



“ANALISI STATICA LINEARE: ESEMPIO DI CALCOLO”

PROF. GIANCARLO RAMAGLIA

Indice

1	CASO DI ANALISI	3
2	DEFINIZIONE DELL'AZIONE SISMICA	8
3	ANALISI STATICA EQUIVALENTE	20
	RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI	31



Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

1 Caso di analisi

Scopo dell'elaborato in esame è l'analisi statica lineare di una struttura intelaiata in cemento armato opportunamente modellata nel rispetto della normativa attualmente in vigore (NTC 14/01/2008) e della successiva Circolare esplicativa n. 617. In particolare, si osserva che molte scelte che si compiono nell'impostazione di massima del progetto architettonico sono strategiche sotto l'aspetto strutturale. Importanti sono, ad esempio, la forma planimetrica dell'edificio e la posizione del vano scala: piante non simmetriche, come quelle ad L, a T ed a C, e scale collocate in posizione perimetrale possono portare a forti eccentricità tra il baricentro delle masse e quello delle rigidezze e, quindi, creare, sotto l'azione sismica, problemi di rotazione torsionale del fabbricato. Anche le scelte che riguardano l'andamento altimetrico della costruzione si possono rilevare condizionanti per gli aspetti strutturali: la presenza di un piano a portico, libero da tompagnature, può penalizzare notevolmente la duttilità globale della struttura, necessaria per una buona risposta in caso di sismi violenti. La prima operazione, che determina le più importanti scelte progettuali, è l'impostazione della carpenteria, cioè l'individuazione dell'orditura dei solai e della posizione di travi e pilastri. Il procedimento è analogo a quanto viene fatto per gli edifici soggetti prevalentemente a carichi verticali. La sostanziale differenza consiste nella necessità di realizzare una struttura in grado di sopportare, oltre ai carichi verticali, anche le forze orizzontali agenti in due direzioni ortogonali che simulano l'effetto del sisma. Gli obiettivi cui tendere nell'impostazione della carpenteria sono, la semplicità e regolarità, necessarie per una migliore comprensione del comportamento strutturale e per una uniformità di sollecitazione sugli elementi strutturali.

Una corretta impostazione della carpenteria dovrebbe garantire un irrigidimento uniforme in entrambe le direzioni e distribuito con regolarità in pianta. Una soluzione ottimale potrebbe

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

consistere in pilastri tutti della medesima sezione, di forma quadrata, disposti ad interasse costante e collegati in entrambe le direzioni da travi uguali tra loro (tutte emergenti o tutte a spessore). Esigenze architettoniche impongono però usualmente la contemporanea presenza di entrambi i tipi di travi e l'adozione di sezioni rettangolari, dotate quindi di un momento d'inerzia maggiore in una direzione e minore nell'altra, per i pilastri. In tale caso, la resistenza all'azione sismica in una direzione è sostanzialmente affidata all'accoppiata costituita da travi emergenti e pilastri allungati nella direzione in esame.

Anche se poco rilevante ai fini dell'irrigidimento della struttura, è comunque opportuno realizzare in elevazione ulteriori travi, a spessore, per il collegamento trasversale dei pilastri. In tal modo è possibile disporre armature per assorbire sollecitazioni flessione-taglienti (conseguenti alla rotazione dei nodi della struttura) che altrimenti graverebbero sui solai. Si ottiene, inoltre, un irrigidimento dell'impalcato che, per le azioni orizzontali, si comporta come una lastra nervata chiamata a ridistribuire il carico sismico tra i telai.

Si riporta di seguito la carpenteria dell'edificio esaminato (figura 1):

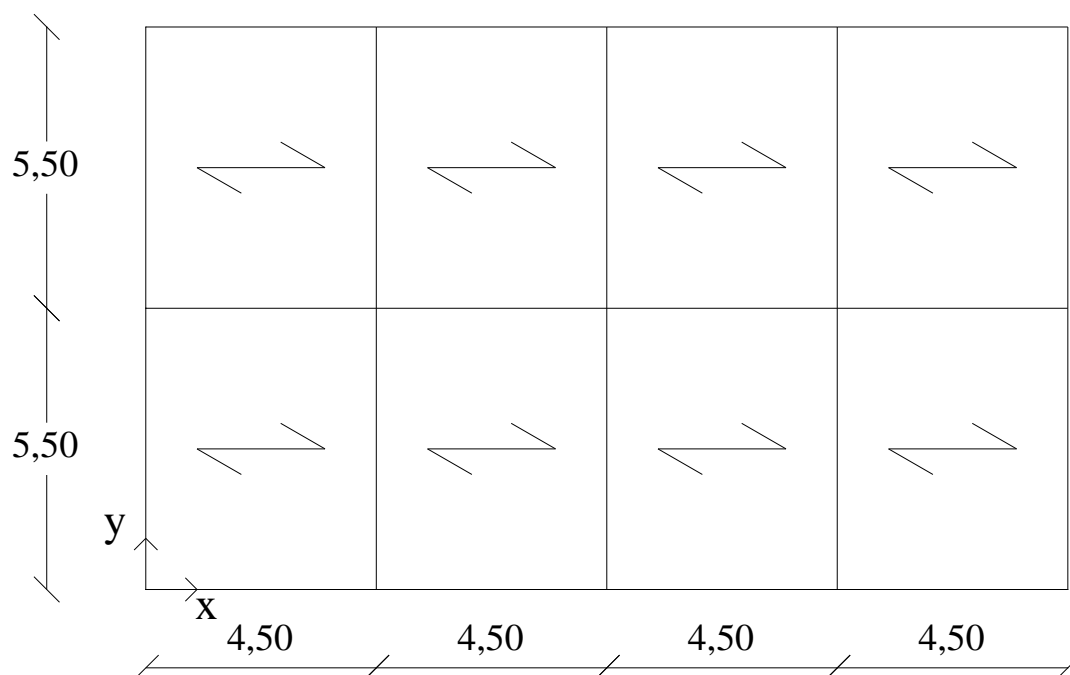


Figura 1. *Carpenteria edificio.*

Si è estrapolato un telaio piano dall'edificio (nel piano y-z), in ipotesi di equivalenza dinamica tra telaio ed edificio, in quanto si verificano le seguenti ipotesi:

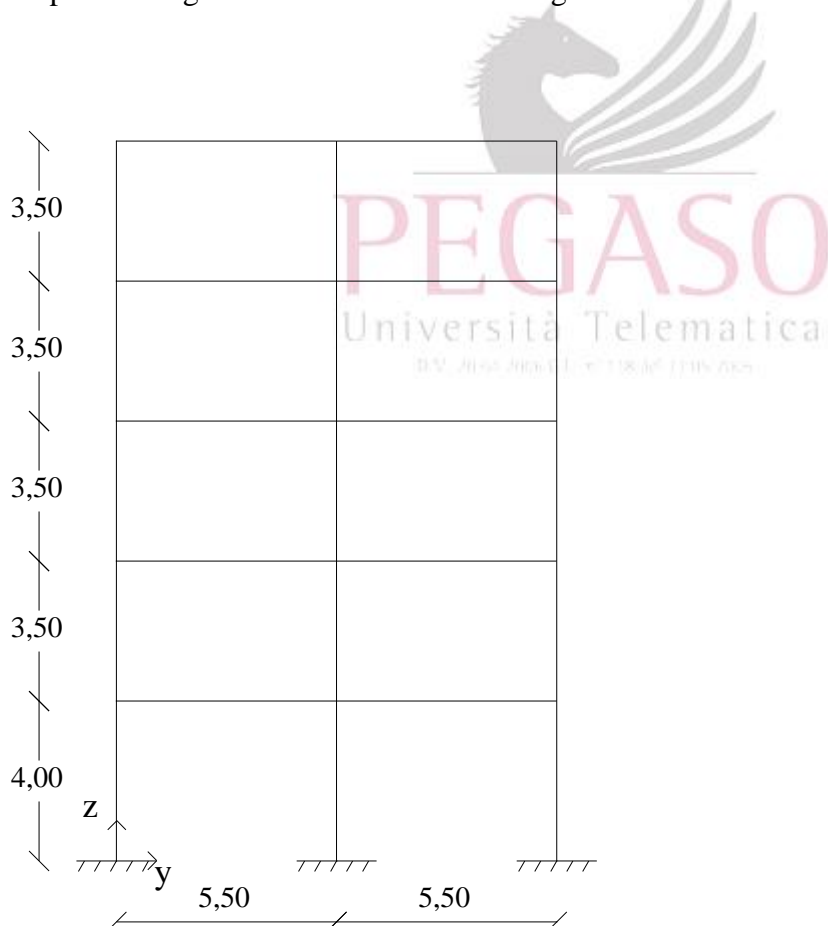
- impalcato infinitamente rigido nel proprio piano (§7.2.6). Tale ipotesi (considerando il baricentro geometrico coincidente con il baricentro delle masse) implica che la forza sismica si distribuisce in modo uniforme nei vari telai dell'impalcato. Se l'impalcato non fosse infinitamente rigido nel piano la forza si ripartirebbe secondo le aree di influenza e, quindi, anche se tutti i telai avessero la stessa rigidezza laterale, ognuno assorbirebbe una forza diversa (i telai interni hanno un'area di influenza maggiore);
- telai tutti uguali in termini di rigidezza laterale nella direzione in esame (assorbono la stessa forza sismica);

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

- baricentro delle masse coincidente con il baricentro delle rigidezze (eccentricità statica pari a zero). Quest'ultima ipotesi semplifica notevolmente il problema ma non è veritiera, in quanto la norma, per tenere conto della variabilità spaziale del moto sismici, nonché di eventuali incertezza nella localizzazione delle masse, attribuisce al centro delle masse una eccentricità accidentale in ogni direzione non inferiore a 0,05 volte la dimensione dell'edificio misurata perpendicolarmente alla direzione di applicazione dell'azione sismica.

Inoltre, si è fatta l'ipotesi semplificativa che tutti i pilastri sono disposti allo stesso modo in pianta.

Si riporta di seguito la sezione verticale longitudinale del telaio estratto:



Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

Figura 2. *Geometria in elevazione.*

Il telaio è formato da due traversi orizzontali su tre ritti con interpiano pari a 4,0 m a piano terra e a 3,5 m a tutti gli altri, con traversi di luce pari a 5,5 m.

Si ipotizza che l'edificio sia destinato a civile abitazione.



2 Definizione dell'azione sismica

Le azioni sismiche di progetto, in base alle quali valutare il rispetto dei diversi stati limite considerati, si definiscono a partire dalla “pericolosità sismica di base” del sito di costruzione. La pericolosità sismica è definita in termini di accelerazione orizzontale massima attesa a_g in condizioni di campo libero su sito di riferimento rigido con superficie topografica orizzontale (di categoria A, come definita al §3.2.2), nonché di ordinate dello spettro di risposta elastico in accelerazione ad essa corrispondente $S_e(T)$, con riferimento a prefissate “probabilità di eccedenza” (PVR) (§3.2.1), nel periodo di riferimento (V_R) (§2.4.3). Pertanto le forme spettrali sono definite, per ciascuna delle probabilità di superamento, nel periodo di riferimento, a partire dai valori dei seguenti parametri su sito di riferimento rigido orizzontale:

a_g , accelerazione orizzontale massima attesa;

F_0 , valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro di accelerazione orizzontale;

T_c^* , periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale.

Le accelerazioni date dalla normativa sono riferite a suolo rigido e dunque vanno riportare alla quota delle fondazioni, utilizzando le varie categoria di profilo stratigrafico del suolo e successivamente alla quota delle masse strutturali, consideriamo il periodo proprio della struttura e lo smorzamento viscoso equivalente.

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

In base alla destinazione d'uso dell'edificio è possibile attribuire ad esso una “*vita nominale*” (V_N), intesa come numero di anni nel quale la struttura deve poter essere usata per lo scopo al quale è destinata (Tab. 2.4.I), ed in particolare, per opere ordinarie:

$$V_N = 50 \text{ anni}$$

In presenza di azioni sismiche, l'edificio in considerazione, con riferimento alle conseguenze di un'interruzione di operatività o di un eventuale collasso, ricade nella *classe II*, relativa alle costruzioni il cui uso preveda normali affollamenti, senza contenuti pericolosi per l'ambiente e senza funzioni pubbliche e sociali essenziali.

Nota la classe dell'edificio è possibile valutare il “*periodo di riferimento*” (V_R) per l'azione sismica (§2.4.3):

$$V_R = V_N \cdot C_U = 50 \cdot 1 = 50 \text{ anni}$$

Essendo:

- C_U , il *coefficiente d'uso*, funzione della classe di appartenenza del fabbricato, che nel particolare caso è risultato essere pari ad 1.

Nei confronti delle azioni sismiche, gli stati limite, sia di esercizio che ultimi, sono individuati riferendosi alle prestazioni della costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali e gli impianti.

Secondo quanto riportato in normativa (§7.1), in mancanza di espresse indicazioni in merito, il rispetto dei vari stati limite si considera conseguito:

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

Nei confronti di tutti gli stati limite di esercizio, qualora siano rispettate le verifiche relative al solo stato limite di danno, per il quale a seguito del terremoto la costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali e gli impianti rilevanti alla sua funzione, subisce danni senza mettere a rischio gli utenti e comunque senza compromettere significativamente la capacità di resistenza e rigidezza nei confronti delle azioni verticali ed orizzontali, mantenendosi immediatamente utilizzabile; $PVR = 63\%$.

Nei confronti di tutti gli stati limite ultimi, qualora siano soddisfatte le verifiche relative al solo stato limite di salvaguardia della vita, per il quale a seguito del terremoto la costruzione subisce rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e significativi danni dei componenti strutturali cui si associa una perdita significativa di rigidezza nei confronti delle azioni orizzontali, conservando comunque una parte della resistenza e rigidezza per azioni verticali e un margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni sismiche orizzontali. $PVR = 10\%$.

Noto il periodo di riferimento (V_R) e la probabilità di superamento nel periodo di riferimento (PVR), è possibile calcolare il “periodo di ritorno dell’azione sismica” (T_R), espresso tramite la seguente relazione:

$$T_R = - \frac{V_R}{\ln(1 - P_{VR})}$$

Da cui abbiamo:

Per lo stato limite di danno: $PVR = 63\%$ $T_R = 50$ anni;

Per lo stato limite di salvaguardia della vita umana: $PVR = 10\%$ $T_R = 475$ anni.

Individuati i due periodi di ritorno, la normativa riporta un “reticolo di riferimento”, per ciascun nodo del quale, in funzione di T_R , sono indicati i tre parametri necessari alla

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

caratterizzazione dell'azione sismica (a_g , F_0 , T_c^*). Mentre per un qualunque punto del territorio, non ricadente su uno di tali nodi, ma contenuto nel reticolo di riferimento, gli anzidetti parametri possono essere calcolati come media pesata degli stessi nei quattro vertici della maglia elementare, utilizzando come pesi, gli inversi delle distanze tra il punto in questione e i quattro vertici.

Il sito nel quale si prevede la realizzazione della struttura in esame in tale relazione è Ischia (NA).

Sito	Longitudine	Latitudine
Ischia (NA)	13,9590	40,7320

	SLD	SLV
T_r	50	475
a_g	0,049	0,158
F_0	2,303	2,282
T_c^*	0,31	0,321

Per l'individuazione dell'azione sismica di progetto sarà necessario altresì, valutare l'effetto della risposta sismica locale attraverso un approccio semplificato, che si basa sull'individuazione delle categorie di sottosuolo, così come riportato nella (Tab. 3.2.II).

Nel caso specifico, non avendo studi geotecnici più approfonditi in merito a quelle che sono le caratteristiche del sottosuolo, ci si è basati su quello che la normativa consiglia di utilizzare,

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

ovvero i coefficienti correttivi S e C_c , funzione della categoria di sottosuolo e dell'ubicazione dell'edificio.

Pertanto, in base alla classificazione proposta dalla norma si attribuisce al suolo su cui sorge l'edificio categoria A (Tab. 3.2.II e Tab. 3.2.IV) e categoria T_2 (Tab. 3.2.IV e Tab. 3.2.VI) per quanto attiene la configurazione topografica dell'area di sedime del fabbricato.

Definiti i parametri fondamentali per la determinazione degli spettri, sia allo stato limite di danno che allo stato limite di salvaguardia della vita umana, si procede ora con l'elencazione di quelle che sono le equazioni fondamentali per la rappresentazione degli spettri di risposta elastici (§3.2.3.2.1).

$$\begin{aligned}
 S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \eta F_o \cdot \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta F_o} \cdot \left(1 - \frac{T}{T_B} \right) \right] & 0 < T < T_B \\
 S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \eta F_o & T_B \leq T < T_C \\
 S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \eta F_o \cdot \left(\frac{T_c}{T} \right) & T_C \leq T < T_L \\
 S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \eta F_o \cdot \left(\frac{T_c \cdot T_D}{T^2} \right) & T \geq T_D
 \end{aligned}$$

Nelle quali:

T ed S_e sono, rispettivamente, il periodo di vibrazione e l'accelerazione spettrale orizzontale;

S è il coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche, mediante la seguente relazione (§3.2.5):

$$S = S_S \cdot S_T$$

essendo S_S il coefficiente di amplificazione stratigrafica e S_T il coefficiente di amplificazione topografica;

η è il fattore che altera lo spettro elastico per coefficienti di smorzamento viscosi convenzionali ξ diversi dal 5%, mediante la relazione

$$\eta = \sqrt{10/(5 + \xi)} \geq 0,55$$

dove ξ (espresso in percentuale) è valutato sulla base di materiali, tipologia strutturale e terreno di fondazione, nel caso specifico lo si è assunto pari al 5% e quindi un valore di η pari ad 1;

F_0 è il fattore che quantifica l'amplificazione spettrale massima, su sito di riferimento rigido orizzontale, ed ha valore minimo pari a 2,2;

T_B , è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro ad accelerazione costante:

$$T_B = T_c/3$$

T_C , è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro a velocità costante, dato da:

$$T_C = C_c \cdot T_c^*$$

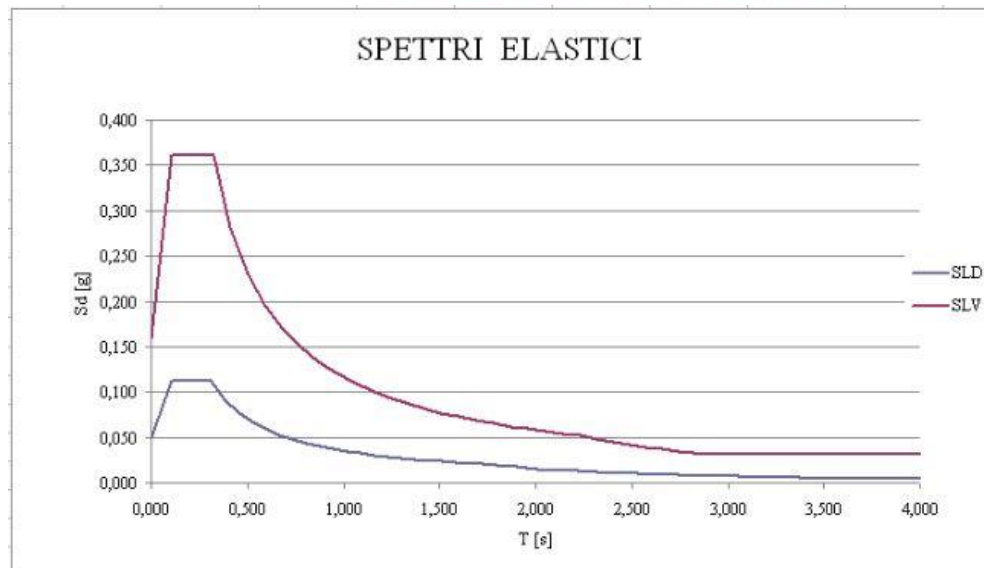
dove T_c^* è il periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro di accelerazione orizzontale (dato dalla caratterizzazione del sito) e C_c è un coefficiente funzione della categoria di sottosuolo (Tab. 3.2.V);

T_D è il periodo corrispondente all'inizio del tratto a spostamento costante dello spettro espresso in secondi mediante la relazione:

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

$$T_D = 4 \cdot \frac{a_g}{g} + 1,6.$$

	SLD	SLV
S_t	1,2	1,2
C_c	1	1
S_s	1	1
S	1,2	1,2
T_B	0,10333333	0,107
T_C	0,31	0,321
T_D	1,796	2,232



Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

2.1. PREDIMENSIONAMENTO

Per l'azione sismica di progetto dovrà essere verificato che gli spostamenti strutturali non producano danni tali da rendere temporaneamente inagibile l'edificio. Questa condizione si potrà ritenere soddisfatta quando gli spostamenti d'interpiano d_r ottenuti dall'analisi siano inferiori ai limiti indicati; secondo tale criterio si effettuerà il predimensionamento della struttura allo stato limite di danno con una analisi statica lineare. Nel caso in esame, per edifici a struttura intelaiata, deve risultare:

$$d_r \leq 0,005 h$$

con h altezza del piano.

Per edifici in c.a. con solaio latero-cementizio, il peso sismico a metro quadro per piano w_i è generalmente compreso tra 10 e 12 kN/m². Il peso sismico W_i deriva dal prodotto del peso sismico unitario per la superficie della pianta dell'edificio:

$$W_i = 12 \cdot 11 \cdot 18 = 2376 \text{ kN}$$

Il peso sismico totale, essendo gli impalcati tutti uguali ad ogni piano, vale:

$$W = 2376 \cdot 5 = 11880 \text{ kN}$$

Data la regolarità in pianta e in altezza della struttura, il calcolo dell'azione sismica può essere condotto mediante un'analisi lineare statica che consiste nell'applicazione di forze orizzontali statiche, sismicamente equivalenti alle forze di inerzia indotte dall'azione sismica, con una distribuzione crescente linearmente dalla base alla sommità della costruzione, con punti di applicazione in corrispondenza degli impalcati.

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

L'analisi della struttura si ferma dunque alla considerazione del solo primo modo di vibrare, il cui periodo proprio, in via esemplificativa (§7.3.3.2), può essere calcolato come segue:

$$T_1 = C_1 \cdot H^{3/4} = 0,655 \text{ sec}$$

Essendo:

- C_1 , per edifici intelaiati in cemento armato è uguale a 0,075;
- H , l'altezza della struttura espressa in metri.

Tale periodo è compreso fra T_C e T_D (dello spettro SLD), per cui si calcola l'accelerazione spettrale con la funzione relativa al terzo ramo dello spettro:

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \frac{T_c}{T_1} = 0,064g$$

Il taglio alla base è :

$$F_h = \frac{S_d(T_1) \cdot W \cdot \lambda}{g} = 760,91 \text{ kN}$$

Dove:

$S_d(T_1)$ è l'ordinata dello spettro di risposta di progetto definito al 3.2.3.5;

W è il peso complessivo della costruzione;

λ è un coefficiente pari a 0,85 se la costruzione ha almeno tre orizzontamenti e se $T_1 < 2T_c$, pari a 1,0 in tutti gli altri casi;

g è l'accelerazione di gravità.

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

Questo taglio si ripartisce ai vari piani proporzionalmente ai momenti statici delle forze rispetto al piano terra:

$$F_i = F_h \frac{z_i \cdot W_i}{\sum_j z_j \cdot W_j}$$

dove z_i è la distanza dell'impalcato considerato dallo spiccatto della fondazione.

Si riporta di seguito una tabulazione che riporta per tutti i piani i valori dei pesi simici, della distanza dallo spiccatto delle fondazioni, della forza sismica a ciascun piano F_i e della forza applicata sul telaio j del piano i F_{ij} . Per le ipotesi fatte, la forza F_{ij} è ottenibile semplicemente dividendo la forza agente sul piano i -esimo per il numero di telai nella direzione in esame (5 nel caso in esame).

Piano	W_i [kN]	H [m]	z [m]	F_h [kN]	F_i [kN]	$F_i/5$ [kN]
1	2376	4	4	760,910814	55,3389683	11,0677937
2	2376	3,5	7,5		103,760566	20,7521131
3	2376	3,5	11		152,182163	30,4364326
4	2376	3,5	14,5		200,60376	40,120752
5	2376	3,5	18		249,025357	49,8050715

Si assegnano delle dimensioni di primo tentativo alle sezioni degli elementi del telaio verificando che gli spostamenti relativi di interpiano siano minori di 0,005.

Si ipotizza che i pilastri laterali siano orientati allo stesso modo (con il loro lato lungo parallelo al lato corto in pianta dell'edificio) e che i pilastri centrali siano ruotati per avere nelle due

direzioni rigidezze comparabili. Con le sezioni assegnate, la distribuzione di forze derivata dall'analisi statica equivalente genera i seguenti spostamenti:

VERIFICA1 SLD									
PIANO 1		PIANO 2		PIANO 3		PIANO 4		PIANO 5	
Pilastro	30x70	Pilastro	30x65	Pilastro	30x60	Pilastro	30x55	Pilastro	30x50
Trave	30x60	Trave	30x55	Trave	30x50	Trave	30x40	Trave	30x40

Direzione	Piano	d_y [mm]	d_{ry} [mm]	d_r/h	
Y	1	2,43	2,43	0,08%	ok
	2	5,92	3,49	0,11%	ok
	3	9,94	4,02	0,13%	ok
	4	14,19	4,25	0,13%	ok
	5	17,66	3,47	0,11%	ok

Utilizzando dimensioni di primo tentativo si nota che per ogni piano la limitazione riguardante gli spostamenti relativi risulta essere soddisfatta, ma quest'ultimi si sono voluti rendere più omogenei tra loro. Per questo motivo si è scelto di effettuare delle rastremazioni tra elementi strutturali di piani successivi. Sia per ragioni di regolarità in elevazione che per motivi pratici si consiglia, per ciascun pilastro, al massimo una rastremazione della sezione trasversale di 10 cm per piano. La rastremazione delle travi viene effettuata per rispettare la gerarchia delle resistenze travi-colonne e per tenere conto delle minori sollecitazioni sismiche nei livelli superiori al primo.

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

VERIFICA2 SLD									
PIANO 1		PIANO 2		PIANO 3		PIANO 4		PIANO 5	
Pilastro	30x65	Pilastro	30x65	Pilastro	30x60	Pilastro	30x55	Pilastro	30x50
Trave	30x50	Trave	30x50	Trave	30x50	Trave	30x40	Trave	30x40

Direzione	Piano	d_y [mm]	d_{ry} [mm]	d_r/h	
Y	1	4,59	4,59	0,14%	ok
	2	10,72	6,13	0,19%	ok
	3	16,74	6,02	0,19%	ok
	4	22,33	5,59	0,17%	ok
	5	26,68	4,35	0,14%	ok

Si osserva che tutti gli spostamenti relativi di interpiano, adimensionalizzati rispetto all'altezza di interpiano, rispettano i limiti di normativa, per cui le sezioni assegnate sono ritenute accettabili.

3 Analisi statica equivalente

3.1. Calcolo dei pesi unitari

3.1.1 Solaio

In zona sismica, il solaio (o, con più precisione, l'impalcato – ovvero l'insieme di solaio più travi) svolge un importante ruolo di redistribuzione delle azioni inerziali, dalle masse agli elementi verticali resistenti al sisma, e deve essere pertanto dotato di un'adeguata rigidezza e resistenza nel piano. Per quanto riguarda la redistribuzione delle azioni orizzontali, il solaio si comporta come una lastra nervata. La lastra vera e propria è costituita dalla soletta, che deve quindi avere uno spessore adeguato (almeno 4 cm) e dev'essere dotata di un'opportuna armatura (ad esempio una rete F8 25×25).

Il solaio in esame è del tipo latero-cementizio gettato in opera che nel rispetto della normativa vigente ed in prima approssimazione ha altezza pari ad $H \geq \frac{l_{\max}}{25} = \frac{450}{25} = 18cm$. Si assume $H = 20cm$, $B = 50cm$, $b = 10cm$, $d = 4cm$.

- **Pesi propri strutturali e non strutturali**

-Peso proprio strutturale G_{1k} :

Soletta	$0,04 \times 25$	$= 1,00 \text{ kN/m}^2$
Travetti	$2 \times 0,10 \times 0,16 \times 25$	$= 0,80 \text{ kN/m}^2$
		<hr/>
		$1,80 \text{ kN/m}^2$
		<hr/>

-Peso proprio non strutturale G_{2k} :

Massetto	$0,04 \times 15$	$= 0,60 \text{ kN/m}^2$
Pavimento		$= 0,40 \text{ kN/m}^2$
Laterizi		$= 1,02 \text{ kN/m}^2$
Intonaco	$0,02 \times 18$	$= 0,36 \text{ kN/m}^2$
Incidenza tramezzi		$= 1,20 \text{ kN/m}^2$
		<hr/>
		$3,58 \text{ kN/m}^2$

$$G_{1k} + G_{2k} = 1,80 + 3,58 = 5,38 \rightarrow 5,38 \text{ kN/m}^2$$

- **Carichi accidentali q_k**

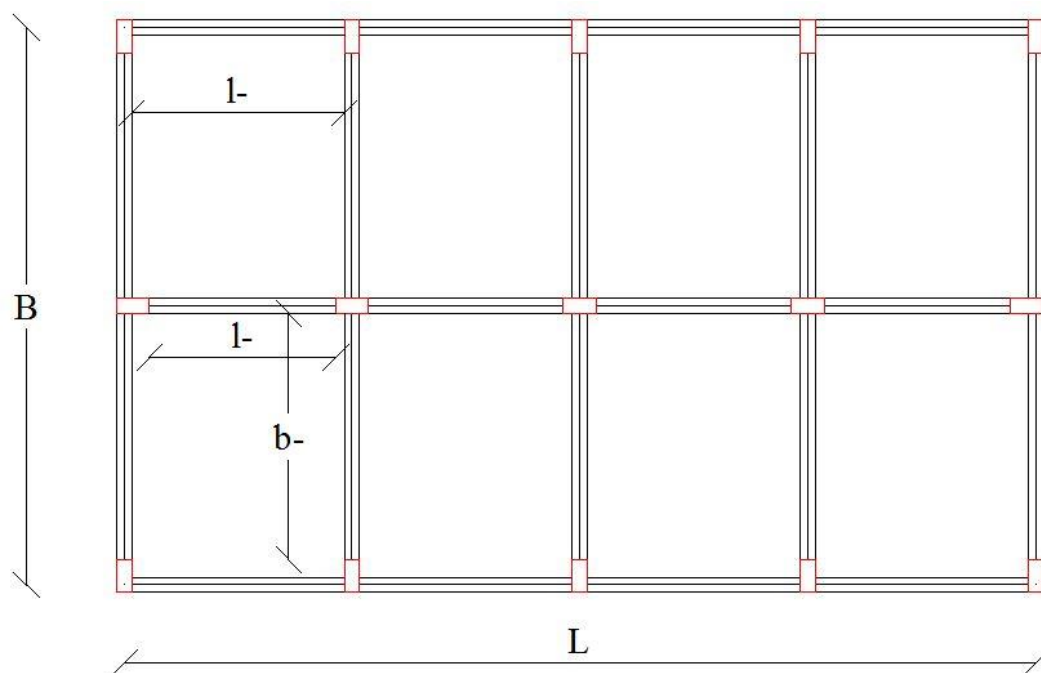
$$q_k = 2,00 \text{ kN/m}^2$$

Il peso sismico del solaio viene dunque calcolato secondo la combinazione sismica delle NTC:

$$w_{\text{solaio}} = G_{1k} + G_{2k} + \psi_2 \cdot q_k = 5.384 + 0.3 \cdot 2 = 5.98 \text{ kN/m}^2$$

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

Vediamo ora di calcolare gli sviluppi: per tale operazione sarà necessario introdurre tre grandezze: l^- ; l^-_{centr} e b^- .



L'incidenza del solaio, per ogni impalcato, è possibile calcolarla con la seguente formulazione:

$$W_{Solaio} = w_{solaio} \cdot [(B \cdot L) - 4b^-(b_{tr} + 0,1) - 6b^-(b_{tr} + 0,2) - 8l^-(b_{tr} + 0,1) - 4l^-_{centr}(b_{tr} + 0,2) - 15 \cdot b_{pil} \cdot h_{pil}]$$

Incidenza Solaio						
	w_{sol}	l^-	l^-_{centr}	b^-	A_{sol}	W_{sol}
	[kN/m2]	[m]	[m]	[m]	[m2]	[kN]
1 Piano	5,98	4,2	3,85	4,85	196,125	1172,828
2 Piano	5,98	4,2	3,85	4,85	196,125	1172,828
3 Piano	5,98	4,2	3,9	4,9	196,52	1175,19
4 Piano	5,98	4,2	3,95	4,95	196,915	1177,552

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

5 Piano	5,98	4,2	4	5	197,31	1179,914
---------	------	-----	---	---	--------	----------

3.1.2. Tampagnatura

Fodera interna (10 cm) = 0,80 kN/m²

Fodera esterna (15 cm) = 1,20 kN/m²

Intonaco = 0,36 kN/m²

$$2,36 \text{ kN/m}^2 = G_{\text{tamp}}$$

Dall'analisi dei carichi si è ricavato che $G_{2,\text{tamp}}$ è uguale a 2,36 kN/m²; quindi il peso afferente a ciascun impalcato è uguale al prodotto di tale peso per l'altezza di interpiano, decurtata dell'altezza della trave di piano, e per la lunghezza effettiva delle tamponature. Infine, si apporta una riduzione del 25% per tener conto della presenza di porte e finestre.

$$W_{\text{tamp}} = G_{\text{tamp}} \cdot 0,75 \cdot \left(\frac{H_{\text{inf}}}{2} + \frac{H_{\text{sup}}}{2} - h_{\text{tr}} \right) \cdot (8l^- + 4b^-)$$

Incidenza Tamponatura				
	w_{tamp}	l^-	b^-	W_{tamp}
	[kN/m ²]	[m]	[m]	[kN]
1 Piano	2,36	4,2	4,85	304,8825
2 Piano	2,36	4,2	4,85	281,43
3 Piano	2,36	4,2	4,9	282,492
4 Piano	2,36	4,2	4,95	293,0058
5 Piano	2,36	4,2	5	128,0772

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

3.1.3. Travi

Si ipotizzano fasce piene di 10 cm e si osserva che alle travi interne afferiscono due fasce piene e a quelle interne una. Il peso sismico delle travi si ottiene moltiplicando la loro lunghezza per il peso unitario. Il calcolo è fatto in modo del tutto sommario, senza tener conto dello spazio occupato dai pilastri. Inoltre, dato che nel peso del solaio si è computato anche parte del peso delle travi, una parte del peso viene considerata due volte.

$$W_{trave,int} = G_{trave,int}(4l_{centr} + 6b^-)$$

$$W_{trave,est} = G_{trave,est}(8l + 4b^-)$$

Incidenza travi						
	$G_{tr,int}$	$G_{tr,est}$	l^-	l_{centr}^-	b^-	W_{tr}
	[kN/m]	[kN/m]	[m]	[m]	[m]	[kN]
1 Piano	4,75	4,25	4,2	3,85	4,85	436,625
2 Piano	4,75	4,25	4,2	3,85	4,85	436,625
3 Piano	4,75	4,25	4,2	3,9	4,9	439,85
4 Piano	4	3,5	4,2	3,95	4,95	368,9
5 Piano	4	3,5	4,2	4	5	371,6

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

3.1.4. Pilastri

Ad ogni impalcato si assegna il peso di metà dei pilastri inferiori e metà dei pilastri superiori.

$$W_{pil,1} = \left[G_{pil,1} \left(\frac{H_1}{2} \right) + G_{pil,2} \left(\frac{H_2}{2} \right) \right] \cdot 15$$

Incidenza Pilastri	
	W,pil
	[kN]
1 Piano	274,2188
2 Piano	135,8438
3 Piano	125,3438
4 Piano	114,8438
5 Piano	98,4375

3.1.5. Peso sismico dell'impalcato

Sommando i vari contributi calcolati inerenti i singoli impalcato, si ottiene il peso sismico afferente a ciascuno di essi. Per ciascun livello, le masse si calcolano dividendo i pesi sismici per l'accelerazione di gravità ($g = 9,81 \text{ m/sec}^2$).

Piano	H,piano	z	W,piano	M	mi
	[m]	[m]	[kN]	[t]	[t]

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

I	4	4	2188,554	223,0942	44,61883
II	3,5	7,5	2026,726	206,598	41,3196
III	3,5	11	2022,875	206,2054	41,24109
IV	3,5	14,5	1954,301	199,2152	39,84304
V	3,5	18	1778,029	181,2465	36,24931

3.2. Calcolo delle forze statiche equivalenti

Nelle verifiche agli stati limite ultimi, ai fini del progetto o della verifica delle strutture, le capacità dissipative delle strutture possono essere messe in conto attraverso una riduzione delle forze elastiche, che tiene conto in modo semplificato della capacità dissipativa anelastica della struttura, della sua sovra-resistenza e dell'incremento del suo periodo proprio a seguito delle plasticizzazioni. A tal proposito lo spettro di progetto $S_d(T)$ da utilizzare è lo spettro elastico corrispondente riferito alla probabilità di superamento nel periodo di riferimento P_{vr} considerata con le ordinate ridotte sostituendo nelle espressioni dello spettro il termine η con $1/q$ dove q è il fattore di struttura.

In funzione della tipologia strutturale, della classe di duttilità, della regolarità in elevazione e del numero di piani è possibile determinare il fattore di struttura q [7.4.3.2 – NTC]:

$$q = q_0 \cdot K_R$$

Dove: q_0 è il valore massimo del fattore di struttura che dipende dal livello di duttilità attesa, dalla tipologia strutturale e dal rapporto α_u/α_1 tra il valore dell'azione sismica per il quale si verifica la formazione di un numero di cerniere plastiche tali da rendere la struttura labile e quello per il quale il primo elemento strutturale raggiunge la plasticizzazione a flessione;

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

K_R è un fattore riduttivo che dipende dalle caratteristiche di regolarità in altezza della costruzione [7.2.2 – NTC] con valori pari a 1 per costruzioni regolari in altezza e pari a 0,8 per costruzioni non regolari.

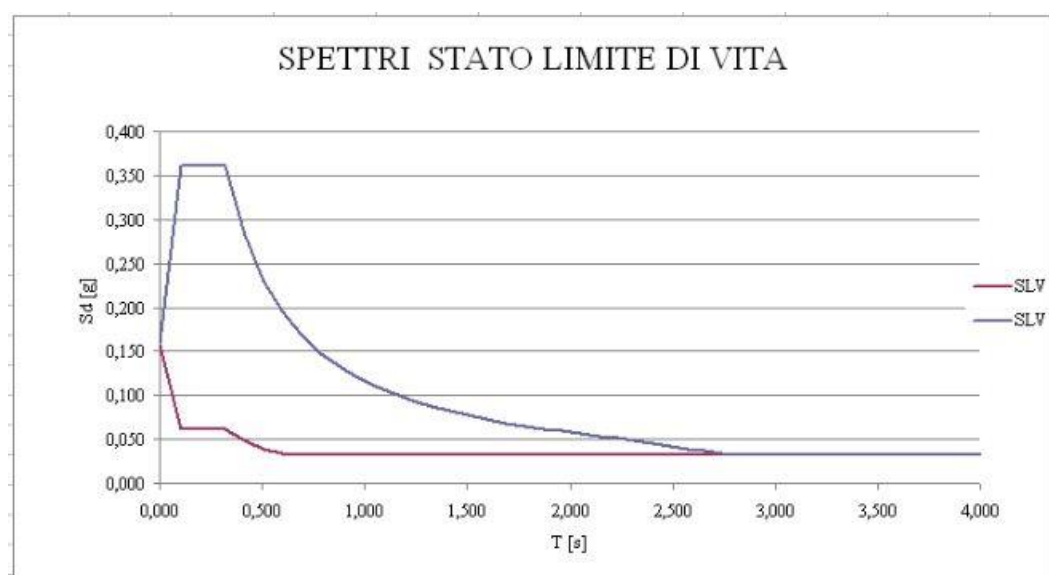
Per un edificio con struttura a telaio con più piani e più campate progettato in classe di duttilità alta (CD”A”) risulta [tab. 7.4.I – NTC]:

$$q_o = 4,5 \cdot \frac{\alpha_u}{\alpha_1} = 4,5 \cdot 1,3 = 5,85$$

In definitiva, supposto che l’edificio è regolare in elevazione, il valore del fattore di struttura da utilizzare risulta essere:

$$q = q_o \cdot K_R = 4,5 \cdot \frac{\alpha_u}{\alpha_1} \cdot K_R = 4,5 \cdot 1,3 \cdot 1,0 = 5,85$$

Lo spettro di progetto si ricava dallo spettro elastico riducendo le ordinate, sostituendo nelle equazioni dello spettro η con $1/q$ [3.2.3.5 - NTC].



Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

Si è, in precedenza, calcolato il primo periodo di oscillazione della struttura secondo la NTC:

$$T_1 = c_1 \cdot H^{3/4} = 0.075 \cdot (3.5 + 3 \cdot 4)^{3/4} = 0.655s$$

Tale periodo è compreso tra T_C e T_D (dello spettro relativo allo SLD), per cui si calcola l'accelerazione spettrale ad esso competente tramite la funzione del terzo ramo dello spettro:

$$S_a(T_1) = a_g \cdot S \cdot \frac{1}{q} \cdot F_0 \cdot \frac{T_c}{T} = 0.0362g$$

Il taglio alla base, necessario a valutare le forze statiche equivalenti alle forze d'inerzia indotte dall'azione sismica, è valutabile tramite la formula:

$$F_h = \frac{S_a \cdot W \cdot \lambda}{g} = 306,99 \text{ kN}$$

Il coefficiente λ , pari a 0,85 quando $T_1 \leq 2T_C$ e l'edificio ha più di due piani, serve a tenere in conto il fatto che negli edifici con almeno tre piani, i gradi di libertà traslazionali in ogni direzione orizzontale hanno generalmente una massa modale partecipante del modo fondamentale inferiore (secondo il coefficiente indicato mediamente del 15%) rispetto alla massa totale dell'edificio. Tale correzione può essere trascurata qualora il suo utilizzo porti a sottostimare le reali forze sismiche.

Noto il taglio totale alla base si procede a calcolare le azioni sismiche agenti su ciascun piano, secondo quanto previsto dall'analisi lineare statica [7.3.3.2] ed agenti nel baricentro delle masse di ciascun impalcato considerato infinitamente rigido (da noi assunto coincidente con il baricentro geometrico).

$$F_i = F_h \frac{z_i \cdot W_i}{\sum_j z_j \cdot W_j}$$

Attenzione! Questo materiale didattico è per uso personale dello studente ed è coperto da copyright. Ne è severamente vietata la riproduzione o il riutilizzo anche parziale, ai sensi e per gli effetti della legge sul diritto d'autore (L. 22.04.1941/n. 633)

Si riporta di seguito un resoconto per tutti i piani dei pesi simici, della distanza dallo spiccatto delle fondazioni, della forza sismica a ciascun piano F_i e della forza applicata sul telaio j del piano i F_{ij} . Per le ipotesi fatte, la forza F_{ij} è ottenibile semplicemente dividendo la forza agente sul piano i -esimo per il numero di telai nella direzione in esame (5 nel caso in esame).

Piano	z	W_{piano}	F_h	$W_i \cdot z_i$	$\frac{W_i \cdot z_i}{\sum W_j \cdot z_j}$	F_i	F_{ij}	T	M
	[m]	[kN]	[kN]	[kNm]		[kN]	[kN]	[kN]	[kNm]
	0	-	-	-	-	-	-	-	795,7
I	4	2188,6	306,99	8754,2	0,08	25,22	5,04	61,4	550,1
II	7,5	2026,7		15200,5	0,14	43,80	8,76	56,4	352,8
III	11	2022,9		22251,6	0,21	64,11	12,82	47,6	186,2
IV	14,5	1954,3		28337,4	0,27	81,65	16,33	34,8	64,5
V	18	1778,0		32004,5	0,30	92,21	18,44	18,4	0,0

Si rappresentano di seguito gli andamenti del taglio e del momento sul telaio relativi all'analisi svolta.

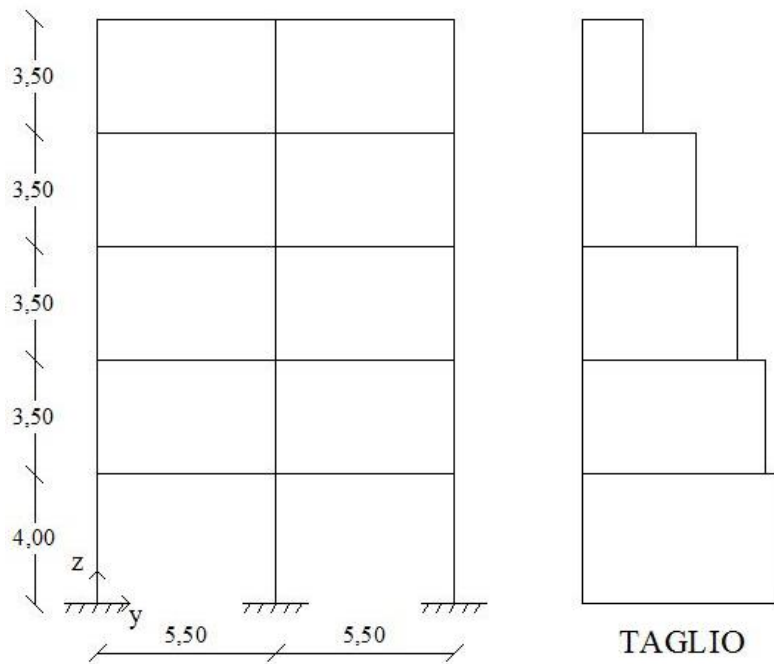


Figura 3. Tagliante di piano.



Riferimenti bibliografici

- Ramasco R., (1993). *Dinamica delle strutture*. Cuen Editore.
- Anil K. Chopra, (2011). *Dynamic of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice Hall College Div.
- Ministero delle Infrastrutture dei Trasporti: “*Norme tecniche per le costruzioni*” Decreto Ministeriale del 14 Gennaio 2008.
- Ministero delle Infrastrutture dei Trasporti: Istruzioni per l’applicazione delle “*Norme Tecniche per le Costruzioni*” D.M. 14/01/2008. Circolare n° 617/2009.

