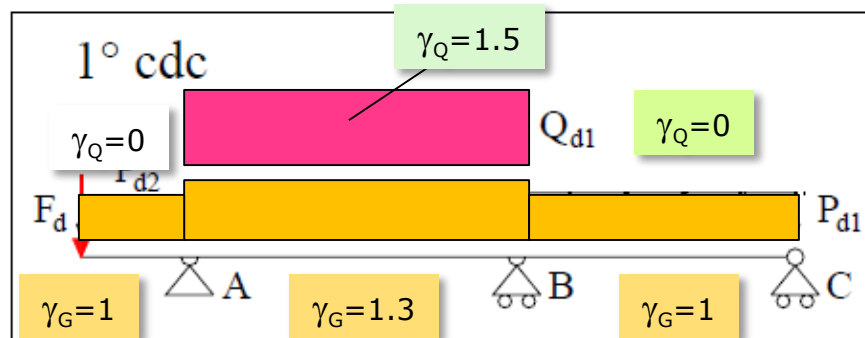
$$-\gamma_q = 0$$

MOMENTI MASSIMI IN APPOGGIO

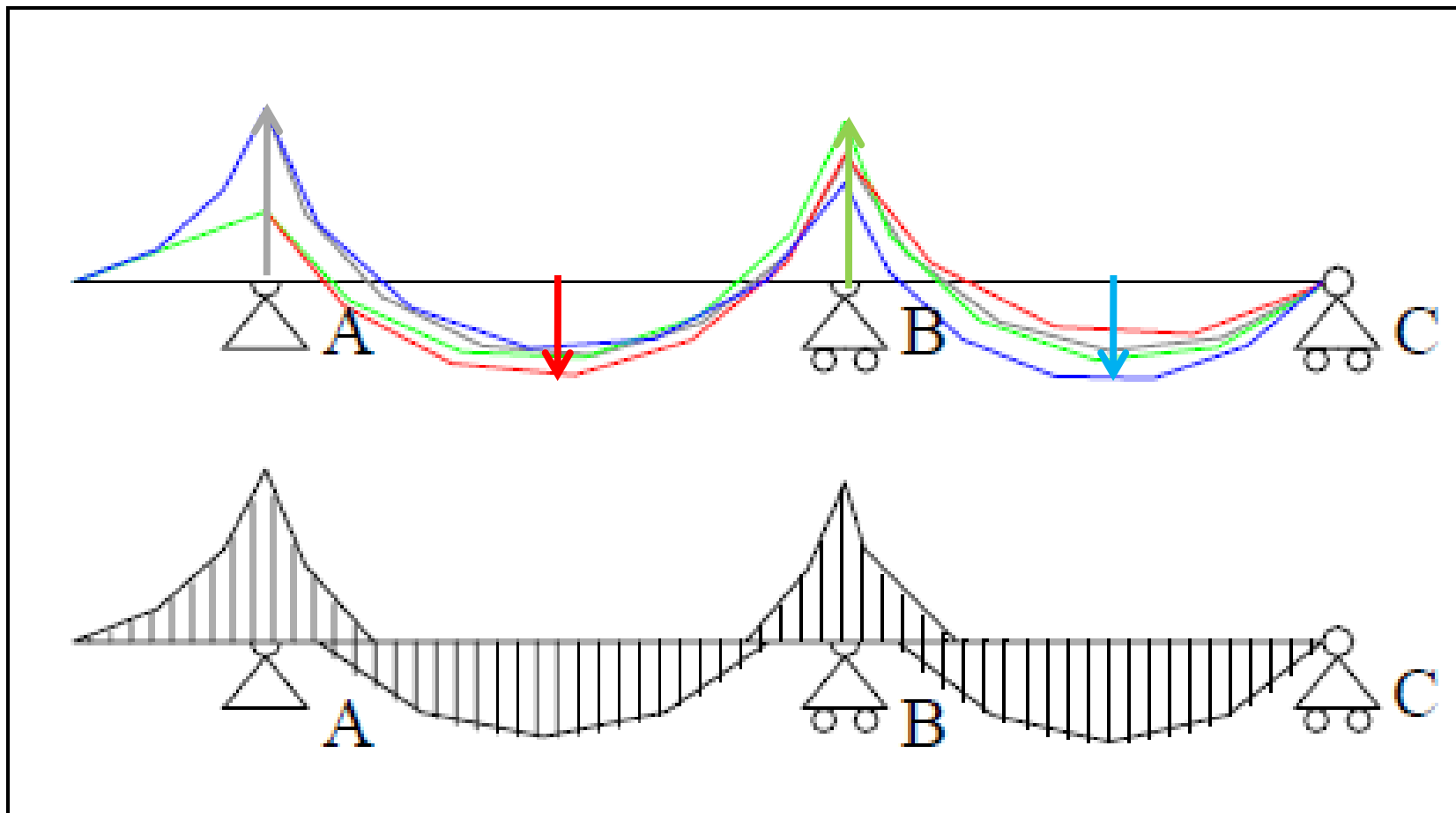


Progetto degli elementi strutturali

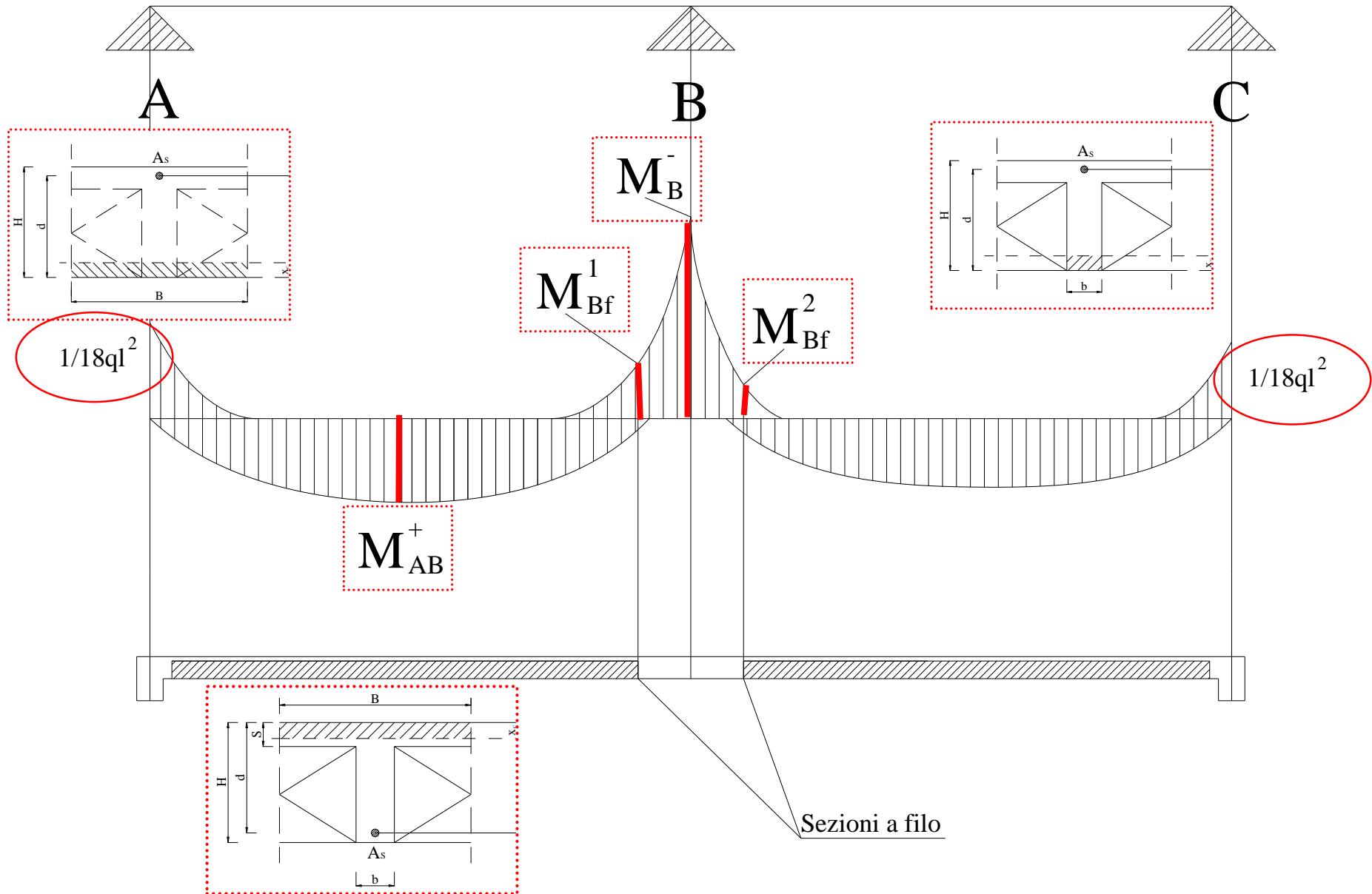
- 1. Analisi dei carichi unitari**
- 2. Schema statico**
- 3. Schema di carico**
- 4. Sollecitazioni**
- 5. Progetto delle armature (c.a.)**
- 6. Verifiche**



Digramma di involuppo finale: sul quale viene eseguito il progetto delle armature a flessione



diagrammi involuppo



Metodo degli Spostamenti:

Brevi richiami

- Scelta del sistema di coordinate
 - individuazione degli spostamenti generalizzati indipendenti \mathbf{u}_i (incognite del problema)
- Assemblaggio della matrice di rigidezza \mathbf{K}
 - si impone alla struttura scarica $\mathbf{u}_i = 1$ ed $\mathbf{u}_j = 0$ per ogni $j \neq i$;
 - si determinano le forze \mathbf{K}_{ij} in grado di mantenere l'equilibrio nella configurazione deformata. Tali forze costituiscono la *i-esima* colonna della matrice di rigidezza;
 - si ripete il procedimento imponendo lo spostamento unitario su tutte le coordinate e si costruisce quindi la matrice di rigidezza.

- Valutazione forze d'incastro perfetto in presenza di carichi applicati al di fuori delle coordinate
 - si bloccano tutti gli spostamenti \mathbf{u}_i alle coordinate, generati dai carichi non nodali, aggiungendo opportune forze \mathbf{F}^0_i e si ricava il vettore \mathbf{F}^0 .
- Assemblaggio del vettore dei carichi:
 - $\{\mathbf{F}-\mathbf{F}^0\} = \{\text{Forze nodali} - \text{Reazioni di incastro perfetto}\}$
- Calcolo degli spostamenti :
 - Soluzione del sistema

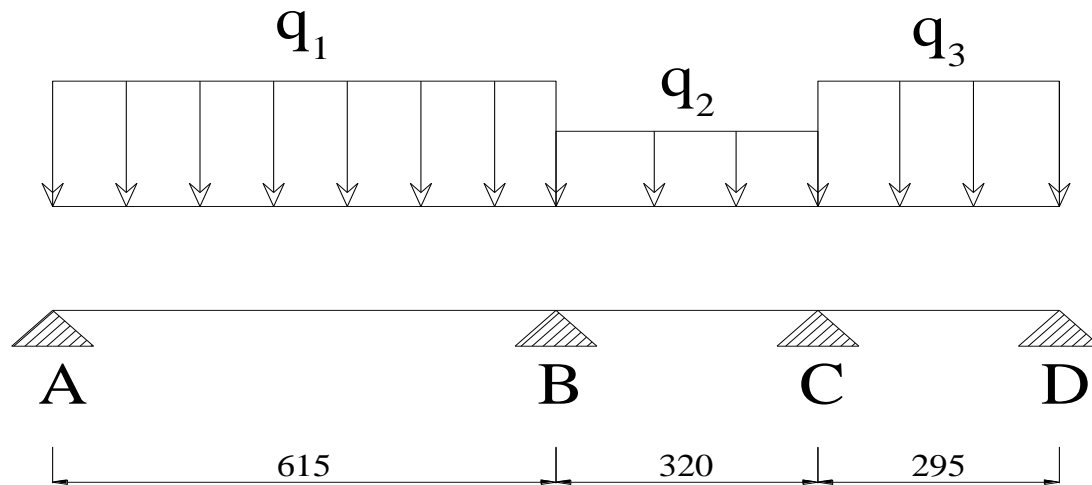
$$[\mathbf{K}]\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{F}-\mathbf{F}^0\}$$

- **Calcolo dello stato di sollecitazione**

- Detto \mathbf{E}_i il valore che lo stato di sollecitazione in una generica sezione assume per $\mathbf{u}_i = 1$
- indicato con \mathbf{E}^0 lo stato di sollecitazione relativo alla soluzione di incastro perfetto
- attraverso la sovrapposizione degli stati elastici corrispondenti ai diversi schemi in cui il sistema di partenza è stato suddiviso si ha:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 + \sum \mathbf{u}_i \mathbf{E}_i$$

Esempio

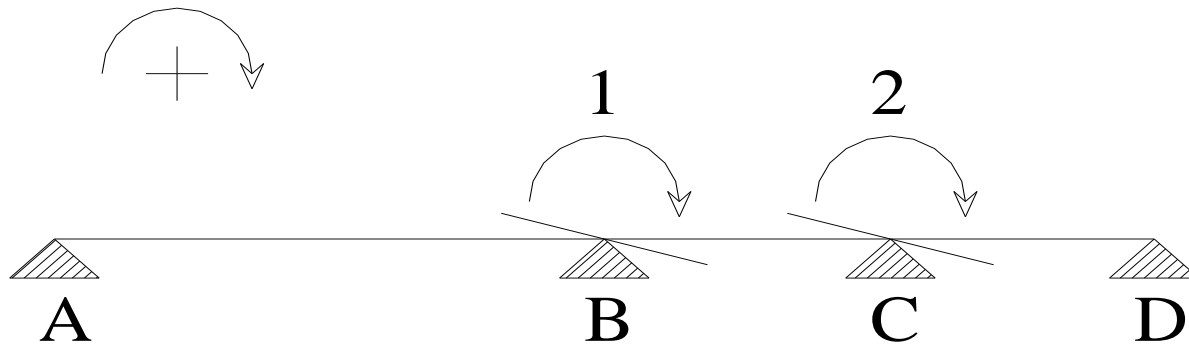


$$q_1 = 715 \text{ kg/m}$$

$$q_2 = 365 \text{ kg/m}$$

$$q_3 = 715 \text{ kg/m}$$

SISTEMA DI COORDINATE



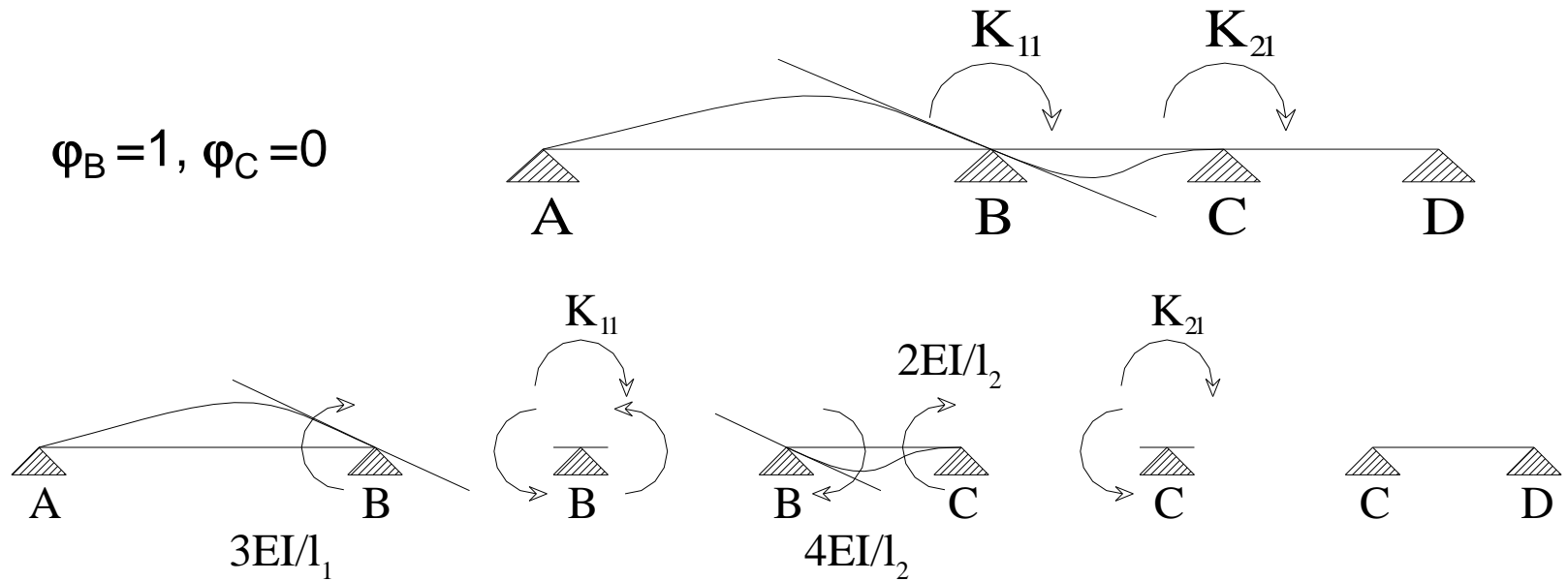
Incognite del
problema



$$\{\mathbf{U}\} = \begin{pmatrix} \varphi_B \\ \varphi_C \end{pmatrix}$$

Assemblaggio di K

$$\varphi_B = 1, \varphi_C = 0$$



Equilibrio in B e C

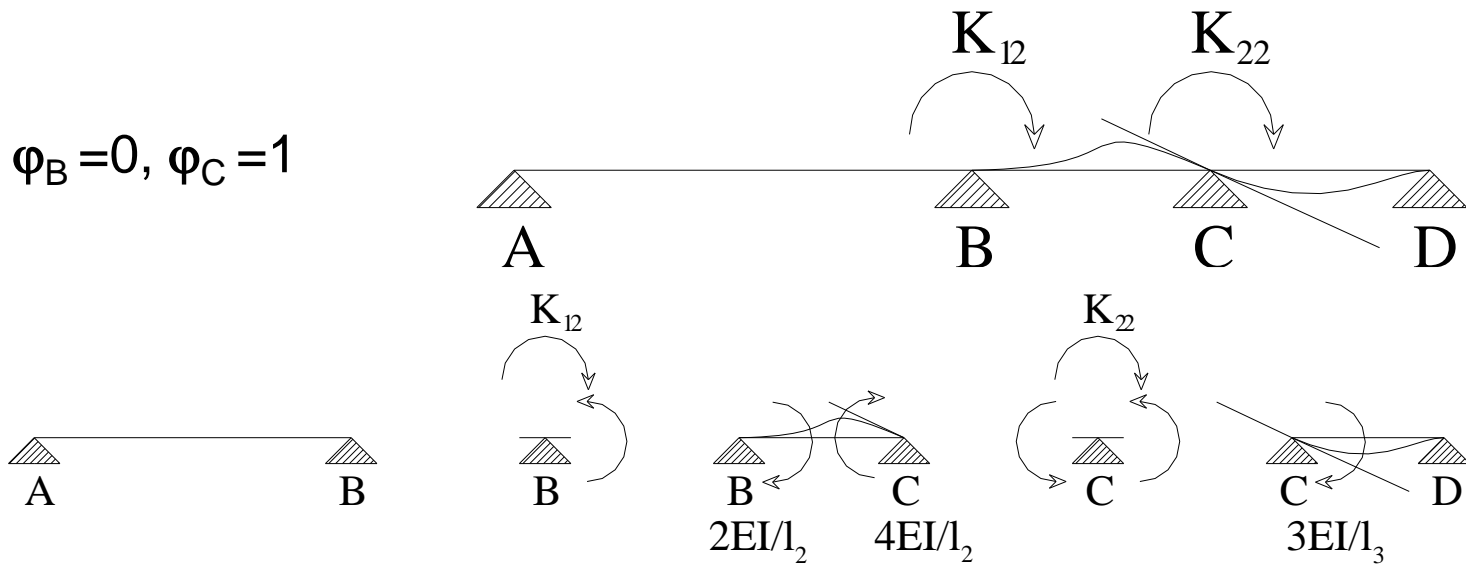


$$K_{11} - \frac{3EI}{l_1} - \frac{4EI}{l_2} = 0 \Rightarrow K_{11} = \frac{3EI}{l_1} + \frac{4EI}{l_2}$$

$$K_{21} - \frac{2EI}{l_2} = 0 \Rightarrow K_{21} = \frac{2EI}{l_2}$$

Assemblaggio di K

$$\varphi_B = 0, \varphi_C = 1$$



Equilibrio in C e B



$$K_{22} - \frac{4EI}{l_2} - \frac{3EI}{l_3} = 0 \Rightarrow K_{22} = \frac{4EI}{l_2} + \frac{3EI}{l_3}$$

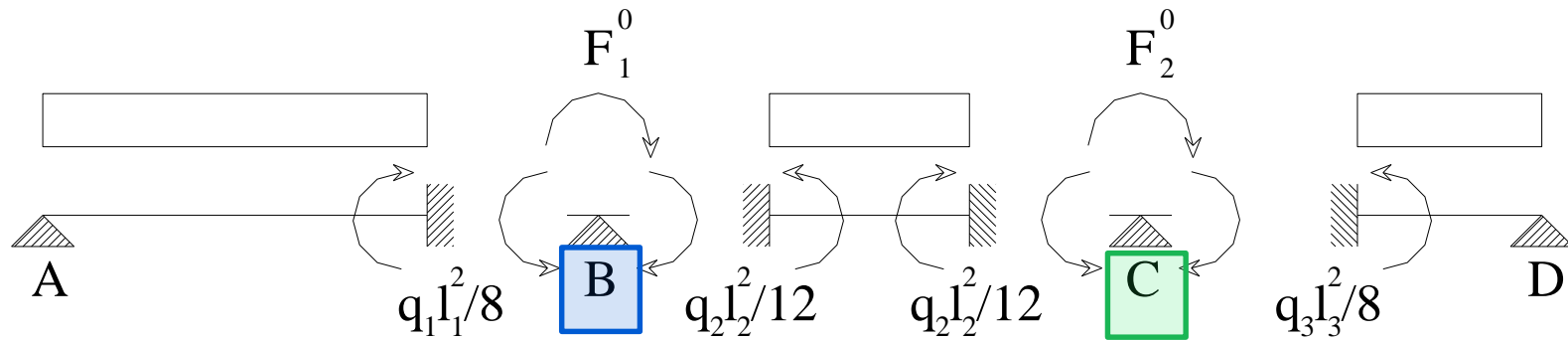
$$K_{12} - \frac{2EI}{l_2} = 0 \Rightarrow K_{12} = \frac{2EI}{l_2}$$

Matrice di rigidezza

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{3EI}{l_1} + \frac{4EI}{l_2} & \frac{2EI}{l_2} \\ \frac{2EI}{l_2} & \frac{4EI}{l_2} + \frac{3EI}{l_3} \end{bmatrix}$$

Valutazione forze d'incastro perfetto

Blocchiamo gli spostamenti e imponiamo l'equilibrio



**Equilibrio
in B**

$$F_1^0 - \frac{1}{8}q_1l_1^2 + \frac{1}{12}q_2l_2^2 = 0 \Rightarrow F_1^0 = \frac{1}{8}q_1l_1^2 - \frac{1}{12}q_2l_2^2 = 3069 \text{ kg m}$$

**Equilibrio
in C**

$$F_2^0 - \frac{1}{12}q_2l_2^2 + \frac{1}{8}q_3l_3^2 = 0 \Rightarrow F_2^0 = \frac{1}{12}q_2l_2^2 - \frac{1}{8}q_3l_3^2 = -466 \text{ kg m}$$

Assemblaggio Vettore dei carichi

- Non essendoci forze nodali applicate il vettore $\{F\}$ è identicamente nullo pertanto:

$$\{F-F^0\} = -F^0 = \begin{Bmatrix} -F_1^0 \\ -F_1^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3069 \\ -466 \end{Bmatrix}$$

Calcolo degli spostamenti

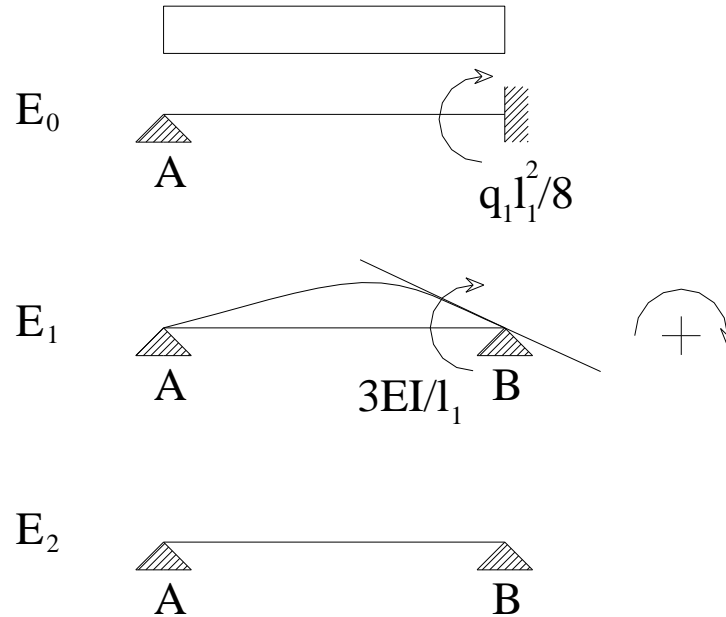
La soluzione del sistema $[K]\{U\}=\{F-F^0\}$ fornisce

$$\begin{cases} \varphi_B = -2043 \frac{1}{EI} \\ \varphi_C = 769 \frac{1}{EI} \end{cases}$$

Il segno negativo per φ_B significa semplicemente che il verso è opposto a quello ipotizzato in partenza. In particolare quindi in B la rotazione è antioraria, in C oraria.

Calcolo dello stato di sollecitazione

Tratto A-B

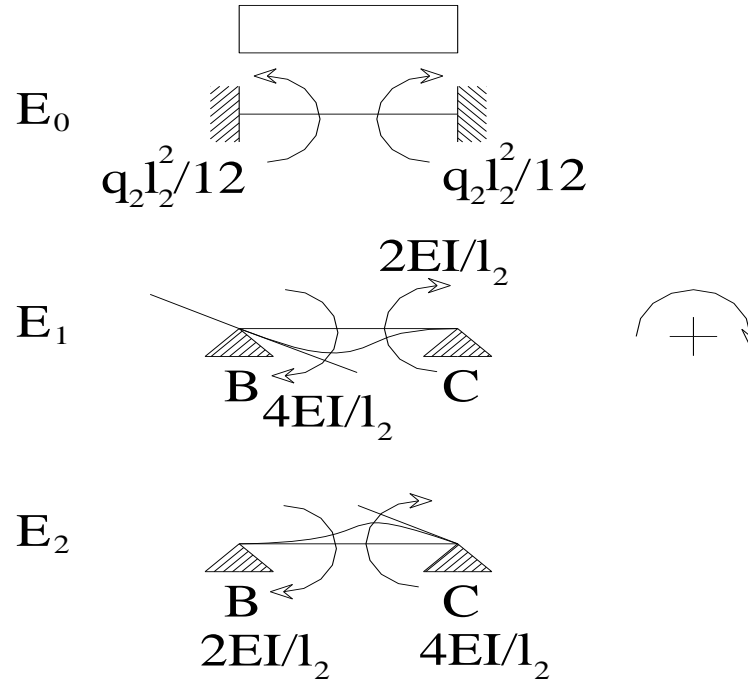


$$E = E^0 + \sum u_i E_i$$

$$M_{BA} = \frac{1}{8} q_1 l_1^2 + \frac{3EI}{l_1} \varphi_B = 3380 + \frac{3EI}{l_1} \left(-2043 \frac{1}{EI} \right) = 2384 \text{ kgm}$$

Calcolo dello stato di sollecitazione

Tratto B-C

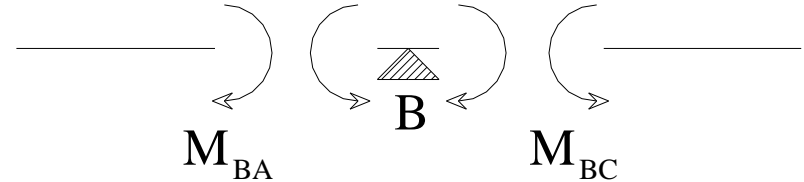


$$M_{BC} = -\frac{1}{12} q_2 l_2^2 + \frac{4EI}{l_2} \varphi_B + \frac{2EI}{l_2} \varphi_C = -311 + \frac{4EI}{l_2} \left(-2043 \frac{1}{EI}\right) + \frac{2EI}{l_2} \left(769 \frac{1}{EI}\right) = -2384 \text{ kgm}$$

$$M_{CB} = \frac{1}{12} q_2 l_2^2 + \frac{2EI}{l_2} \varphi_B + \frac{4EI}{l_2} \varphi_C = 311 + \frac{2EI}{l_2} \left(-2043 \frac{1}{EI}\right) + \frac{4EI}{l_2} \left(769 \frac{1}{EI}\right) = 5 \text{ kgm}$$

Calcolo dello stato di sollecitazione

$M_{BA} = M_{BC}$, in quanto non ci sono coppie applicate in B.



N.B.

- 1) Per disegnare il diagramma del momento è possibile isolare le singole campate considerando i momenti di estremità e i carichi distribuiti sulla campata, ricavare il valore dei tagli negli estremi e quindi scrivere la legge di variazione.
- 2) Una maniera alternativa è di calcolare il momento in un solo altro punto ad esempio in mezzeria e ricavare la legge parabolica numericamente o anche graficamente con la costruzione delle tangenti.

Progetto degli elementi strutturali

- 1. Analisi dei carichi unitari**
- 2. Schema statico**
- 3. Schema di carico**
- 4. Sollecitazioni**
- 5. Progetto delle armature (c.a.)**
- 6. Verifiche**