Esercitazione 1 DIMENSIONAMENTO E VERIFICA DI UN EDIFICIO IN C.A.

1.1 Geometria dell'edificio ed indicazione della maglia strutturale

Si consideri un edificio ad uso residenziale in calcestruzzo armato su tre piani fuori terra la cui sezione viene indicata nella Figura 1.1:

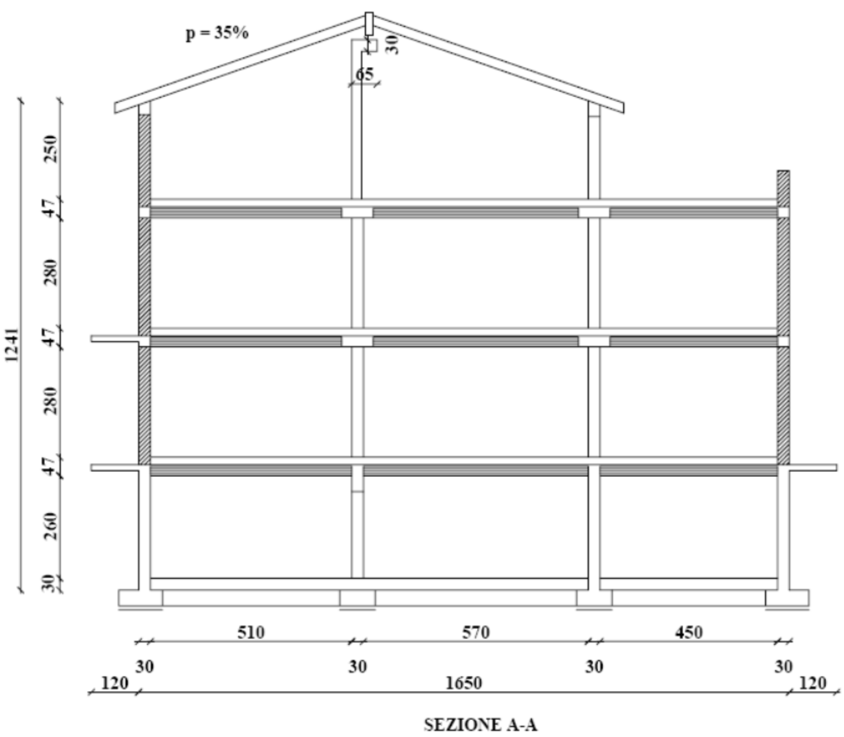


Figura 1.1: Sezione A-A (misure in cm)

Gli impalcati sono costituiti da travi di bordo e di spina in spessore di solaio, per avere più flessibilità architettonica, da solai in predalles tra il piano interrato e il piano terra e solai in latero-cemento con travetti prefabbricati e pignatte di alleggerimento ai piani superiori. La copertura è in legno.

La disposizione planimetrica è indicata nelle seguenti figure:

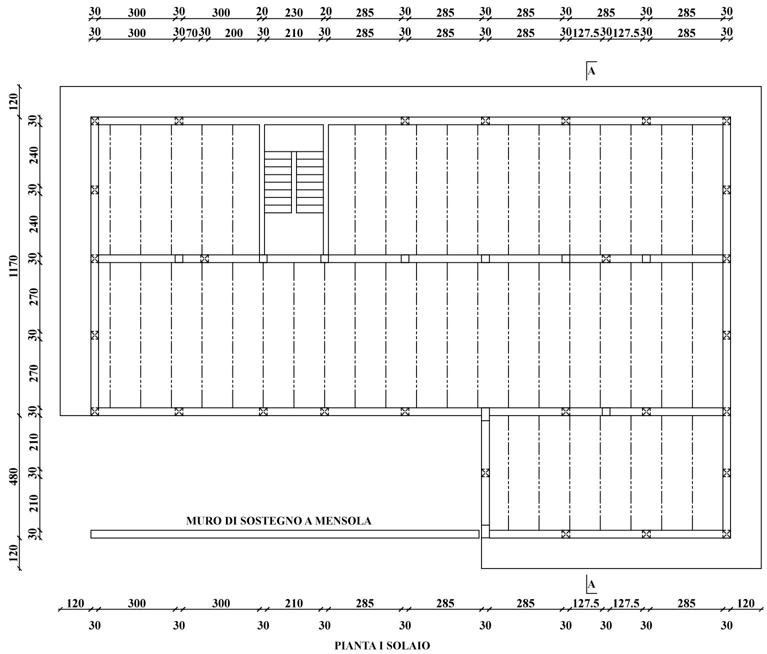


Figura 1.2: Pianta piano I (misure in cm)

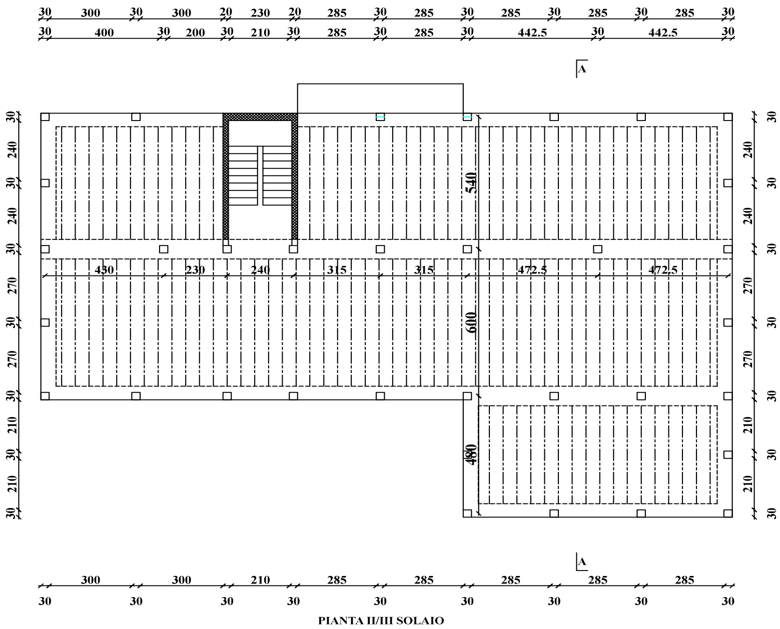


Figura 1.3: Pianta piani II / III (misure in cm)

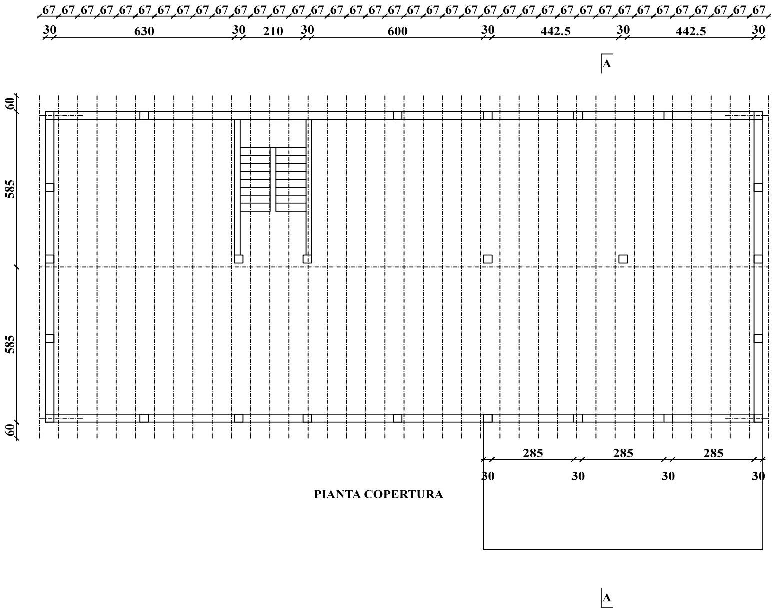


Figura 1.4: Pianta copertura (misure in cm)

1.2 Predimensionamento

Lo spessore dell'impalcato può essere determinato, in prima istanza, in modo da limitare la deformabilità flessionale degli elementi che lo costituiscono. Si può dimostrare, infatti, che la deformabilità degli elementi soggetti a flessione può essere limitata imponendo un adeguato valore del rapporto *h*/*L* o *d*/*L* fra l'altezza (altezza utile) della sezione e la luce dell'elemento considerato.

I valori del rapporto *h*/*L* o *d*/*L* che consentono la scelta dell'altezza dei diversi elementi strutturali sono i seguenti:

$\frac{h}{L} = \frac{1}{20} \div \frac{1}{25}$ *oppure* $\frac{d}{L} = \frac{1}{22} \div \frac{1}{23}$	Solai
$\frac{h}{L} = \frac{1}{15} \div \frac{1}{20}$ *oppure* $\frac{d}{L} = \frac{1}{17} \div \frac{1}{18}$	Travi in spessore
$\frac{h}{L} = \frac{1}{10} \div \frac{1}{15}$	Travi fuori spessore
$\frac{h}{L} = \frac{1}{7} \div \frac{1}{8}$	Balconi ed elementi a mensola

Tabella 1.1: valori tipici dei rapporti luci - altezza

Trave in spessore *Trave fuori spessore*

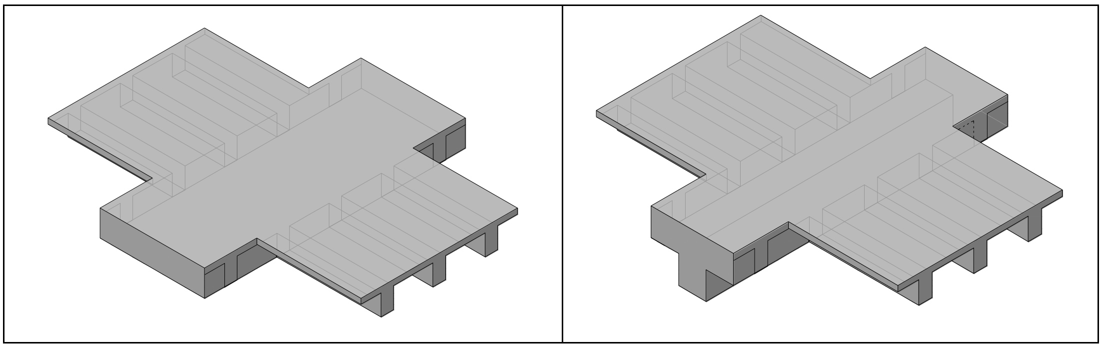


Figura 1.5: Esempi di travi in spessore e fuori spessore

Nell'impalcato in oggetto verranno utilizzati solai in latero-cemento con travi in spessore.

$L_{solaio} = 600\ cm$	$h = 24\ cm \div 30\ cm$	Solai
$L_{trave} = 472\ cm$	$h = 24\ cm \div 31\ cm$	Travi in spessore

L'altezza dell'impalcato e verrà assunta pari a:

$h_{solaio} = 25\ cm$ (20+5 cm. 5 cm di cappa sono fortemente consigliabili per l'organizzazione sismica dell'impalcato).

1.3 Scelta della tipologia di solaio

La tipologia di solaio scelta per la struttura in oggetto è quella tradizionale del solaio in latero-cemento, costituito da elementi resistenti in calcestruzzo armato con sezione a T ed elementi di alleggerimento in laterizio con sezione quadrangolare.

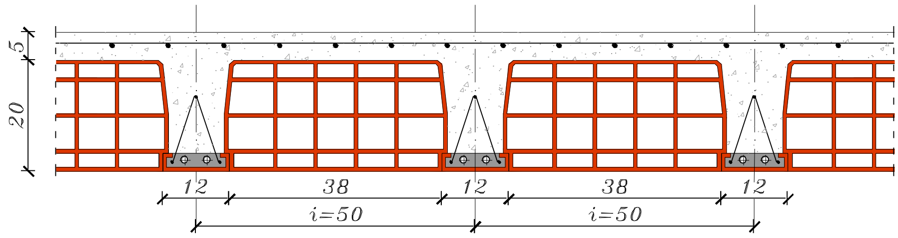


Figura 1.6: Sezione trasversale di calcolo di un solaio in latero-cemento

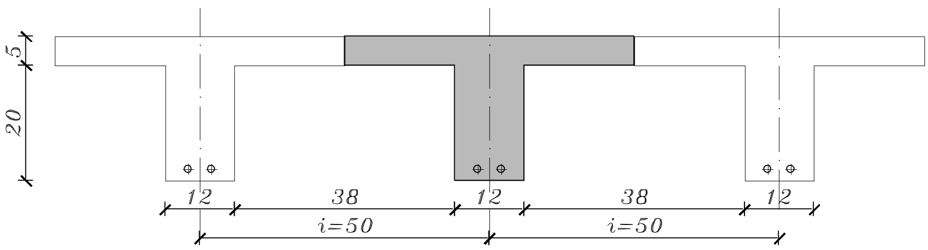


Figura 1.7: Sezione teorica di calcolo di un solaio latero-cemento

1.4 Analisi dei carichi

Le azioni sulle costruzioni possono essere classificate, in prima analisi, secondo la variazione della loro intensità nel tempo, nelle seguenti categorie (*D.M. 14 gennaio 2008 – § 2.5.1.3*):

1. **Carichi Permanenti (*G*)** - Azioni che agiscono durante tutta la vita nominale della costruzione e che possono essere considerate, in prima approssimazione, costanti nel tempo:
- peso proprio di tutti gli elementi strutturali (G_1);
- peso proprio di tutti gli elementi non strutturali (G_2);
- spostamenti e deformazioni imposte;
- pretensione e precompressione (*P*);
- ritiro e viscosità;
- spostamenti differenziali.
2. **Carichi Variabili (*Q*) –** Azioni sulla struttura o sul singolo elemento strutturale con valori istantanei che possono risultare sensibilmente diversi fra loro nel tempo:
- di lunga durata;
- di breve durata.
3. **Carichi Eccezionali (*A*)** - Azioni che si verificano solo eccezionalmente nel corso della vita nominale della struttura:
- incendi;
- esplosioni;
- urti ed impatti.
4. **Azioni Sismiche (*E*) –** Azioni derivanti dai terremoti.

1.4.1 Determinazione dei carichi permanenti strutturali (G_1)

I carichi permanenti strutturali possono essere determinati assumendo i valori dei pesi per unità di volume dei principali materiali da costruzione contenuti nelle nuove norme tecniche per le costruzioni e riportati nella seguente tabella (*D.M. 14 gennaio 2008 – Tabella 3.1.I*).

MATERIALI	PESO UNITÀ DI VOLUME [kN/m^3]
Calcestruzzi cementizi e malte	
Calcestruzzo ordinario	24,0
Calcestruzzo armato (e/o precompresso)	25,0
Calcestruzzi "leggeri": da determinarsi caso per caso	14,0÷20,0
Calcestruzzi "pesanti": da determinarsi caso per caso	28,0÷50,0
Malta di calce	18,0
Malta di cemento	21,0
Calce in polvere	10,0
Cemento in polvere	14,0
Sabbia	17,0
Metalli e leghe	
Acciaio	78,5

MATERIALI	PESO UNITÀ DI VOLUME [kN/m³]
Ghisa	72,5
Alluminio	27,0
Materiale lapideo	
Tufo vulcanico	17,0
Calcare compatto	26,0
Calcare tenero	22,0
Gesso	13,0
Granito	27,0
Laterizio (pieno)	18,0
Legnami	
Conifere e pioppo	4,0÷6,0
Latifoglie (escluso pioppo)	6,0÷8,0
Sostanze varie	
Acqua dolce (chiara)	9,81
Acqua di mare (chiara)	10,1
Carta	10,0
Vetro	25,0
Per materiali non compresi nella tabella si potrà far riferimento a specifiche indagini sperimentali o a normative di comprovata validità assumendo i valori nominali come valori caratteristici.	

Tabella 1.2: Carichi permanenti strutturali (D.M. 14 gennaio 2008)

1.4.2 Determinazione dei carichi permanenti non strutturali (G_2)

Sono considerati carichi permanenti non strutturali i carichi non rimovibili dalla costruzione durante il suo normale esercizio quali, ad esempio, quelli relativi alle tamponature esterne, ai divisori interni, massetti, isolamenti, pavimenti e rivestimenti in genere, intonaci, controsoffitti ed impianti. In generale i carichi permanenti non strutturali possono essere considerati come carichi uniformemente distribuiti.

Il peso proprio degli elementi divisori interni e degli impianti può essere assunto, in genere, come un carico equivalente distribuito purché i solai abbiano sufficiente capacità di ripartizione trasversale. In particolare il peso proprio degli elementi divisori interni g_2 dipende dal peso proprio per unità di lunghezza delle partizioni G_2 nel seguente modo:

Peso proprio per unità di lunghezza G_2 kN/m	Peso proprio equivalente distribuito g_2 kN/m²
$G_2 \leq 1{,}00$	$g_2=0{,}40$
$1{,}00 \leq G_2 \leq 2{,}00$	$g_2=0{,}80$
$2{,}00 \leq G_2 \leq 3{,}00$	$g_2=1{,}20$
$3{,}00 \leq G_2 \leq 4{,}00$	$g_2=1{,}60$
$4{,}00 \leq G_2 \leq 5{,}00$	$g_2=2{,}00$

Tabella 1.3: Carichi permanenti non strutturali

Elementi divisori con peso proprio maggiore devono essere valutati nella loro effettiva posizione.

1.4.3 Determinazione dei carichi variabili (Q)

I carichi variabili dipendono dalla destinazione d'uso dell'opera. I valori di esercizio dei carichi variabili, per le diverse categorie di edifici, sono contenuti nelle nuove norme tecniche per le costruzioni e sono riportati nella seguente tabella (*D.M. 14 gennaio 2008 – Tabella 3.1.II*).

Cat.	Ambienti	q_k [kN/m²]	Q_k [kN]	H_k [kN/m]
A	**Ambienti ad uso residenziale** Sono compresi in questa categoria i locali di abitazione e relativi servizi, gli alberghi. (ad esclusione delle aree suscettibili di affollamento)	2,00	2,00	1,00
B	**Uffici**			
	Cat. B1 Uffici non aperti al pubblico	2,00	2,00	1,00
	Cat. B2 Uffici aperti al pubblico	3,00	2,00	1,00
C	**Ambienti suscettibili di affollamento**			
	Cat. C1 Ospedali, ristoranti, caffè, banche, scuole	3,00	2,00	1,00
	Cat. C2 Balconi, ballatoi e scale comuni, sale convegni, cinema, teatri, chiese, tribune con posti fissi	4,00	4,00	2,00
	Cat. C3 Ambienti privi di ostacoli per il libero movimento delle persone, quali musei, sale per esposizioni, stazioni ferroviarie, sale da ballo, palestre, tribune libere, edifici per eventi pubblici, sale da concerto, palazzetti per lo sport e relative tribune	5,00	5,00	3,00
D	**Ambienti ad uso commerciale**			
	Cat. D1 Negozi	4,00	4,00	2,00
	Cat. D2 Centri commerciali, mercati, grandi magazzini, librerie…	5,00	5,00	2,00
E	**Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale**			
	Cat. E1 Biblioteche, archivi, magazzini, depositi, laboratori manifatturieri	≥ 6,00	6,00	1,00*
	Cat. E2 Ambienti ad uso industriale, da valutarsi caso per caso	-	-	-
F-G	**Rimesse e parcheggi**			
	Cat. F Rimesse e parcheggi per il transito di automezzi di peso a pieno carico fino a 30 kN	2,50	2x10,00	1,00**
	Cat. G Rimesse e parcheggi per transito di automezzi di peso a pieno carico superiore a 30 kN: da valutarsi caso per caso	-	-	-
H	**Coperture e sottotetti**			
	Cat. H1 Coperture e sottotetti accessibili per sola manutenzione	0,50	1,20	1,00
	Cat. H2 Coperture praticabili	Secondo categoria d'appartenenza		
	Cat. H3 Coperture speciali (impianti, eliporti, altri) da valutarsi caso per caso	-	-	-
** non comprende le azioni orizzontali eventualmente esercitate dai materiali immagazzinati* *** per i soli parapetti o partizioni nelle zone pedonali. Le azioni sulle barriere esercitate dagli automezzi dovranno essere valutate caso per caso*				

Tabella 1.4: Carichi varibili (D.M. 14 gennaio 2008)

1.4.4 Carico neve

Il carico provocato dalla neve sulle coperture può essere valutato secondo la seguente espressione (*D.M. 14 gennaio 2008 –§ 3.4.1*):

$$q_s = \mu_i \cdot q_{sk} \cdot C_E \cdot C_t$$

dove:

q_s	è il carico neve sulla copertura;
μ_i	è il coefficiente di forma della copertura (D.M. 14 gennaio 2008 –§ 3.4.5);
q_{sk}	è il valore caratteristico di riferimento del carico neve al suolo [kN/m^2], per un periodo di ritorno di 50 anni (D.M. 14 gennaio 2008 – § 3.4.2);
C_E	è il coefficiente di esposizione (D.M. 14 gennaio 2008 – § 3.4.3);
C_t	è il coefficiente termico (D.M. 14 gennaio 2008 – § 3.4.4).

Per l'edificio in oggetto:

$\mu_i = 0{,}8$	per copertura a falde inclinate con inclinazione 0°≤α≤30°; nel caso in esame p=35% che equivale ad un angolo α=19.3°;
q_{sk} = 1,50 kN/m^2 $a_s \leq 200$ m	per edifici in Zona I – Alpina;
q_{sk} = 1,39 [1 + (a_s/728)2] kN/m^2 $a_s > 200$ m	Per Brescia: a_s = 149 m s.l.m. Risulta quindi: q_{sk} = 1,50 kN/m^2
$C_t = 1$	per edifici in classe di topografia normale;
$C_E = 1$	in assenza di studi specifici.

Il carico neve sulla copertura risulta:

$$q_s = 0{,}8 \cdot 1{,}50\, kN/m^2 \cdot 1 \cdot 1 = 1{,}20\, kN/m^2$$

1.4.5 Solaio piano tipo

Consideriamo il solaio di un piano tipo di altezza H=47 cm (20 + 5 strutturale)

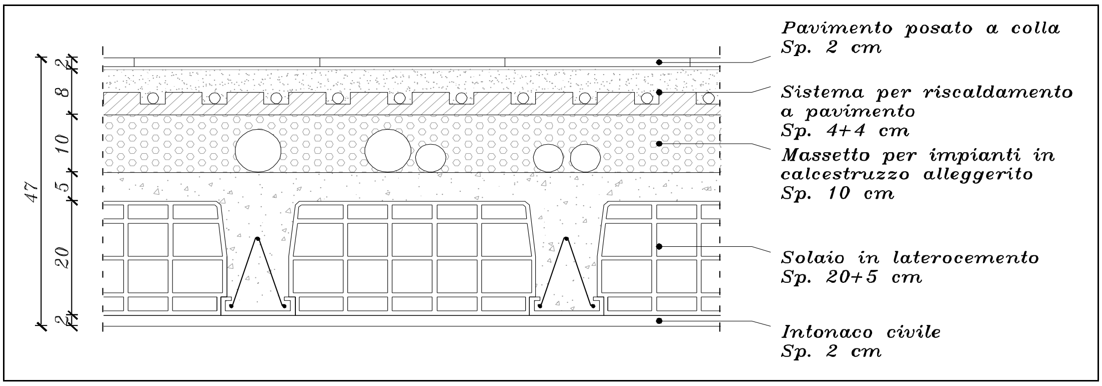


Figura 1.8: Sezione solaio piano tipo

		kN/m^2
Carichi permanenti strutturali (G_1)		
Solaio latero-cemento: spessore 20 + 5 cm		**3,50**
Carichi permanenti non strutturali (G_2)		
Divisori interni (g_2)		1,20
Pavimento in gres porcellanato posato a colla: spessore 2 cm		0,30
Sistema per riscaldamento a pavimento costituito da massetto in calcestruzzo e pannello isolante: spessore 4+4 cm		1,20
Massetto in calcestruzzo alleggerito e impianti: spessore 10 cm	11,00 * 0,10 =	1,10
Intonaco civile: spessore 2 cm	20,00 * 0,02 =	0,40
Totale		**4,20**
Carichi variabili (Q)		
Cat. A – Ambienti ad uso residenziale		**2,00**
TOTALE COMPLESSIVO		**9,70**

1.4.6 Solaio di copertura in legno lamellare

Consideriamo un solaio di copertura in legno lamellare di altezza H=47 cm (pendenza 35% α=19.3°):

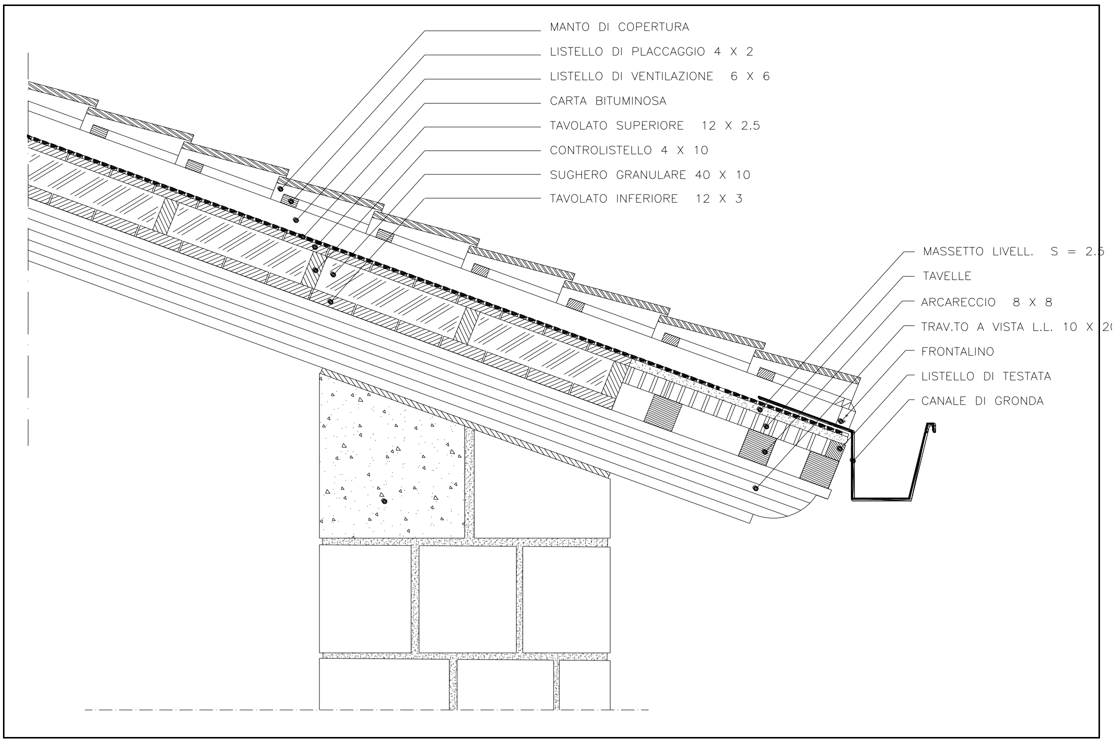


Figura 1.9: Sezione solaio di copertura

	kN/m²
Carichi permanenti strutturali (G_1) (si dividono i valori per cosα)	
Travetto legno 10*20 i=60 cm + peso strutture (travi colmo, dormienti)	**0,35**
Carichi permanenti non strutturali (G_2) (si dividono i valori per cosα)	
Tavolato inferiore 3 cm	0,19
Isolante 10 cm + controlistelli	0,05
Tavolato superiore 2,5 cm	0,16
Manto bituminoso, listelli di ventilazione e listelli placcaggio	0,11
Coppi di copertura	0,80
Totale	**1,31**
Carichi variabili (Q)	
Neve	**1,20**
TOTALE COMPLESSIVO	**2,86**

1.4.7 Carico del vento

Per angoli di inclinazione della copertura minori di 20°, il vento causa depressione sia sul lato sottovento che sopravvento.

Allo SLU, le combinazioni di carico per la copertura prevedono quindi la presenza di due carichi variabili.

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \Psi_{02} \cdot \gamma_{Q2} \cdot Q_{k2} + \cdots$$

Con neve primo carico variabile. γ_{Q2}=0 a favore di sicurezza (visto che vento è negativo)

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \Psi_{02} \cdot \gamma_{Q2} \cdot Q_{k2} + \cdots$$

Con vento primo carico variabile negativo, perpendicolare uscente dalla superficie del tetto. $\gamma_{Q2} = 0$ a favore di sicurezza. Questa è una combinazione significativa per la verifica del sollevamento del tetto.

1.5 Scelta dei materiali

1.5.1 Acciaio B450C (ex-FeB44k)

L'acciaio per calcestruzzo armato ad aderenza migliorata B450C è caratterizzato dai seguenti valori nominali delle tensioni caratteristiche di snervamento e rottura da utilizzare nei calcoli (*D.M. 14 gennaio 2008 – Tabella 11.3.Ia*):

Valore nominale della tensione caratteristica allo snervamento: $f_{y\,nom} = 450\ MPa$

Valore nominale della tensione caratteristica a rottura: $f_{t\,nom} = 540\ MPa$

$\gamma_s = 1{,}15$

$E_s = 210000\ \mathrm{MPa}$

Coefficiente di omogeneizzazione per i carichi di lunga durata n=15 (C.4.1.2.2.5)

e deve rispettare i requisiti indicati nella seguente tabella (*D.M. 14 gennaio 2008 – Tabella 11.3.Ib*):

CARATTERISTICHE	REQUISITI	FRATTILE (%)
Tensione caratteristica di snervamento	$f_{yk} \geq f_{y\,nom}$	5,0
Tensione caratteristica di rottura	$f_{tk} \geq f_{t\,nom}$	5,0
$(f_t/f_y)_k$	$\geq 1{,}15$ $< 1{,}35$	10,0
$(f_y/f_{y\,nom})_k$	$\leq 1{,}25$	10,0
Allungamento $(A_{gt})_k$	$\geq 7{,}5\%$	10,0
Diametro del mandrino per prove di piegamento a 90° e successivo raddrizzamento senza cricche:		
$\Phi < 12$ mm	*4 Φ*	
$12 \leq \Phi \leq 16$ mm	*5 Φ*	
per $16 < \Phi \leq 25$ mm	*8 Φ*	
per $25 < \Phi \leq 40$ mm	*10 Φ*	

Tabella 1.5: Requisiti per l'acciaio secondo il D.M. 14 gennaio 2008

L'acciaio B450C è l'unico acciaio da calcestruzzo armato consentito per diametri compresi tra i 6 e i 40 mm. Solamente per i diametri compresi tra 5 e 10 mm può essere impiegato anche l'acciaio B450A (meno duttile, essenzialmente per reti e tralicci, per armature trasversali o di strutture non dissipative o di elementi che non sviluppano plasticizzazioni in accordo alla gerarchia delle resistenze).

Verifiche in esercizio: per l'acciaio B450C dovrà essere verificato che la tensione massima σ_s per effetto delle azioni dovute alla combinazione caratteristica rispetti la seguente limitazione (D.M. 14 gennaio 2008–§ 4.1.2.2.5.2):

$\sigma_S < 0{,}8 f_{yk} = 0{,}8 \cdot 450\ MPa = 360\ MPa$ **MOLTO ALTO**!!!

Nelle vecchie tensioni ammissibili, per l'acciaio B450C la tensione massima nelle condizioni di esercizio $\sigma_{s,max,es}$ cui si faceva riferimento nella progettazione risulta:

$$\boxed{\sigma_{s,max,es} = 260\ MPa}$$

1.5.2 Calcestruzzo C25/30

Il calcestruzzo viene titolato ed identificato mediante la classe di resistenza contraddistinta dai valori caratteristici delle resistenze cilindriche e cubiche uniassiali, misurate rispettivamente su provini cilindrici e cubici, espressa in MPa (D.M. 14 gennaio 2008 – § 11.2).

Il calcestruzzo di classe C25/30 è caratterizzato dai seguenti valori caratteristici:

Resistenza caratteristica cubica a compressione: $R_{ck} = 30\ MPa$

Resistenza caratteristica cilindrica a compressione: $f_{ck} = 25\ MPa$

$f_{ck} = 0{,}83\ R_{ck}$

Resistenza media a compressione: $f_{cm} = f_{ck} + 8$ [MPa]

Resistenza di progetto a compressione: $f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c} = 14{,}2\ MPa$

con:

α_{cc}=0.85 (effetti lunga durata)

γ_C=1,5 (oppure 1,4 per produzione con controllo di qualità continuativo e coefficiente di variazione inferiore al 10% - vedasi prefabbricatori, getti in stabilimento o grossi centrali di betonaggio).

Modulo di elasticità tangenziale: $E_{cm} = 22000\left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} = 22000\left(\frac{f_{ck}+8}{10}\right)^{0,3} = 31500\ MPa$

Resistenza media a trazione: $f_{ctm} = 0{,}3(f_{ck})^{2/3} = 2{,}56\ MPa$

Resistenza caratteristica a trazione: $f_{ctk} = 0{,}7 f_{ctm} = 1{,}79\ MPa$

Resistenza di progetto a trazione: $f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{1{,}79}{1{,}5} = 1{,}19\ MPa$

Resistenza media a trazione per classi di calcestruzzo superiori a C50/60:

$f_{ctm} = 2{,}12 \ln\left(1 + \frac{f_{cm}}{10}\right)$

Le nuove Norme Tecniche per le Costruzioni richiedono la verifica delle tensioni di esercizio nella combinazione caratteristica e quasi permanente. Si deve verificare che le massime tensioni, sia nel calcestruzzo che nell'acciaio, siano inferiori ai valori massimi consentiti.

Per il calcestruzzo di classe C25/30 la tensione massima σ_C deve rispettare le seguenti limitazioni (*D.M. 14 gennaio 2008 –§ 4.1.2.2.5.1*):

$\sigma_C \leq 0{,}60\, f_{ck} = 0{,}60 \cdot 25\ MPa = 15\ MPa$ *combinazione caratteristica (rara)*

$\sigma_C \leq 0{,}45\, f_{ck} = 0{,}45 \cdot 25\ MPa = 11{,}25\ MPa$ *combinazione quasi permanente*

La tensione massima a compressione nelle condizioni di esercizio $\sigma_{C,max,es}$ risulta (*D.M. 9 gennaio 1996)*:

$$\sigma_{C,max,es} = 60 + \frac{R_{ck} - 150}{4} = 97{,}5\ \frac{kg}{cm^2} = 9{,}75\ MPa$$

$\sigma_{C,max,es^*} = 0{,}70 \cdot \sigma_{C,amm} = 68{,}25\ \frac{kg}{cm^2} = 6{,}825\ MPa$ per spessori minori di 5 cm.

Lo sforzo di taglio massimo per elementi privi di rinforzo a taglio τ_{C0} risulta:

$$\tau_{C0} = 4 + \frac{R_{ck} - 150}{75} = 6\ \frac{kg}{cm^2} = 0{,}6\ MPa$$

Lo sforzo di taglio massimo τ_{C1} per la verifica di resistenza delle bielle compresse risulta:

$$\tau_{C1} = 14 + \frac{R_{ck} - 150}{35} = 18{,}3\ \frac{kg}{cm^2} = 1{,}83\ MPa$$

1.6 Verifiche agli stati limite di esercizio

Gli stati limite di esercizio corrispondono a situazioni limite oltre il quale non sono soddisfatti i requisiti di esercizio prescritti, ovvero situazioni che comportano un deterioramento oppure la perdita di funzionalità della struttura.
Nel caso di strutture in calcestruzzo armato, generalmente, vanno eseguite le seguenti verifiche:

1. Verifica di deformabilità: deve essere congruente alla destinazione d'uso in quanto, le deformazioni, possono pregiudicarne l'uso o danneggiare gli elementi non strutturali quali ad esempio i divisori;
2. Verifica di fessurazione: assicura la funzionalità e la durata della struttura; le fessure possono infatti influenzare negativamente sia l'aspetto che la durabilità dell'opera;
3. Verifica delle tensioni di esercizio: per evitare microfessurazioni ed elevata viscosità.

Per casi specifici si possono adottare anche altre verifiche, come ad esempio la verifica di vibrazione.
Considerando l'ipotesi di comportamento elastico dei materiali e trascurando la resistenza a trazione del calcestruzzo teso, le verifiche agli stati limite d'esercizio verranno svolte considerando i carichi permanenti sempre con il loro valore caratteristico. Per quanto riguarda i carichi variabili, si distinguono 3 combinazioni di carico differenti:

- Combinazione rara: generalmente si usa per gli stati limite ultimi irreversibili e tensioni ammissibili

$$1{,}00\ G_1 + 1{,}00\ G_2 + 1{,}00\ Q \qquad (1.1)$$

- Combinazione frequente: generalmente impiegata per gli stati limite di esercizio reversibili

$$1{,}00\ G_1 + 1{,}00\ G_2 + 0{,}5\ Q \qquad (1.2)$$

- Combinazione quasi permanente: generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine

$$1{,}00\ G_1 + 1{,}00\ G_2 + 0{,}3\ Q \qquad (1.3)$$

1.7 Progettazione e verifica del pilastro P5

Si procede ora con la progettazione e la verifica del pilastro P5. In Figura 1.10 viene individuata con il colore rosso l'area d'influenza del pilastro oggetto di studio.

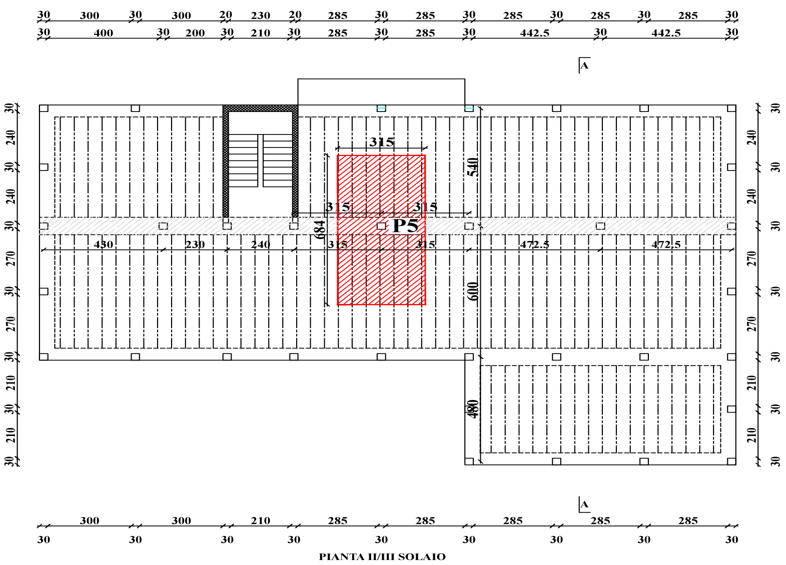


Figura 1.10:Pianta piano tipo – pilastro P5 (misure in cm)

Si consideri il solaio su 2 campate come illustrato nella Figura 1.11:

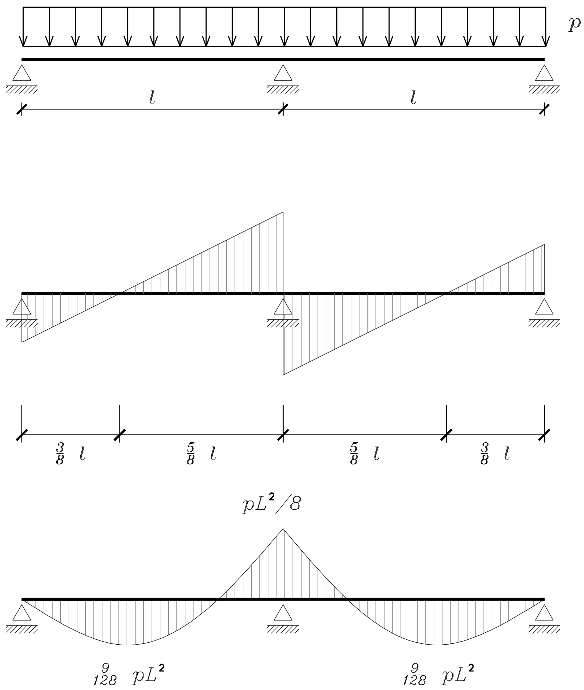


Figura 1.11: Grafici del taglio e del momento per un solaio a 2 campate

Il pilastro P5 è in posizione centrata, ad eccezione della sommità in cui si ha la presenza di una mensola tozza ad appoggio con trave di colmo in legno lamellare.
Il pilastro P5 presenta un'area d'influenza tra le maggiori:
considerando la direzione x, P5 si trova nelle campate interne della trave di spina (su di esso insiste il 50% circa del carico delle due campate); con riferimento alla direzione y, P5 costituisce un appoggio centrale del solaio, che è iperstatico su due campate (su di esso insiste il 60% circa del carico delle due campate);

$$\mathrm{A}_{\mathrm{inf,P5}} = (0{,}5 \cdot 3{,}15 + 0{,}5 \cdot 3{,}15) \cdot (0{,}6 \cdot 5{,}40 + 0{,}6 \cdot 6{,}00) = 3{,}15 \cdot 6{,}84 = 21{,}55\ m^2$$

Si pone particolare attenzione al fatto che questo valore è ben diverso da 18 m^2 che avrei se avessi assunto come divisione dei carichi ovunque il 50%.
Si può verificare l'$\mathrm{A}_{\mathrm{inf,P5}}$ anche tramite le reazioni vincolari.
Al pilastro di bordo si potrebbe affidare un valore pari a 0,5 anziché 0,4 a favore di sicurezza.

1.7.1 Azioni sollecitanti pilastro P5

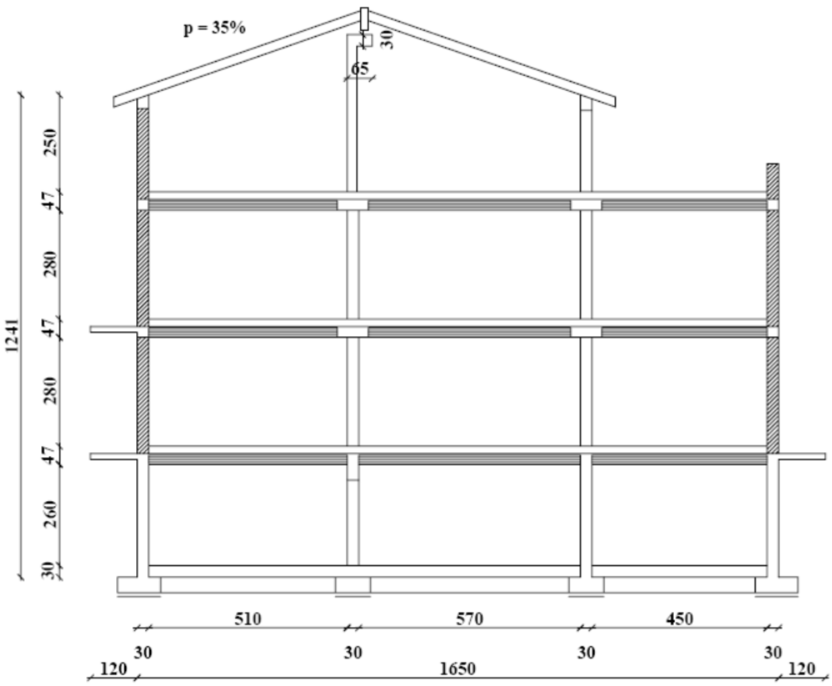


Figura 1.12: Sezione A-A dell'edificio

- Combinazioni di carico SLU:

$$N_{Ed} = \left(\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_Q \cdot Q\right) \cdot \mathrm{A}_{\mathrm{inf}} = (1{,}3 \cdot G_1 + 1{,}5 \cdot G_2 + 1{,}5 \cdot Q) \cdot \mathrm{A}_{\mathrm{inf}}$$

- Tetto (Piano Secondo):

$$G_1 = 0{,}35 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$$
$$G_2 = 1{,}31 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$$
$$Q = 1{,}20 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}^2}$$

$$N_{Ed}^{II} = (\gamma_{G1} \cdot G1 + \gamma_{G2} \cdot G2 + \gamma_Q \cdot Q) \cdot \mathrm{A_{inf}}$$
$$N_{Ed}^{II} = \left(1{,}3 \cdot 0{,}35 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m^2}} + 1{,}5 \cdot 1{,}31 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m^2}} + 1{,}5 \cdot 1{,}20 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m^2}}\right) \cdot 21{,}55\ \mathrm{m^2} = 90{,}94\ \mathrm{kN}$$

Aggiungendo il Peso Proprio del pilastro e della trave (Peso Specifico calcestruzzo= 25 $\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m^3}}$)

$$PP\ pilastro + PP\ trave = \gamma_{G1} \cdot [(b_P \cdot h_P \cdot l_P) + (b_T \cdot h_T \cdot l_T)] \cdot \gamma_{cls}$$
$$PP_{tot} = 1{,}3 \cdot [(0{,}25 \cdot 0{,}25 \cdot 3{,}40)\mathrm{m^3} + (0{,}65 \cdot 0{,}30 \cdot 3{,}15)\mathrm{m^3}] \cdot 25 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m^3}} = 26{,}87\ \mathrm{kN}$$

Otteniamo una forza pari a:

$$N_{Ed}^{II} = 90{,}94\ \mathrm{kN} + 26{,}87\ \mathrm{kN} = 118\ \mathrm{kN}$$

- Per gli altri impalcati: $G_1 = 3{,}5 \cdot 1{,}1 = 3{,}85 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m^2}};\ G_2 = 4{,}2 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m^2}};\ Q = 2{,}0 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m^2}}$

Il carico permanente portante G_1è stato incrementato del 10% per tenere conto del peso proprio del pilastro e dell'incremento del peso della trave.

$$N_{Ed}^{I} = N_{Ed}^{II} + (1{,}3 \cdot G_1 + 1{,}5 \cdot G_2 + 1{,}5 \cdot Q) \cdot \mathrm{A_{inf}} = 118 + 308 = 426\ kN$$
$$N_{Ed}^{0} = N_{Ed}^{I} + (1{,}3 \cdot G_1 + 1{,}5 \cdot G_2 + 1{,}5 \cdot Q) \cdot \mathrm{A_{inf}} = 426 + 308 = 734\ kN$$
$$N_{Ed}^{-I} = N_{Ed}^{0} + (1{,}3 \cdot G_1 + 1{,}5 \cdot G_2 + 1{,}5 \cdot Q) \cdot \mathrm{A_{inf}} = 734 + 308 = 1042\ kN$$

Realizzando un confronto fra l'azione sollecitante allo SLU e allo SLE otterremo come risultato (considerando l'azione allo SLE calcolato considerando la combinazione rara):

$N_{es} = (G_1 + G_2 + Q) \cdot \mathrm{A_{inf}})$

$N_{Ed}^{II} = 118\ kN$	$N_{es}^{II} = 82\ kN$	$N_{Ed}^{II}/N_{es}^{II} = 1{,}44$
$N_{Ed}^{I} = 426\ kN$	$N_{es}^{I} = 299\ kN$	$N_{Ed}^{I}/N_{es}^{I} = 1{,}43$
$N_{Ed}^{0} = 734\ kN$	$N_{es}^{0} = 516\ kN$	$N_{Ed}^{0}/N_{es}^{0} = 1{,}42$
$N_{Ed}^{-I} = 1042\ kN$	$N_{es}^{-I} = 733\ kN$	$N_{Ed}^{-I}/N_{es}^{-I} = 1{,}42$

L'azione sollecitante allo SLU è circa 1,40÷1,45 volte quella classica di esercizio.
Esempio di calcolo:

$$N_{es}^{II} = (G_1 + G_2 + Q) \cdot \mathrm{A_{inf}} + G_{1,pilastro} + G_{1,trave}$$
$$N_{es}^{I} = N_{es}^{II} + (G1 + G2 + Q) \cdot \mathrm{A_{inf}}$$

Per cui avremo:

$$N_{es}^{II} = (0{,}35 + 1{,}31 + 1{,}2) \cdot 21{,}55 + 5{,}31 + 15{,}36 = 82{,}3\ kN$$

Ora calcoliamo il momento in sommità alla trave di colmo, dove è presente una forte eccentricità dovuta alla posizione della trave rispetto al pilastro.
Prima di tutto calcoliamo l'eccentricità:

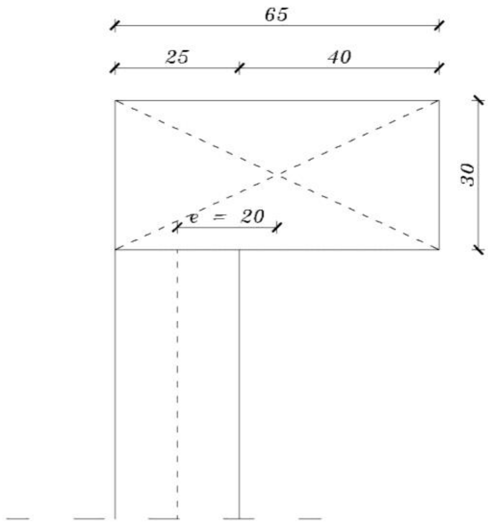


Figura 1.13: Particolare del colmo

$$e = \frac{b_T}{2} - \frac{b_P}{2} = \frac{65}{2} cm - \frac{25}{2} cm = 20\ cm$$

Ora calcoliamo il momento utilizzando il peso del tetto e il peso proprio della trave (solo della parte che di fatto genera un momento sul pilastro, $b_T = 40\ cm$):

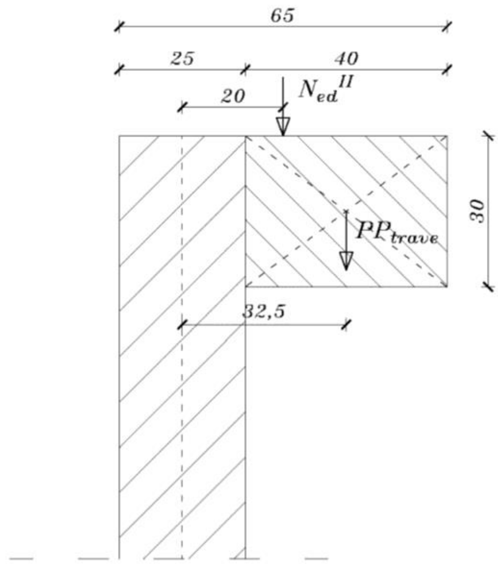


Figura 1.14: Particolare del colmo

$$M_{ed}^{II} = N_{Ed}^{II} \cdot e + (\gamma_{G1} \cdot b_T \cdot h_T \cdot l_T \cdot\ PS_{cls}) \cdot (\frac{b_T}{2} + \frac{b_P}{2})$$

$$\boldsymbol{M_{Ed}^{II} = 90,94\ kN \cdot 0,2\ m + \left(1,3\ \cdot 0,4\ m \cdot 0,3\ m \cdot 3,15\ m \cdot 25 \frac{kN}{m^3}\right) \cdot 0,325\ m =}$$
$$\boldsymbol{= 22,2\ kN \cdot m}$$

1.7.2 Dimensionamento del pilastro

- In esercizio, come si è sempre fatto:

$$\mathrm{A_{C,min}} = \frac{N_{es}}{0{,}7 \cdot \sigma_{c,max,es} \cdot (1 + n \cdot 0{,}008)}$$

Note: Ridotto del 30% per tenere conto dell'importanza delle strutture verticali e si ipotizza un'armatura longitudinale pari al 0,8% dell'area di calcestruzzo.

- Allo SLU:

$$\mathrm{A_C} = \frac{N_{ed}}{f_{cd}}$$

$$\mathrm{A_S} \cong 0{,}008 \cdot \mathrm{A_C}$$

Ricordando come nella NTC avremo:

$$\mathrm{A_S} \geq 0{,}003 \cdot \mathrm{A_C}$$

Invece nell'EC2 sarà:

$$\mathrm{A_S} \cong 0{,}002 \cdot \mathrm{A_C}$$

Prescrizioni e dettagli da seguire per il pilastro:

- Per essere considerato un pilastro bisogna mantenere il rapporto:

$$\frac{h}{b} \leq 4$$

- Le barre longitudinali dovranno rispettare le seguenti caratteristiche:

$$\emptyset_L \geq 12\ mm\ ;$$

$$\mathrm{i} \leq 300\ mm\ (\textit{una barra per spigolo})$$

$$\mathrm{A_{S,min}} = \frac{0{,}10 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} > 0{,}003 \cdot \mathrm{A_C}\ (0{,}3\%\ di\ \ \mathrm{A_C})$$

$$\mathrm{A_{S,max}} = 0{,}04 \cdot \mathrm{A_C}\ (e\ sar\grave{a}\ 0{,}08 \cdot\ \mathrm{A_C}\ nel\ caso\ di\ zone\ di\ sovrapposizione)$$

$$(4\% \leq \mathrm{A_{S,max}} \leq 8\%)$$

- Le staffe saranno:

$$\mathrm{i} \leq \min\left(12 \cdot \emptyset_{L,min}\ ;\ 250\ mm\right);$$

$$\emptyset \geq \max(6\ mm\ ;\ 1/4 \cdot \emptyset_{L,max})$$

1.7.3 Dimensionamento del pilastro P5 del piano primo e secondo

$$\mathrm{A_{C,1}} = \frac{N_{ed}}{f_{cd}} = \frac{426 \cdot 10^3\ N}{14{,}2\ MPa} = 30000\ mm^2 = 300\ cm^2$$

Nota: Per evitare di avere un pilastro troppo snello con conseguente problema di instabilità si utilizza la misura minima di 25 cm per lato, cioè $\mathrm{A_{C,min}} = 25 \cdot 25 = 625\ \mathrm{cm}^2$.

$$\mathrm{A_S} = 0{,}008 \cdot \mathrm{A_{C,1}} = 0{,}008 \cdot 30000\ mm^2 = 240\ \ mm^2 = 2{,}4\ cm^2\ cio\grave{e}\ 4\ \cdot \emptyset 12$$

Staffe: $\emptyset 6/150\ mm$

Rappresenta il classico pilastro di 25x25 cm di lato con 4 ferri longitudinali Ø12 e staffe Ø6 ogni 150 mm, anche se poi si utilizzano staffe Ø8.

Nota: Le staffe vengono raddoppiate, cioè dimezzata la distanza tra loro, nelle zone di sovrapposizione delle barre verticali. Questa sovrapposizione in generale vale per $50\emptyset_L$ o 1 m.

1.7.4 Dimensionamento del pilastro P5 del piano P-I

$$\mathrm{A}_{\mathrm{C},-1} = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}} = \frac{1042 \cdot 10^3\ N}{14{,}2\ MPa} = 73380\ mm^2 = 734\ cm^2$$

Il pilastro al piano P-I sarà quindi 30x30 cm

$$\mathrm{A}_{\mathrm{S}} = 0{,}008 \cdot \mathrm{A}_{\mathrm{C},-1} = 587\ \ mm^2 = 5{,}87\ cm^2\ cio\text{è}\ 4\emptyset 16$$

Staffe:

$$\mathrm{i} \leq \min(19{,}2\ cm\ ;\ 25\ mm)\ ;$$
$$\emptyset \geq \max(6\ mm\ ;\ 3\ mm)$$

avremo: $\emptyset 8/150\ mm$.

Verifichiamo le aree minime e massime dell'acciaio:

$$\mathrm{A}_{\mathrm{S,min}} = \frac{0{,}10 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{0{,}10 \cdot 1042 \cdot 10^3\ N}{391\ MPa} = 266{,}5\ mm^2 < 0{,}003 \cdot \mathrm{A}_{\mathrm{C}}$$
$$dove\ 266{,}5\ mm^2 < 0{,}003 \cdot \mathrm{A}_{\mathrm{C}} = 0{,}003 \cdot 300 \cdot 300\ mm^2 = 270\ mm^2$$
$$\mathrm{A}_{\mathrm{S,max}} = 0{,}04 \cdot \mathrm{A}_{\mathrm{C}} = 3600\ mm^2$$
$$(e\ sar\text{à}\ 0{,}08 \cdot\ \mathrm{A}_{\mathrm{C}}\ nel\ caso\ di\ zone\ sovrapposte\ per\ cui\ avremo\ 4\% \leq \mathrm{A}_{\mathrm{S,max}} \leq 8\%)$$

Fino ad ora abbiamo predimensionato rispettando le prescrizioni normative, ma secondo le NTC bisogna tenere conto di eventuali imperfezioni, occorre allora considerare, anche in elementi semplicemente compressi, un'eccentricità accidentale (e).

- $\mathrm{e} = \max(0{,}05 \cdot h\ ;\ 20\ mm)$ con $\mathrm{h} \geq \mathrm{b}$ (dimensione lato maggiore) e nel caso di pilastri con $\mathrm{h} \leq 400$ cm governa l'eccentricità accidentale di 20 mm.

Calcoleremo per ogni pilastro il momento a cui è soggetto perché generato dalla presenza dell'eccentricità accidentale:

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e$$

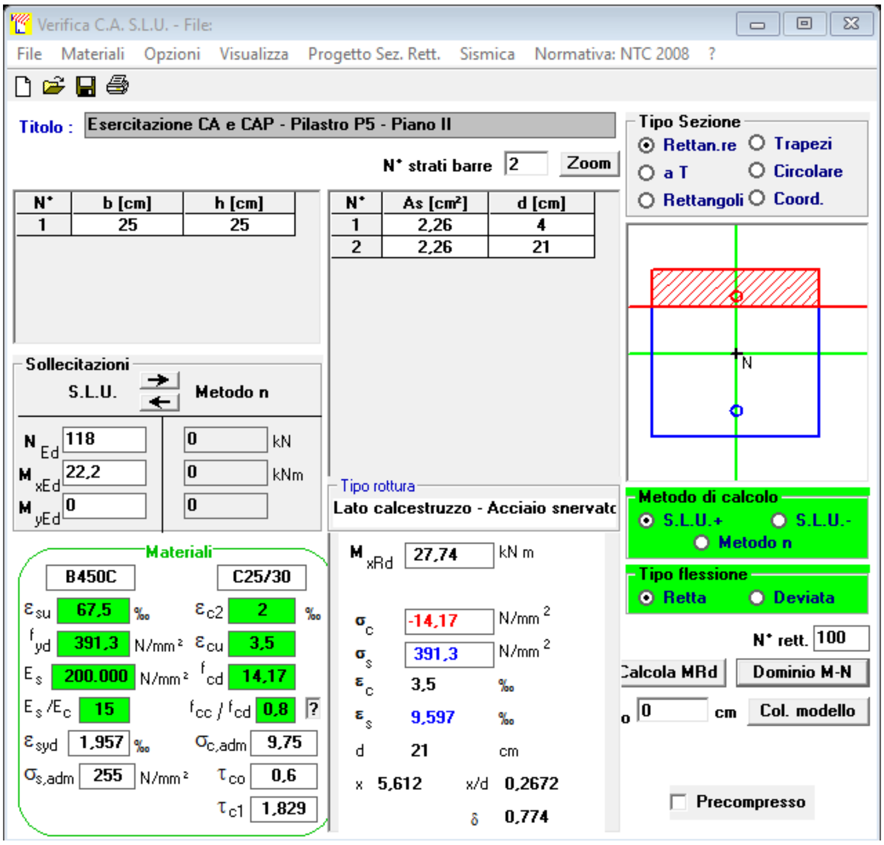
Producendo così una tabella che riassume in modo completo il pilastro P5 per ogni piano:

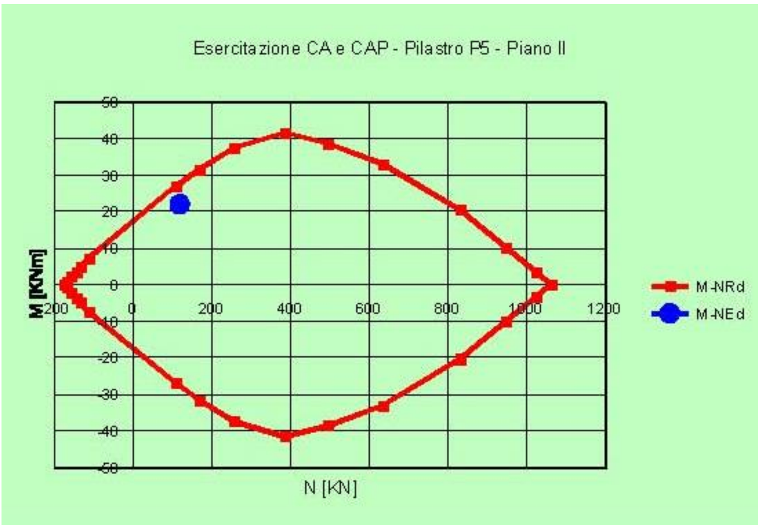
Pilastro P5	b[cm]	h[cm]	e[mm]	N_{Ed}[kN]	M_{Ed}[kN · m]	A_s	A_s/A_c
Piano II	25	25	20	118	22,2(2,4*)	4∅12	0,7%
Piano I	25	25	20	426	22,2(8,5*)	4∅12	0,7%
Piano 0	30	30	20	734	22,2(14,7*)	4∅16	0,9%
Piano-I	30	30	20	1042	22,2(21*)	4∅16	0,9%

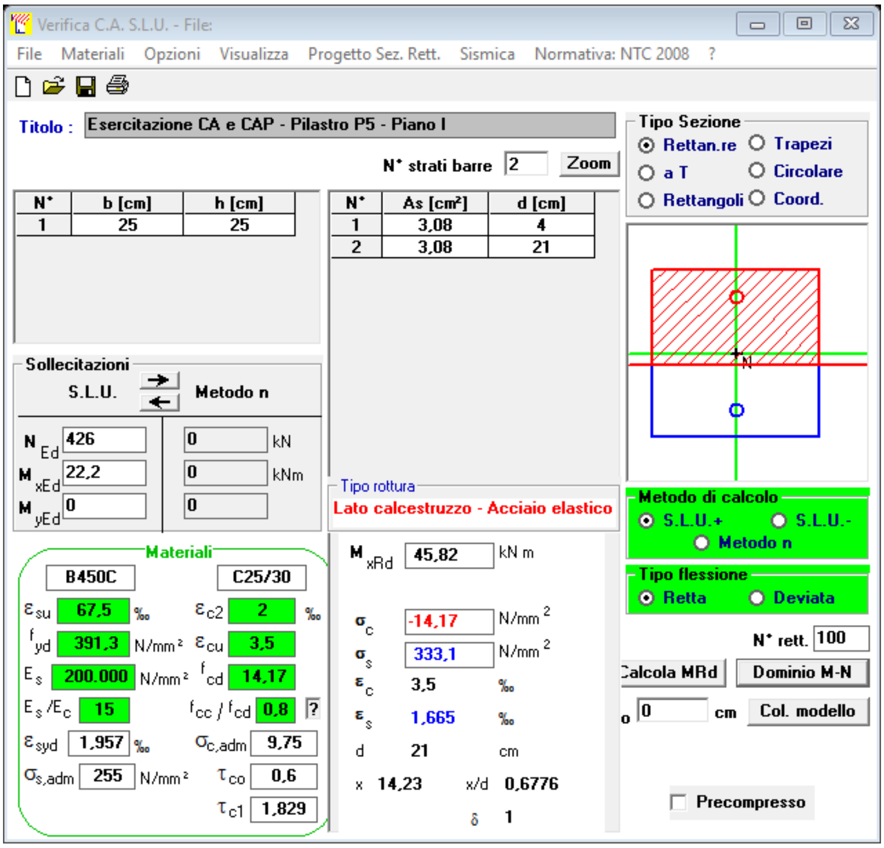
*Nota: Le eccentricità accidentali generano ovunque un momento minore di quello al colmo, per ciò utilizzeremo il momento eccentrico calcolato alla trave di colmo.

Tabella 1.6: *Riassunto Pilastro P5*

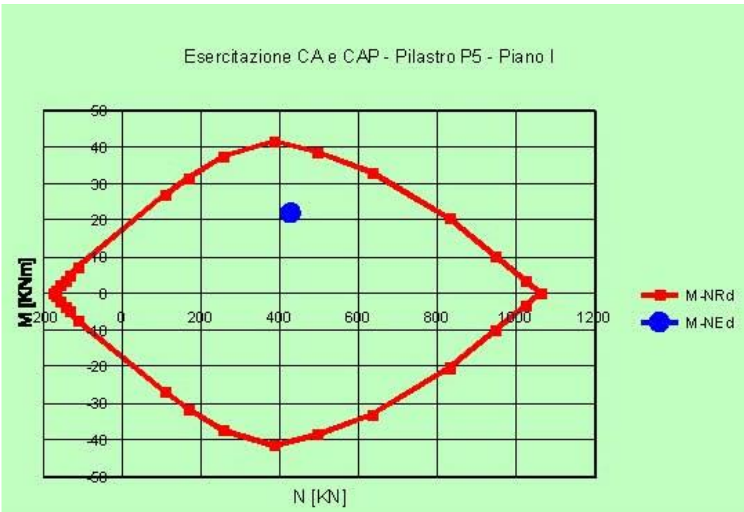
Con la presenza dell'eccentricità accidentale siamo tenuti ora a fare una verifica alla pressoflessione dei pilastri, utilizzando il programma VcaSlu del Professor Gelfi.


Verifica C.A. S.L.U. - File:
File Materiali Opzioni Visualizza Progetto Sez. Rett. Sismica Normativa: NTC 2008 ?
Titolo : Esercitazione CA e CAP - Pilastro P5 - Piano II
N° strati barre 2 Zoom
Tipo Sezione
Rettan.re Trapezi a T Circolare Rettangoli Coord.
N° b [cm] h [cm]
1 25 25
N° As [cm²] d [cm]
1 2,26 4
2 2,26 21
Sollecitazioni
S.L.U. Metodo n
N Ed 118 0 kN
M xEd 22,2 0 kNm
M yEd 0 0
Tipo rottura
Lato calcestruzzo - Acciaio snervato
Metodo di calcolo
S.L.U.+ S.L.U.- Metodo n
Tipo flessione
Retta Deviata
Materiali
B450C C25/30
εsu 67,5 ‰ εc2 2 ‰
fyd 391,3 N/mm² εcu 3,5
Es 200.000 N/mm² fcd 14,17
Es /Ec 15 fcc / fcd 0,8 ?
εsyd 1,957 ‰ σc,adm 9,75
σs,adm 255 N/mm² τco 0,6
τc1 1,829
M xRd 27,74 kN m
σc -14,17 N/mm²
σs 391,3 N/mm²
εc 3,5 ‰
εs 9,597 ‰
d 21 cm
x 5,612 x/d 0,2672
δ 0,774
N° rett. 100
Calcola MRd Dominio M-N
0 cm Col. modello
Precompresso

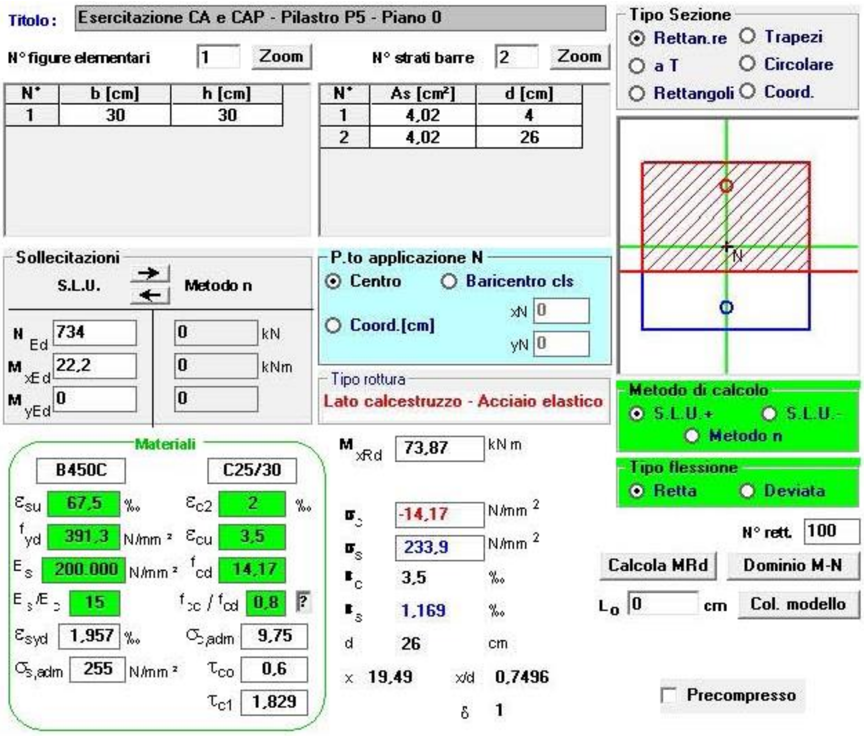

Esercitazione CA e CAP - Pilastro P5 - Piano II
M [KNm]
N [KN]
M-NRd
M-NEd



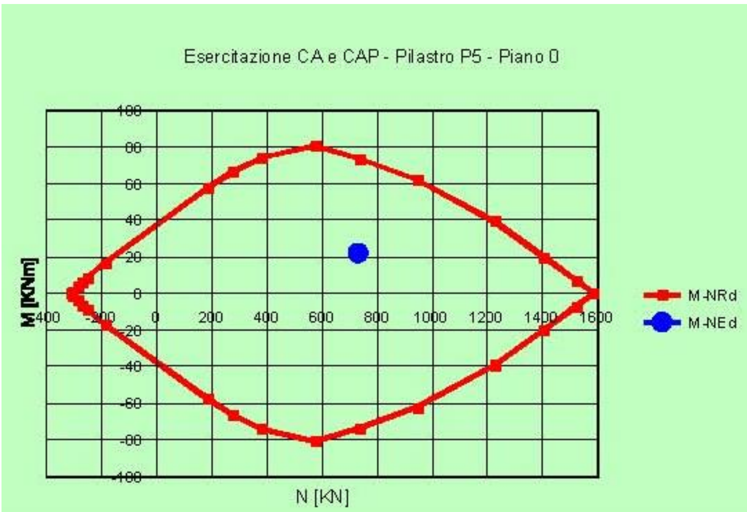
Verifica C.A. S.L.U. - File:
File Materiali Opzioni Visualizza Progetto Sez. Rett. Sismica Normativa: NTC 2008 ?
Titolo : Esercitazione CA e CAP - Pilastro P5 - Piano I
N° strati barre 2 Zoom
N° b [cm] h [cm]
1 25 25
N° As [cm²] d [cm]
1 3,08 4
2 3,08 21
Tipo Sezione
Rettan.re Trapezi
a T Circolare
Rettangoli Coord.
Sollecitazioni
S.L.U. Metodo n
N Ed 426 0 kN
M xEd 22,2 0 kNm
M yEd 0 0
Tipo rottura
Lato calcestruzzo - Acciaio elastico
Metodo di calcolo
S.L.U.+ S.L.U.-
Metodo n
Tipo flessione
Retta Deviata
Materiali
B450C C25/30
εsu 67,5 ‰ εc2 2 ‰
fyd 391,3 N/mm² εcu 3,5
Es 200.000 N/mm² fcd 14,17
Es/Ec 15 fcc/fcd 0,8
εsyd 1,957 ‰ σc,adm 9,75
σs,adm 255 N/mm² τco 0,6
τc1 1,829
M xRd 45,82 kN m
σc -14,17 N/mm²
σs 333,1 N/mm²
εc 3,5 ‰
εs 1,665 ‰
d 21 cm
x 14,23 x/d 0,6776
δ 1
N° rett. 100
Calcola MRd Dominio M-N
0 cm Col. modello
Precompresso



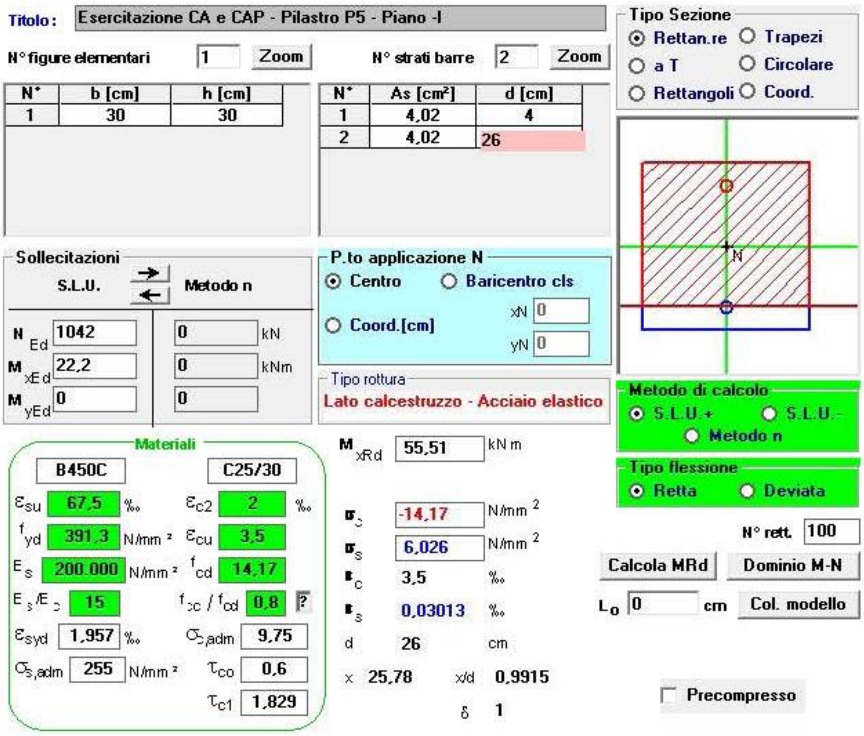
Esercitazione CA e CAP - Pilastro P5 - Piano I
M [KNm]
N [KN]
M-NRd
M-NEd

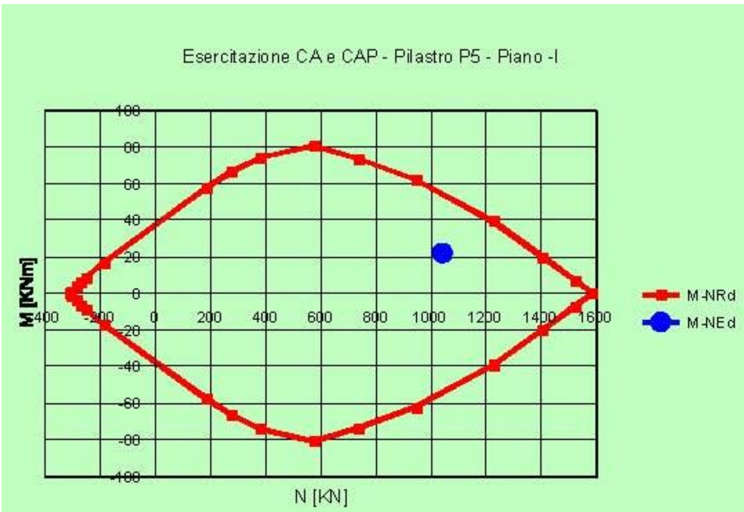


Titolo: Esercitazione CA e CAP - Pilastro P5 - Piano 0
N° figure elementari 1 Zoom
N° strati barre 2 Zoom
Tipo Sezione
Rettan.re
Trapezi
a T
Circolare
Rettangoli
Coord.
N° b [cm] h [cm]
1 30 30
N° As [cm²] d [cm]
1 4,02 4
2 4,02 26
Sollecitazioni
S.L.U.
Metodo n
N Ed 734 0 kN
M xEd 22,2 0 kNm
M yEd 0 0
P.to applicazione N
Centro
Baricentro cls
Coord.[cm]
xN 0
yN 0
Tipo rottura
Lato calcestruzzo - Acciaio elastico
Metodo di calcolo
S.L.U.+
S.L.U.-
Metodo n
Tipo flessione
Retta
Deviata
Materiali
B450C
C25/30
ε su 67,5 ‰
ε c2 2 ‰
f yd 391,3 N/mm²
ε cu 3,5
E s 200.000 N/mm²
f cd 14,17
E s /E c 15
f cc / f cd 0,8
ε syd 1,957 ‰
σ c,adm 9,75
σ s,adm 255 N/mm²
τ co 0,6
τ c1 1,829
M xRd 73,87 kN m
σ c -14,17 N/mm²
σ s 233,9 N/mm²
ε c 3,5 ‰
ε s 1,169 ‰
d 26 cm
x 19,49
x/d 0,7496
δ 1
N° rett. 100
Calcola MRd
Dominio M-N
L o 0 cm
Col. modello
Precompresso



Esercitazione CA e CAP - Pilastro P5 - Piano 0
M [KNm]
N [KN]
M-NRd
M-NEd


Titolo : Esercitazione CA e CAP - Pilastro P5 - Piano -I
N° figure elementari 1 Zoom
N° strati barre 2 Zoom
Tipo Sezione
Rettan.re
Trapezi
a T
Circolare
Rettangoli
Coord.
N° b [cm] h [cm]
1 30 30
N° As [cm²] d [cm]
1 4,02 4
2 4,02 26
Sollecitazioni
S.L.U.
Metodo n
N Ed 1042 0 kN
M xEd 22,2 0 kNm
M yEd 0 0
P.to applicazione N
Centro
Baricentro cls
Coord.[cm]
xN 0
yN 0
Tipo rottura
Lato calcestruzzo - Acciaio elastico
Metodo di calcolo
S.L.U.+
S.L.U.-
Metodo n
Tipo flessione
Retta
Deviata
Materiali
B450C
C25/30
M xRd 55,51 kN m
-14,17 N/mm 2
6,026 N/mm 2
3,5 ‰
0,03013 ‰
d 26 cm
x 25,78 x/d 0,9915
δ 1
N° rett. 100
Calcola MRd
Dominio M-N
Lo 0 cm
Col. modello
Precompresso
εsu 67,5 ‰
εc2 2 ‰
fyd 391,3 N/mm²
εcu 3,5
Es 200.000 N/mm²
fcd 14,17
Es/Ec 15
fcc / fcd 0,8
εsyd 1,957 ‰
σc,adm 9,75
σs,adm 255 N/mm²
τco 0,6
τc1 1,829


Esercitazione CA e CAP - Pilastro P5 - Piano -I
M [KNm]
N [KN]
M-NRd
M-NEd

1.8 Verifica di stabilità

1.8.1 Verifica globale di stabilità

La verifica di stabilità globale viene svolta sia in direzione x che in direzione y in quanto, nella sismica, si valuta il sisma in entrambe le direzioni.

1) Effetti globali (effetti del secondo ordine) (*NTC 4.1, 2.1, 7.2*)

Possono essere trascurati se :

$$P_{Ed} \leq 0{,}31 \cdot \frac{n}{n+1{,}6} \cdot \frac{\Sigma E_{cd} \cdot I_c}{L^2}$$

P_{Ed}: Carico verticale totale valutato allo SLU

n: Numero di piani

L: Altezza edificio sopra l'incastro globale ipotizzato

$E_{cd} = E_{cm}/\gamma_{ce}$ con $\gamma_{ce} = 1{,}2$

I_c: Momento d'inerzia della sezione di calcestruzzo degli elementi di controvento, ipotizzata interamente reagente (in via cautelativa si considera solo il contributo baricentrico).

Calcolo approssimativo del carico P_{Ed}:

$$A_{copertura} = A_{cop} = 328{,}5\ m^2$$

$$A_{piano\ tipo} = A_p = 340{,}5\ m^2 + 7{,}2\ m^2 (balcone)$$

Peso della copertura: $N_{Ed,cop} = (1{,}3 \cdot G1 + 1{,}5 \cdot G2 + 1{,}5 \cdot Q) \cdot \mathrm{A_{cop}}$

$$N_{Ed,cop} = (1{,}3 \cdot 0{,}35 + 1{,}5 \cdot 1{,}31 + 1{,}5 \cdot 1{,}2) \cdot 328{,}5\ m^2 = 1386\ kN$$

Peso del piano tipo: $N_{Ed,p} = (1{,}3 \cdot G1 + 1{,}5 \cdot G2 + 1{,}5 \cdot Q) \cdot \mathrm{A_p}$

$$N_{Ed,p} = (1{,}3 \cdot 3{,}5 + 1{,}5 \cdot 4{,}2 + 1{,}5 \cdot 2) \cdot 347{,}7\ m^2 = 4816\ kN$$

Peso del tamponamento: $N_{tamp} = (Peso\ Lineare \cdot Incidenza\ aperture \cdot \mathrm{Perimetro}) \cdot \gamma_{G1}$

$$N_{tamp} = \left(10 \frac{kN}{m} \cdot 0{,}7 \cdot 83{,}4\ m\right) \cdot 1{,}3 = 584\ kN \cdot 1{,}3 = 759\ kN\ per\ piano$$

Setti orizzontali: ipotizzo 6 setti di lunghezza 3 m (da verificare in seguito), di cui 3 all'interno delle tamponature, e valuto cautelativamente l'incastro dell'edificio in corrispondenza del piano terra. (L=9,26 m)

$$N_{setti\ x} = (\gamma_{cls} \cdot \mathrm{t} \cdot \mathrm{h} \cdot \mathrm{L}) \cdot \gamma_{G1}$$

$$N_{setti\ x} = \left(25 \frac{kN}{m^3} \cdot 0{,}3\ m \cdot 9{,}26\ m \cdot 9\ m\right) \cdot 1{,}3 = 625\ kN \cdot 1{,}3 = 813\ kN$$

Setti verticali con vano ascensore:

Ipotizzo una lunghezza L=10,8 m + 9 m =19,8 = 19,8 dato dalla somma del vano ascensore con l'altezza dell'edificio.

$$N_{setti\ y} = (\gamma_{cls} \cdot \mathrm{t} \cdot \mathrm{h} \cdot \mathrm{L}) \cdot \gamma_{G1}$$

$$N_{setti\ y} = \left(25 \frac{kN}{m^3} \cdot 0{,}3\ m \cdot 9{,}26\ m \cdot 19{,}8\ m\right) \cdot 1{,}3 = 1375\ kN \cdot 1{,}3 = 1788\ kN$$

Pilastri:

Presentano un'altezza media di $H_{media} = \frac{H_{colmo}+H_{min}}{2} = \frac{14{,}65\ m+12{,}41\ m}{2} = 13{,}53\ m$, ipotizzando che abbiano una sezione media di $30 \cdot 30\ cm^2$ e un numero totale di 32 pilastri ($n_{pilastri}$).

$$N_{pilastri} = \left(\mathrm{b} \cdot \mathrm{b} \cdot \gamma_{cls} \cdot H_{media} \cdot n_{pilastri}\right) \cdot \gamma_{G1}$$

$$N_{pilastri} = \left(0{,}3\ m \cdot 0{,}3\ m \cdot 25 \frac{kN}{m^3} \cdot 13{,}53\ m \cdot 32\right) \cdot 1{,}3 = 974\ kN \cdot 1{,}3 = 1266\ kN$$

Interrato:

$$N_{interrato} = (\gamma_{cls} \cdot \mathrm{t} \cdot \mathrm{h} \cdot \mathrm{Perimetro}) \cdot \gamma_{G1}$$

$$N_{interrato} = \left(25\frac{kN}{m^3} \cdot 0{,}3\ m \cdot 3{,}15\ m \cdot 83{,}4\ m\right) \cdot 1{,}3 = 1970\ kN \cdot 1{,}3 = 2561\ kN$$

Il peso complessivo (approssimativo) dell'edificio risulta quindi:

P_{ed}: E' il carico totale su elementi controventati e di controvento.

$$P_{ed,slu} = N_{ed,cop} + 3 \cdot N_{ed,p} + 2{,}5 \cdot N_{tamp} + N_{pilastri} + N_{interrato} + N_{setti\ oriz} + N_{setti\ vert}$$

$$P_{ed,slu} = 1386 + 3 \cdot 4816 + 2{,}5 \cdot 759 + 1266 + 2561 + 813 + 1788 = 24160\ kN$$

Calcolo della rigidezza laterale offerta dai soli setti in direzione x:

$$I_{c,i} = \frac{1}{12} \cdot t \cdot h^3 = \frac{1}{12} \cdot 0{,}3\ m \cdot 3^3\ m^3 = 0{,}675\ m^4$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{1{,}2} = \frac{31500}{12} = 26250\ MPa$$

$$P_{ed} \le 0{,}31 \cdot \frac{n}{n+1{,}6} \cdot \frac{\Sigma E_{cd} \cdot I_c}{L^2}$$

$$P_{ed} \le 0{,}31 \cdot \frac{3}{3+1{,}6} \cdot \frac{26250\ MPa \cdot (6 \cdot 0{,}675) \cdot 10^{12}\ mm^4}{92{,}60^2\ mm^2} = 251000\ kN$$

$$P_{ed} = 24160 \ll 251000\ kN \qquad \boldsymbol{VERIFICATO}!$$

La verifica risulta soddisfatta.

Operando nella stessa maniera, svolgo la verifica anche in direzione y.

1.8.2 Stabilità del singolo pilastro

Procedendo col metodo classico presente nella vecchia normativa si avrà:

$\lambda < 50$ con $\lambda = \frac{l_0}{i}$ $e\ i = \sqrt{\frac{J_{id}}{A_{id}}} \approx \frac{h}{\sqrt{12}}$ per pilastri a sezione quadrata (dove h rappresenta il lato del pilastro). l_0 rappresenta la luce di libera inflessione e sono da utilizzare quelli degli schemi statici presenti nell'EC2.

Con il nuovo metodo proposto dalle NTC 08 ho una verifica più stringente, quindi, nella maggior parte dei casi, dovrò tener conto dell'instabilità.

Considero una $\lambda < \lambda_{lim} = 15{,}4 \cdot \frac{c}{\sqrt{\nu}}$ con $\nu = \frac{N_{ed}}{A_c f_{cd}}$ ($azione\ assiale\ adimensionale$) e

$c = 1{,}7 - r_m$ $(0{,}7 \le c \le 2{,}7)$ in cui $r_m = \frac{M_{01}}{M_{02}}$ è il rapporto tra i momenti flettenti del I ordine alle due estremità del pilastro: sarà positivo se i momenti sono discordi (cioè generano una trazione nelle fibre situate sul medesimo lembo delle sezioni trasversali). Un metodo semplificativo per lo studio dell'instabilità è il metodo della colonna modello; si utilizza considerando la singola colonna con sezione costante. Questo metodo tiene conto degli effetti al secondo ordine, cioè del momento generato dalla configurazione deformata. La scelta della luce di libera inflessione è a discrezione del progettista, tenendo in considerazione le caratteristiche dell'edificio ma non dimenticando tutte le nozioni della teoria di Eulero.

1.8.3 Stabilità del pilastro P5 al Piano II

$P_I = 118\,kN$ di sezione 25 x 25 cm^2con momento alle due estremità discorde ed uguale in valore, per cui sarà $r_m = 1$ (sarà $r_m = 1$ anche per telai a nodi fissi nei quali i momenti del primo ordine sono solo 0 in massima parte generati da imperfezioni o carichi trasversali, anche per telai a nodi mobili).

Azione assiale adimensionale: $r_m = 1\,; c = 0{,}7\,;\ \text{v} = \frac{N_{ed}}{A_c f_{cd}} = \frac{118000\ N}{250^2 mm^2 \cdot 14{,}2\ MPa} =$ 0,133 ($valore\ alto$!);

Luce di libera inflessione: l_0 =6,80 m considerando $l_0 = 2 \cdot l$;

Raggio d'inerzia: $i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 72{,}2\ mm$;

Snellezza: $\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{6800\ mm}{72{,}2\ mm} = 94{,}18$;

Snellezza limite: $\lambda_{lim} = 15{,}4 \cdot \frac{c}{\sqrt{v}} = 15{,}4 \cdot \frac{0{,}7}{\sqrt{0{,}133}} = 29{,}56$;

$$\lambda > \lambda_{lim}$$

Il controllo della snellezza non risulta verificato; devo quindi considerare gli effetti al II ordine. Come precedentemente accennato, il metodo più semplice per la colonna singola, è il metodo della colonna modello:

- Sezione più sollecitata alla base;
- Geometria della trave costante;
- Si traccia il diagramma M - curvatura ($\frac{1}{r}$) per N fissato (M_{int});
- Si traccia l'andamento del $M_{esterno}$ applicato ($M_{I\ ordine}$);

Se $M_{est} < M_{int}$ abbiamo che l'equilibrio è stabile.

Come si evince dalla Figura 1.15 tale condizione non è rispettata: sarà quindi necessario intervenire sulla sezione per far in modo che essa sia verificata.

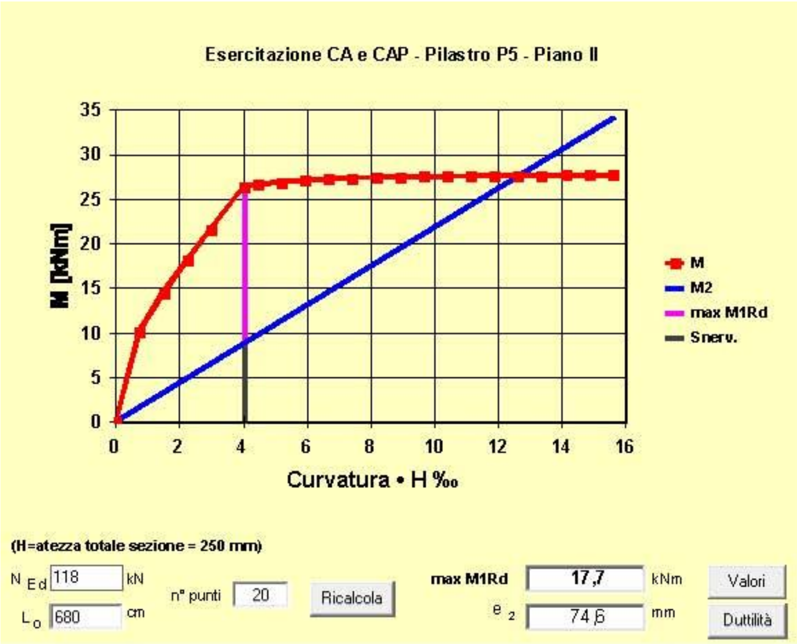
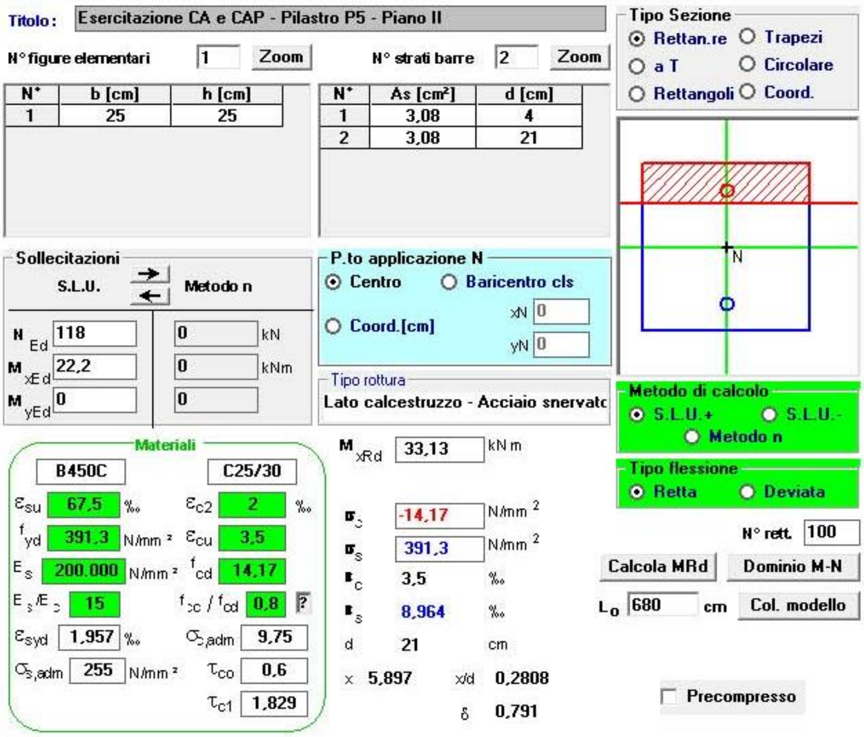


Figura 1.15 – Colonna modello per P5 piano II

La curva M2 rappresenta il momento del secondo ordine (esterno) che deve essere sottratto dal massimo momento resistente (curva M); il valore Max M1Rd costituisce la risorsa di momento disponibile per resistere al momento esterno del primo ordine. Tale valore è superiore al valore sollecitante $M_{Ed} = 22{,}2\ kN \cdot m$.

A questo punto ricalcoliamo le sollecitazioni resistenti al piano II, sostituendo i 4Ø12 con 4Ø14, in modo tale da evitare l'instabilità rispettando il metodo della colonna modello.



Come si può notare in Figura 1.16, riusciamo ad evitare l'instabilità dell'elemento, ottenendo un momento resistente superiore, anche se di poco, a quello sollecitante.

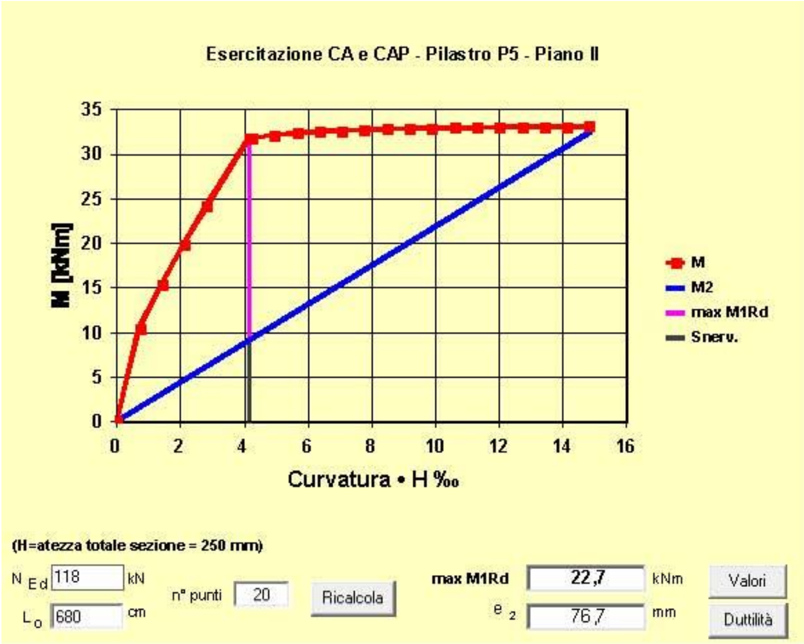


Figura 1.16 – Colonna modello per P5 piano II

1.8.4 Stabilità del pilastro P5 al Piano I

$P_I = 426\ kN$ di sezione 25 x 25 cm^2con momento alle due estremità discorde ed uguale in valore, per cui sarà $r_m = 1$ (sarà $r_m = 1$ anche per telai a nodi fissi nei quali i momenti del primo ordine sono solo 0 in massima parte generati da imperfezioni o carichi trasversali, anche per telai a nodi mobili)

Azione assiale adimensionale: $r_m = 1\,; c = 0{,}7\ ;\ \mathrm{v} = \frac{N_{ed}}{A_c f_{cd}} = \frac{418000\ N}{250^2 mm^2 \cdot 14{,}2\ MPa} = 0{,}47\ (valore\ medio - alto!)$;

Luce di libera inflessione: l_0 =3,27 m considerando $l_0 = l$;

Raggio d'inerzia: $i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 72{,}2\ mm$;

Snellezza: $\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{3270\ mm}{72{,}2\ mm} = 45{,}3$;

Snellezza limite: $\lambda_{lim} = 15{,}4 \cdot \frac{c}{\sqrt{v}} = 15{,}4 \cdot \frac{0{,}7}{\sqrt{0{,}47}} = 15{,}72$

$$\lambda > \lambda_{lim}$$

Il controllo della snellezza non risulta verificato quindi devo considerare gli effetti al secondo ordine. Procedendo come visto in precedenza si nota come il pilastro viene verificato (Figura 1.17).

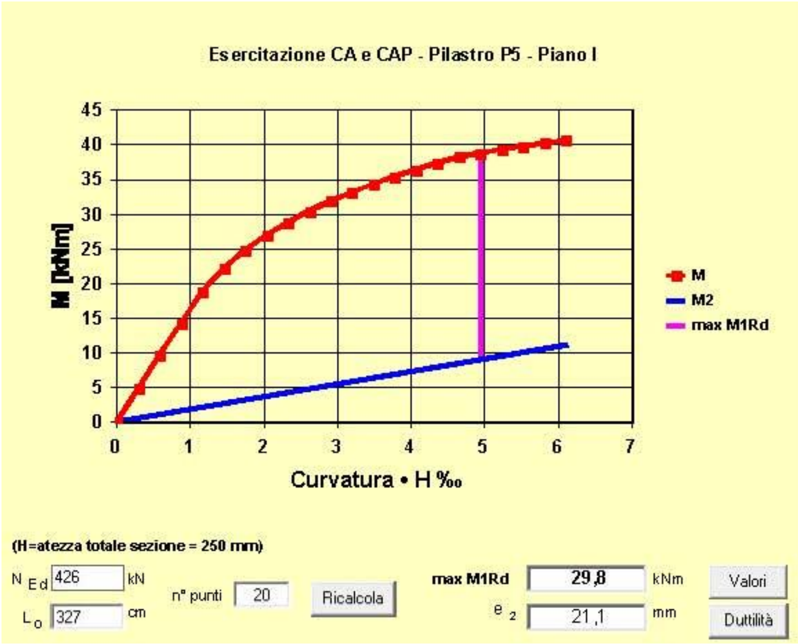


Figura 1.17 – Colonna modello per P5 piano I

1.8.5 Stabilità del pilastro P5 al Piano -I

$P_I = 1042\ kN$ di sezione 30 x 30 cm^2con momento alle due estremità discorde ed uguale in valore, per cui sarà $r_m = 1$.

Azione assiale adimensionale: $r_m = 1$; $c = 0{,}7$; $v = \frac{N_{ed}}{A_c f_{cd}} = \frac{1042000\ N}{300^2 mm^2 \cdot 14{,}2\ MPa} = 0{,}82$;

Luce di libera inflessione: l_0 =3,15 m considerando $l_0 = l$;

Raggio d'inerzia: $i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 86{,}6\ mm$;

Snellezza: $\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{3150\ mm}{86{,}6\ mm} = 36{,}4$;

Snellezza limite: $\lambda_{lim} = 15{,}4 \cdot \frac{c}{\sqrt{v}} = 15{,}4 \cdot \frac{0{,}7}{\sqrt{0{,}81}} = 12{,}0$

$$\lambda > \lambda_{lim}$$

Il controllo della snellezza non risulta verificato quindi devo considerare gli effetti al secondo ordine. Come nel caso precedente, si nota che la verifica è soddisfatta (Figura 1.18).

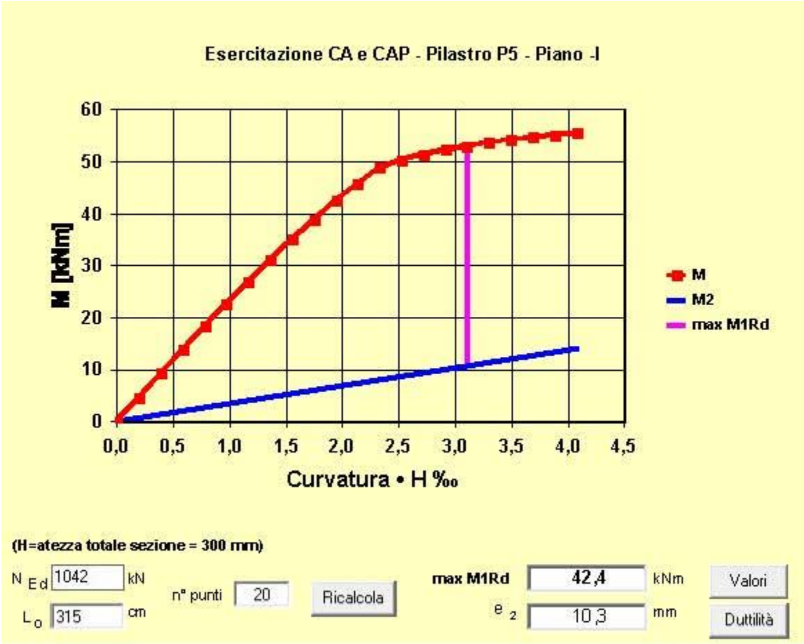


Figura 1.18 – Colonna modello per P5 piano -I

In conclusione, dopo aver rispettato tutte le verifiche necessarie, viene riportata la tabella con gli effettivi ferri che verranno impiegati per il pilastro P5:

Pilastro P5	b[cm]	h[cm]	e[mm]	N_{ed}[kN]	M_{ed}[kN · m]	A_s	A_s/A_c
Piano II	25	25	20	118	22,2(2,4*)	4Ø14	0,98%
Piano I	25	25	20	426	22,2(8,5*)	4Ø14	0,98%
Piano 0	30	30	20	734	22,2(14,7*)	4Ø16	0,9%
Piano -I	30	30	20	1042	22,2(21*)	4Ø16	0,9%

Tabella 1.7: Tabella riassuntiva dell'armatura e delle principali sollecitazioni del pilastro P5

1.9 Esempio di costruzione del diagramma M-N per un pilastro in CA

Consideriamo il pilastro P5 al piano P-I

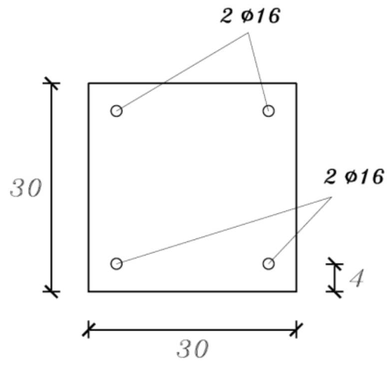


Figura 1.19 – Sezione pilastro P5 piano P-1

I materiali utilizzati sono:

Calcestruzzo: C25/30 per il quale si ha $f_{cd} = 14{,}2\ MPa$

Acciaio: B450C per il quale si ha uno snervamento pari al valore $f_{yd} = 391{,}3\ MPa$

Si ricorda inoltre che per il pilastro P5 al piano P-1 si ha:

$$A_{\phi 16} = 2{,}01\ cm^2$$
$$N_{Ed} = 1034\ KN$$
$$M_{Ed} = 25\ KNm$$

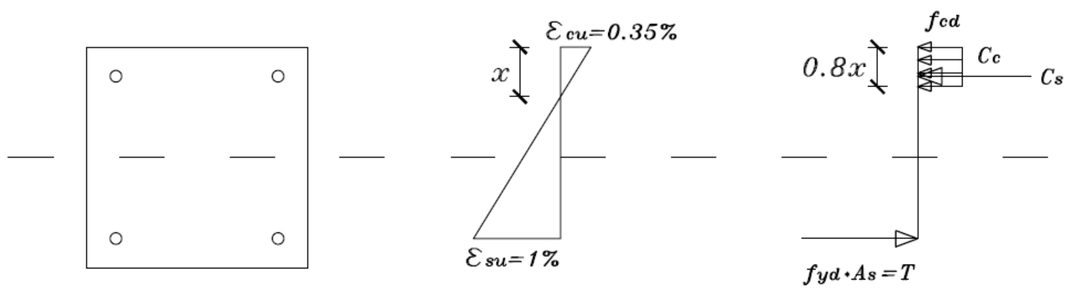
Per la costruzione del diagramma M-N, si va a considerare per il calcestruzzo lo stress block ed una deformazione ultima a compressione pari a $\varepsilon_{cu} = 0{,}35\ \%$, mentre, per l'acciaio, si considera un comportamento elastico-perfettamente plastico con una deformazione ultima convenzionale pari a $\varepsilon_{su} = 1\ \%$.

Andando a considerare questi valori, con semplici equilibri, riesco a determinare dove sta avvenendo la rottura e a quanto stanno lavorando i materiali.

1.9.1 Determinazione di tre punti del dominio M-N

1. <u>Contemporanea rottura</u>: il calcestruzzo ha raggiunto la deformazione ultima e l'acciaio ha raggiunto la rottura convenzionale.

   Nelle ipotesi di sezioni piane, vado a considerare le deformazioni sulla sezione.



Il primo passo è la determinazione dell'asse neutro:

$$x = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}} \cdot d = \frac{0{,}35}{0{,}35 + 1} \cdot 26\ cm = 6{,}74\ cm$$

Calcoliamo poi la risultante compressioni nel calcestruzzo:

$$C_c = 0{,}8\,x \cdot\ b \cdot\ f_{cd} = 0{,}8 \cdot 67{,}4\,mm \cdot 300\,mm \cdot \frac{14{,}2\,MPa}{1000} = 229{,}7\,kN$$

Valutiamo la deformazione dell'armatura compressa:

$$\varepsilon_s' = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (x - d') = \frac{0{,}0035}{67{,}4\,mm} \cdot (67{,}4 - 40)mm = 0{,}0014 = 0{,}14\%$$

quindi:

$$\varepsilon_s' < \varepsilon_{sy} = \frac{391{,}3\,MPa}{200000\,MPa} = 0{,}00195 = 0{,}195\%$$

$$f_{sc} = \varepsilon_s' \cdot E = 0{,}0014 \cdot 200000\,MPa = 280\,MPa$$

La risultante dell'armatura compressa è:

$$C_s = f_{sc} \cdot A_s' = 280\,MPa \cdot 402\,mm^2 = 112{,}5\ \ kN$$

La risultante dell'armatura tesa è:

$$T = f_{yd} \cdot A_s = 391{,}3\,MPa \cdot 402\,mm^2 = 157{,}3\ \ kN$$

Trovate le 3 risultanti, mi metto nel baricentro della sezione e faccio la sommatoria delle forze orizzontali; l'azione assiale risultante (di compressione) vale:

$$C_c + C_s - T = (229{,}7 + 112{,}5 - 157{,}3)KN = 184{,}9\ \ kN$$

Il momento rispetto all'asse baricentrico è:

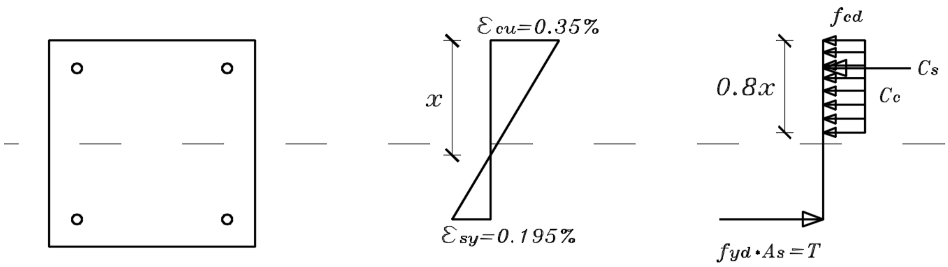
$$\begin{aligned} M = C_c \cdot \left(\frac{h}{2} - 0{,}4 \cdot x\right) + C_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + T \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \\ = 229{,}7\,kN \cdot (150 - 0{,}4 \cdot 67{,}4)mm + 112{,}5\ \ kN \cdot (150 - 40)mm \\ + 157{,}3\,kN \cdot (150 - 40)mm = 57{,}9\ \ kNm \end{aligned}$$

Quindi in contemporanea rottura ho trovato:

$$N = 184{,}9\ \ kN$$
$$M = 57{,}9\,kNm$$

Questi valori corrispondono al primo punto sul piano M-N (Figura 1.20).

2. Rottura al limite elastico: la rottura avviene lato calcestruzzo con l'acciaio che ha raggiunto la deformazione di snervamento.



Determiniamo l'asse neutro:

$$x = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{sy}} \cdot d = \frac{0{,}35}{0{,}35 + 0{,}195} \cdot 26\,cm = 16{,}69\,cm$$

Come si può notare, l'asse neutro si è notevolmente spostato verso il basso rispetto al caso di contemporanea rottura.

Per l'acciaio compresso è:

$$C_c = 0{,}8 \cdot 166{,}9\ mm \cdot 300\ mm \cdot \frac{14{,}2\ MPa}{1000} = 568{,}8\ kN$$

$$\varepsilon_s' = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (x - d') = \frac{0{,}0035}{166{,}9\ mm} \cdot (166{,}9 - 40)mm = 0{,}0027 = 0{,}27\%$$

$$\varepsilon_s' > \varepsilon_{sy} = \frac{391{,}3\ MPa}{200000\ MPa} = 0{,}00195 = 0{,}195\%$$

L'armatura compressa risulta quindi snervata.

$$C_s = f_{yd} \cdot A_s' = 391{,}3\ MPa \cdot 402\ mm^2 = 157{,}3\ \ kN$$

$$T = f_{yd} \cdot A_s = 391{,}3\ MPa \cdot 402\ mm^2 = 157{,}3\ \ kN$$

La risultante dell'azione assiale

$$C_c + C_s - T = (568{,}8 + 157{,}3 - 157{,}3)KN = 568{,}8\ kN$$

Il momento rispetto all'asse baricentrico

$$M = C_c \cdot \left(\frac{h}{2} - 0{,}4 \cdot x\right) + C_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + T \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right)$$
$$= 568{,}8\ kN \cdot (150 - 0{,}4 \cdot 166{,}9)mm + 157{,}3\ KN \cdot (150 - 40)mm$$
$$+ 157{,}3\ kN \cdot (150 - 40)mm = 81{,}8\ \ kNm$$

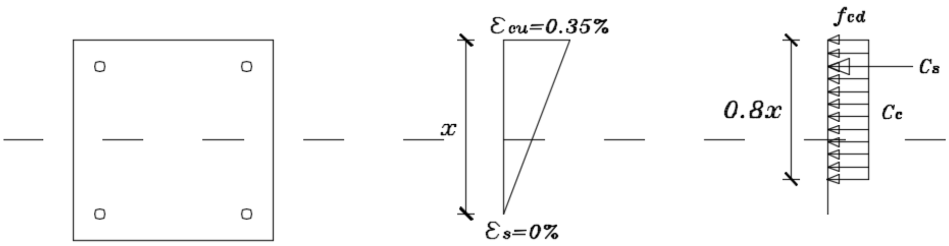
Ho trovato quindi il secondo punto del dominio M-N

$$N = 568{,}8\ \ kN$$
$$M = 81{,}8\ \ kNm$$

Essendo la struttura simmetrica, sono nel picco.

3. $\varepsilon_{cu} = 0{,}35\ \%$ $\quad \varepsilon_s = 0\ \%$

   Ipotizzo di aver raggiunto la deformazione ultima del calcestruzzo:



Individuiamo l'asse neutro:

$$\bar{x} = 30\ cm - 4\ cm = 26\ cm$$

La risultante delle compressioni nel calcestruzzo vale:

$$C_c = 0{,}8 \cdot 260\ mm \cdot 300\ mm \cdot \frac{14{,}2\ MPa}{1000} = 886{,}08\ kN$$

$$\varepsilon_s' = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (x - d') = \frac{0{,}0035}{260\ mm} \cdot (260 - 40)mm = 0{,}00296 = 0{,}296\%$$

$$\varepsilon_s' > \varepsilon_{sy} = \frac{391{,}3\ MPa}{200000\ MPa} = 0{,}0019 = 0{,}19\%$$

che risulta quindi snervata

La risultante dell' armatura compressa è:

$$C_s = f_{yd} \cdot A_s = 391{,}3\ MPa \cdot 402\ mm^2 = 157{,}3\ kN$$

La risultante dell'armatura tesa è:

$$T = 0$$

La risultante dell'azione assiale:

$$C_c + C_s - T = (886{,}08 + 157{,}3)KN = 1043{,}38\ kN$$

Il momento rispetto all'asse baricentrico risulta:

$$M = C_c \cdot \left(\frac{h}{2} - 0{,}4 \cdot x\right) + C_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right)$$
$$= 886{,}08\ kN \cdot (150 - 0{,}4 \cdot 260)mm + 157{,}3\ KN \cdot (150 - 40)mm$$
$$= 58{,}06\ kNm$$

Il terzo punto del dominio M-N è perciò:

$$N = 1043{,}38\ kN$$
$$M = 58{,}06\ kNm$$

Si procede ora a rappresentare questi punti sul diagramma M-N, verificando che il Pilastro P5 al piano -I rispetti tali condizioni:

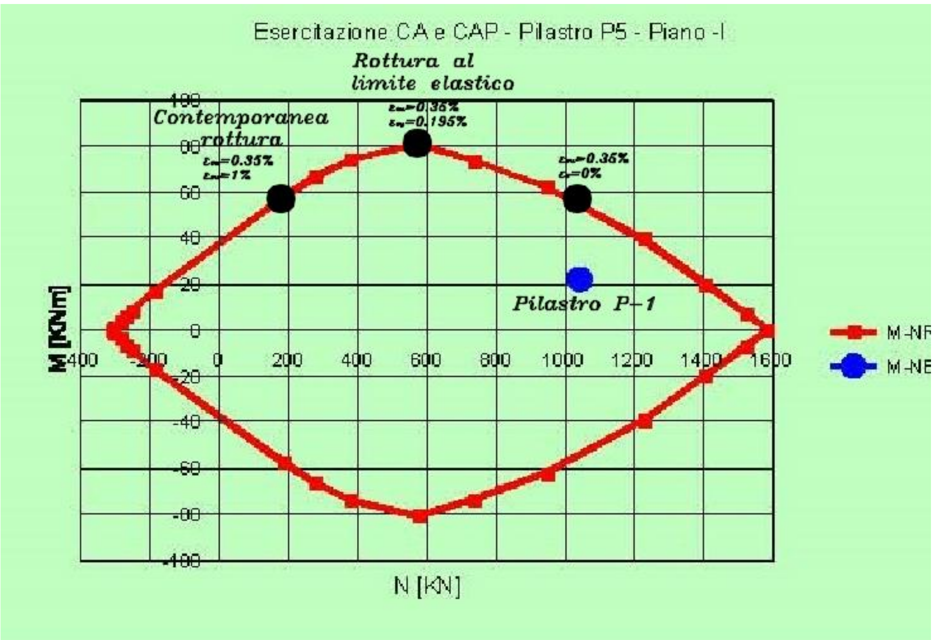


Figura 1.20 – Esempio di costruzione del diagramma M-N

1.10 Dimensionamento e verifica di un solaio a due campate

Si consideri il seguente impalcato tipo Figura 1.21:

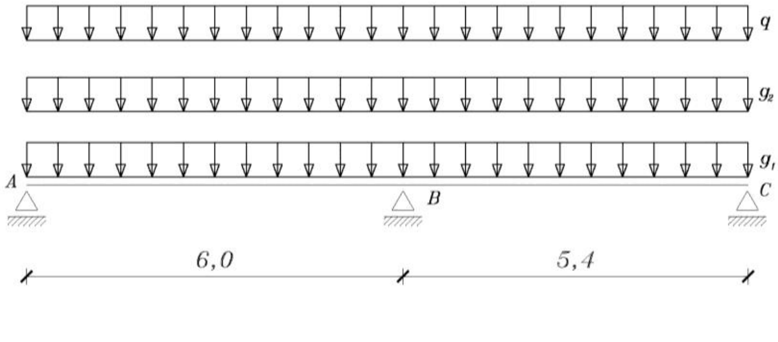


Figura 1.21 – Solaio a due campate

MATERIALI:

- Calcestruzzo C 25/30
  $f_{ck} = 25MPa$
  $f_{cd} = \frac{\alpha \cdot f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0,85 \cdot 25}{1,5} = 14,2MPa.$
- Acciaio B450C
  $f_{yd} = \frac{450}{\gamma_j} = \frac{450}{1,15} = 391,3MPa$

CARICHI:

$G_1 = 3,5\ \frac{kN}{m^2}$

$G_2 = 4,2\ \frac{kN}{m^2}$

$Q = 2\ \frac{kN}{m^2}$

Interasse dei travetti: $i = 50cm$

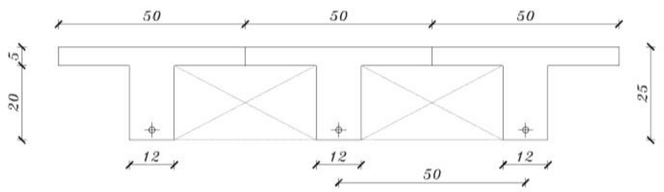


Figura 1.22 – Particolare del travetto

$g_1 = 1,75\ \frac{kN}{m}$

$g_2 = 2,1\ \frac{kN}{m}$

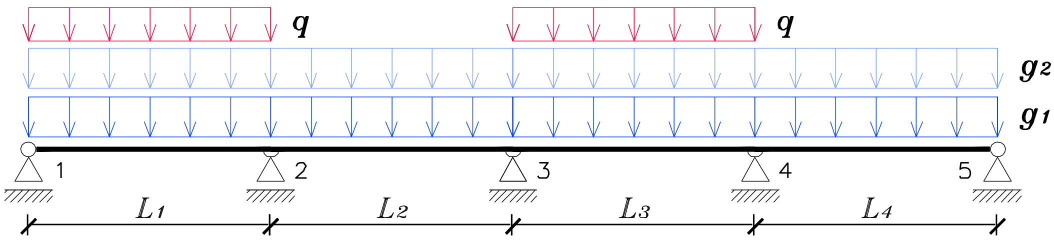
$q = 1\ \frac{kN}{m}$

1.10.1 Combinazioni di carico SLU

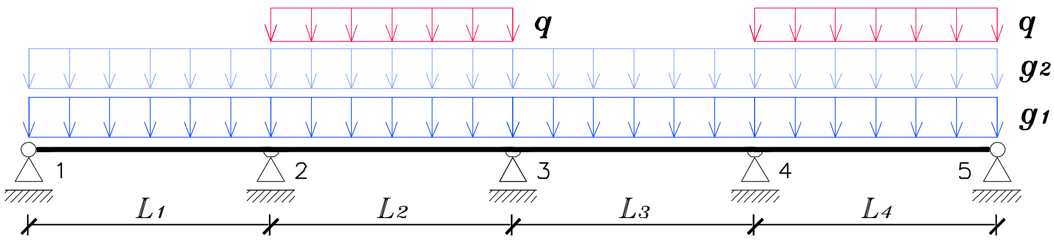
- Q e G_2 vanno considerati / omessi per ottenere le sollecitazioni più gravose in strutture iperstatiche
- I coefficienti $\gamma_{G_1}, \gamma_{G_2}\ e\ \gamma_Q$ vanno fatti variare:
  $1 < \gamma_{G_1} < 1,3$
  $0 < \gamma_{G_2} < 1,5$
  $0 < \gamma_Q < 1,5$
- In generale il momento massimo negativo ad un appoggio di continuità si ottiene caricando le due campate che insistono sull'appoggio, e poi, a scacchiera scaricandone una e caricando la successiva;
- Il momento massimo in campata si ottiene caricando la campata stessa, e poi, a scacchiera scaricando quelle vicine e caricando le successive.

1.10.2 Esempio generico inviluppo trave continua

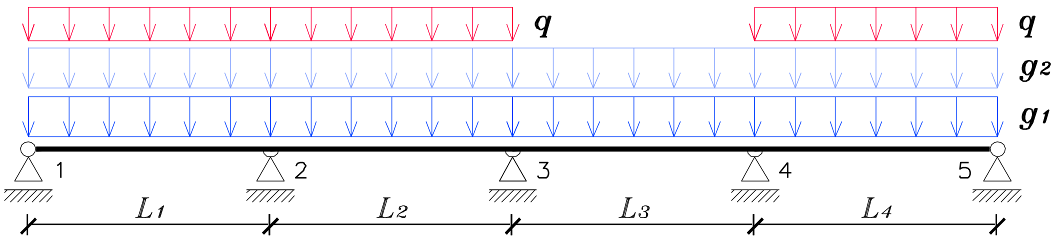
Condizione di carico sfavorevole per la prima e terza campata:



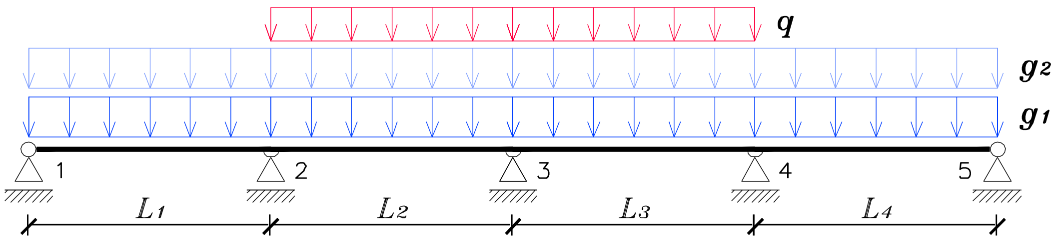
Condizione di carico sfavorevole per la terza e quarta campata:



Condizione di carico sfavorevole per l'appoggio 2:



Condizione di carico sfavorevole per l'appoggio 3:



Condizione di carico sfavorevole per l'appoggio 4:

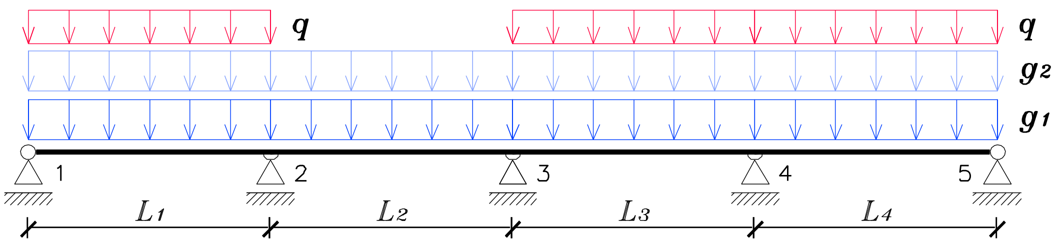
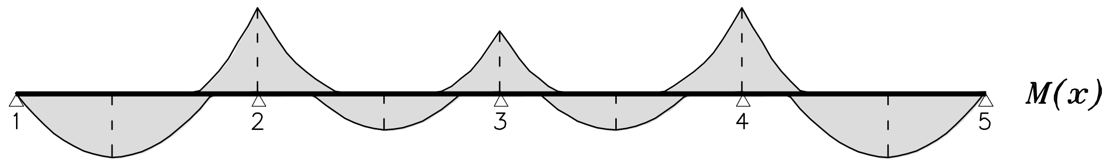


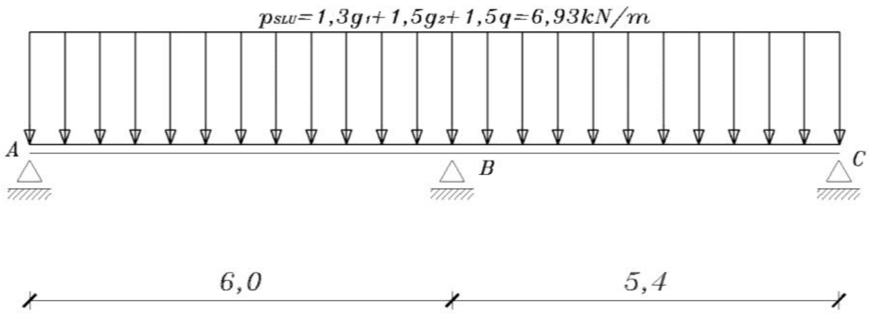
Diagramma di inviluppo del momento flettente:

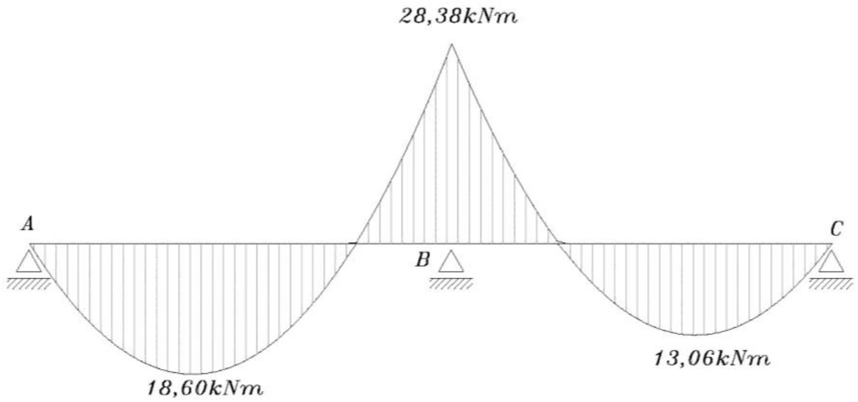


1.10.3 Combinazione carico SLU per il solaio su due campate

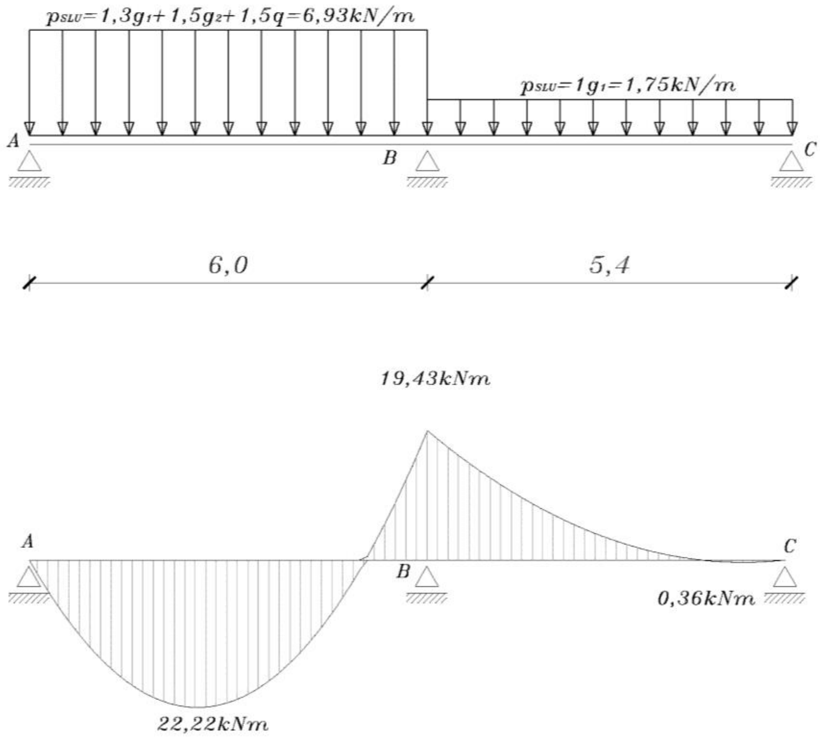
1. $M^-_{Ed,B}$

$$P_{SLU} = 1{,}3g_1 + 1{,}5g_2 + 1{,}5q = 6{,}93\,\frac{kN}{m}$$
$$M^-_{Ed,B} \leq \frac{1}{8} P_{SLU} \cdot l^2_{max} = \frac{1}{8} \cdot 6{,}93 \cdot 6^2 = 31{,}2\ kN \cdot m$$

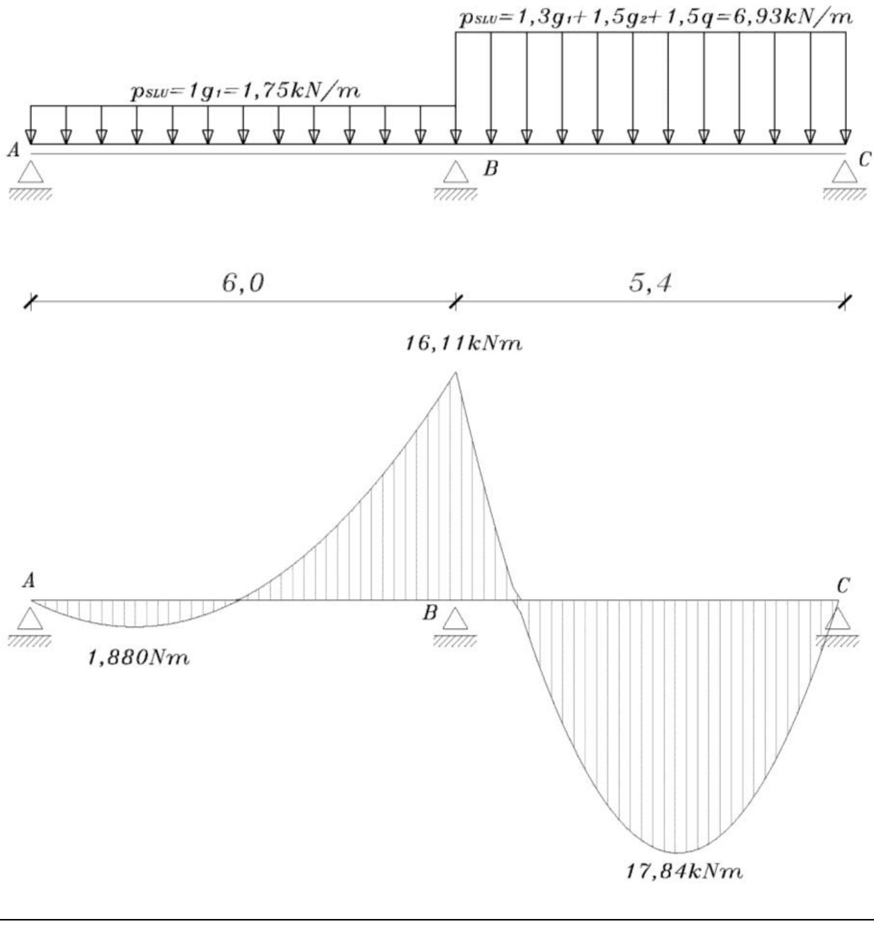




2. $M^+_{Ed,AB}$


$p_{SLU}=1,3g_1+1,5g_2+1,5q=6,93kN/m$
$p_{SLU}=1g_1=1,75kN/m$
A
B
C
6,0
5,4
19,43kNm
A
B
C
0,36kNm
22,22kNm

3. $M^{+}_{Ed,BC}$

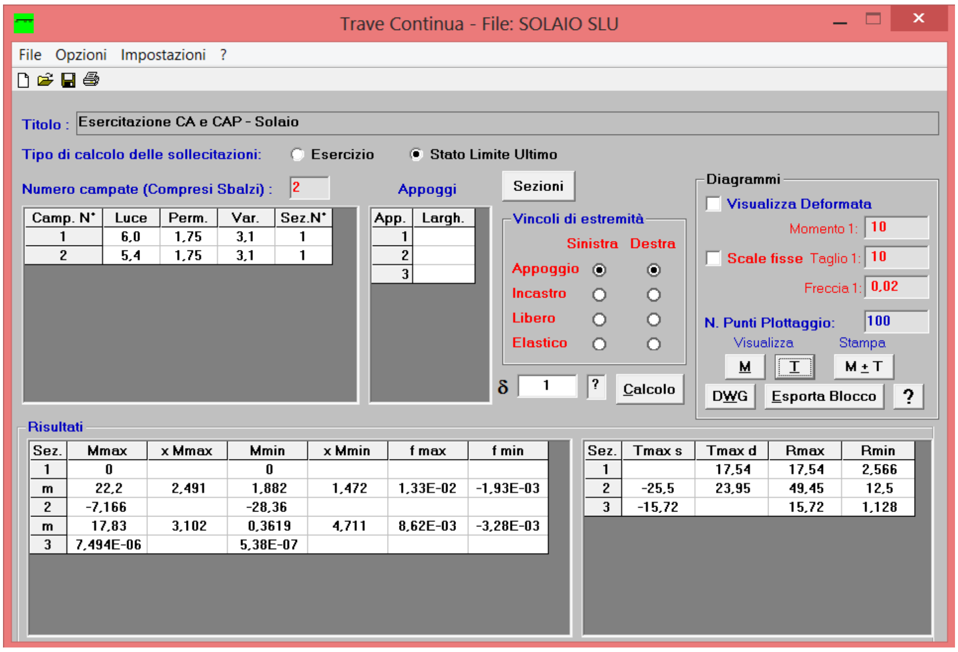

$p_{SLU}=1,3g_1+1,5g_2+1,5q=6,93kN/m$
$p_{SLU}=1g_1=1,75kN/m$
A
B
C
6,0
5,4
16,11kNm
A
B
C
1,880Nm
17,84kNm

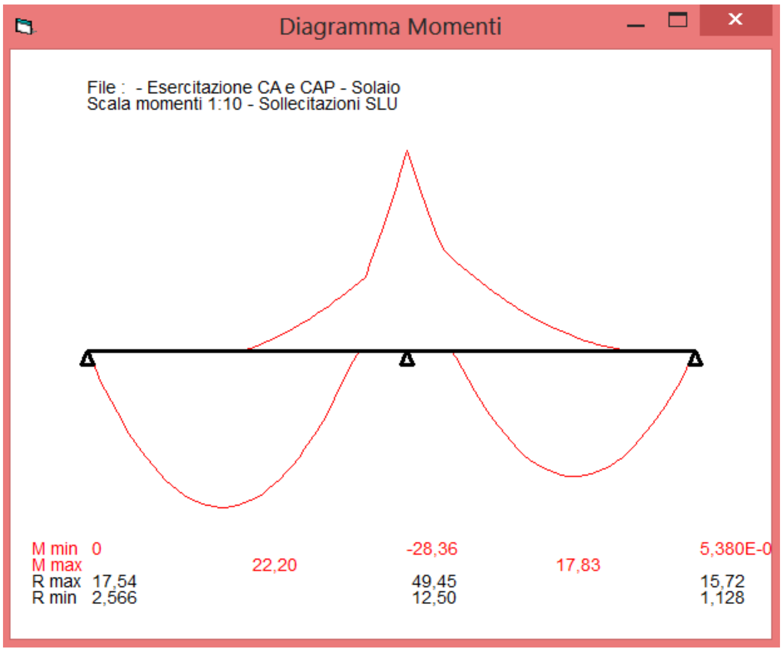
$g_1 = 1{,}75\,\frac{kN}{m}$

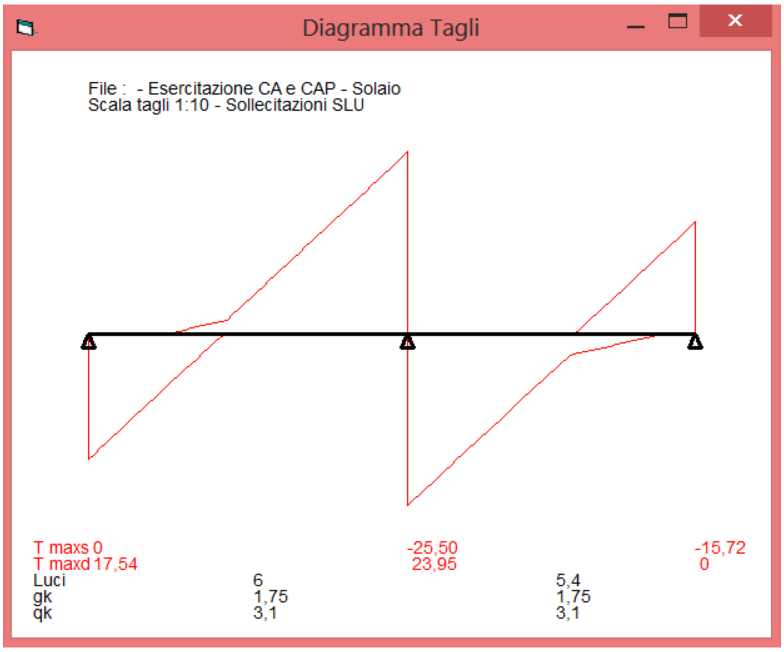
$g_2 = 2{,}1\,\frac{kN}{m}$

$q = 1\,\frac{kN}{m}$

Devo eseguire l'inviluppo dei seguenti diagrammi tramite il programma freeware TraveConDwg (Prof. GELFI).





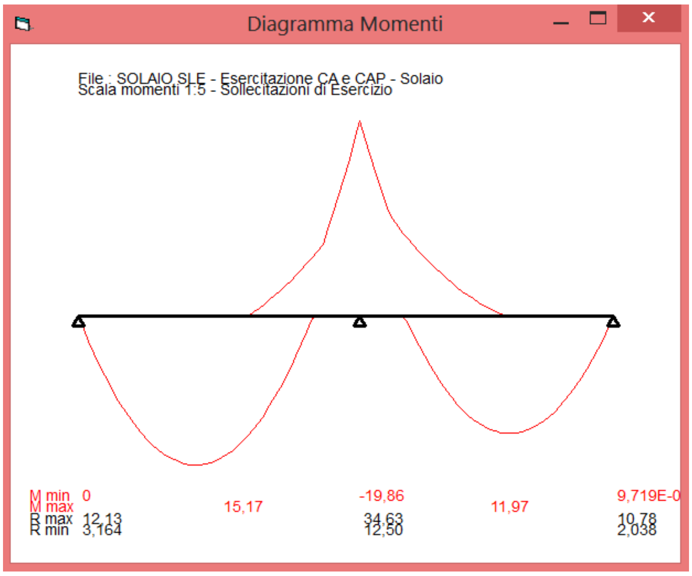


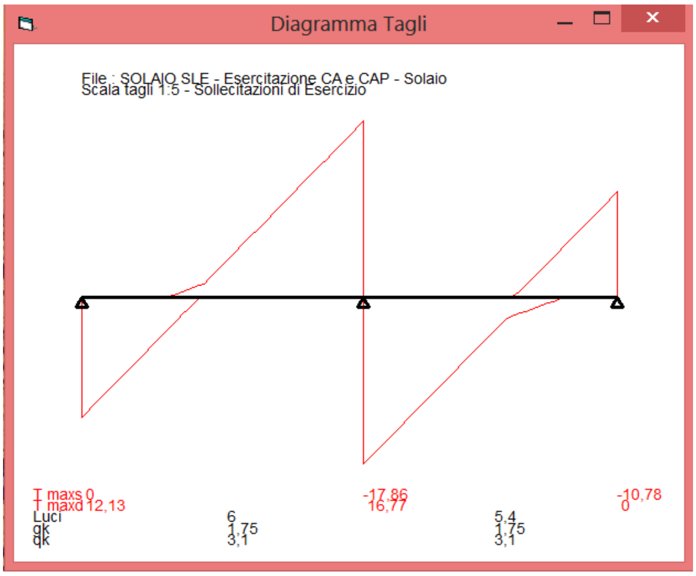
1.10.4 Combinazioni di carico SLE

Si esegue la combinazione di carico caratteristica o rara (ex tensioni ammissibili). Si ricorda che ogni specifica verifica va svolta considerando la propria combinazione.

Si considerano:

- permanenti: $g_1 = 1{,}75\,\frac{kN}{m}$
- variabili: $g_2 + q = 3{,}1\,\frac{kN}{m}$





	SLU	*SLE*	*SLU/SLE*
$M^{-}_{max,B}$	*-28,36*	*-19,86*	*1,43*
$M^{+}_{max,AB}$	*22,20*	*15,17*	*1,46*
$M^{+}_{max,BC}$	*17,83*	*11,97*	*1,49*

Tabella 1.8: tabella riassuntiva dei momenti calcolati allo SLU e allo SLE

Nell'ultima colonna troviamo i classici rapporti tra SLU e SLE (più vicini al valore di γ_g visto che prevalgono $g_2 + q$ su g_1).

NB: La normativa consente di trattare, in esercizio, g_2 come g_1. La scelta è del progettista.

Osservazioni:

- Nelle condizioni frequente, quasi permanente, sismica ed eccezionale G_2 è sempre moltiplicato per 1, mentre il primo carico accidentale Q_1 per Ψ_{1i} e Ψ_{2i} (coefficienti di non contemporaneità).

$$\Psi_{2i} < \Psi_{1i}$$

Nei solai può non essere decalato il diagramma dei momenti, visto che si suppone che essi non si fessurino a taglio ($\tau < \tau_{c0}$ o $V_{ED} < V_{Rd,ct}$).

Scelta del copriferro (*EC2 4.4.1 UNI-EN 1992 DIC. 2005*) mostrato in Figura 1.23

- Condizioni ambientali:
- Armature: poco sensibili (non da precompresso)

$$c_{min} = max(c_{min,b};\ c_{min,dur} + \Delta_{c,dur,\gamma} - \Delta_{c,dur,st} - \Delta_{c,dur,add};\ 10\ mm)$$

Dove:

c_{min} è da intendersi netto;

$c_{min,b}$ requisiti aderenza = ϕ_{barra}

$c_{min,dur}$ legato alle condizioni ambientali:

- XC1: asciutto o permanentemente bagnato (situazione molto buona)
- Classe strutturale (in genere S4) legata alla vita utile (in genere 50anni)

Con queste condizioni si considera un $c_{min,dur} = 15mm$

$\Delta_{c,dur,\gamma}$ margine di sicurezza ϕ

$\Delta_{c,dur,st}$ riduzione acciaio inox ϕ

$\Delta_{c,dur,add}$ riduzione protezione aggiuntiva

$$c_{min} = max(\phi; 15mm; 10mm)$$

Il copriferro lordo include lo spessore, le staffe ed i collegamenti.

Solai: $c_{lordo} = 3cm$ (NB: ambienti aggressivi!)

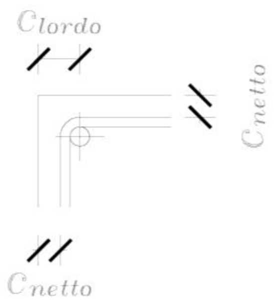


Figura 1.23 – Particolare del copriferro

1.10.5 Predimensionamento (in esercizio)

Il predimensionamento svolto in esercizio è molto conservativo.

- Sezione B piena (nodo solaio-trave)

$$A_s^- = \frac{M_{max,B}^-}{0{,}9d\ \sigma_{s,max}} = \frac{19{,}86 \cdot 10^6\ Nmm}{0{,}9(250-30)mm \cdot 260\ MPa} = 386\ mm^2 = 3{,}86\ cm^2$$

$$A_s^- = 2\phi12 + 1\phi14 = 3{,}80\ cm^2$$

NB $\sigma_{s,max} = 260MPa$ valore ottimo per progetto (no $0{,}8f_{yd}$!!)

Si potrebbe usare anche $A_s^- = 3\phi12$

- Sezione campata AB:

$$A_s^+ = \frac{M_{max,AB}^+}{0{,}9d\ \sigma_{s,max}} = \frac{15{,}17 \cdot 10^6\ Nmm}{0{,}9 \cdot 220mm \cdot 260MPa} = 294mm^2 = 2{,}94cm^2$$

$$A_s^+ = 2\phi14 = 3{,}08cm^2$$

- Layout approssimativo Figura 1.24

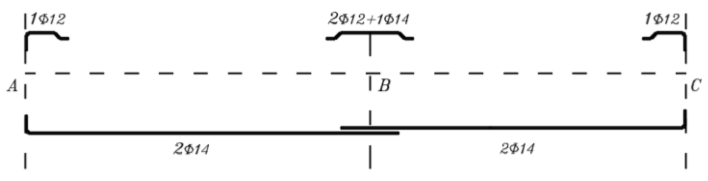
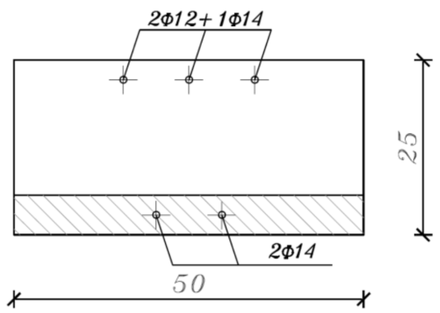


Figura 1.24 – Layout approssimativo

1.10.6 Verifiche metodo tensioni ammissibili (DM 96)

- Sezione B:



$A_s = 3{,}8cm^2$

$A'_s = 3{,}08cm^2$

$d = 22cm$

$M^- = 1986Kg \cdot m$

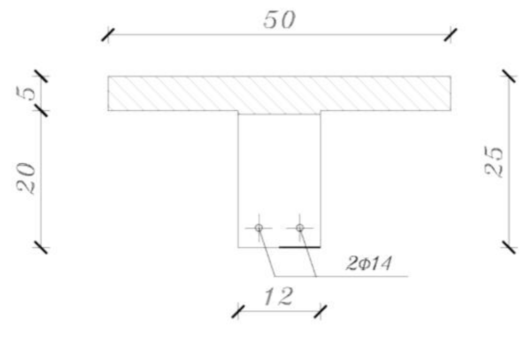
$\overline{x} = 5{,}68cm$

$J_{id} = 18567cm^4$

$\sigma_s = 2618 \frac{Kg}{cm^2}$

$\sigma'_s = 430 \frac{Kg}{cm^2}$

- Sezione campata A-B



- $A_s = 3{,}08cm^2$
- $A'_s = 0$
- $d = 22cm$
- $M^+ = 1517Kg \cdot m$

$\overline{x} = 5{,}53cm$

$J_{id} = 15344cm^4$

$\sigma_s = 2442\frac{Kg}{cm^2}$

$\sigma_s' = 376\frac{Kg}{cm^2}$

1.10.7 Verifiche metodo SLU

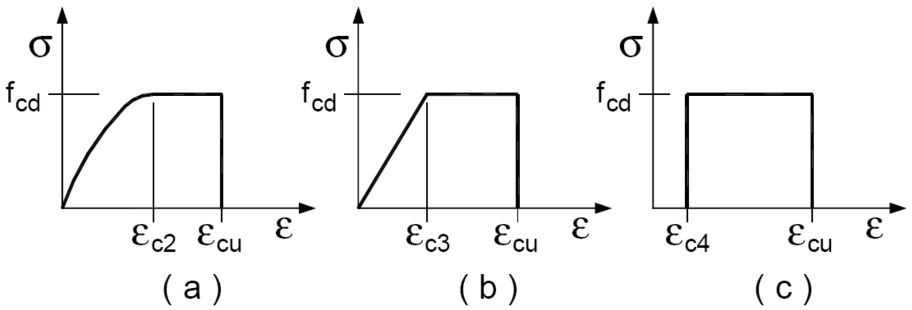


Figura 1.25*: Modelli σ-ε per il calcestruzzo: (a) parabola-rettangolo; (b) triangolo-rettangolo; (c) rettangolo (stress block).*

Per le classi di resistenza pari o inferiore a C50/60 si può porre:

ε_{c2}=0,20%

ε_{c23}=0,175%

ε_{cu}=0,35%

ε_{c4}=0,07%

Per le classi di resistenza superiore a C50/60 si possono porre valori differenti (comportamento FRAGILE)

Per sezioni o parti di sezioni soggette a distribuzioni di tensione di compressione approssimativamente uniformi, si assume per la deformazione ultima a rottura il valore ε_{c2} anziché ε_{cu}.

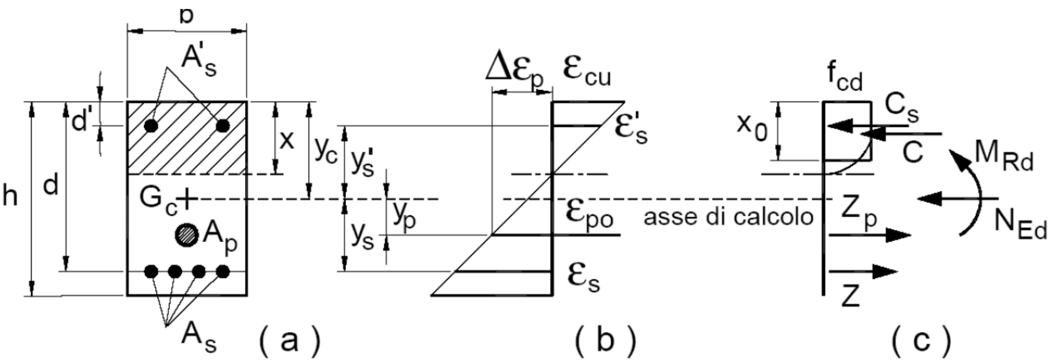


Figura 1.26: Sezione pressoinflessa

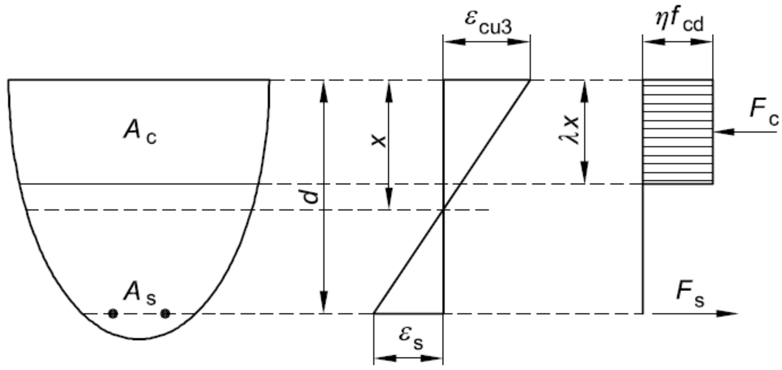


Figura 1.27: Pressoflessione con sezione parzializzata

Si può ipotizzare una distribuzione rettangolare di tensioni (come mostrato in Figura 1.27). Il coefficiente λ, che definisce l'altezza efficace della zona di compressione e il coefficiente η, che definisce la resistenza effettiva, si deducono da:

$\lambda = 0{,}8$ — *Per* $f_{ck} = 50\ MPa$

$\lambda = 0{,}8 - \dfrac{f_{ck} - 50}{400}$ — *Per* $50 \leq f_{ck} \leq 90\ MPa$

$\eta = 1$ — *Per* $f_{ck} = 50\ MPa$

$\eta = 1 - \dfrac{f_{ck} - 50}{200}$ — *Per* $50 \leq f_{ck} \leq 90\ MPa$

Se la larghezza della zona di compressione decresce nella direzione della fibra più compressa, si raccomanda di ridurre del 10% il valore di ηf_{cd}.

- Sezione B (sezione piena, poco rappresentativa)

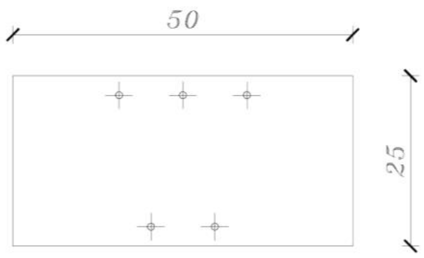
$A_s = 2\phi 12 + 1\phi 14 = 380 mm^2$

$A'_s = 2\phi 14 = 308 mm^2$

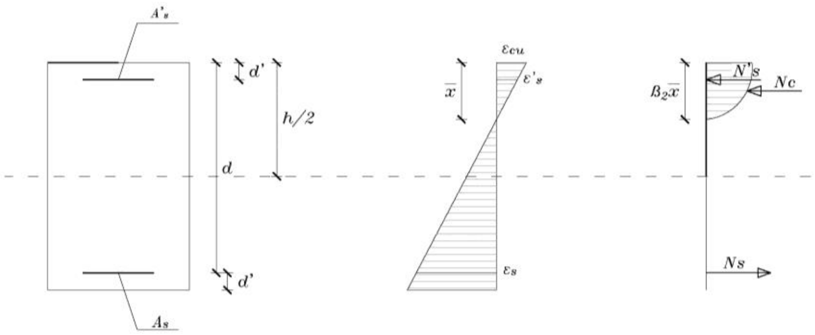
$d = 220mm$

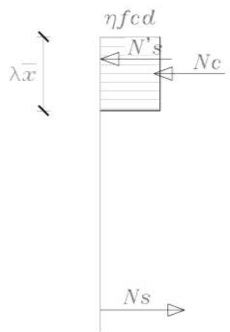
$H = 250mm$

$B = 500mm$



In generale:





Per $f_{cd} \leq 50MPa$

$\lambda = 0{,}8 \qquad \eta = 1$

$\beta_1 = \lambda\, \eta = 0{,}8$

$\beta_2 = \dfrac{\lambda}{2} = 0{,}4$

Operativamente:

$\sum F_H = 0 \qquad N_{Rd} = N_c + N_s' - N_s$

$N_c = -\beta_1 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \overline{x}$

$N_s' = -\sigma_s' A_s'$

$N_s = \sigma_s A_s$

Si ricava x facendo l'equilibrio alla traslazione orizzontale.

$\sum M_G = 0 \qquad M_{Rd} = N_c \left(\frac{h}{2} - \beta_2 x\right) + N_s' \left(\frac{h}{2} - d'\right) - N_s \left(\frac{h}{2} - d'\right)$

Spesso si ha flessione semplice, per cui occorre imporre nell'equilibrio orizzontale che $N_c + N_s' = N_s$ da cui ricavo $\overline{x}$:

- A_s' e A_s sono snervate, quindi $\sigma_s = \sigma_s' = f_{yd}$

$$\beta_1 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \overline{x} + f_{yd} \cdot A_s' = f_{yd} \cdot A_s$$

$$\overline{x} = \frac{f_{yd}(A_s - A_s')}{\beta_1 \cdot f_{cd} \cdot b}$$

- A_s' non è snervata, $\varepsilon_s' = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{\overline{x} - d'}{\overline{x}}$

$$\beta_1 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \overline{x} + A_s' \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{d'}{\overline{x}}\right) \cdot E_s = f_{yd} \cdot A_s$$

Il calcolo di $\overline{x}$ è un po' più complicato:

- Trascuro A_s'

$$\overline{x} = \frac{f_{yd}(A_s)}{\beta_1 \cdot f_{cd} \cdot b}$$

Nel caso in esame:

$$N_{Rd} = N_c + N_s' - N_s = 0$$

$$\beta_1 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \overline{x} + A_s' \cdot \varepsilon_{cu} \left(1 - \frac{d'}{\overline{x}}\right) \cdot E_s - f_{yd} \cdot A_s = 0$$

$$0{,}8 \cdot 14{,}2 \cdot 500 \cdot \overline{x} + 308 \cdot 0{,}0035 \left(1 - \frac{30}{\overline{x}}\right) \cdot 210000 - 391{,}3 \cdot 380 = 0$$

$$\overline{x} = 28{,}41mm \qquad (\overline{x} = 28{,}18\ mm\ con\ A_s' = 0)$$

$$M_{Rd} = \beta_1 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \overline{x}\left(\frac{h}{2} - \beta_2 \overline{x}\right) + A_s' \cdot \varepsilon_{cu}\left(1 - \frac{d'}{\overline{x}}\right) \cdot E_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s f_{yd}\left(\frac{h}{2} - d'\right) =$$

$$= 0{,}8 \cdot 14{,}2 \cdot 500 \cdot 28{,}4 \cdot (125 - 0{,}4 \cdot 28{,}41) + 308 \cdot 0{,}0035 \cdot \left(1 - \frac{30}{28{,}41}\right) \cdot 210000(125 - 30) + 380 \cdot 391{,}3 \cdot (125 - 30)$$

$$M_{Rd} = 31{,}26kNm > \ M_{Ed} = 28{,}36kNm$$

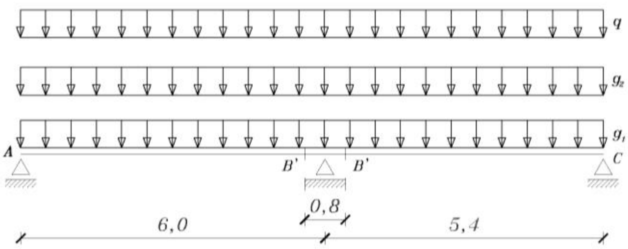
(senza A_s' $\ \overline{x} = 26{,}18mm \quad M_{Rd}' = 31{,}16kNm$ *(99,7%)* $\quad M_{Rd}' \approx M_{Rd}$)

A_s' non migliora in modo significativo le prestazioni allo SLU.
Controllo semplice per sezioni semplicemente inflesse e duttili (ϱ moderatamente)

$$\overline{M_{Rd}} \approx 0{,}9 f_{yd} A_s = 0{,}9 \cdot 220 \cdot 391{,}3 \cdot 380 = 29{,}44kNm\ (94{,}2\%\ M_{Rd})$$

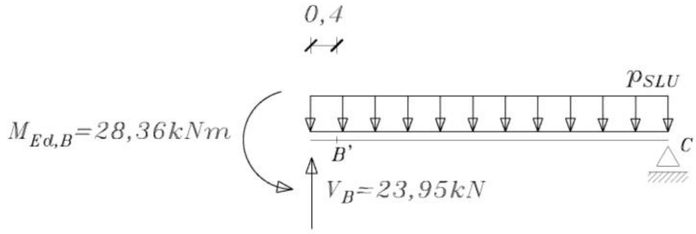
- Sezione attacco travetto-trave spina

Ipotizziamo una trave di spina di larghezza: $\quad B = 80cm$

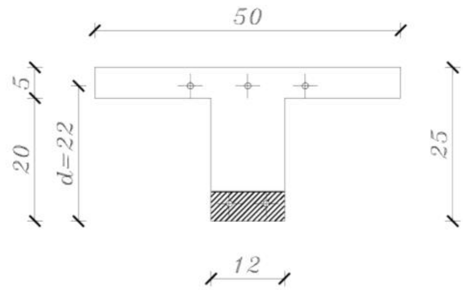


Il momento scende meno rapidamente sulla campata BC

$$P_{SLU} = 6{,}93\ \frac{kN}{m}$$



$$M'_{Ed,B} = M_{Ed,B} + V_B \cdot 0{,}4 - P_{SLU} \cdot \frac{0{,}4^2}{2} = -28{,}36 + 23{,}95 \cdot 0{,}4 - 6{,}93 \cdot \frac{0{,}4^2}{2} = -19{,}33kNm$$



$A_s = 2\phi12 + 1\phi14 = 380mm^2$

$A_s' = 2\phi14 = 308mm^2$

$b = 120mm$

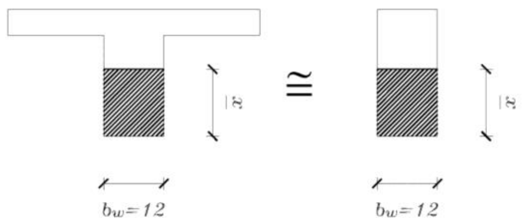
$d = 220mm$

Come prima (la sezione è come se fosse rettangolare)

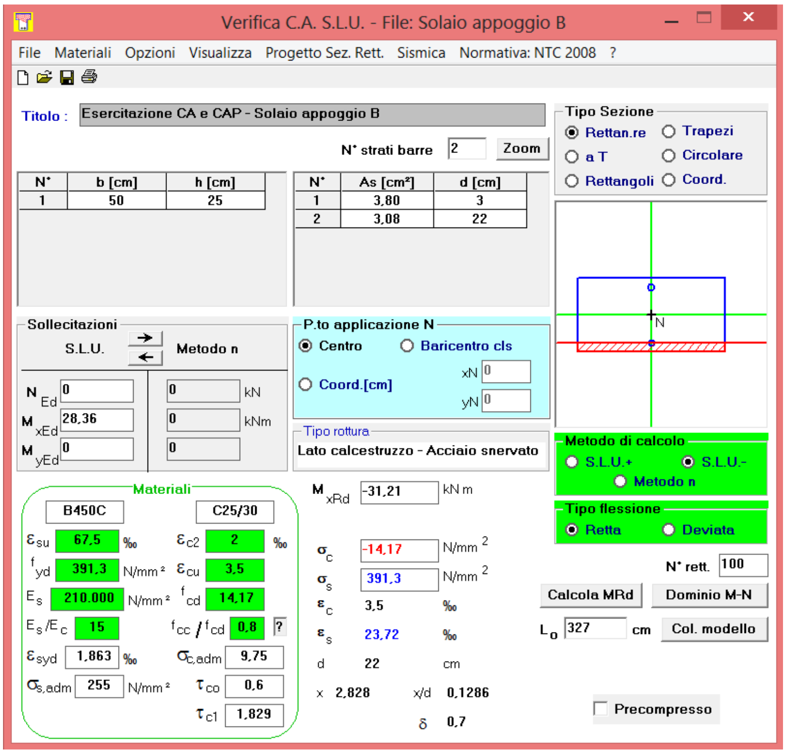
$\overline{x} = 47{,}62mm$

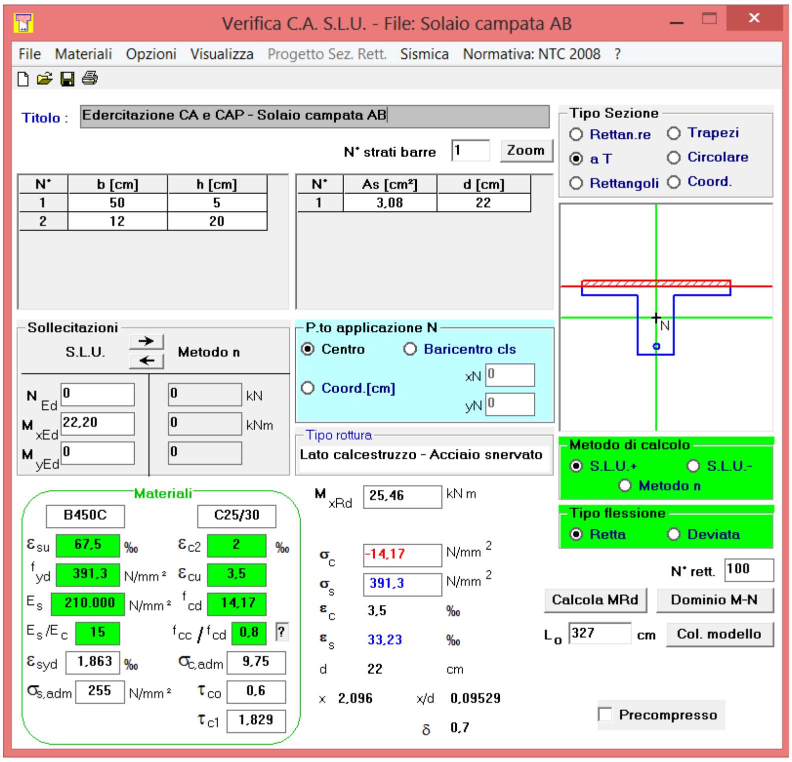
$M_{Rd} = 28{,}92 > M'_{Ed,R}$

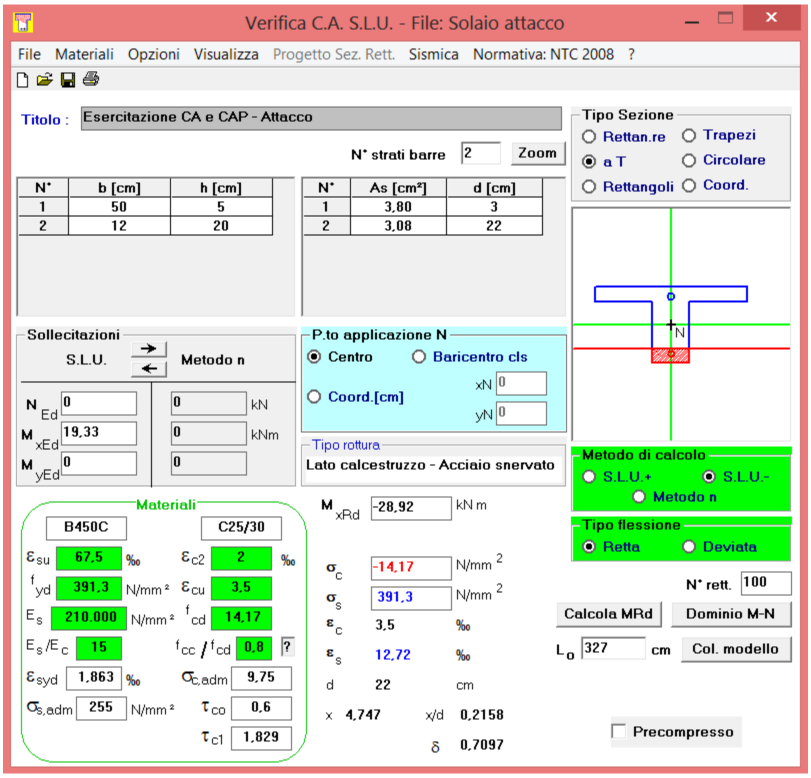
Dal programma VCASLU (freeware Prof.Gelfi)



Consideriamo la sezione a T con momento negativo e sezione rettangolare di larghezza b_w.

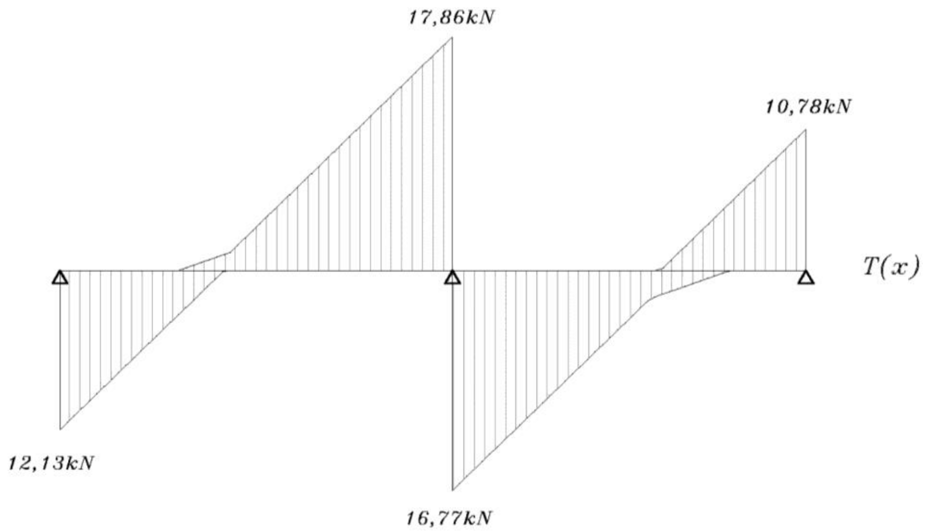

Verifica C.A. S.L.U. - File: Solaio appoggio B
File Materiali Opzioni Visualizza Progetto Sez. Rett. Sismica Normativa: NTC 2008 ?
Titolo : Esercitazione CA e CAP - Solaio appoggio B
N° strati barre 2 Zoom
Tipo Sezione
Rettan.re Trapezi a T Circolare Rettangoli Coord.
N° b [cm] h [cm]
1 50 25
N° As [cm²] d [cm]
1 3,80 3
2 3,08 22
Sollecitazioni
S.L.U. Metodo n
N Ed 0 0 kN
M xEd 28,36 0 kNm
M yEd 0 0
P.to applicazione N
Centro Baricentro cls
Coord.[cm] xN 0 yN 0
Tipo rottura
Lato calcestruzzo - Acciaio snervato
N
Metodo di calcolo
S.L.U.+ S.L.U.- Metodo n
Tipo flessione
Retta Deviata
N° rett. 100
Calcola MRd Dominio M-N
L o 327 cm Col. modello
Precompresso
Materiali
B450C C25/30
εsu 67,5 ‰ εc2 2 ‰
fyd 391,3 N/mm² εcu 3,5
Es 210.000 N/mm² fcd 14,17
Es/Ec 15 fcc/fcd 0,8 ?
εsyd 1,863 ‰ σc,adm 9,75
σs,adm 255 N/mm² τco 0,6
τc1 1,829
M xRd -31,21 kN m
σc -14,17 N/mm²
σs 391,3 N/mm²
εc 3,5 ‰
εs 23,72 ‰
d 22 cm
x 2,828 x/d 0,1286
δ 0,7

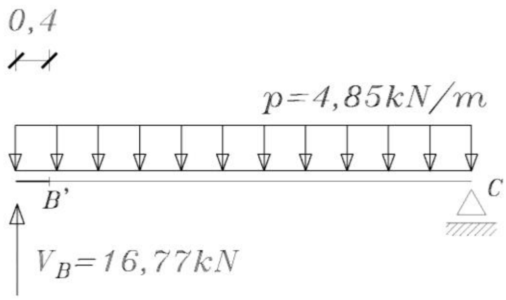

Verifica C.A. S.L.U. - File: Solaio campata AB
File Materiali Opzioni Visualizza Progetto Sez. Rett. Sismica Normativa: NTC 2008 ?
Titolo : Edercitazione CA e CAP - Solaio campata AB
N° strati barre 1 Zoom
Tipo Sezione
Rettan.re Trapezi a T Circolare Rettangoli Coord.
N° b [cm] h [cm]
1 50 5
2 12 20
N° As [cm²] d [cm]
1 3,08 22
Sollecitazioni
S.L.U. Metodo n
N Ed 0 0 kN
M xEd 22,20 0 kNm
M yEd 0 0
P.to applicazione N
Centro Baricentro cls
Coord.[cm] xN 0 yN 0
Tipo rottura
Lato calcestruzzo - Acciaio snervato
N
Metodo di calcolo
S.L.U.+ S.L.U.- Metodo n
Tipo flessione
Retta Deviata
N° rett. 100
Calcola MRd Dominio M-N
L o 327 cm Col. modello
Precompresso
Materiali
B450C C25/30
εsu 67,5 ‰ εc2 2 ‰
fyd 391,3 N/mm² εcu 3,5
Es 210.000 N/mm² fcd 14,17
Es/Ec 15 fcc/fcd 0,8 ?
εsyd 1,863 ‰ σc,adm 9,75
σs,adm 255 N/mm² τco 0,6
τc1 1,829
M xRd 25,46 kN m
σc -14,17 N/mm²
σs 391,3 N/mm²
εc 3,5 ‰
εs 33,23 ‰
d 22 cm
x 2,096 x/d 0,09529
δ 0,7


Verifica C.A. S.L.U. - File: Solaio attacco
File Materiali Opzioni Visualizza Progetto Sez. Rett. Sismica Normativa: NTC 2008 ?
Titolo : Esercitazione CA e CAP - Attacco
N° strati barre 2 Zoom
Tipo Sezione
Rettan.re Trapezi a T Circolare Rettangoli Coord.
N° b [cm] h [cm]
1 50 5
2 12 20
N° As [cm²] d [cm]
1 3,80 3
2 3,08 22
Sollecitazioni
S.L.U. Metodo n
N Ed 0 0 kN
M xEd 19,33 0 kNm
M yEd 0 0
P.to applicazione N
Centro Baricentro cls
Coord.[cm] xN 0 yN 0
Tipo rottura
Lato calcestruzzo - Acciaio snervato
Metodo di calcolo
S.L.U.+ S.L.U.- Metodo n
Tipo flessione
Retta Deviata
Materiali
B450C C25/30
εsu 67,5 ‰ εc2 2 ‰
fyd 391,3 N/mm² εcu 3,5
Es 210.000 N/mm² fcd 14,17
Es/Ec 15 fcc/fcd 0,8 ?
εsyd 1,863 ‰ σc,adm 9,75
σs,adm 255 N/mm² τco 0,6
τc1 1,829
M xRd -28,92 kN m
σc -14,17 N/mm 2
σs 391,3 N/mm 2
εc 3,5 ‰
εs 12,72 ‰
d 22 cm
x 4,747 x/d 0,2158
δ 0,7097
N° rett. 100
Calcola MRd Dominio M-N
Lo 327 cm Col. modello
Precompresso

1.10.8 Verifica a taglio

- In esercizio (NTA)





$$V_{max} = 17{,}86kN$$

- Sezione B (ridondante)

$\overline{x} = 5{,}68cm$

$J_{id} = 18567cm^4$

$S_x^* = n \cdot A_s(d - \overline{x}) = 15 \cdot 380 \cdot (22 - 5{,}68) = 930cm^3$

$\tau_{max} = \dfrac{V_{Bmax} \cdot S_x^*}{b \cdot J_{id}} = \dfrac{1786kg \cdot 930cm^3}{50cm \cdot 18567cm^4} = 1{,}79\dfrac{kg}{cm^2}$

- Sezione B′ (attacco- interfaccia)

$$V_{B'} = 16{,}77 - 4{,}85\frac{kN}{m} \cdot 0{,}4m = 14{,}84kN$$

$\overline{x} = 8{,}89cm$

$J_{id} = 14209cm^4$

$S_x^* = n \cdot A_s(d - \overline{x}) = 15 \cdot 3{,}80 \cdot (22 - 8{,}89) = 747cm^3$

$$\tau_{max} = \frac{1483kg \cdot 737cm^3}{12cm \cdot 14209cm^4} = 6{,}5\frac{kg}{cm^2} > \tau_{co}$$

La sezione risulta non verificata, occorre evitare comunque l'armatura a taglio.

- Verifica a taglio SLU (Sezione di stacco)

$$V_{Rd,ct} = \frac{0{,}18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d \ \geq [v_{min} + 0{,}15\sigma_{CP}] \cdot b_w \cdot d$$

NB. Le unità di misura sono mm e MPa.

$$\gamma_c = 1{,}5$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{220}} = 1{,}95 \leq 2 \quad \text{(Effetto scala)}$$

$$\rho_l = \frac{3{,}80}{12 \cdot 22} = 1{,}44\% \quad \text{(Ben ancorata)}$$

$$V_{Rd,ct} = 0{,}12 \cdot 1{,}95 \cdot (1{,}44 \cdot 25)^{\frac{1}{3}} \cdot 120 \cdot 220 = 20{,}4\ kN$$

$$V'_{B,SLU} = V_B - \rho_{SLU} \cdot 0{,}4 = 28{,}36\ kN - 6{,}93 \cdot 0{,}4 = 25{,}6\ kN$$

$$V_{Rd,ct} = 80\% V'_{B,Ed}$$

Il taglio non risulta verificato allo SLU; questa è una classica situazione che si riscontra nella verifica a taglio dei solai italiani in latero cemento (spesso non sono verificati per tratti molto limitati). In genere significa che l'altezza del solaio non è sufficiente; si vanno quindi a proporre particolari accorgimenti:

- Pignatte alternate nella zona non verificata (si aumenta mediamente la b_w).
- Pignatte speciali $b_w = 14cm$.
- Valutare l'effettivo grado di vincolo trave di spina: otterrei una riduzione di V_B (cedevolezza del vincolo).
- Solai 20+6, 24+5 (evitare)
- 1 o 2 staffe per un piccolo tratto non verificato (evitare)
- Nuovi materiali FRC: calcestruzzo fibrorinforzato

1.11 Trave di spina

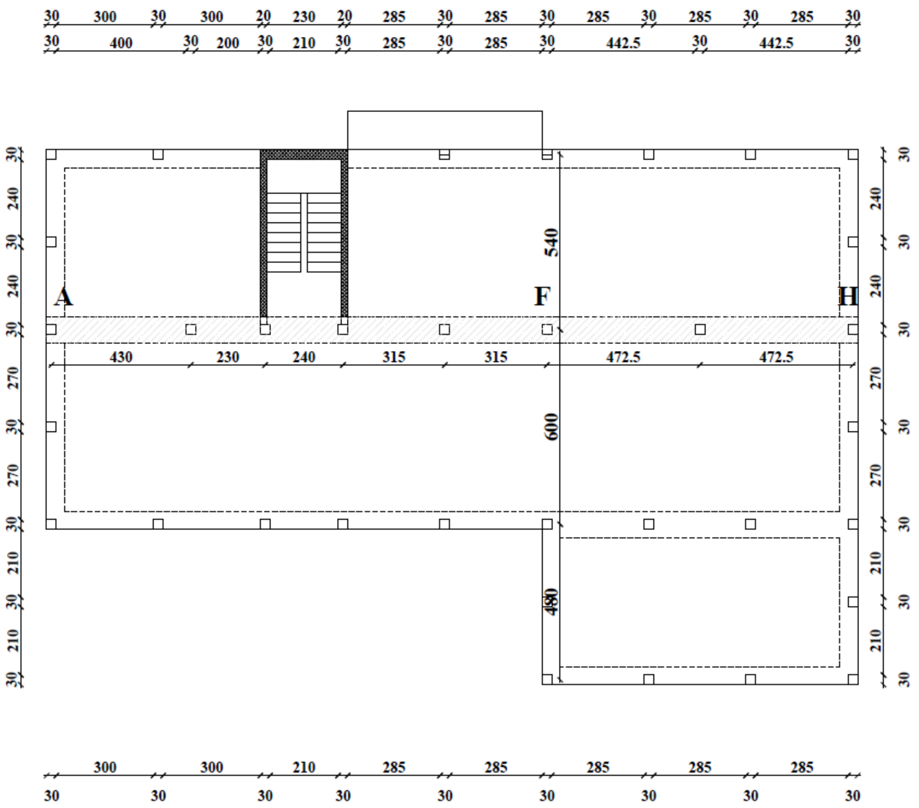
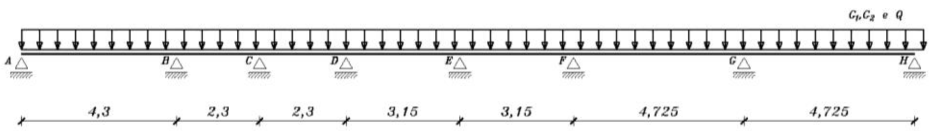


Figura 1.28: Pianta piano II/III (misure in cm)



$G_1 = 3{,}5\,\frac{kN}{m^2}$

$G_2 = 4{,}2\,\frac{kN}{m^2}$

$Q = 2\,\frac{kN}{m^2}$

Appoggio su pilastro ("arrotondamento" del momento)

- 7 campate con luci molto diverse tra loro
- Possibile ridistribuzione
- Tratto A-F: sulla trave insiste il solaio con due campate
- Tratto F-H: solaio con 3 campate

Tratto A-F:

$g_1 = 3{,}5\,\frac{kN}{m^2} \cdot (0{,}6 \cdot 5{,}4 + 0{,}6 \cdot 6) = 23{,}9\,\frac{kN}{m}$

$g_2 = 4{,}2\,\frac{kN}{m^2} \cdot 6{,}84m = 28{,}7\,\frac{kN}{m}$

$q = 2{,}0\,\frac{kN}{m^2} \cdot 6{,}84m = 13{,}7\,\frac{kN}{m}$

Tratto F-H:

$g_1 = 3{,}5\,\frac{kN}{m^2} \cdot (0{,}6 \cdot 5{,}4 + 0{,}5 \cdot 6) = 21{,}8\,\frac{kN}{m}$

$g_2 = 4{,}2\,\frac{kN}{m^2} \cdot 6{,}24m = 26{,}2\,\frac{kN}{m}$

$q = 2{,}0\,\frac{kN}{m^2} \cdot 6{,}24m = 12{,}5\,\frac{kN}{m}$

NB. Nel carico G_1 andrebbe aggiunto il peso proprio della trave di spina

Trave: $25\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0{,}25\,m = 6{,}25\,\frac{kN}{m^2}$

Solaio: $3{,}25\,\frac{kN}{m^2}$

$$\Delta = 2{,}75\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

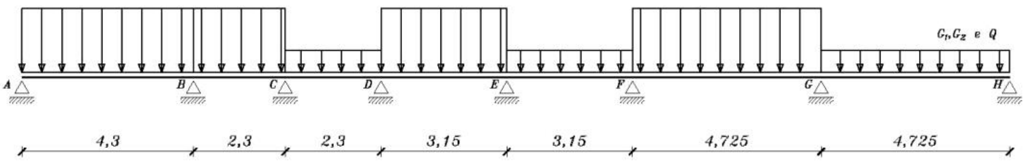
Suppongo di avere una trave b=125cm (ipotesi di partenza) ottengo un $\Delta = 3{,}44\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$ da aggiungere a G_1.

Riassumendo

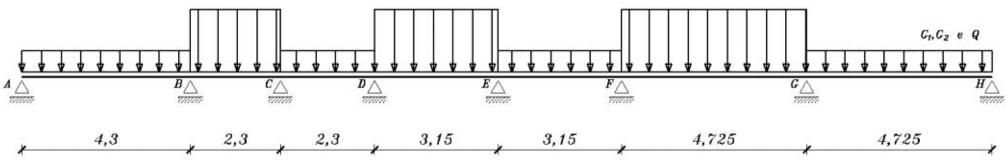
Tratto A-F: $g_1 = 27{,}34\,\frac{kN}{m}$ $g_2 = 28{,}7\,\frac{kN}{m}$ $q = 13{,}7\,\frac{kN}{m}$

Tratto F-H: $g_1 = 25{,}24\,\frac{kN}{m}$ $g_2 = 26{,}2\,\frac{kN}{m}$ $q = 12{,}5\,\frac{kN}{m}$

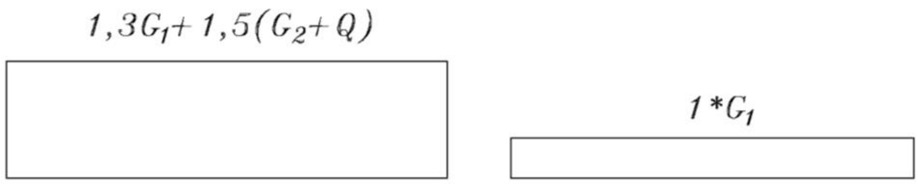
Esempi di combinazioni di carico:



Max M_B^-



Max $M_{BC}^+, M_{DE}^+, M_{FG}^+$



Combinazioni di carico

- SLU

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_{Q1} \cdot Q_1 \left(+\psi_{0,2} \cdot \gamma_{Q2} \cdot Q_2 \dots\right)$$

- CARATTERISTICA (RARA), ex tensioni ammissibili, SLE IRREVERSIBILI

$$G_1 + G_2 + Q_1 \left(+\psi_{0,2} \cdot Q_2 \dots\right)$$

- FREQUENTE, SLE REVERSIBILI

$$G_1 + G_2 + \psi_{11} \cdot Q_1 (+\psi_{12} Q_2 \dots)$$

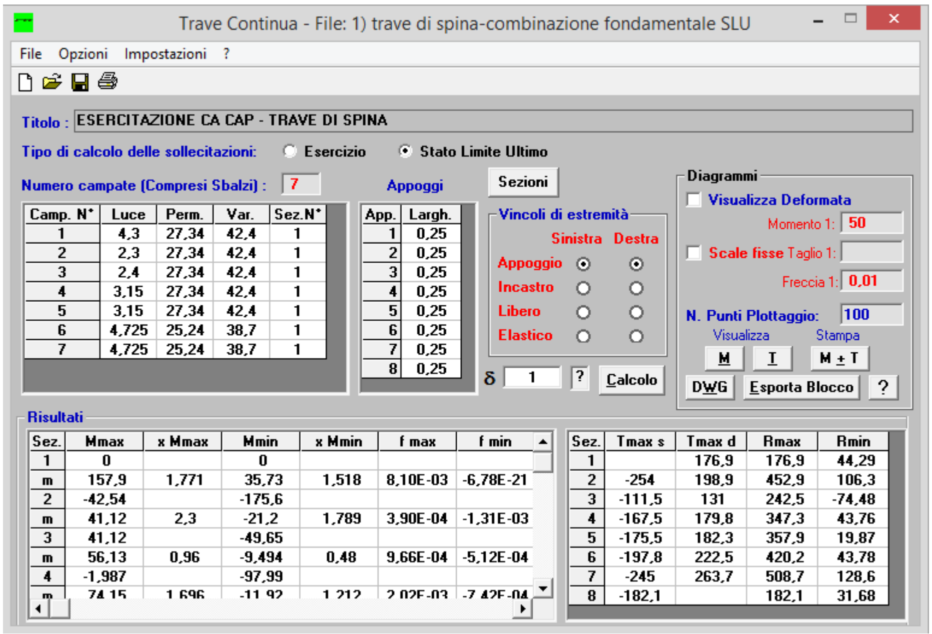
ψ_{1j} : coefficiente di non contemporaneità ≤ 1; $\psi_{11} = 0{,}5$

- QUASI PERMANENTE, SLE EFFETTI A LUNGO TERMINE

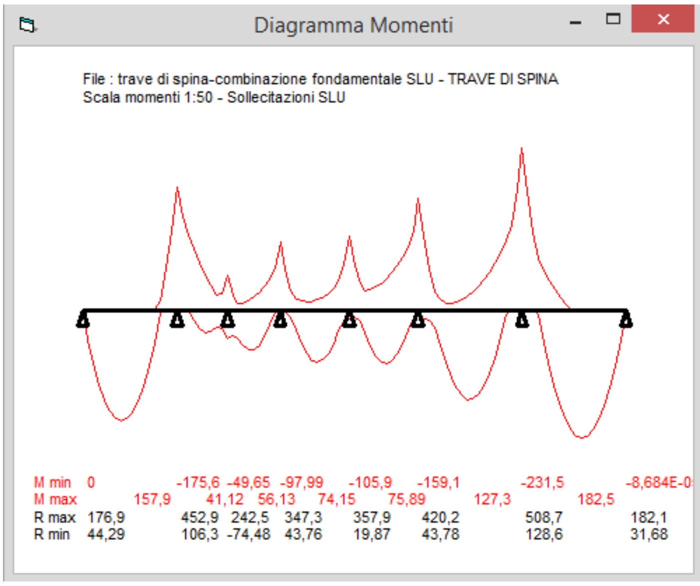
$G_1 + G_2 + \psi_{21} Q_1$ $\qquad\qquad$ $\psi_{21} = 0{,}3$

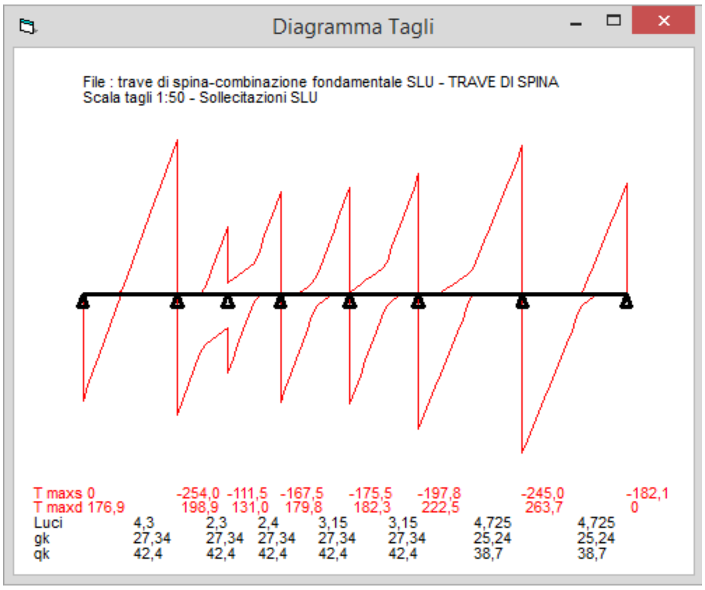
$$\psi_{2j} \leq \psi_{1j} \leq \psi_{0j}$$

1.12 Combinazione fondamentale SLU – Programma TRAVECON



1.12.1 Diagrammi M e V, combinazione SLU





G_1 carico permanente

$G_2 + Q$ carico variabile

Dal menù “opzioni”, spuntare “arrotonda momenti sugli appoggi”

Cliccare, nel tipo di calcolo delle sollecitazioni, SLU.

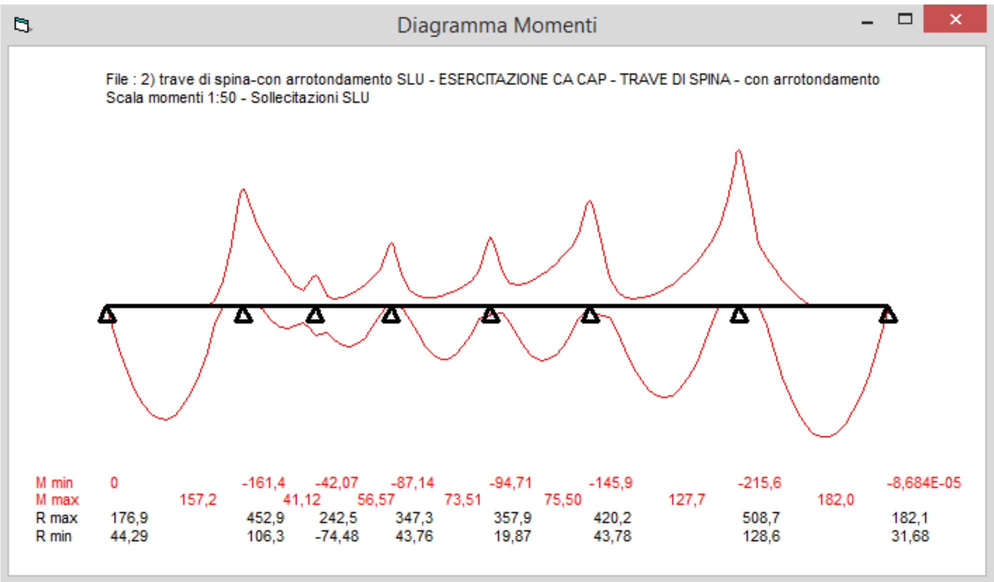
Attenzione che il decalage va considerato in funzione dell’angolo θ che si considera nella progettazione:

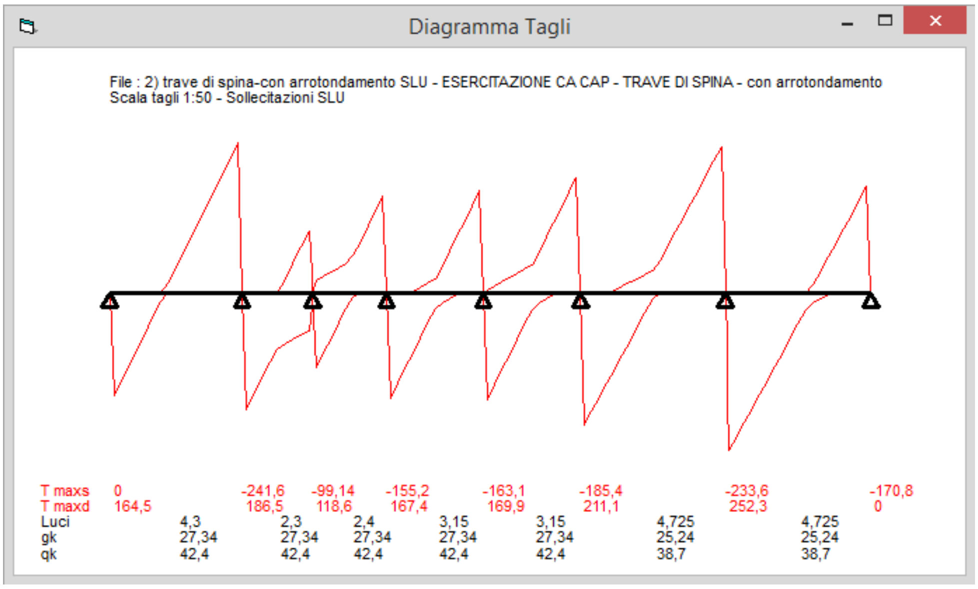
$$a = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot cotg\theta}{2}$$

Si ricorda inoltre di verificare il tiro all’appoggio:

$$T = V_{appoggio} * cotg\theta$$

1.12.2 Diagrammi M e V, combinazione SLU con arrotondamento





Senza arrotondamento $M^{-}_{max} = -231{,}5\ KNm$ $\quad M^{+}_{max} = 182{,}5\ KNm$

Con arrotondamento $M^{-}_{max} = -215{,}6\ KNm$ $\quad M^{+}_{max} = 182{,}5\ KNm$

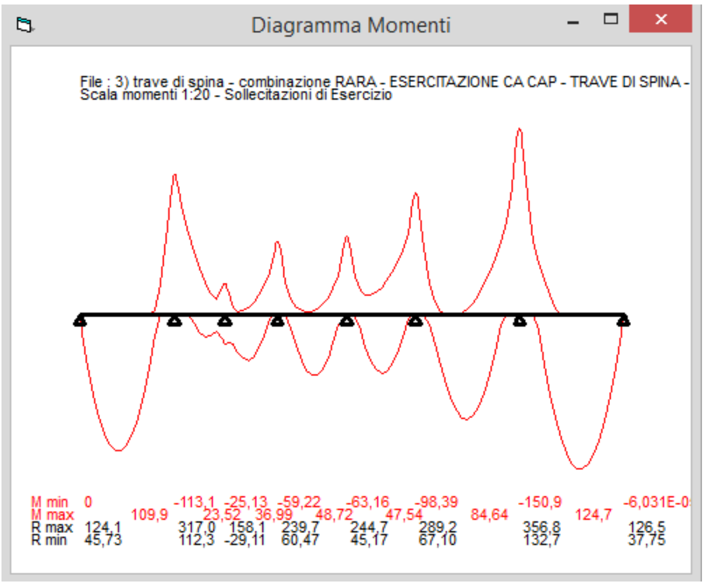
L'arrotondamento dei momenti dovuto ai pilastri, aiuta al negativo. Se viene considerato si devono fare delle ipotesi sul pilastro in quanto. Si ricorda che la progettazione è un metodo iterativo, quindi, in fase di verifica, bisogna andare a porre le reali misure.

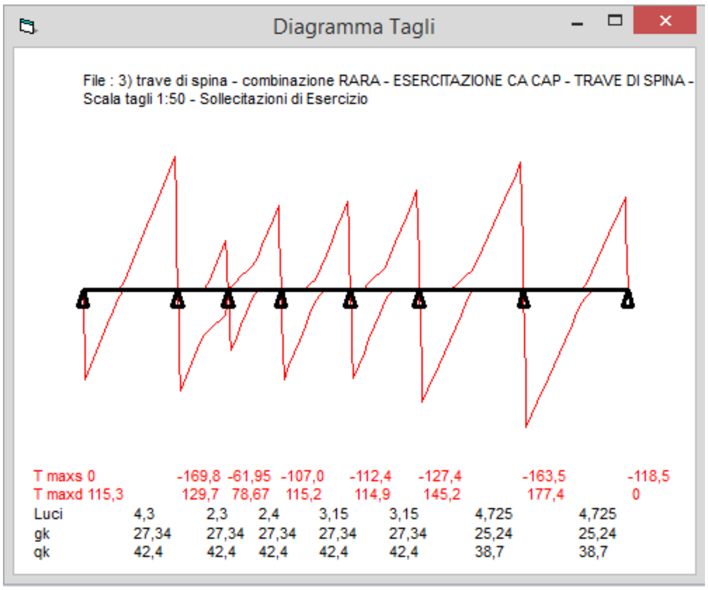
$$M_{arrot} \cong M^{-}_{max} - \frac{R \cdot b}{8} = 231{,}15 - (233{,}6 + 252{,}3) \cdot \frac{925}{8} = 216{,}3\ KNm\ \ (99{,}7\%)$$

Il decalage è molto importante nelle travi, dove ho fessurazione a taglio:

$$V_{ed} > V_{Rdc}$$

1.12.3 Diagrammi M e V, combinazione RARA





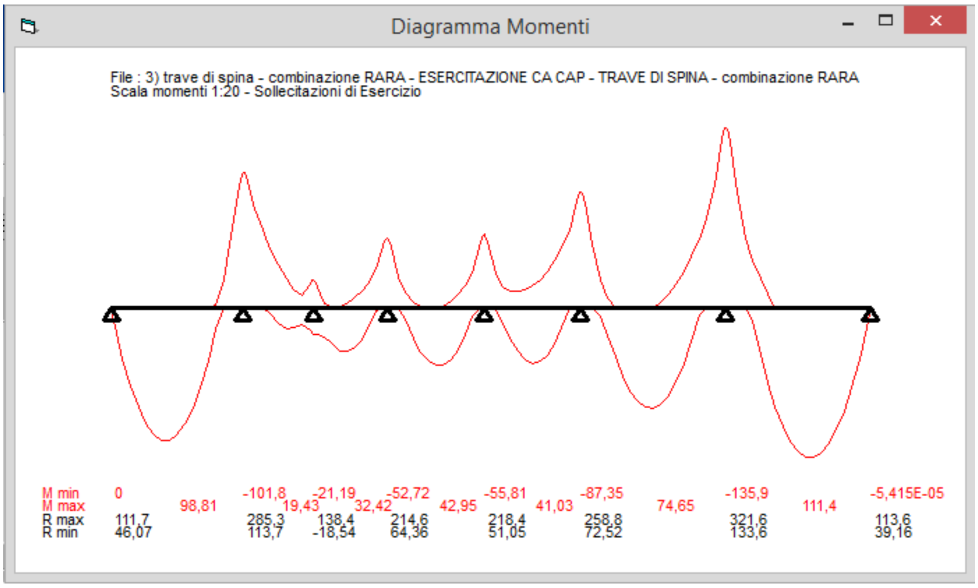
G_1 carico permanente

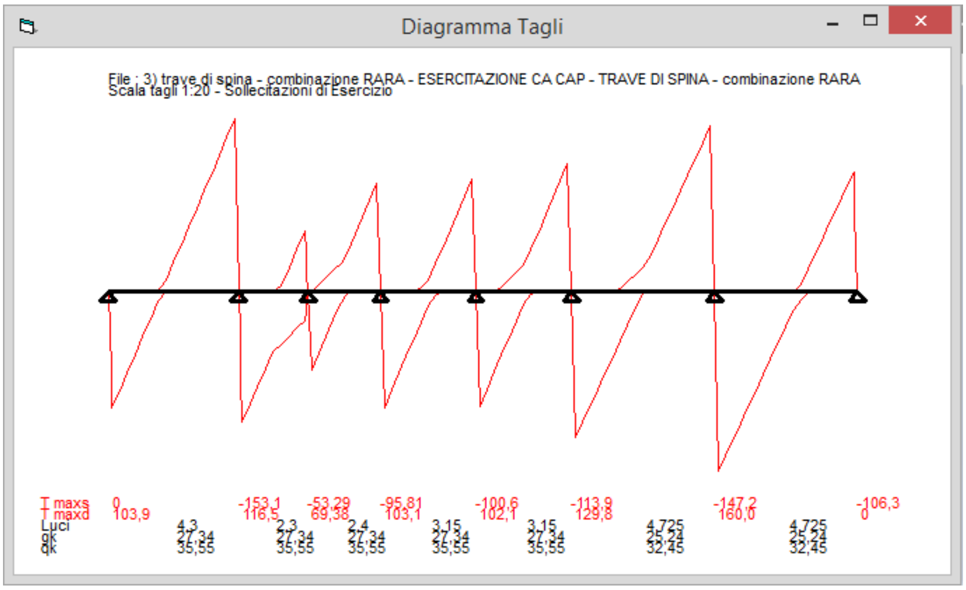
$G_2 + Q$ carico variabile

Dal menù “opzioni”, spuntare “arrotonda momenti sugli appoggi”

Cliccare, nel tipo di calcolo delle sollecitazioni, , ESERCIZIO.

1.12.4 Diagrammi M e V, combinazione FREQUENTE





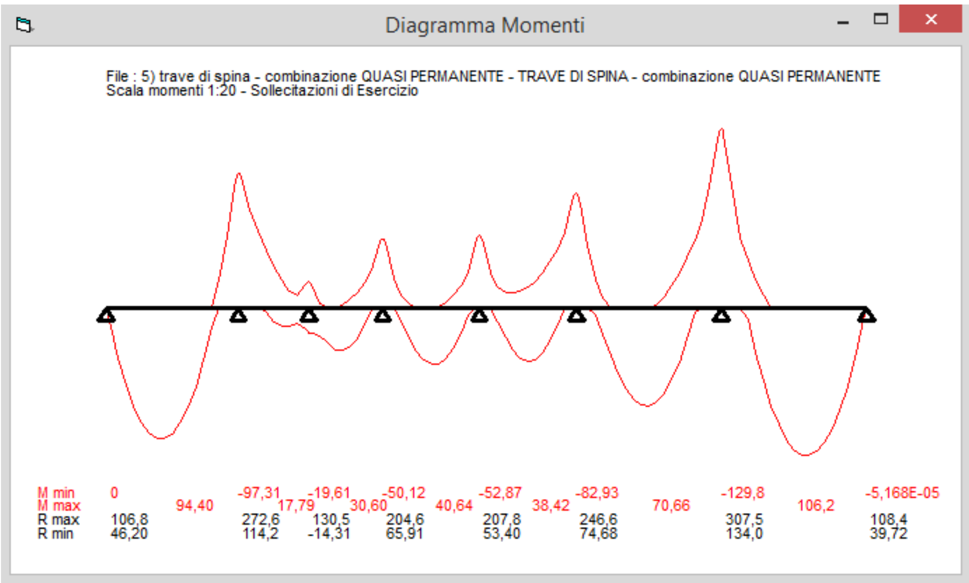
G_1 carico permanente

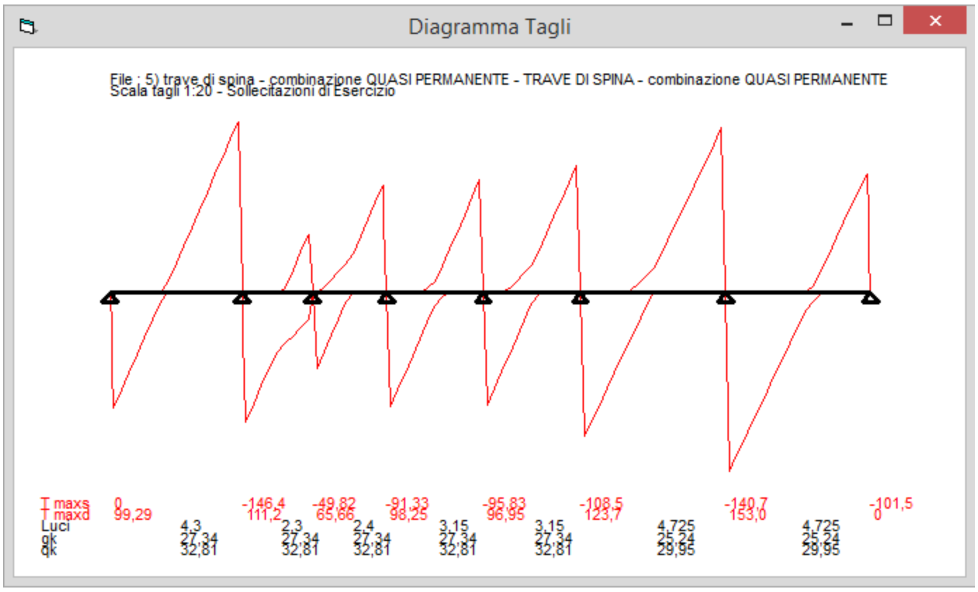
$\underline{G_2 + 0{,}5 \cdot Q}$ carico variabile ($\varphi_{11} = 0{,}5$)

Dal menù “opzioni”, spuntare “arrotonda momenti sugli appoggi”

Cliccare, nel tipo di calcolo delle sollecitazioni, ESERCIZIO.

1.12.5 Diagrammi M e V, combinazione QUASI PERMANENTE





G_1 carico permanente

$\underline{G_2 + 0,3 \cdot Q}$ carico variabile ($\varphi_{11} = 0,3$)

Dal menù "opzioni", spuntare "arrotonda momenti sugli appoggi"

Cliccare, nel tipo di calcolo delle sollecitazioni, ESERCIZIO.

1.13 Riepilogo azioni interne

		SLU con arrotondamento	RARA	FREQUENTE	QUASI.PERM
$M^-_{B,max}$	kNm	-161,4	-113,1	-101,8	-97,31
$M^-_{F,max}$	kNm	-145,9	-98,39	-84,35	-82,93
$M^-_{G,max}$	kNm	-215,6	-150,9	-135,9	-129,8
$M^+_{AB,max}$	kNm	157,2	109,9	98,81	94,4
$M^+_{GH,max}$	kNm	182,0	124,7	111,4	106,2
$V_{B,sx}$	kN	241,6	169,8	153,1	146,6
$V_{B,dx}$	kN	186,5	129,7	116,5	111,2
$V_{G,sx}$	kN	233,6	163,5	147,2	140,7
$V_{G,dx}$	kN	252,3	177,4	160,0	153,0
V_H	kN	170,8	118,5	106,3	101,5

Tabella 1.9: Riepilogo azioni interne

1.14 Dimensionamento trave a flessione

In esercizio consideriamo:

$M^-_{max} = M^-_{G,max} = 150,9\ KNm$

$$A_s = \frac{M^-_{G,max}}{0,9\ \cdot\ d \cdot\ \sigma_{s,ES}} = \frac{150,9\ \cdot 10^6\ Nmm}{0,9\ \cdot 210\ mm\ \cdot 260\ MPa} = 3071\ mm^2$$

Scelgo 10 ϕ 20 = 3140 mm^2

Determino la larghezza della trave imponendo una percentuale di armatura tesa compresa tra 0,5 – 0,7% e 1 – 1,3% (per garantire un comportamento duttile).

Scelgo ρ = 1,2% quindi si calcola la base:

$$\rho = \frac{A_s}{b\ \cdot\ d}$$

$$B = \frac{A_s}{\rho\ \cdot\ d} = \frac{31,40\ cm^2}{0,012\ \cdot 21\ cm} = 124,6\ cm$$

$$B = 125\ cm$$

Valore al limite. La scelta di trave in spessore di solaio (20 + 5) ha determinato una trave di spina molto larga e con ρ = 1,2%.

$A'_s = \chi \cdot \mathrm{A_s}$ con $\chi = \frac{A'_s}{\mathrm{A_s}} = 0,5 \div 0,8$ in corrispondenza degli appoggi di continuità ($\chi = \frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$ altrove)

$$A'_s = 5\ \phi\ 20 = 1570\ mm^2 = 15,7\ cm^2$$

Attenzione però ai reggistaffa. Si potrebbero utilizzare 6 ϕ 20 o 6 ϕ 16, però se si usano questi ultimi, va cambiata l'armatura tesa combinando ϕ 16 con ϕ 20.

1.15 Verifica flessionale

Dati:

$f_{cd} = 14{,}2\ MPa$

$b = 1250\ mm$

$A_s = 3140\ mm^2$

$A'_s = 1570\ mm^2$

$\varepsilon_u = 3{,}5\ ‰$

$d' = 40\ mm$

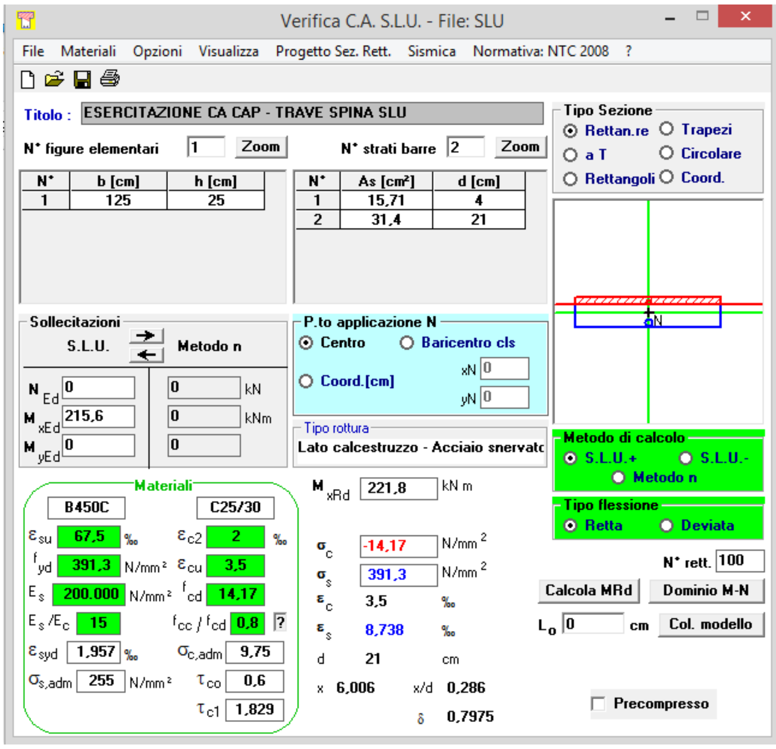
$E_s = 210000\ MPa$

Dalla equazione alla traslazione orizzontale si ricava:

$\bar{x} = 59{,}71\ mm$

$$M_{Rd} = 222{,}5\ KNm$$

1.15.1 Verifica agli SLU



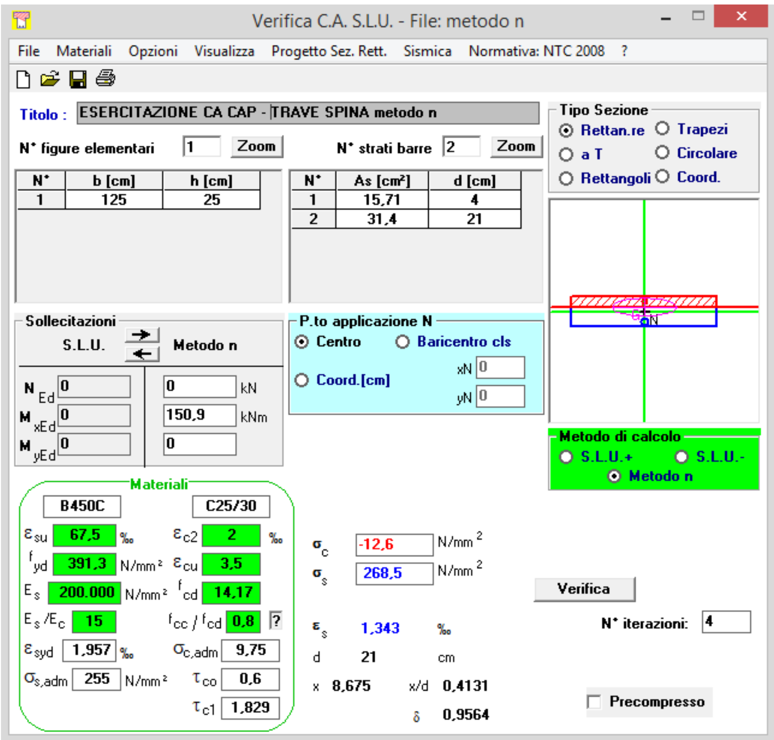
$M_{Ed} = 215{,}6\ kNm$

$M_{Rd} = 221{,}8\ kNm$

$\Psi = \frac{M_{Rd}}{M_{Ed}} = 1{,}03$ VERIFICATO

Anche con $B = 120\ cm$ ($\rho = 1{,}25\%$) si ottiene $M_{Ed} = 221{,}1$ kNm ($\Psi = 1{,}025$).

1.15.2 Metodo n



Problema nel calcestruzzo compresso se ci basiamo sulle tensioni ammissibili.

$$\sigma_c = 126 \frac{kg}{cm^2} \quad Molto\ alta$$

$$\bar{x} = 8{,}67\ mm$$

Alle tensioni ammissibili avrei dovuto aumentare ulteriormente B e ρ con:

$$B = 150\ cm$$

$$H = 25\ cm$$

$$A_s = 14\ \phi\ 20$$

$$A_s' = 8\ \phi\ 20$$

$$\bar{x} = 8{,}98\ mm$$

$$\sigma_c = 96{,}21 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{cm}^2}$$

$$\sigma_s = 1931 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{cm}^2}$$

Anche se sarebbe stata sufficiente $B = 125\ cm$.

1.15.3 Ridistribuzione

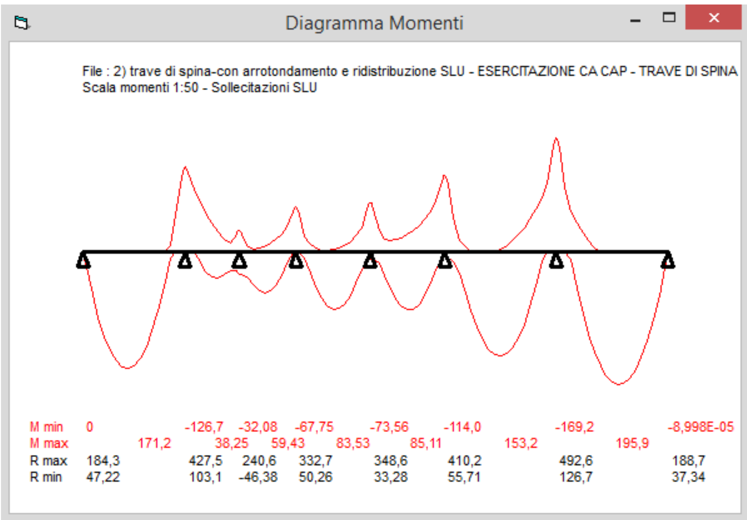
$$\frac{x}{d} = 0{,}286$$

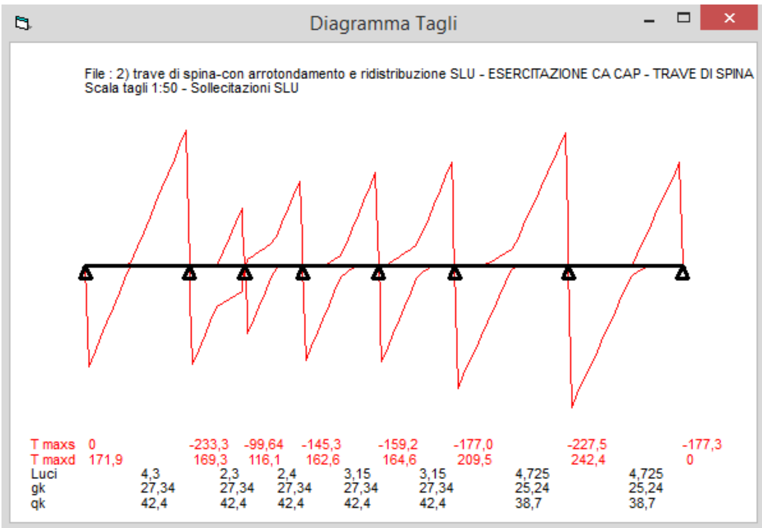
La ridistribuzione è ammessa in travi continue con luci contigue con rapporti compresi tra 0,5 e 2 (rispettata nel nostro caso avendo $\frac{L_{min}}{L_{max}} = \frac{2{,}3}{4{,}725} = 0{,}49$). Se è rispettata la condizione si può far senza esplicite verifiche in merito alla duttilità.

Con più il rapporto $\frac{x}{d}$ è piccolo maggiore sarà la curvatura a favore di un'elevata la duttilità.

Massima ridistribuzione:

$$\delta = \frac{M_{dopo\ rid}}{M_{prima\ rid}} = 0{,}7$$





$$\delta \geq 0{,}44 + 1{,}25\left(0{,}6 + \frac{0{,}004}{\varepsilon_{cu}}\right)\frac{x}{d} = 0{,}44 + 1{,}25\left(0{,}6 + \frac{0{,}004}{0{,}0035}\right)0{,}286 = 0{,}7975$$

$f_{ck} \leq 50\ MPa$ (*NTC 4.1.1.1*)

0,286 = da verifica con VCA_SLU

0,7975 = calcolato anche dal programma VCA_SLU

$M_{prima\ rid} = 215,6\ kNm$

$M_{dopo\ rid} = 169,2\ kNm$

$\delta = \frac{M_{dopo\ rid}}{M_{prima\ rid}} = 0,785$

Tuttavia si ha:

$M^{+}_{max} = 195,9\ kNm$

In questo esempio non ho vantaggi evidenti nelle ridistribuzioni, anche se erano già molto simili i momenti; la cosa migliore sarebbe avere i momenti uguali (al positivo e al negativo) per ottimizzare la progettazione: quindi sarebbe meglio ottimizzare δ tra 0,7975 e 1.

Con δ = 0,9 si ottiene:

$M^{-}_{max,G} = -192,7\ kNm$

$M^{+}_{max,GH} = 188,8\ kNm$

Ottimizzo in questo modo l'armatura, la sua messa in opera e l'esecuzione. Anche il taglio viene modificato, anche se l'effetto è inferiore.
Utilizzando $M^{+}_{max,GH}$ = −192,7 *kNm* potrei ottimizzare la progettazione con:

$B = 110\ cm$

$H = 25\ cm$

$d = 21\ cm$

$A_s = 9\ \phi\ 20 = 28,27\ cm^2$

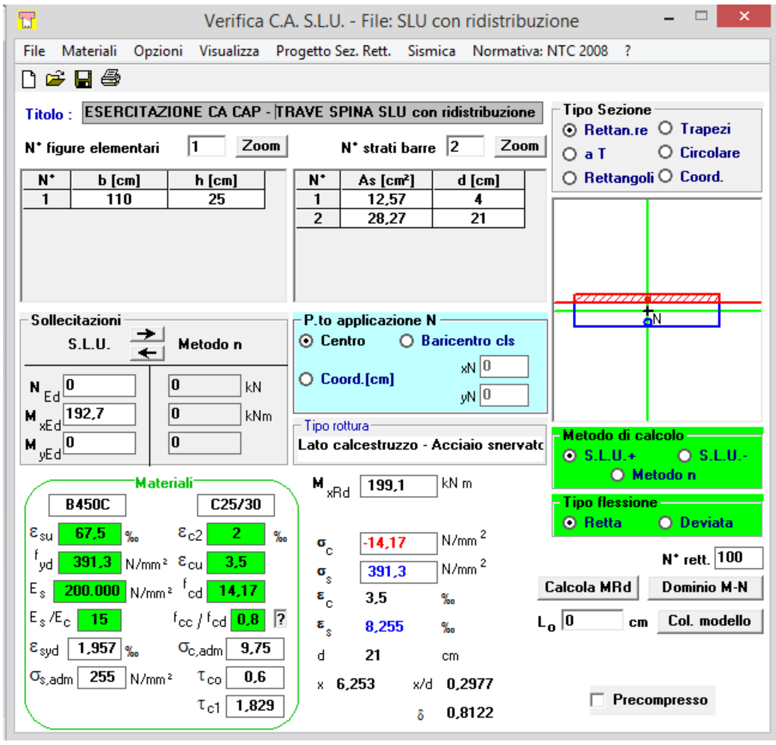
$A'_s = 4\ \phi\ 20 = 12,57\ cm^2$

Allo SLU:

$\bar{x} = 6,25mm$

$M_{Rd} = 199,1\ KNm$ $(\Psi = 1,03)$

Rottura lato calcestruzzo con acciaio snervato ($\rho = 1,22\%$). In esercizio lavorerebbe tuttavia a tassi di lavoro molto alti.



1.16 Verifica a Taglio

$$V_{max,SLU} = V_{G,dx} = 252{,}3\ KN$$

Calcolo il contributo del calcestruzzo a trazione (ingranamento-spinotto-calcestruzzo-compresso):

$$\mathrm{V_{Rd}} = \left(\frac{0{,}18}{\gamma_c} \cdot k(100 \cdot \rho_L \cdot \mathrm{f_{ck}})^{1/3} + 0{,}15 \cdot \sigma_{\mathrm{cp}}\right) \cdot \mathrm{b_w} \cdot d \geq \left(0{,}035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} + 0{,}15 \cdot \sigma_{\mathrm{cp}}\right) \cdot \mathrm{b_w} \cdot d$$

NB. Tutte le misure devono essere in mm.

Con:

$$\gamma_c = 1{,}5$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{210}} = 1{,}98 \leq 2 \qquad \text{effetto scala}$$

$$\rho_L = 1{,}2 \qquad \text{ben ancorata } (\leq 2\%), in\ G\ (\rho_L \leq 2\%)$$

$$\sigma_{cp} = 0 \qquad \text{precompressione/azione di compressione}$$

$$V_{Rd} = \begin{cases} \left(\dfrac{0{,}18}{1{,}5} \cdot 1{,}98(100 \cdot 0{,}012 \cdot 25)^{1/3}\right) \cdot 1250 \cdot 210 = 194\ KN \\ \left(0{,}035 \cdot 1{,}98^{3/2} \cdot 25^{1/2}\right) \cdot 1250 \cdot 210 = 128\ KN \end{cases}$$

$$V_{Rd} = 194\ KN < V_{G,dx}$$

Per:

$$V_{Ed}(= V_{G,dx}) < V_{Rd}$$

Si avrà armatura minima a taglio $\begin{cases} A_{st} \geq 1{,}5 \cdot b \ mm^2/m \qquad b = b_w \qquad A_{st} = 1875 \, mm^2/m \\ \text{almeno 3 staffe/m} \\ \text{passo} \leq 0{,}8 \cdot d \end{cases}$

Per:

$$V_{Ed} > V_{Rd}$$

Armatura a taglio di calcolo per equilibrio: V_{Ed} viene tutto affidato alle staffe. Utilizziamo il metodo del traliccio ad inclinazione variabile:
Con staffe:

$$V_{Rd} = MIN \ (V_{Rds} \, ; V_{Rc})$$

$V_{R,ds}$: meccanismo taglio-trazione (staffe snervate)

$V_{R,dc}$: meccanismo taglio-compressione (puntoni calcestruzzo allo SLU)

$$V_{Rds} = 0{,}9 \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (cot\alpha + cot\theta) \cdot sin\alpha \cdot d$$

α : inclinazione staffe ($\alpha = 90^o$)

θ : inclinazione puntone $\qquad 21{,}8^o \leq \theta \leq 45°$

Verificare tiro all'appoggio:

$$T_{appoggio} = V_{appoggio} \cdot cot\theta$$

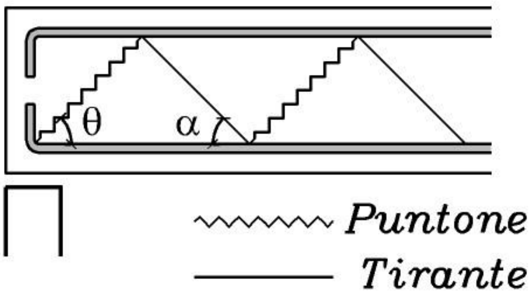


Figura 1.29: Schema puntone-tirante nella trave

θ va opportunatamente scelto:

- θ più bassi: meno armatura a taglio ($\theta = 21{,}8^o$ minimo)
- θ più alti: più armatura trasversale ma le barre longitudinali sono meno impiegate all'appoggio
- θ può essere scelto imponendo che $V_{Rds} > V_{Rdc}$ (contemporanea rottura tra staffe e puntoni) tenendo presente che $21{,}8^o \leq \theta \leq 45^o$
- Per travi in spessore: $\theta = 30^o - 35°$ (da sperimentazione)
- Per travi fuori spessore o alte: $\theta = 45^o$

Si arma a taglio partendo dall'armatura minima:

$$\begin{cases} A_{st} \geq 1{,}5 \cdot b \ \ mm^2/m \qquad b = b_w = 125cm \qquad A_{st} = 1875\, mm^2/m \\ 3\ staffe/m \\ passo\ s \leq 0{,}8 \cdot d = 168\ mm \end{cases}$$

In più da EC2:

$$\rho_{w,min} = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot st_{max}} \geq \frac{0{,}08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} = 0{,}1\%$$

$$st_{max} = 0{,}75 \cdot d \leq 600\ mm = 160\ mm$$

st_{max} : passo trasversale, molto restrittiva per travi in spessore

Adotto ϕ 8 con 6 bracci a 150 mm (ϕ $8/150\ mm$)

$$A_{st} = \frac{1000}{150} \cdot 6 \cdot \frac{8^2 \cdot \pi}{4} = 2000\, mm^2/m$$

$$\rho_{w,min} = \frac{6{,}50\ mm}{150 \cdot 1250\ mm^2} = 0{,}16\% \ \geq \ 0{,}1\%$$

$st_{max} = \frac{1250}{7} = 178 > 160$ questa prescrizione non si adatta per travi in spessore

Se si utilizzano θ bassi (ad esempio θ = 21.8°) confrontare sempre l'armatura di calcolo con l'armatura minima.

Si verifica se 6 bracci ϕ $8/150\ mm$ sono sufficienti anche nelle zone dove occorre armatura di calcolo:

$$V_{R,ds} = 0{,}9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot cot\theta = 0{,}9 \cdot 210\ mm \cdot \frac{6 \cdot 0{,}50\ mm^2}{150\ mm} \cdot 391{,}3\ \frac{N}{mm^2} \cdot cot30° = 256\ KN > V_{G,dx}$$

$cot30° = 1{,}73$

$(\alpha = 90°)$

Con θ = 30^o l'armatura minima è sufficiente anche nelle zone dove serve armatura di calcolo. Armo l'intera trave con ϕ $8/150\ mm$ a 6 bracci.

Si verifica il meccanismo taglio-compressione (ampiamente verificato in travi in spessore):

$$V_{R,dc} = 0{,}9 \cdot \mathrm{d} \cdot b \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd} \cdot \frac{(cot\alpha + cot\theta)}{1 + cot^2\theta} = 0{,}9 \cdot \mathrm{d} \cdot b \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd} \cdot \frac{cot\theta}{1 + cot^2\theta}$$

$f'_{cd} = 0{,}5 \cdot f_{cd} = 0{,}5 \cdot 14{,}2 = 7{,}1\ MPa$ (fessurazione a taglio)

$\alpha_c = 1$ (migliorativo se $\alpha_{cp} = 0$)

$cot\theta = cot30° = 1{,}73$

$1 + cot^2 30° = 4$

Si ottiene:

$$V_{R,dc} = 0{,}9 \cdot 210\ mm \cdot 1250\ mm \cdot 1 \cdot 7{,}1\ \frac{N}{mm^2} \cdot \frac{cot30°}{1+cot^2 30°} = 726\ KN \gg V_{G,dx}$$

NB.

$$\theta = 21{,}8° \begin{cases} V_{R,ds} = 370\ \mathrm{KN} \\ V_{R,dc} = 578\ \mathrm{KN} \end{cases} \qquad \theta = 45° \begin{cases} V_{R,ds} = 148\ \mathrm{KN} \\ V_{R,dc} = 839\ \mathrm{KN} \end{cases}$$

Si nota come tra $\theta = 21{,}8°$ e $\theta = 45°$ si può diminuire di 2,5 volte l'armatura a taglio.
Con θ bassi spesso è sufficiente l'armatura minima a taglio però si deve fare attenzione al tiro all'appoggio e quindi verificare con attenzione l'ancoraggio delle barre alle estremità.

1.17 Verifiche tensionali in esercizio

Come da normativa, la verifica in esercizio, deve essere effettuata per le 2 combinazioni: rara e la quasi permanente.

Considero l'appoggio G (non prendiamo in considerazione la ridistribuzione in quanto ha senso solo allo SLU).

- Combinazione caratteristica (rara)

$$1{,}0 \cdot G_1 + 1{,}0 \cdot G_2 + 1{,}0 \cdot Q$$

Per l'appoggio G si ha:

$M_G^- = -150{,}9\ kN \cdot m$

$B = 125cm$

$H = 25cm$

$d = 21cm$

$A_s = 10\phi 20$

$A'_s = 5\phi 20$

$\rho_s = 1{,}2\%$

Da cui si ricavano (n=15):

$\overline{x} = 8{,}68cm$

$J_{id} = 103935cm^4$

$\sigma_c = 125{,}97\frac{Kg}{cm^2} < 0{,}6f_{ck} = 150\frac{Kg}{cm^2}$

$\sigma_s = 2684\frac{Kg}{cm^2} < 0{,}8f_{ck} = 3600\frac{Kg}{cm^2}$

$\sigma'_s = 1018\frac{Kg}{cm^2} < 0{,}8f_{yk} = 3600\frac{Kg}{cm^2}$

- Combinazione quasi permanente

$$1{,}0 \cdot G_1 + 1{,}0 \cdot G_2 + 0{,}3 \cdot Q$$

Con $M_G^- = -129{,}8\ kN \cdot m$ si ricavano:

$\overline{x} = 8{,}68cm$

$J_{id} = 103935cm^4$

$\sigma_c = 108{,}36\frac{Kg}{cm^2} < 0{,}45f_{ck} = 112{,}5\frac{Kg}{cm^2}$

$\sigma_s = 2309\frac{Kg}{cm^2} < 0{,}8f_{ck} = 3600\frac{Kg}{cm^2}$

$\sigma'_s = 876\frac{Kg}{cm^2} < 0{,}8f_{yk} = 3600\frac{Kg}{cm^2}$

Osservazione:

$n = 15$ è un buon compromesso tra i carichi istantanei $\left(n = \frac{E_s}{E_c} = 6 \div 7\right)$ e carichi di lunga durata $\left(n = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{E_s}{\frac{E_c}{1+\phi}}\right.$ con ϕ *:* coefficiente di viscosità $\phi = 2 \div 3$ *).*

In generale $6 \leq n \leq 21$. A livello teorico n cresce dalla combinazione rara a quella quasi permanente, in cui prevalgono gli effetti a lungo termine. Si veda la circolare applicata NTC *§ 4.1.2.2.5.*

Le verifiche in esercizio possono risultare non verificate con la soluzione ottimizzata allo SLU con la ridistribuzione. Occorre quindi, in questi casi, fare molta attenzione agli effetti sul buon comportamento in esercizio.

1.17.1 Dettagli costruttivi trave di spina (NTC 4.1.6.1.1)

- Armatura flessionale minima

$A_{s,min} = 0{,}26\ \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d > 0{,}0013 b_t \cdot d \qquad \rho_{min} = 0{,}13\%$

b_t : larghezza media della zona tesa

$A_{s,min} = 0{,}26 \cdot \frac{2{,}56}{450} \cdot 1250 \cdot 210 = 388 mm^2$

$A_{s,min} = 0{,}0013 \cdot 1250 \cdot 210 = 341 mm^2$

$A_{s,min} = 388\ mm^2$ quindi sarebbero sufficienti *4* reggistaffa $\phi 12$

- Appoggio di estremità

L'acciaio inferiore, all'appoggio, deve resistere ad una forza pari al taglio

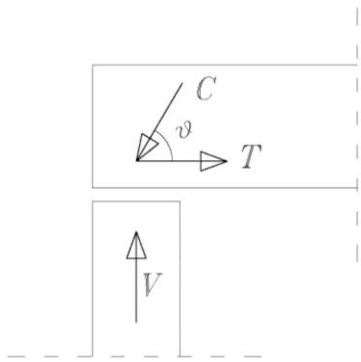


Figura 1.30: Appoggio di estremità

C: puntone compresso inclinato di un angolo θ

T: tiro dell'armatura di appoggio

V: taglio (reazione vincolare)

$T = V\ cot\theta$ se $\theta = 45°$ (caso classico)

NB: θ deve essere concorde con la scelta per il dimensionamento delle staffe.

- $A_{s,appoggio} \geq \frac{V_{sd}}{f_{yd}} = \frac{V_H}{f_{yd}} = \frac{182{,}1kN}{391\text{MPa}} = 465mm^2$
- $A_{s,max} \leq 0{,}04\ A_c$ (4%)!
- Armatura estradosso $\text{M}_{\text{Rd}}^{-} \geq 15\%\ \ M_{Rd}^{+}$in campata (congruenza) (*EC2 9.2.1.2*)
- Appoggi di continuità

$$\chi = \frac{A'_s}{A_s} \geq 0{,}25$$

Spesso $\chi = 0{,}5 \div 0{,}8$ per problemi di verifica tensionale in esercizio.

1.17.2 Verifiche di fessurazione attraverso il metodo indiretto/tabellare

Tabella 4.1.III – *Descrizione delle condizioni ambientali*

CONDIZIONI AMBIENTALI	CLASSE DI ESPOSIZIONE
Ordinarie	X0, XC1, XC2, XC3, XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

Tabella 1.10 - Descrizione delle condizioni ambientali

Le armature si distinguono in due gruppi:

- Armature sensibili;
- Armature poco sensibili.

Appartengono al primo gruppo gli acciai da precompresso. Appartengono al secondo gruppo gli acciai ordinari. Per gli acciai zincati e per quelli inossidabili si può tener conto della loro minor sensibilità alla corrosione.

Tabella 4.1.IV – *Criteri di scelta dello stato limite di fessurazione*

Gruppi di esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	w_d	Stato limite	w_d
a	Ordinarie	frequente	ap. fessure	$\leq w_2$	ap. fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
b	Aggressive	frequente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$
c	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	ap. fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$

Tabella 1.11 - Criteri di scelta dello stato limite di fessurazione

w_1=0,2 mm; w_2=0,3 mm; w_3=0,4 mm

Tabella C4.1.II *Diametri massimi delle barre per il controllo di fessurazione*

Tensione nell'acciaio σ_s [MPa]	Diametro massimo ϕ delle barre (mm) $w_3 = 0{,}4$ mm	$w_2 = 0{,}3$ mm	$w_1 = 0{,}2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	-

Tabella 1.12 - Diametri massimi delle barre per il controllo di fessurazione

Tabella C4.1.III *Spaziatura massima delle barre per il controllo di fessurazione*

Tensione nell'acciaio σ_s [MPa]	Spaziatura massima s delle barre (mm) $w_3 = 0{,}4$ mm	$w_2 = 0{,}3$ mm	$w_1 = 0{,}2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

Tabella 1.13 - Spaziatura massima delle barre per il controllo di fessurazione

1.17.3 Verifiche di deformabilità attraverso il metodo indiretto/tabellare

Tabella C4.1.I *Valori di K e snellezze limite per elementi inflessi in c.a. in assenza di compressione assiale*

Sistema strutturale	K	Calcestruzzo molto sollecitato ρ=1,5%	Calcestruzzo poco sollecitato ρ=0,5%
Travi semplicemente appoggiate, piastre incernierate mono o bidirezionali	1,0	14	20
Campate terminali di travi continue o piastre continue monodirezionali o bidirezionali continue sul lato maggiore	1,3	18	26
Campate intermedie di travi continue o piastre continue mono o bidirezionali	1,5	20	30
Piastre non nervate sostenute da pilastri (snellezza relativa alla luce maggiore)	1,2	17	24
Mensole	0,4	6	8

Note: Le snellezze limite sono state valutate ponendo, nella formula C4.1.13, f_{ck} =30 MPa e $\left[\frac{500A_{s,eff.}}{f_{yk}A_{s,calc.}}\right]=1$.

Per piastre bidirezionali si fa riferimento alla luce minore; per piastre non nervate si considera la luce maggiore.

I limiti per piastre non nervate sostenute da pilastri corrispondono ad una freccia in mezzeria maggiore di 1/250 della luce: l'esperienza ha dimostrato che, comunque, tali limiti sono soddisfacenti.

Nel caso di elementi in c.a.p. si può applicare la tabella C4.1.1 moltiplicando il valore di K per 1,2.

Tabella 1.14 - Valori di K e snellezze per elementi infletti in c.a. in assenza di compressione assiale

1.17.4 Verifica di fessurazione

Nel nostro caso si va a considerare:

- Condizioni ambientali: ordinarie
  - Combinazione frequente $w_d \leq w_3 = 0,4\ mm$
  - Combinazione quasi permanente $w_d \leq w_2 = 0,3\ mm$

$$w_d = 1,7 w_m$$

Il calcolo diretto è molto lungo in accordo a NTC 4.1.2.2.4.6 oppure a circolare applicativa.
Da Tabella 1.12 - Diametri massimi delle barre per il controllo di fessurazione in funzione di σ_s.
si valuta la fessurazione in G dove il momento è massimo in combinazione frequente:

$$M_{G,max}^{-} = -135,9kNm$$

$\bar{x} = 8,68cm$

$J_{id} = 103935cm^4$

$\sigma_c = 113,45\frac{Kg}{cm^2}$

$\sigma_s = 2418 \frac{Kg}{cm^2}$

Valutiamo a quanto lavora l'armatura tesa, per w_3:

$\sigma_s = 160\text{MPa} \quad \phi_{max} = 40mm$
$\sigma_s = 200\text{MPa} \quad \phi_{max} = 32mm$
$\sigma_s = 240\text{MPa} \quad \phi_{max} = 20mm$ OK (errore 0,7%).

Sicuramente è verificato con il calcolo diretto.

- Combinazione quasi permanente

$$M^-_{G,max} = -129{,}8kNm$$

$\overline{x} = 8{,}68cm$

$J_{id} = 103935cm^4$

$\sigma_c = 108{,}36 \frac{Kg}{cm^2}$

$\sigma_s = 2309 \frac{Kg}{cm^2}$

Considerando w_2

$\sigma_s = 200MPa \qquad \phi_{max} = 25mm$

$\sigma_s = 240MPa \qquad \phi_{max} = 16mm$

Tramite un'interpolazione per $\sigma_s = 230{,}9$ MPa si ottiene $\phi_{max} = 19mm$. Non sarebbe verificato, ma dato che questo metodo è cautelativo si procede con l'esecuzione del calcolo diretto per valutare se risulta verificato.
Inoltre da Tabella 1.13 - Spaziatura massima delle barre per il controllo di fessurazione in funzione di σ_s si ha:

- Combinazione frequente

$\sigma_s = 241{,}8$MPa $\qquad s_{max}(w_3) = 250mm$

- Combinazione quasi permanente $\quad \sigma_s = 231$ MPa

$\sigma_s = 200MPa \qquad s_{max}(w_2) = 250mm$

$\sigma_s = 240MPa \qquad s_{max}(w_2) = 200mm$

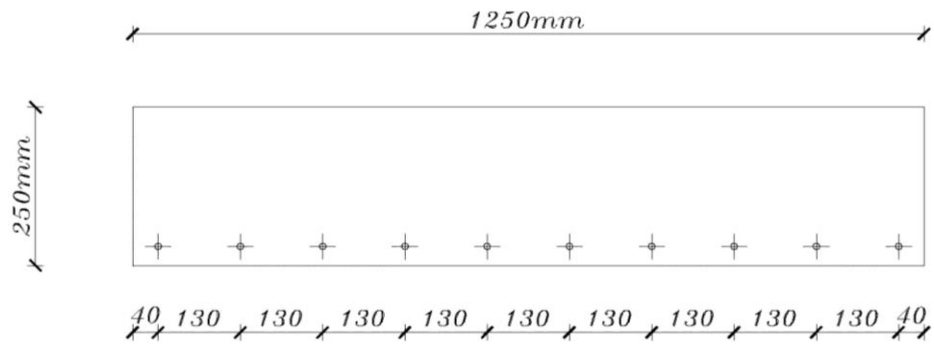


Figura 1.31 - Sezione

Ampiamente verificato.

1.17.5 Verifiche di deformabilità

Dalla Circolare C 4.1.2.2.2 per travi e solai con luci non superiori a 10m è possibile omettere la verifica delle inflessioni, se il rapporto di snellezza $\lambda = \frac{L}{h}$ soddisfa la seguente espressione [*Circolare C 4.1.13*]

$$\lambda_{lim} = k \cdot \left(11 + \frac{0{,}0015 \cdot f_{ck}}{\rho + \rho'}\right)\left(\frac{500 \cdot A_{s,eff}}{f_{yk} \cdot A_{s,calc}}\right)$$

$f_{ck} = 25MPa$

La campata con maggior freccia è GH, che è terminale; l'appoggio H, rispetto ad un appoggio in continuità, determina deformabilità superiore.

$k = 1{,}3$ (campata terminale)

$\frac{A_{s,eff}}{A_{s,calc}} = 1$ conservativamente, in generale è un valore maggiore di 1.

ρ, ρ' le considero in G, conservativamente

$\rho = 1{,}2\%$

$\rho' = 0{,}6\%$

$\rho + \rho' = 1{,}8\%$

$\lambda_{lim} = 1{,}3 \cdot \left(11 + \frac{0{,}0015 \cdot 25}{0{,}018}\right)\left(\frac{500}{450}\right) = 18{,}90 > \lambda = \frac{L_{GH}}{h} = \frac{4{,}72}{25} = 18{,}88$ *OK*

1.17.6 Verifica a fessurazione rigorosa

- Combinazione frequente $w_d \leq w_3 = 0{,}4\ mm$
- Combinazione quasi permanente $w_d \leq w_2 = 0{,}3\ mm$

- Combinazione frequente

Calcolo la distanza media tra le fessure:

<u>Sezione G</u>

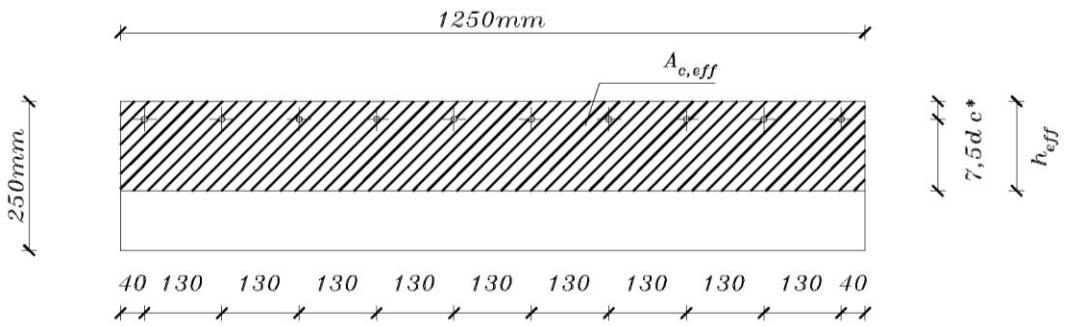


Figura 1.32: Sezione G

$$\Delta_{sm} = 2 \cdot \left(c^* + \frac{s}{10}\right) + \mathrm{k}_2 \cdot \mathrm{k}_3 \cdot \frac{\phi}{\rho}$$

$c = 40mm - \frac{\phi_L}{2} - \phi_L = 40mm - 10 - 8 = 22mm$

$\mathrm{s} = 130mm \leq 14\phi$ interasse delle barre longitudinali

$k_2 = 0{,}4$ per barre ad aderenza migliorata

$k_3 = 0{,}25\left(\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2\varepsilon_1}\right) = 0{,}125$ per flessione semplice

(ε_1 *e* ε_2 sono deformazione maggiore e minore nell'area efficace di calcestruzzo)

$\phi = 20mm$

$\rho = \frac{A_s}{A_{c,eff}} = 1$

$A_{c,eff} = b \cdot h_{eff}$

$h_{eff} = c^* + 7{,}5\phi$ *c*:* ricoprimento delle barre longitudinali

$c^* = 40 - \frac{\phi_L}{2} = 40 - 10 = 30mm$

$h_{eff} = c* + 7{,}5\phi = 30 + 150 = 180mm$

$A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 1250mm \cdot 180mm = 225000mm^2$

$\rho = \frac{3140mm^2}{225000mm^2} = 1{,}4\%$

$\frac{\phi}{\rho} = \frac{20}{1{,}4\%} = 1428{,}6$

$$\Delta_{sm} = 2 \cdot \left(30 + \frac{130}{10}\right) + 0{,}4 \cdot 0{,}125 \cdot 1428{,}6 = (86 + 71{,}43)mm = 157{,}4mm$$

Calcolo la deformazione media dell'acciaio tra le fessure per combinazione frequente

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s}\left(1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2\right)$$

$\beta_1 = 1$ Per barre ad aderenza migliorata

$\beta_2 = 0{,}5$ Per carichi di lunga durata

$\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} = \frac{M_{cr}}{M_{freq}}$

$M_{cr} = W \cdot f_{ctm} = \frac{b \cdot H^2}{6} \cdot f_{ctm}$

$f_{ctm} = 0{,}3(f_{ck})^{\frac{2}{3}} = 2{,}56MPa$

$M_{cr} = \frac{1250 \cdot 250^2}{6} \cdot 2{,}56 = 33{,}3kNm$

$M_{freq} = 135{,}9kNm$

$\sigma_s = 241MPa$

$\varepsilon_{sm} = \frac{241}{210000}\left(1 - 0{,}5 \cdot \left(\frac{33{,}3}{135{,}9}\right)^2\right) = 1{,}11 \cdot 10^{-3} = (1{,}15 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}97)$

Calcolo apertura media di fessura e del valore di calcolo

$$w_m = \Delta_{sm} \cdot \varepsilon_{sm}$$

$w_m = 1{,}11 \cdot 10^{-3} \cdot 157{,}4 = 0{,}173\ mm$

$w_d = 1{,}7 w_m = 0{,}29mm \ll 0{,}4\ mm$

- Lo stesso procedimento viene seguito per la combinazione quasi permanente

$w_d = 0{,}3\ mm$

$\sigma_s = 231\ MPa$

$M_{QP} = 129{,}8\ kNm$

- $\Delta_{sm} = 157{,}4\ mm$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{231}{210000}\left[1 - 1 \cdot 0{,}5 \cdot \left(\frac{33{,}3}{129{,}8}\right)^2\right] = 1{,}06 \cdot 10^{-3}$$

$w_m = \Delta_{sm} \cdot \varepsilon_{sm}$=$1{,}06 \cdot 10^{-3} \cdot 157{,}4 = 0{,}167\ mm$

$w_d = 1{,}7 w_m = 1{,}7 \cdot 0{,}167 = 0{,}284 < 0{,}3\ mm$ verificato (soluzione diversa rispetto alla verifica tabellare).

Osservazione:

Nel calcolo di tensioni e deformazioni, f_{ct} può essere assunta pari a f_{ctm} (valore medio della resistenza a trazione) oppure f_{cfm} (valore medio della resistenza a trazione per flessione), purchè il calcolo dell'armatura minima sia basato sullo stesso valore [NTC 11.2.4]:

$$f_{cfm} = 1{,}2 f_{ctm}$$

Nel calcolo dell'ampiezza delle fessure e del tension stiffening si raccomanda di usare f_{cfm}.

1.17.7 Esempio di calcolo dell'inflessione

Si consideri ora un esempio generico non facente riferimento all'esercizio precedente.

$f \leq \frac{L}{250}$ condizione di carico quasi permanente

CASO 1: CARICHI DI BREVE DURATA

Si valuta per esercizio, in realtà la freccia andrebbe sempre valutata a lungo termine.

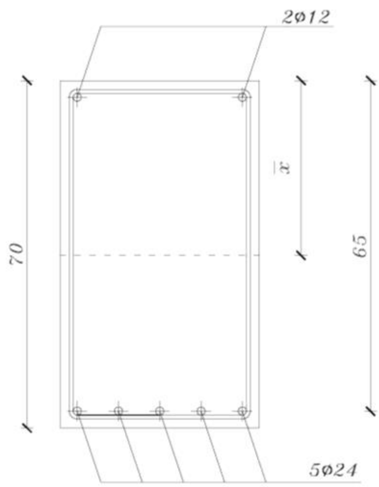


Figura 1.33 - Sezione G

- Analisi dei carichi

$g = 20\frac{kN}{m}$

$q = 10\frac{kN}{m}$

$p = g + q = 30\frac{kN}{m}$

- Materiali:

C30/37 $f_{ck} = 30MPa$

$f_{cm} = 30 + 8 = 38MPa$

$E_{cm} = 22000\left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} = 32800MPa$

$f_{ctm} = 0{,}3f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 2{,}90MPa$

B450C $f_{yk} = 450MPa$

$E_s = 210000MPa$

$A_s = 5\phi24 = 2260mm^2$

$A'_s = 2\phi12$

$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{21000}{32800} = 6{,}40$ Per breve durata

- Caratteristiche geometriche della sezione

- Stadio I: non fessurato

$\overline{x} = 35{,}22cm$

$$J_I = \frac{1}{12} \cdot 40 \cdot 70^3 + (40 \cdot 70)(0{,}22)^2 + 6{,}4 \cdot 22{,}6 \cdot (34{,}78 - 5) + 6{,}4 \cdot 2{,}26 \cdot (35{,}22 - 5)^2 =$$

$$= 1{,}28 \cdot 10^6 cm^4 = 1{,}28 \cdot 10^{10} mm^4$$

- Stadio II: fessurato

$\overline{x} = 18{,}15cm$

$J_{II} = 3{,}99 \cdot 10^9 mm^4$

$$\frac{J_I}{J_{II}} = 3{,}21$$

- Momento di prima fessurazione:

$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot \frac{\mathrm{J_I}}{H - \overline{x}} = \frac{2{,}90 \cdot 1{,}28 \cdot 10^{10}}{700 - 355{,}2}$$

- Momento sollecitante in esercizio:

$$M_{max,ES} = \frac{\mathrm{p} \cdot L^2}{8} = \frac{30 \frac{kN}{m} \cdot 9^2}{8} = 303{,}75kNm \gg M_{cr}$$

- Lunghezza della trave fessurata:

$$M_x = \frac{\mathrm{p} \cdot L \cdot x}{8} - \frac{\mathrm{p} \cdot x^2}{8} = M_{cr}$$

$135\mathrm{x} - 15x^2 = 108$

$15x^2 - 135\mathrm{x} + 108 = 0$

$\mathrm{x} = 0{,}89\ m$

La trave è fessurata per ben: $9 - 2 \cdot 0{,}89\mathrm{m} = 7{,}22\mathrm{m}$ (= 0,8L)

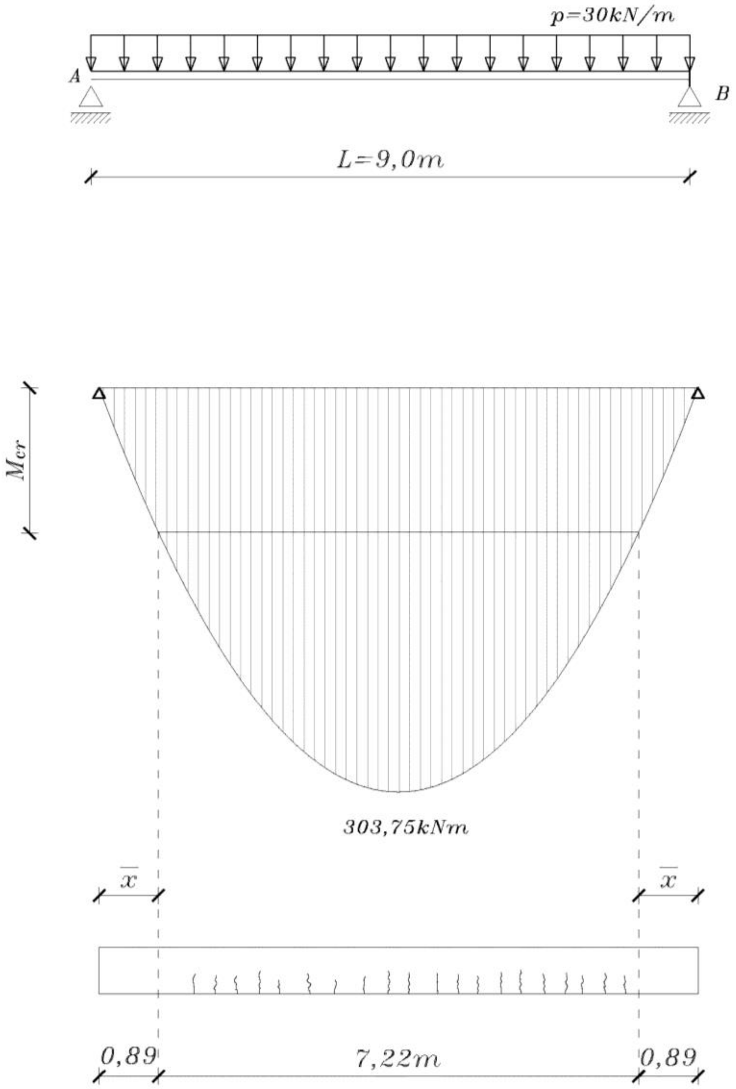


Figura 1.34 – Trave fessurata

Calcolo della freccia secondo EC2 e NTC

$$f_I = \frac{5}{384}\frac{pl^4}{E_{cm} \cdot J_I} = \frac{5}{384}\frac{30\frac{N}{mm}9000^4 mm^4}{32800MPa \cdot 1{,}28 \cdot 10^{10}mm^4} = 6{,}1mm$$

$$f_{II} = f_I\frac{J_I}{J_{II}} = 6{,}1 \cdot 3{,}21 = 19{,}6mm$$

$$\xi = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{Mmax}\right)^2 = 1 - 1 \cdot \left(\frac{108}{303.75}\right)^2 \cong 0.87$$

Tension stiffening con $\beta = 1$ (con carichi di breve durata).

$$f = \xi \cdot f_{II} + (1-\xi)f_I = f_I + \xi(f_{II} - f_I)$$

$$f = 6{,}1 + 0{,}87 \cdot (19{,}6 - 6{,}1)mm = 17{,}84\ mm$$

Trascuro il tension stiffening e calcolo la freccia per interpolazione lineare

$f_I = 6{,}1mm$

$f_{II} = 19{,}6mm$

$L = 9m$

$L_{cr} = 7{,}22m$

$$f = f_I + (f_{II} - f_I) \cdot \frac{L_{cr}}{L} = f_I \left[1 + \left(\frac{J_I}{J_{II}} - 1\right)\frac{L_{cr}}{L}\right] = f_I[1 + (3{,}21 - 1)] = 2{,}77 f_I = 16{,}90mm$$

Calcolo quasi esatto con corollario di Mohr (integrazione della curvatura con tension stiffening)

$$f = f_I + \Delta f_{II}(L_{cr}) - \Delta f_{TS}(L_{cr})$$

$f_I = 6{,}1mm$

$$\Delta f_{II} = \frac{L_{cr} \cdot L}{E_{cm} \cdot J_{II}}\left(1 - \frac{J_{II}}{J_I}\right)\left(\frac{M_{cr}}{12} + \frac{M_{max,es}}{6} - \frac{L_{cr}}{L}\frac{M_{cr} + M_{max,es}}{16}\right) =$$

$$= \frac{7220 \cdot 9000}{32800 \cdot 3{,}99 \cdot 10^9}\left(1 - \frac{1}{3{,}21}\right)\left(\frac{108}{12} + \frac{303.75}{6} - \frac{7{,}22}{9}\frac{108 + 303.75}{16}\right) \cdot 10^6 = 13.32\ mm$$

$$\Delta f_{TS} = \left(\frac{M_u}{M_{max,es}}\right)^2 \frac{M_{max,es} \cdot L_{cr} \cdot L}{E_{cm} \cdot J_{II}}\left(1 - \frac{J_{II}}{J_I}\right)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} \cdot \frac{L_{cr}}{L}\right) =$$

$$= \left(\frac{108}{303.75}\right)^2 \frac{303.75 \cdot 10^6 \cdot 7{,}22 \cdot 9 \cdot 10^6}{32800 \cdot 3{,}99 \cdot 10^9}\left(1 - \frac{1}{3{,}21}\right)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} \cdot \frac{7{,}22}{9}\right) = 1.96\ mm$$

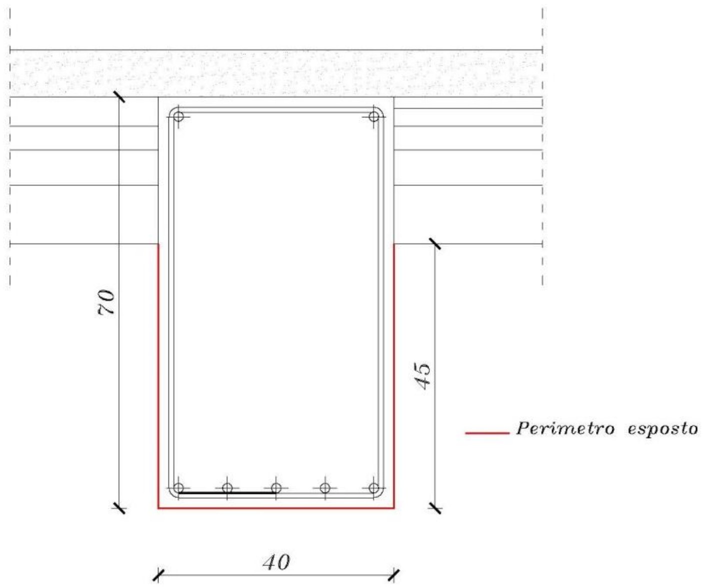
$f = 6{,}1 + 13.32 - 1.96 = 17{,}46\ mm$

Integrazione con tension stiffening iperbolico

$f = 16.69\ mm$

N.B. Il valore della freccia è minore rispetto al valore calcolato da normativa, dimostrando nuovamente che la normativa è conservativa.

CASO 2: CARICHI DI LUNGA DURATA



Si ricorda che a lungo termine è fondamentale considerare la viscosità.
Uso la combinazione quasi permanente

$g = 20\frac{kN}{m}$

$q = 10\frac{kN}{m}$

$u = 2 \cdot 450 + 400 = 1300mm$ (perimetro esposto)

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot 280000}{1300} = 431mm$$

Ipotizzando $\mu = 55\%$ $t_0 = 30giorni$
Dalla Tabella 11.2 VII delle NTC si ha un coefficiente di viscosità pari a:

$$\varphi(\infty, t_0) = 2{,}3$$

Si determina il modulo elastico efficace

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} = \frac{32800}{3{,}3} = 9940MPa$$

$$n(\infty, t_0) = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{210000}{9940} = 21{,}12$$

- Stadio I non fessurato:

$\overline{x} = 38{,}8cm$ dall'alto (maggiore rispetto al caso a breve termine)

$$J_I^\infty = \frac{1}{12} \cdot 40 \cdot 70^3 + (40 \cdot 70)(3{,}6)^2 + 19{,}3 \cdot 22{,}6 \cdot (31{,}4 - 5)^2 + 19{,}3 \cdot 2{,}26 \cdot (38{,}6 - 5)^2 =$$
$$= 1{,}56 \cdot 10^{10}mm^4$$

- Stadio II fessurato:

$\overline{x} = 28{,}5cm$

$J_{II}^\infty = 9{,}71 \cdot 10^9mm^4$

Osservazione:

$$\frac{J_I^\infty}{J_I} = \frac{1,56}{1,28} = 1,22$$

$$\frac{J_{II}^\infty}{J_{II}} = \frac{9,71}{3,99} = 2,43$$

Incremento molto superiore visto il rilevante contributo di nA_s

Nella combinazione quasi permanente:

$$p_{QP} = g + 0,3q = 20 + 3 = 23\frac{kN}{m}$$

$$f_I(\infty, t_0) = \frac{5}{384}\frac{p_{QP}l^4}{E_{c,eff} \cdot J_I^\infty} = \frac{5}{384}\frac{23\frac{N}{mm} \cdot 9000^4 mm^4}{9940MPa \cdot 1,56 \cdot 10^{10}mm^4} = 12,67mm$$

$f_I(\infty, t_0) \gg f_I$ l'effetto della viscosità è molto importante in campo elastico (I stadio)

Per lo stesso carico p_{QP}

$$f_I(\infty, t_0) = f_I(t_0) \cdot \frac{E_{cm}}{E_{c,eff}}\frac{J_I}{J_I^\infty} = f_I(t_0) \cdot \frac{32800}{9940}\frac{1,28}{1,56} = 2,71 f_I(t_0)$$

$$f_{II}(\infty, t_0) = f_I(\infty, t_0)\frac{J_I^\infty}{J_{II}^\infty} = 12,67 \cdot \frac{1,56 \cdot 10^{10}}{9,71 \cdot 10^9} = 20,35mm$$

$$M_{cr}(t_0) = 108kNm$$

$$M_{max,QP} = \frac{p_{QP} \cdot L^2}{8} = \frac{23\frac{kN}{m} \cdot 9^2}{8} = 233kNm > M_{cr}$$

$$\xi = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{Mmax}\right)^2 = 1 - 0,5 \cdot \left(\frac{108}{233}\right)^2 = 0,896$$ *contributo del tension stiffening*

$$f(\infty, t_0) = f_I(\infty, t_0) + \xi \cdot [f_{II}(\infty, t_0) - f_I(\infty, t_0)] = 12,67 + 0,896(20,35 - 12,67)mm = \\ = 19,55mm$$

$$f(\infty, t_0) = \frac{1}{465}L \ll \frac{1}{250}L$$

NB. A favore di sicurezza non si è considerato il diverso contributo viscoso tra la zona fessurata e quella non fessurata, come teoricamente evidenziato nei lucidi precedenti.