



Politecnico di Bari

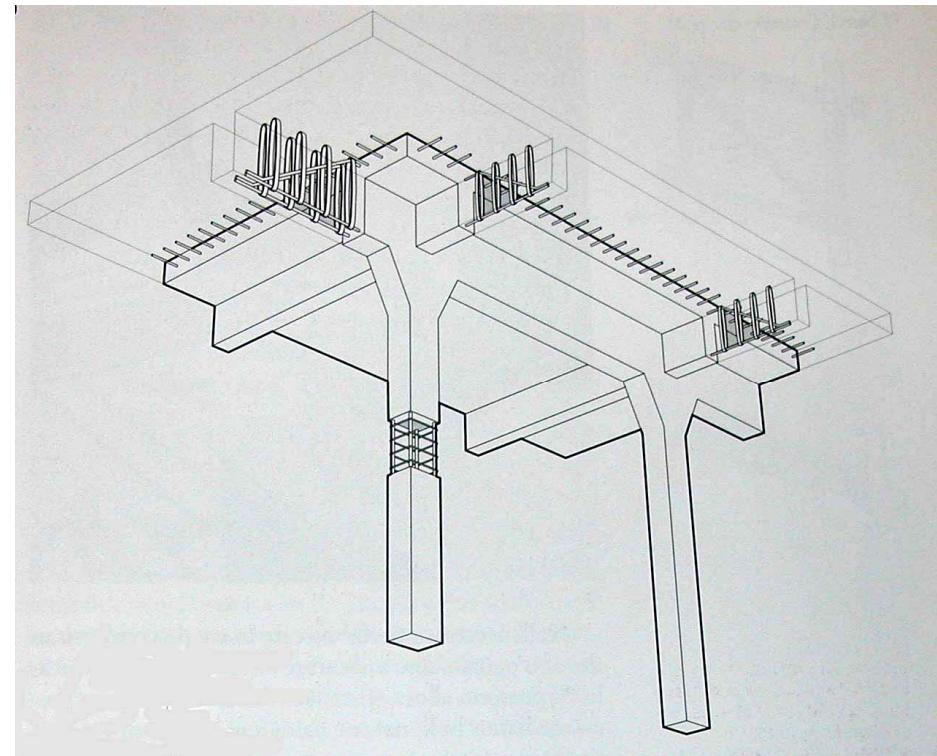
Corso di Laurea in Ingegneria Civile
Tecnica delle Costruzioni

SLU per tensioni normali: verifiche per momento flettente

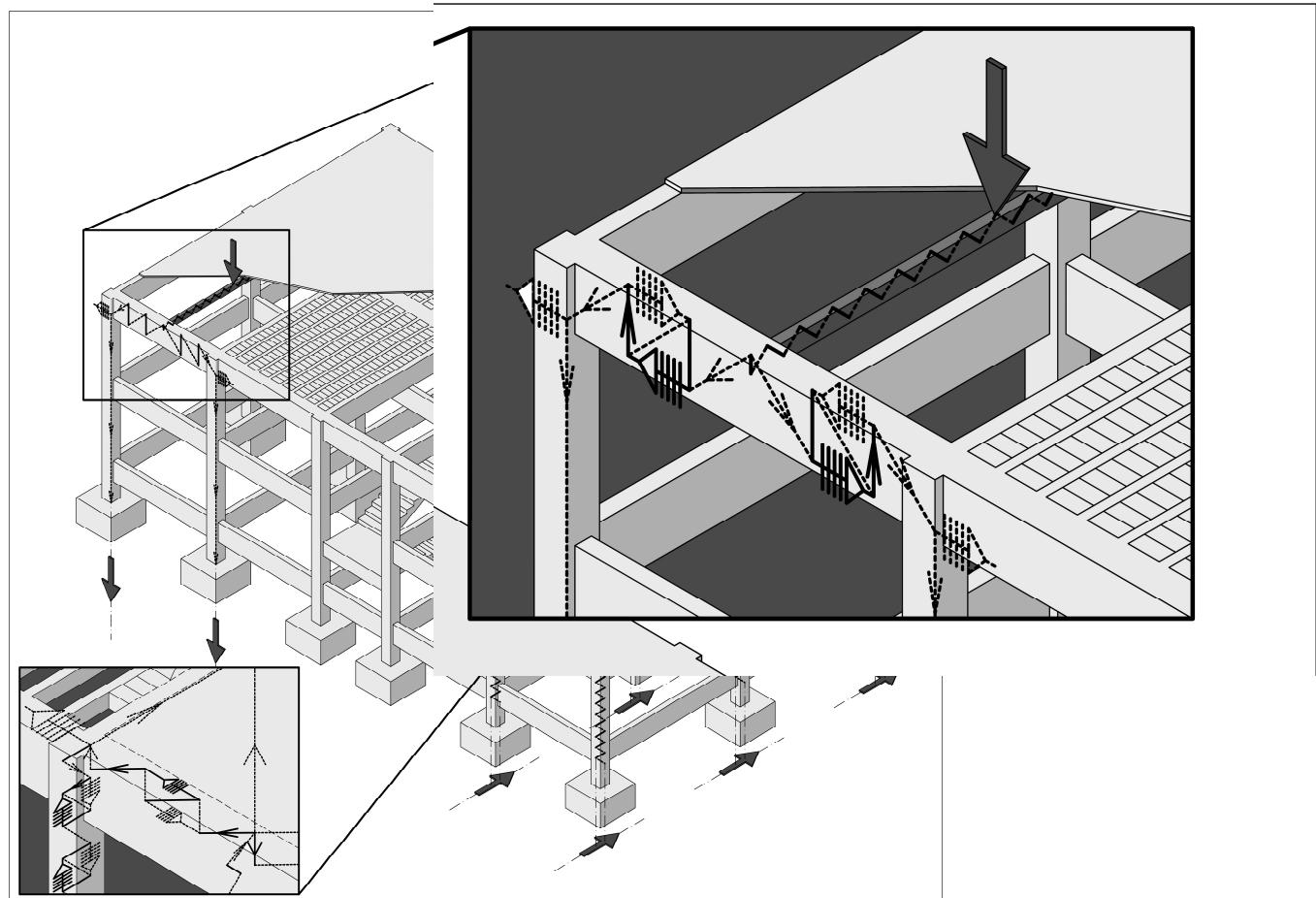
Parte 1

Mauro Mezzina

Ottobre 2013



Verifiche per tensioni normali



La sollecitazione di flessione semplice o composta caratterizza in maniera decisiva la risposta di tutti gli elementi di una struttura a scheletro.

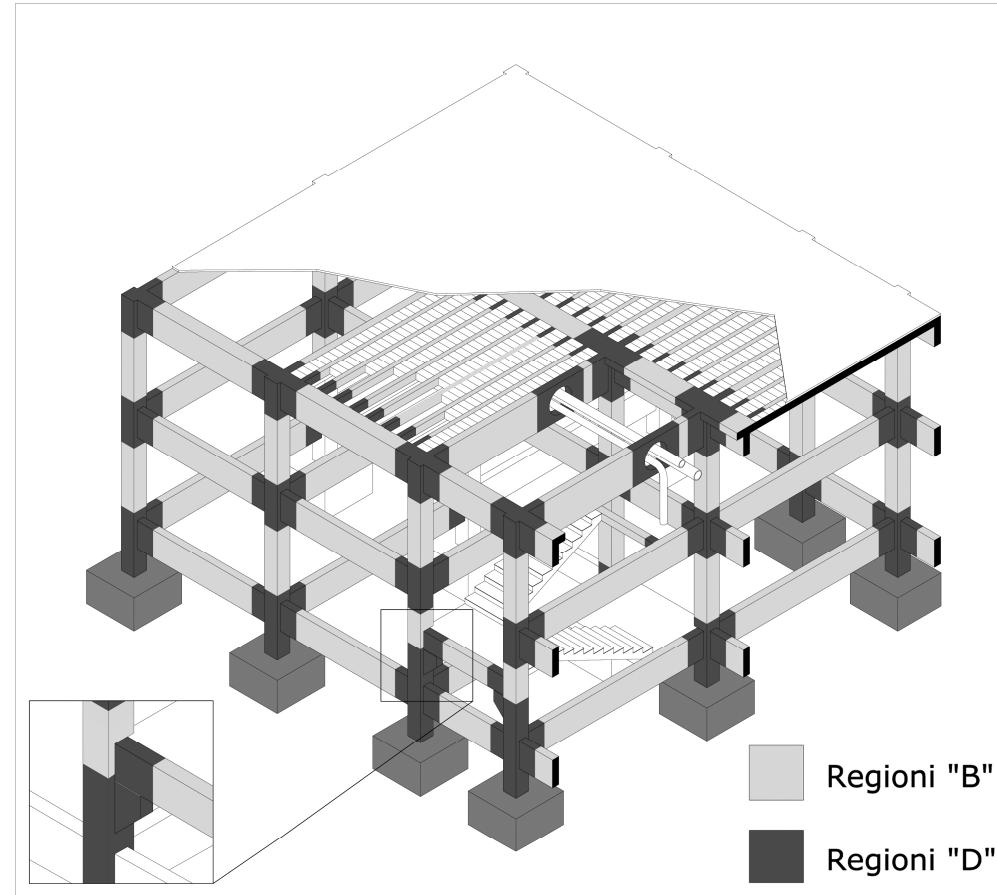
Verifiche per tensioni normali

-Regioni “B”:

lontane dalle discontinuità strutturali
(Bernoulli, beam)

-Regioni “D”:

zone di discontinuità
(distribuzione non lineare delle deformazioni).



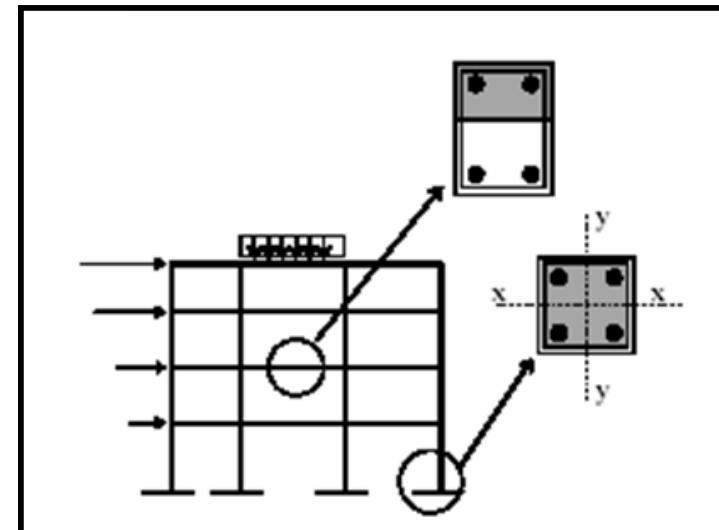
A causa delle diverse modalità di trasferimento del carico è possibile studiare la risposta degli elementi strutturali differenziando all'interno degli stessi le varie parti che hanno comportamenti analoghi

Verifiche per tensioni normali

La verifica allo stato limite ultimo si esegue controllando che la sollecitazione di calcolo S_d non superi in alcuna sezione il corrispondente valore della resistenza di calcolo R_d .

Le sollecitazioni di calcolo associate a tensioni normali, che a seguito dell'analisi strutturale possono presentarsi in una sezione degli elementi strutturali dello scheletro resistente di un edificio multipiano, comprendono i seguenti diversi casi:

- a) flessione semplice retta secondo l'asse principale x, M_{Sdx} ;
- b) flessione semplice retta secondo l'asse principale y, M_{Sdy} ;
- c) sforzo normale semplice, N_{Sd} ;
- d) flessione semplice deviata M_{Sdx} , M_{Sdy} ;
- e) flessione retta composta N_{Sd} , M_{Sdx} ;
- f) flessione retta composta N_{Sd} , M_{Sdy} ;
- g) flessione deviata composta N_{Sd} , M_{Sdx} , M_{Sdy} .



- a) $M_{Sdx} \leq M_{Rdx}$
- b) $M_{Sdy} \leq M_{Rdy}$

LE VERIFICHE ALLO STATO LIMITE ULTIMO PER TENSIONI NORMALI

Nell'ipotesi in cui nella sezione agisca solo uno sforzo normale centrato, indicando con N_{Rd} lo sforzo normale resistente di calcolo della sezione, occorrerà verificare la diseguaglianza:

$$N_{Sd} \leq N_{Rd}$$

Nelle altre situazioni, le condizioni di verifica allo stato limite ultimo possono esprimersi nel modo seguente:

$$(M_{Sdx}, N_{Sd}) \leq R_2(M_{Rdx}, N_{Rd})$$

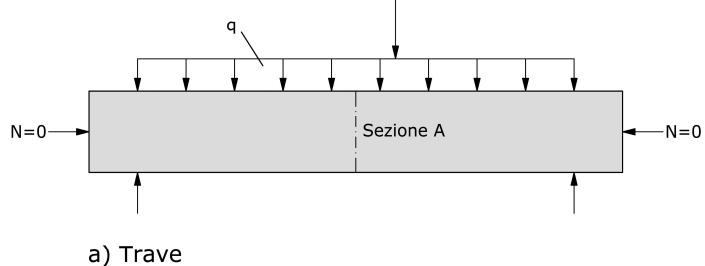
$$(M_{Sdy}, N_{Sd}) \leq R_3(M_{Rdy}, N_{Rd})$$

$$(M_{Sdx}, M_{Sdy}, N_{Sd}) \leq R_4(M_{Rdx}, M_{Rdy}, N_{Rd})$$

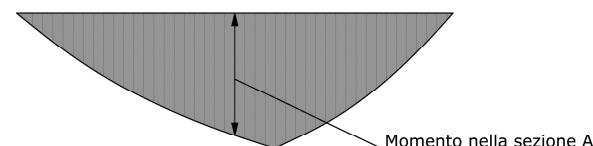
Nelle espressioni simboliche precedenti, i simboli R_2 , R_3 ed R_4 indicano delle funzioni, denominate "**domini di interazione**" che legano tra loro le caratteristiche di resistenza della sezione.

In particolare R_2 , R_3 , come nel caso della flessione, sono delle curve nel piano (M, N) , mentre R_4 è una superficie.

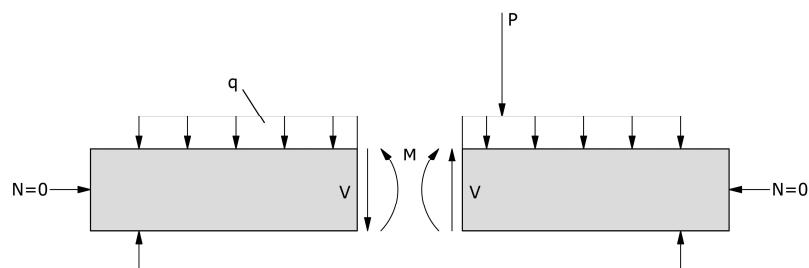
Verifiche per tensioni normali



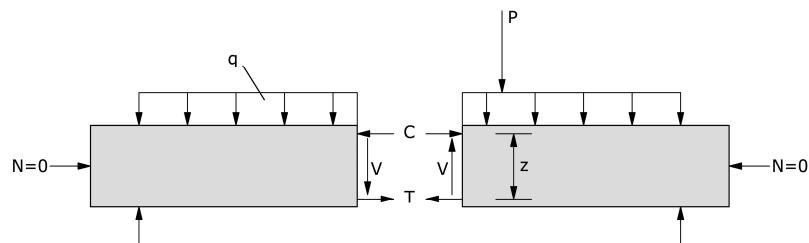
a) Trave



b) Diagramma del momento flettente



c) Momento e taglio nella sezione A



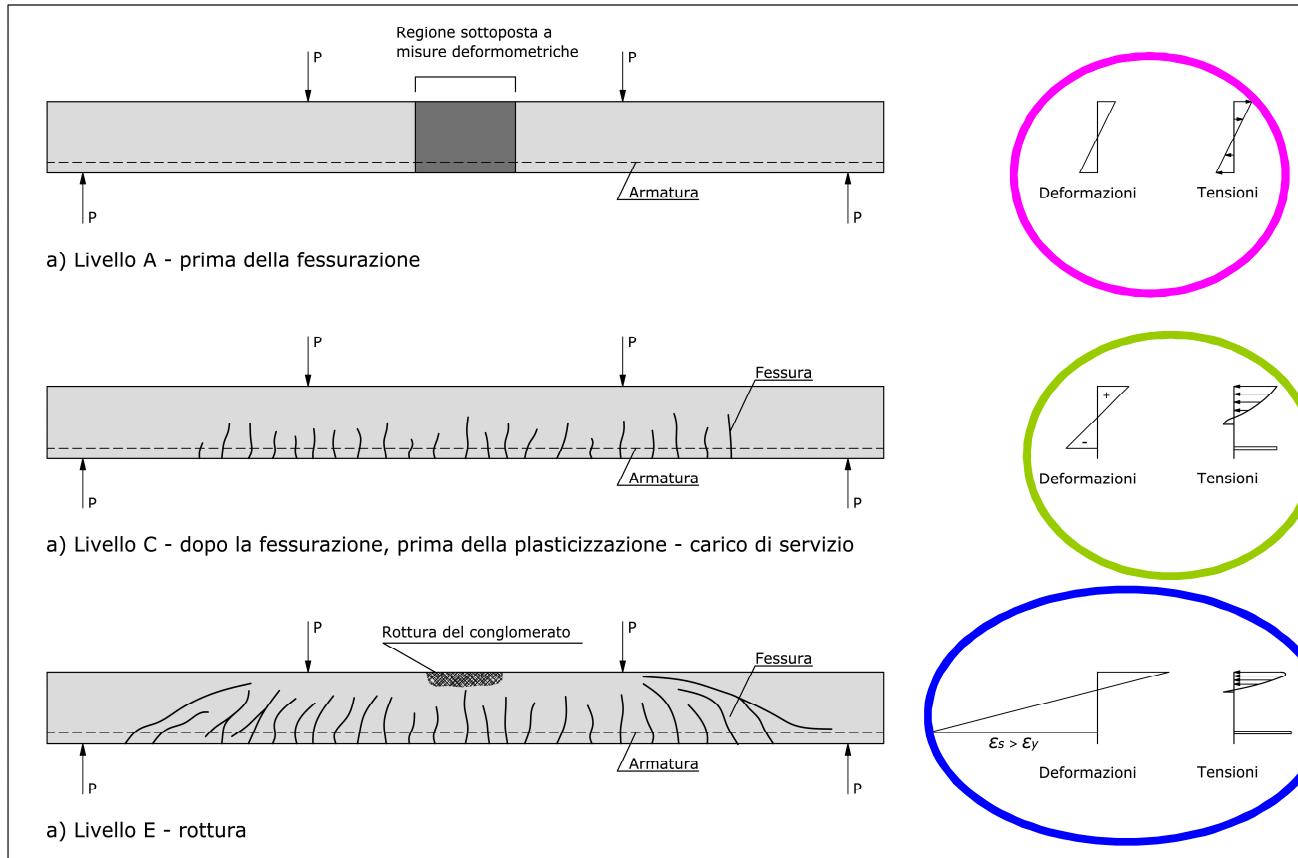
d) Coppia di sforzi unitari compressione-trazione
equivalenti al momento flettente

Una trave trasferisce i carichi su di essa applicati modificando la loro retta d'azione attraverso l'effetto delle tensioni interne:

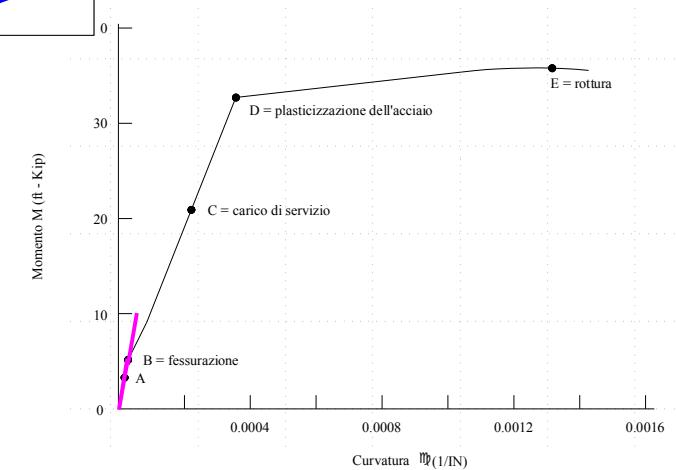
(Momento flettente + taglio)

(Forza di trazione + Forza di compressione)

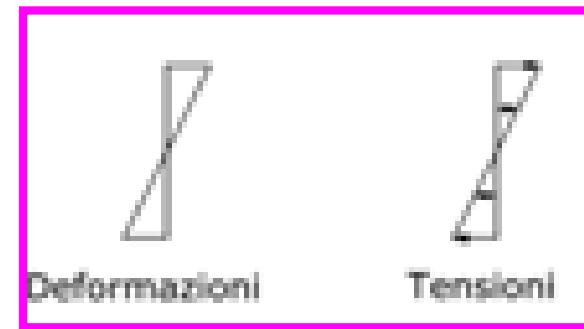
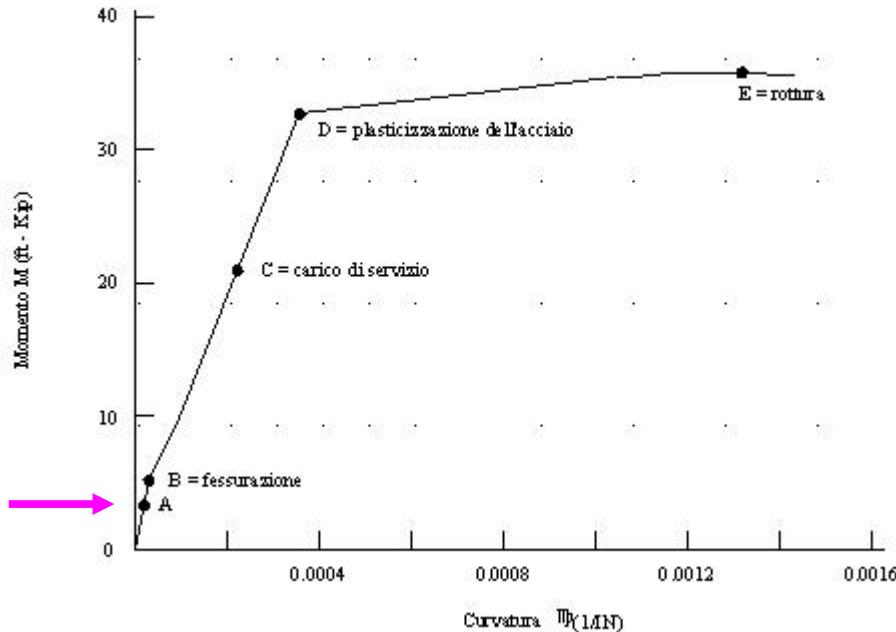
Verifiche per tensioni normali



All'aumentare del carico si distinguono tre diversi tipi di risposta (Stadio I, II, III)



Osservazioni sul comportamento sino a rottura di una sezione inflessa in c.a.



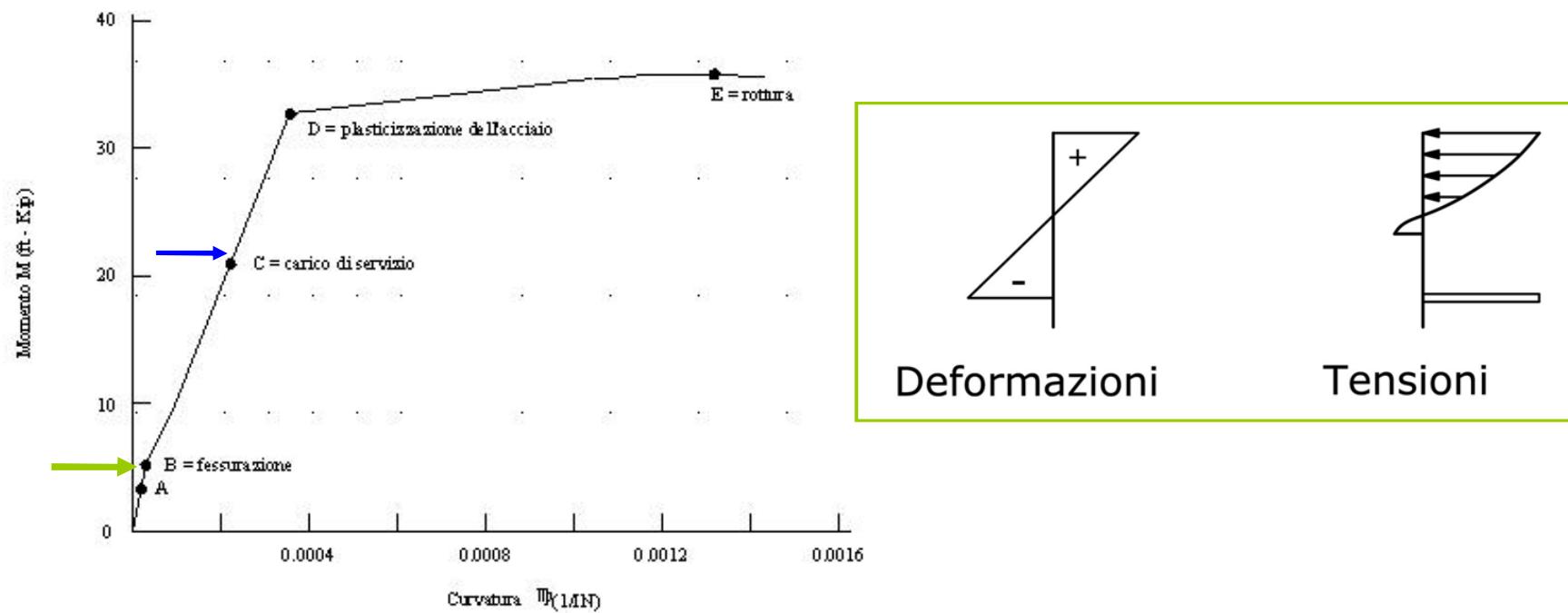
Nel processo di carico è possibile distinguere per la trave tre comportamenti differenti.

Inizialmente la trave non presenta fessure.

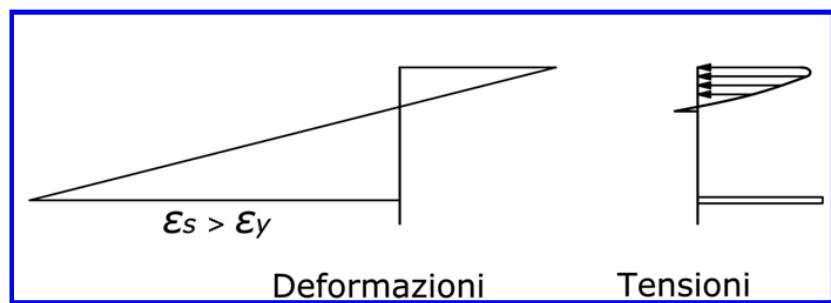
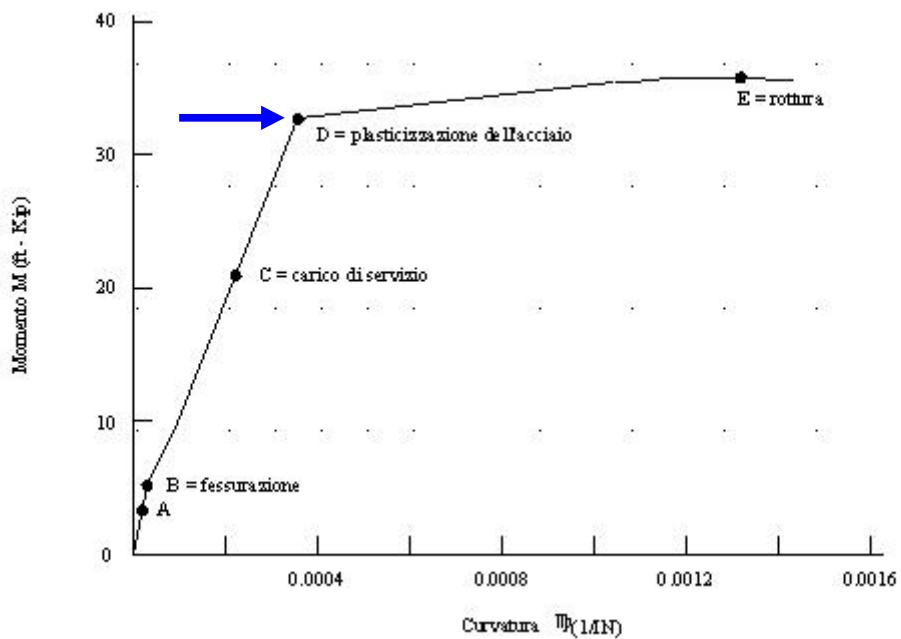
In questa fase le deformazioni sono molto piccole ed il comportamento dei materiali (calcestruzzo e acciaio) è lineare, così come la legge del diagramma momento-curvatura (punto A). La trave si comporta dunque secondo il modello di Navier previsto dalla teoria dell'elasticità ed il diagramma delle tensioni normali sulla sezione sarà di tipo a "farfalla".

Col procedere del processo di carico si raggiunge ad un certo punto il valore della resistenza a trazione del conglomerato ed appaiono al lembo inferiore le prime fessure (punto B in fig).

Le tensioni di trazione si trasferiscono dal calcestruzzo teso all'acciaio, e si ha una riduzione della rigidezza della trave, (punto C in fig.).



In questa fase "fessurata" il legame costitutivo del calcestruzzo può essere considerato con buona approssimazione ancora di tipo lineare ed il comportamento della trave viene esaminato ipotizzando nulla la resistenza a trazione del calcestruzzo.



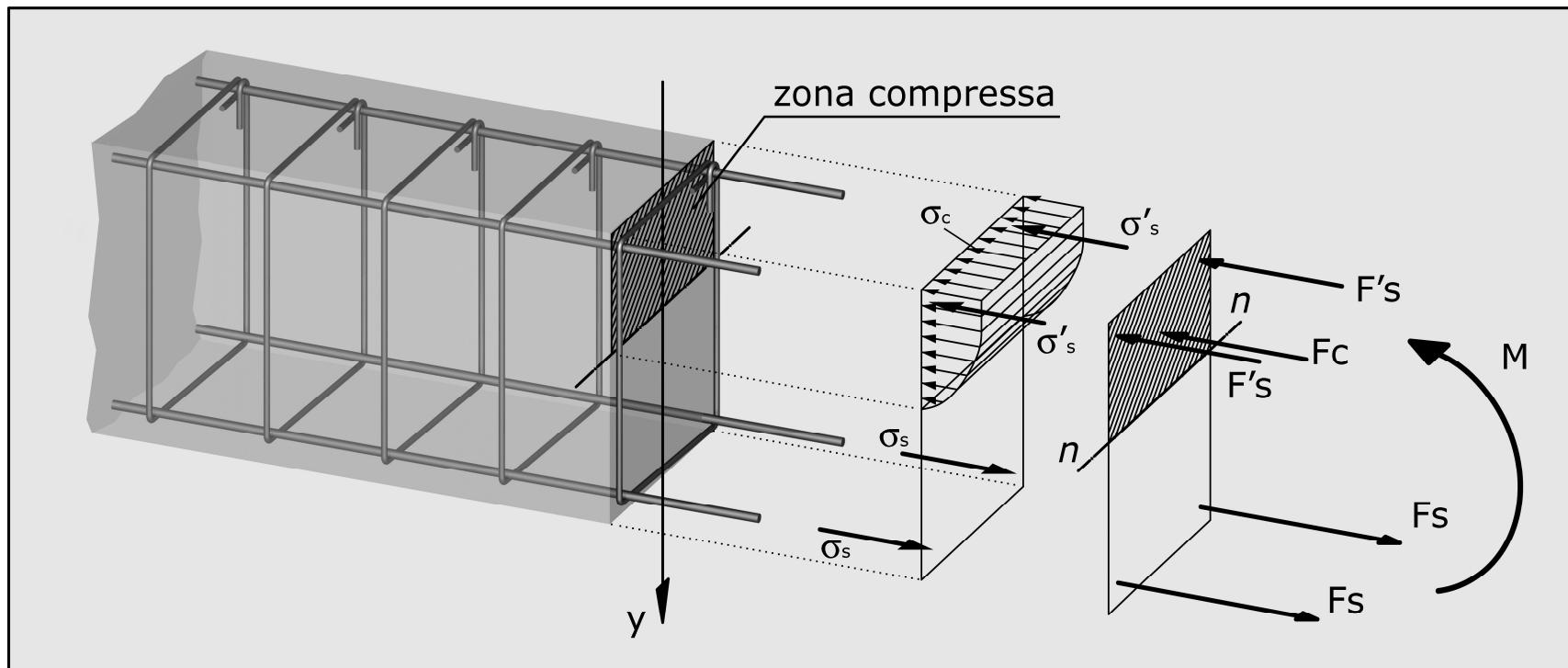
Quando il carico viene incrementato ulteriormente la legge costitutiva del calcestruzzo non risulta più lineare ed il legame tra deformazioni e tensioni è fornito dalla curva sforzi-deformazioni del materiale (fig.).

In questa fase può accadere che le armature raggiungano lo snervamento (punto D): si osserva in tal caso una rapida crescita della curvatura per piccoli incrementi del momento, sino a quando ad un certo punto la trave si rompe a causa del raggiungimento della deformazione limite del calcestruzzo al lembo superiore (punto E).

L'analisi allo SLU di una trave soggetta a flessione tende a determinare il valore di M correlativo alla distribuzione ultima delle deformazioni.

Verifiche per tensioni normali

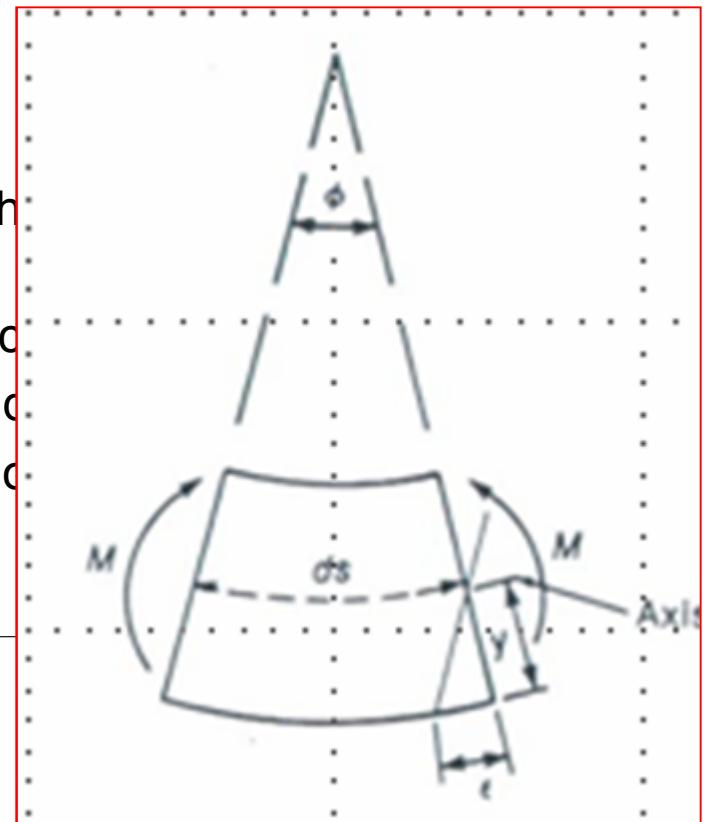
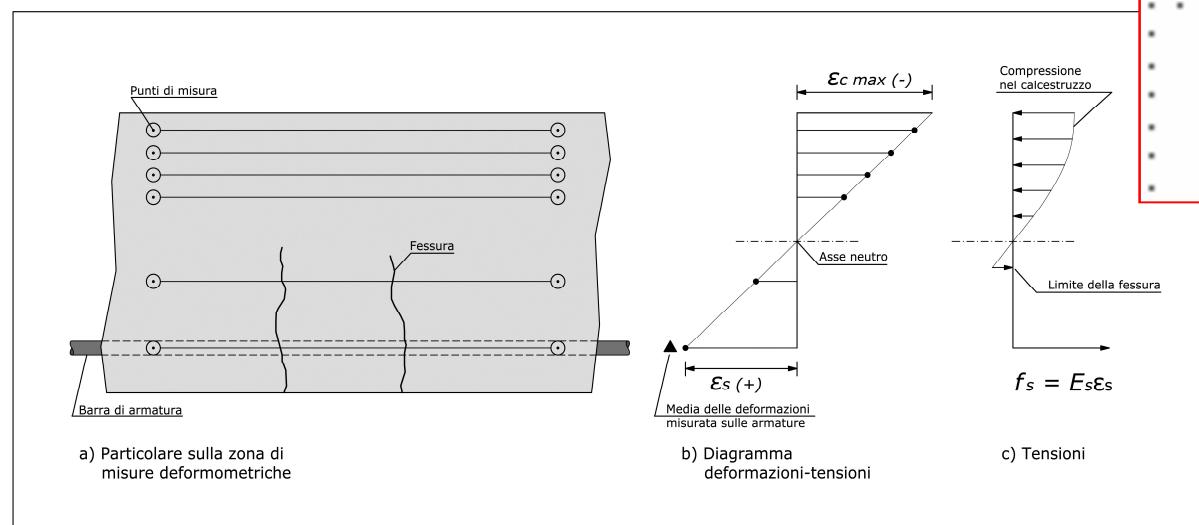
Andamento delle tensioni al terzo stadio.



SLU per Tensioni Normali: verifiche per momento flettente

I procedimenti di verifica allo S.L.U. per sollecitazioni che provocano tensioni normali nel conglomerato sono fondati sulle seguenti ipotesi:

- le sezioni rimangono piane;
- la deformazione di un'armatura aderente, sia tesa che compressa, è trasferita al conglomerato circostante;
- la resistenza a trazione del conglomerato viene trascurata;
- le tensioni nel conglomerato compresso si ricavano da quelle nell'armatura;
- le tensioni nell'armatura ordinaria o di precompressione sono date da $(\sigma-\varepsilon)_{sd}$ di calcolo;



4.1.2.1.2.2 Diagrammi di calcolo tensione-deformazione del calcestruzzo

Per il diagramma tensione-deformazione del calcestruzzo è possibile adottare opportuni modelli rappresentativi del reale comportamento del materiale, modelli definiti in base alla resistenza di calcolo f_{cd} ed alla deformazione ultima ε_{cu} .

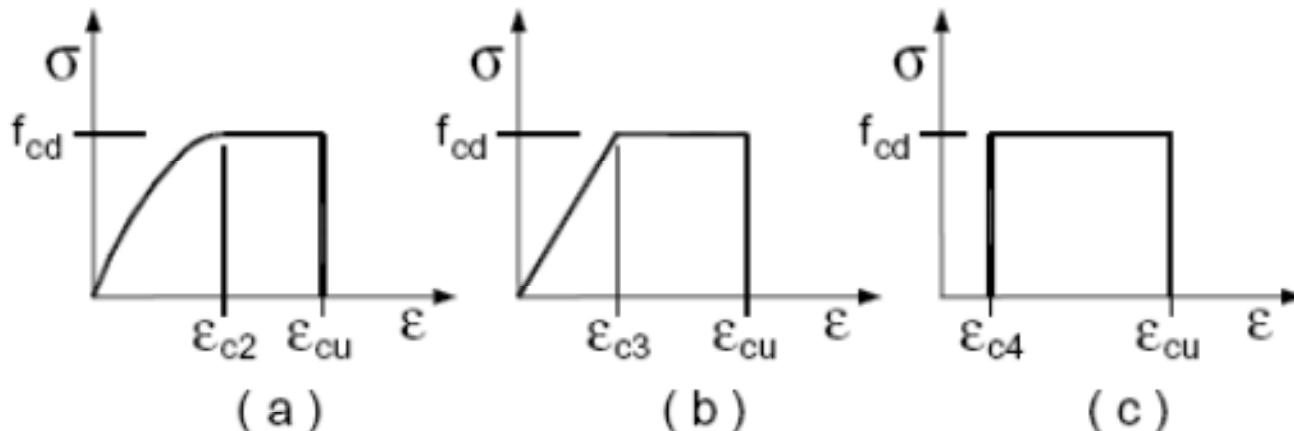


Figura 4.1.1 – Modelli σ - ε per il calcestruzzo

In Fig. 4.1.1 sono rappresentati i modelli σ - ε per il calcestruzzo: (a) parabola-rettangolo; (b) triangolo-rettangolo; (c) rettangolo (stress block). In particolare, per le classi di resistenza pari o inferiore a C40/55 si può porre:

$$\varepsilon_{c2} = 0,20\%$$

$$\varepsilon_{cu} = 0,35\%$$

$$\varepsilon_{c3} = 0,15\%$$

$$\varepsilon_{c4} = 0,07\%$$

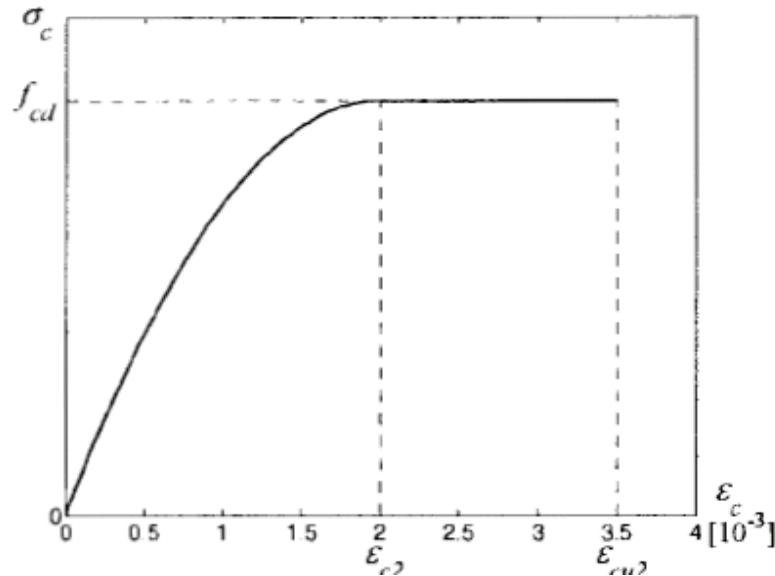
Per le classi di resistenza superiore a C40/55 si può porre:

$$\varepsilon_{c2} = 0,20\% + 0,0085 \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad \varepsilon_{cu} = 0,26\% + 3,5 \cdot [(90 - f_{ck})/100]^4$$

$$\varepsilon_{c3} = 0,175\% + 0,055 \cdot [(f_{ck} - 50)/40] \quad \varepsilon_{c4} = 0,2 \cdot \varepsilon_{cu}$$

purché si adottino opportune limitazioni quando si usa il modello (c).

Per sezioni o parti di sezioni soggette a distribuzioni di tensione di compressione approssimativamente uniformi, si assume per la deformazione ultima a rottura il valore ε_{c2} anziché ε_{cu} .



- in sezioni soggette a compressione semplice, la deformazione specifica di compressione nel conglomerato è limitata a -0.002 ;
- per sezioni non completamente compresse la deformazione limite a compressione ε_{cu} nel conglomerato è pari a -0.0035 ;
- nelle situazioni di compressione intermedia, il diagramma delle deformazioni del conglomerato viene definito assumendo che la deformazione ε_{cd} sia pari a -0.002 nella fibra posta alla distanza di $3/7$ dell'altezza effettiva della sezione dal bordo più compresso.

SLU per Tensioni Normali: caratteristiche dei materiali

Acciaio

4.1.2.1.2.3 Diagrammi di calcolo tensione-deformazione dell'acciaio

Per il diagramma tensione-deformazione dell'acciaio è possibile adottare opportuni modelli rappresentativi del reale comportamento del materiale, modelli definiti in base al valore di calcolo $\varepsilon_{ud} = 0,9e_{uk}$ ($e_{uk} = (A_{st})_k$) della deformazione uniforme ultima, al valore di calcolo della tensione di snervamento f_{yd} ed al rapporto di sovraresistenza $k = (f_t/f_y)_k$ (Tab. 11.3.Ia-b).

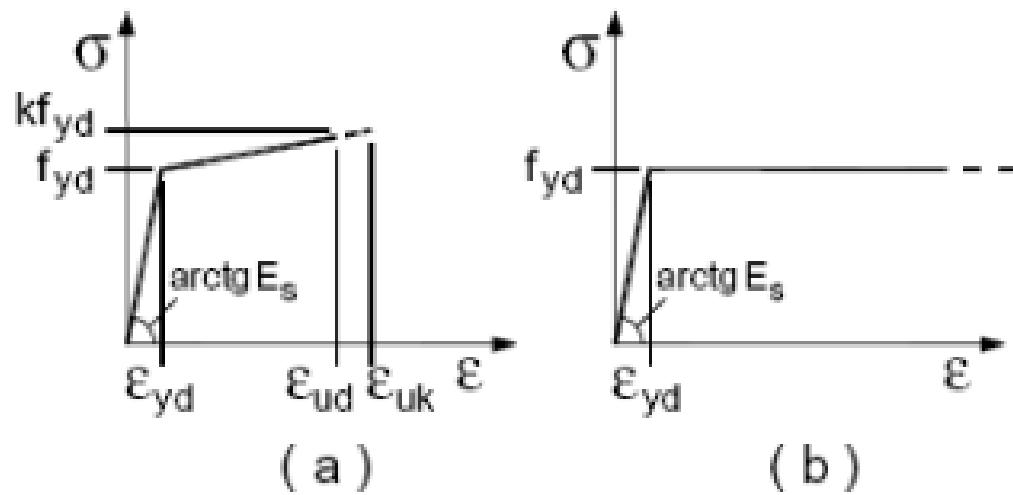
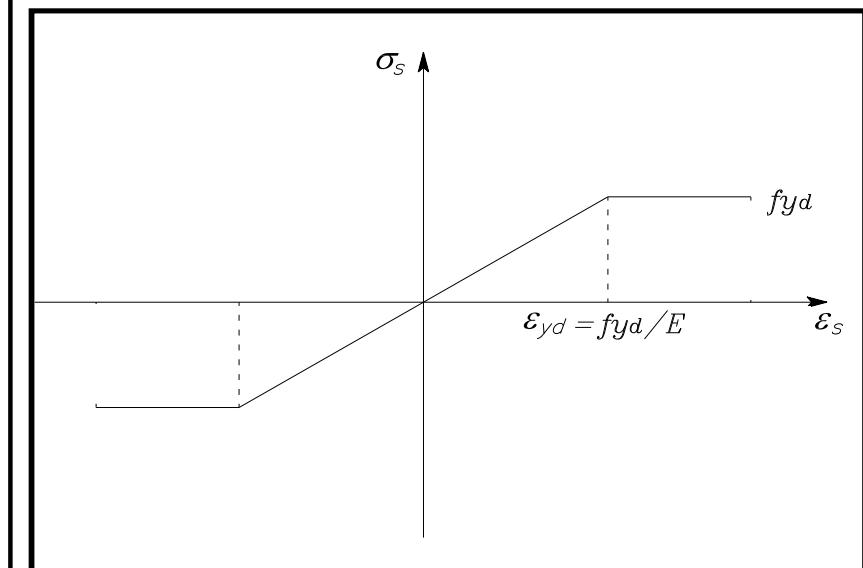
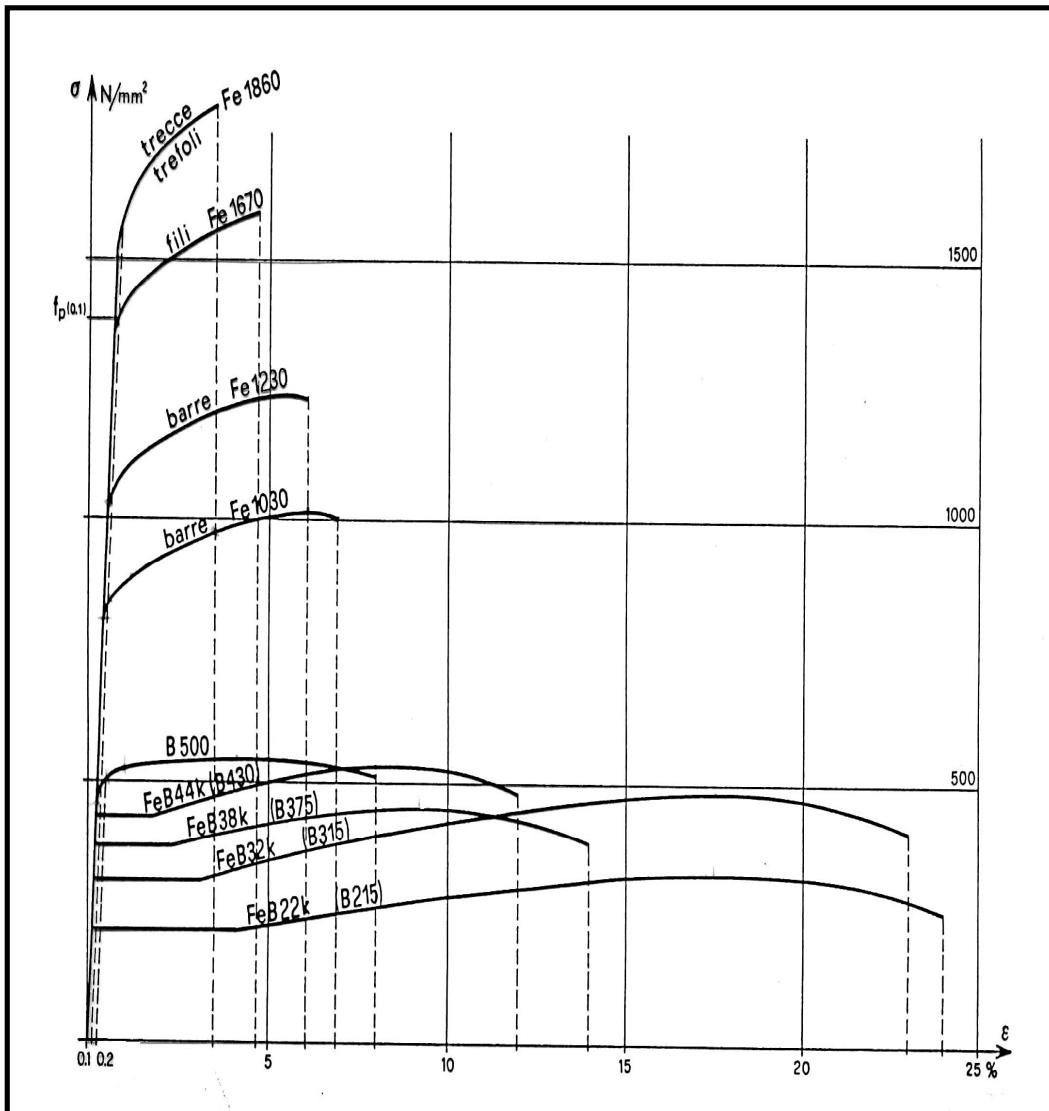


Figura 4.1.2- Modelli σ - ϵ per l'acciaio

SLU per Tensioni Normali: caratteristiche dei materiali

Acciaio



Acciaio per armatura lenta in strutture in c.a.

Testo Unico punto 11.3.

11.3.2 ACCIAIO PER CEMENTO ARMATO

È ammesso esclusivamente l'impiego di acciai saldabili qualificati secondo le procedure di cui al precedente § 11.3.1.2 e controllati con le modalità riportate nel § 11.3.2.11.

11.3.2.1 Acciaio per cemento armato B450C

L'acciaio per cemento armato B450C è caratterizzato dai seguenti valori nominali delle tensioni caratteristiche di snervamento e rottura da utilizzare nei calcoli:

Tabella 11.3.Ia

$f_y \text{ nom}$	450 N/mm ²
$f_t \text{ nom}$	540 N/mm ²

e deve rispettare i requisiti indicati nella seguente Tab. 11.3.Ib:

CARATTERISTICHE	REQUISITI	FRATTILE (%)
Tensione caratteristica di snervamento f_{yk}	$\geq f_{y\text{ nom}}$	5.0
Tensione caratteristica di rottura f_{tk}	$\geq f_{t\text{ nom}}$	5.0
$(f_t/f_y)_k$	$\geq 1,15$ $< 1,35$	10.0
$(f_y/f_{y\text{ nom}})_k$	$\leq 1,25$	5.0
Allungamento $(A_{gt})_k$:	$\geq 7,5 \%$	10.0
Diametro del mandrino per prove di piegamento a 90 ° e successivo raddrizzamento senza cricche: $\phi < 12 \text{ mm}$ $12 \leq \phi \leq 16 \text{ mm}$ per $16 < \phi \leq 25 \text{ mm}$ per $25 < \phi \leq 40 \text{ mm}$	4 ϕ 5 ϕ 8 ϕ 10 ϕ	

4.1.2.1.1.1 Resistenza di calcolo a compressione del calcestruzzo

Per il calcestruzzo la resistenza di calcolo a compressione, f_{cd} , è:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c \quad (4.1.4)$$

dove:

α_{cc} è il coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;

γ_c è il coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;

f_{ck} è la resistenza caratteristica cilindrica a compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

Il coefficiente γ_c è pari ad 1,5.

Il coefficiente α_{cc} è pari a 0,85.

Nel caso di elementi piani (solette, pareti, ...) gettati in opera con calcestruzzi ordinari e con spessori minori di 50 mm, la resistenza di calcolo a compressione va ridotta a $0,80f_{cd}$.

Il coefficiente γ_c può essere ridotto da 1,5 a 1,4 per produzioni continuative di elementi o strutture, soggette a controllo continuativo del calcestruzzo dal quale risulti un coefficiente di variazione (rapporto tra scarto quadratico medio e valor medio) della resistenza non superiore al 10%. Le suddette produzioni devono essere inserite in un sistema di qualità di cui al § 11.8.3.

4.1.2.1.1.3 Resistenza di calcolo dell'acciaio

La resistenza di calcolo dell'acciaio f_{yd} è riferita alla tensione di snervamento ed il suo valore è dato da:

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \quad (4.1.6)$$

dove:

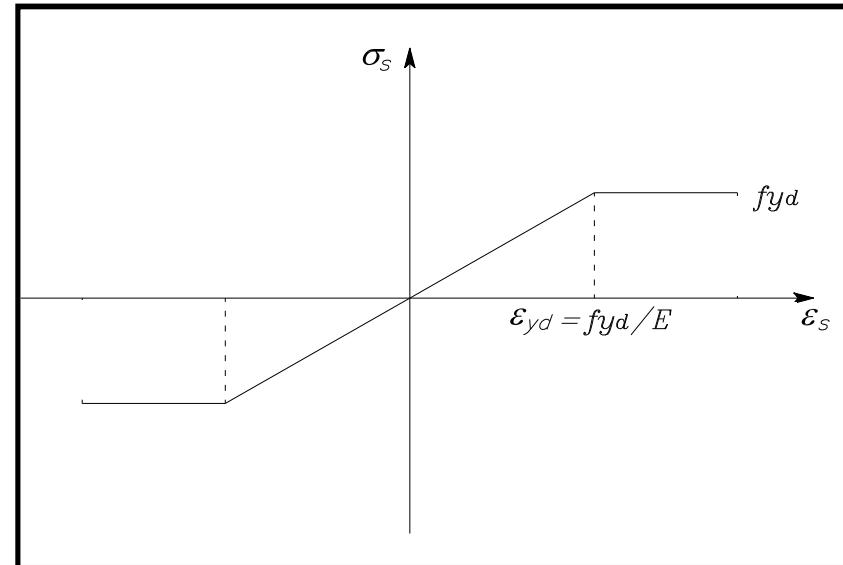
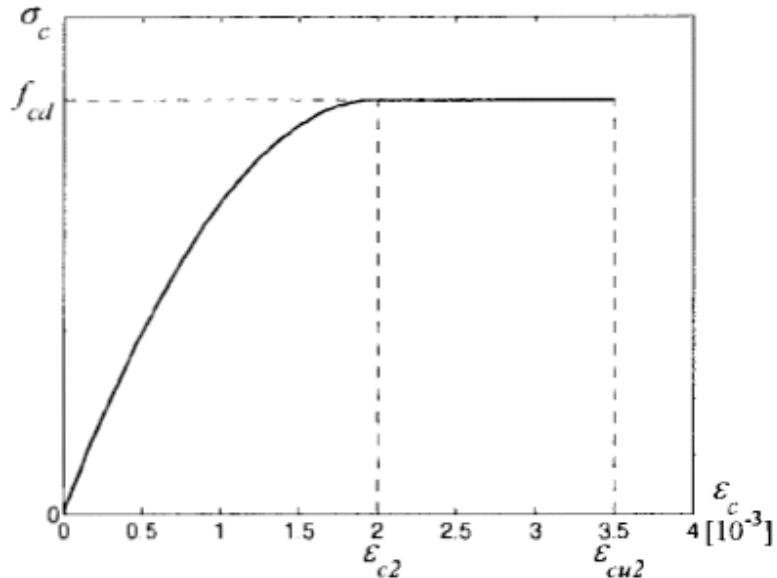
γ_s è il coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio;

f_{yk} per armatura ordinaria è la tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio (v. § 11.3.2),

per armature da precompressione la tensione convenzionale caratteristica di snervamento è data, a seconda del tipo di prodotto, da f_{pyk} (barre), $f_{p(0,1)k}$ (fili), $f_{p(1)k}$ (trefoli e trecce); si veda in proposito la Tab. 11.3.VII.

Il coefficiente γ_s assume sempre, per tutti i tipi di acciaio, il valore 1,15.

$$R_{ck}400 \Rightarrow f_{cd} = 0.83 * 0.85 * 400 / 1.5 = 188 \text{ daN/cm}^2$$



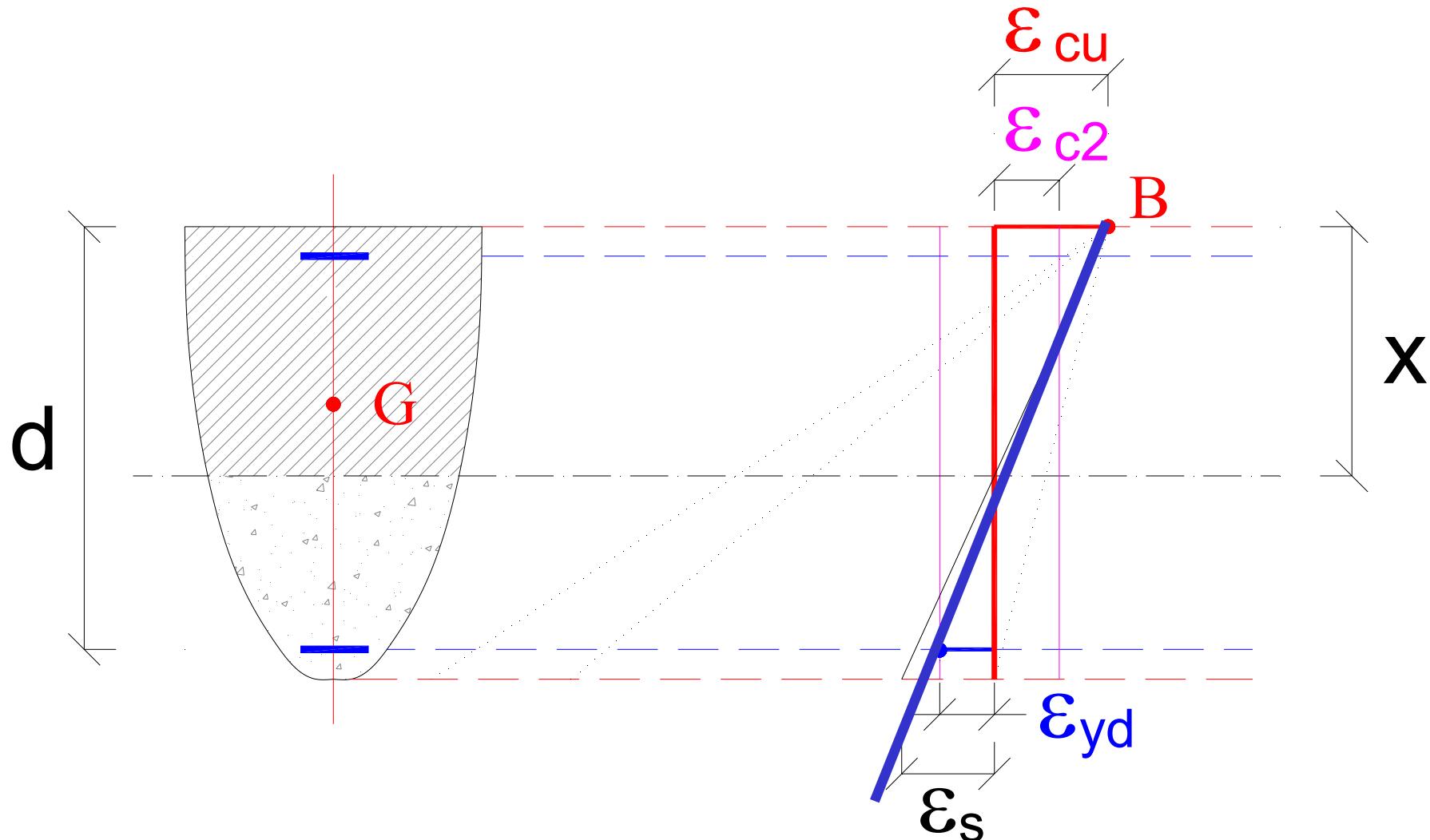
$$f_{yd} = 4500 / 1.15 = 3913 \text{ daN/cm}^2$$

B450C



$$\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E = 0.19\%$$

SLU per flessione semplice retta: Modalità della rottura – massima deformazione nel calcestruzzo



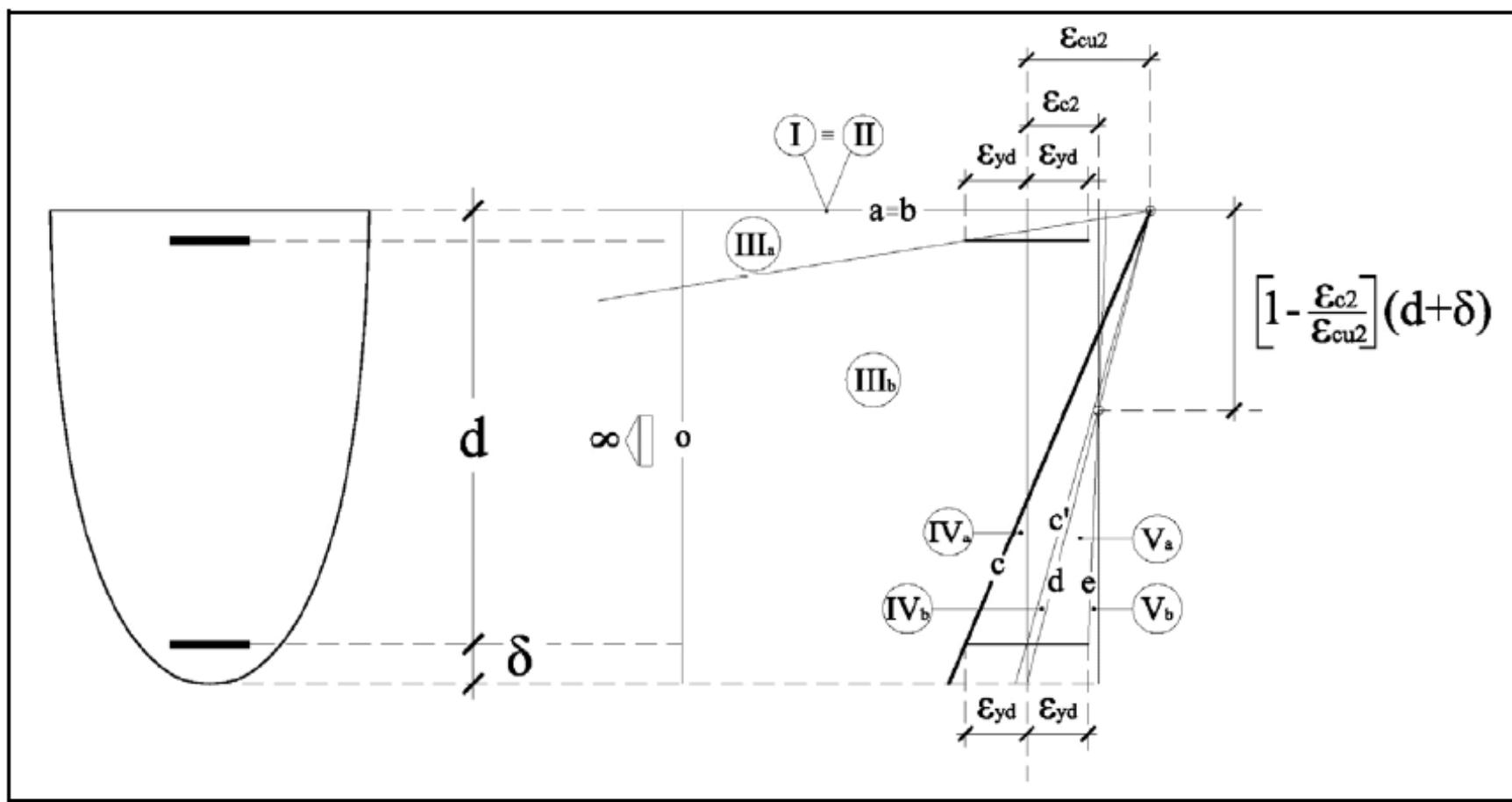


Fig. 8.14 - Condizioni critiche deformative: campi di rottura nelle ipotesi di acciaio elastico-perfettamente plastico indefinito

SLU per flessione semplice retta: Modalità della rottura

“Rotture fragili” : si realizzano tutte per schiacciamento del conglomerato mentre l'acciaio è ancora in fase elastica. Si manifestano generalmente con piccole deformazioni e fessurazioni nulle o molto limitate. La rottura pertanto, avviene senza evidenti segni premonitori.

“Rotture duttili”: si hanno per snervamento dell'acciaio teso cui fa seguito lo schiacciamento del cls compresso.

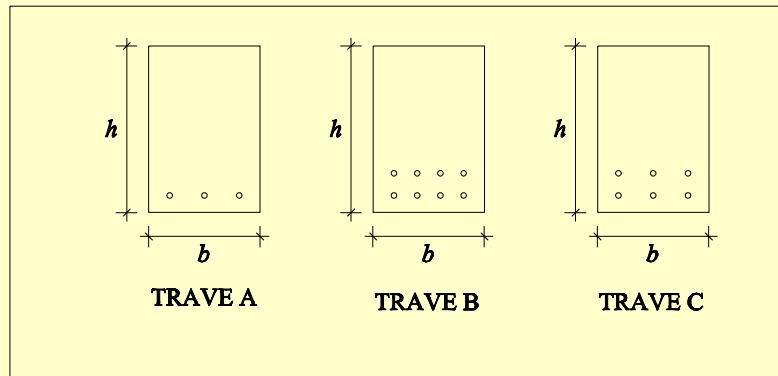
Sono accompagnate da cospicue deformazioni dell'acciaio teso e da evidenti fessurazioni del conglomerato.

“Rottura bilanciata” : si ha la crisi della sezione per la realizzazione contemporanea dello schiacciamento del cls e snervamento dell'acciaio. Essa dipende esclusivamente dalla deformazione specifica ε_{yd} al limite elastico del tipo di acciaio utilizzato.

Perché è importante garantire la realizzazione della rottura duttile?

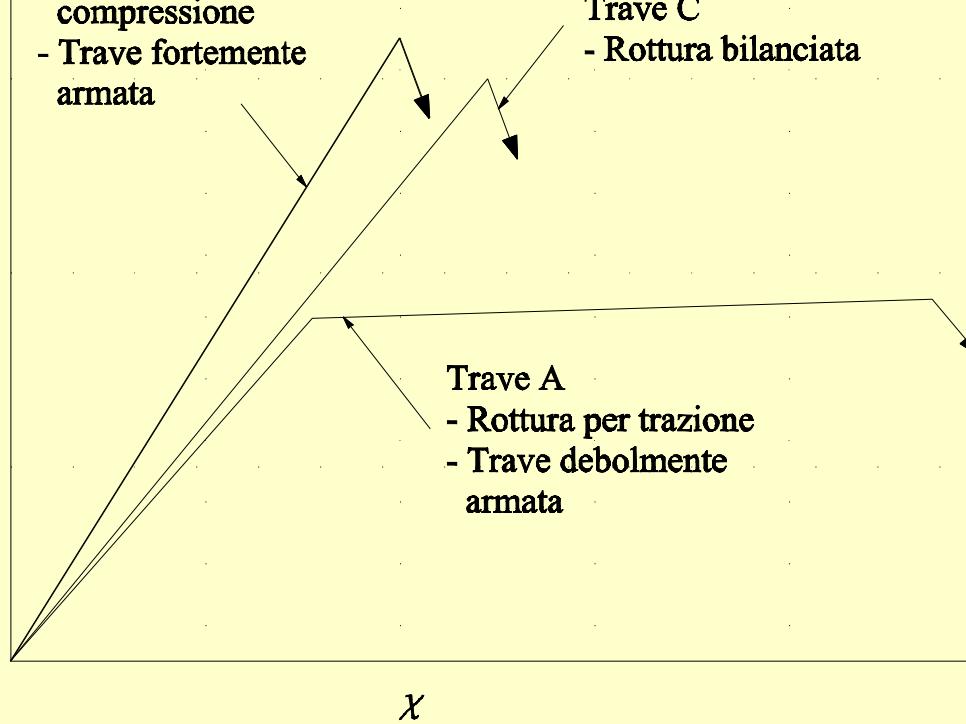
1. La rottura fragile avviene improvvisamente senza segni premonitori, dati dall'apparizione di ampie fessure che consentono di prendere immediati provvedimenti di salvaguardia.
2. Nelle strutture iperstatiche il comportamento duttile delle sezioni inflesse consente la ridistribuzione dei momenti flettenti rispetto alla distribuzione elastica iniziale.
3. Nelle strutture realizzate in zona sismica la duttilità delle sezioni favorisce la dissipazione dell'energia immessa nella costruzione dal terreno.

Osservazioni sul comportamento sino a rottura di una sezione inflessa in c.a.

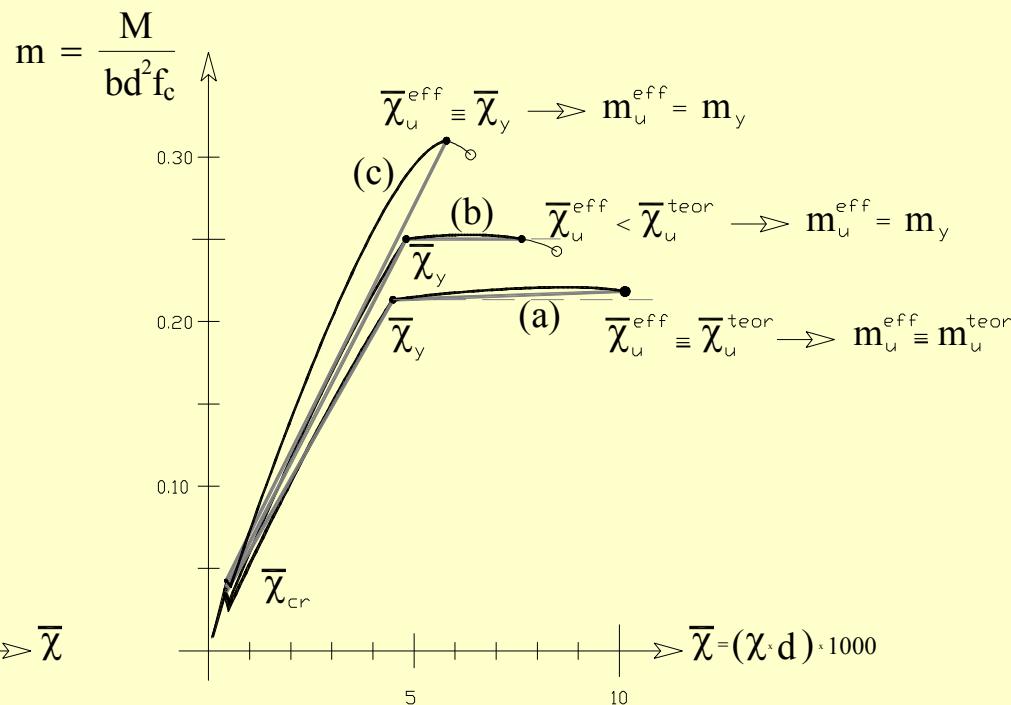
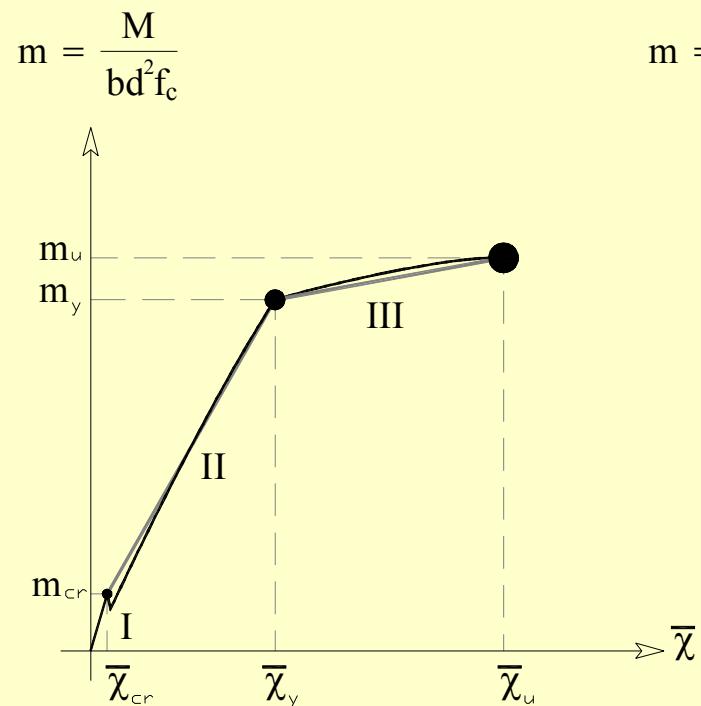


Momento

- Trave B
- Rottura per compressione
- Trave fortemente armata
- Trave C
- Rottura bilanciata



Osservazioni sul comportamento sino a rottura di una sezione inflessa in c.a.

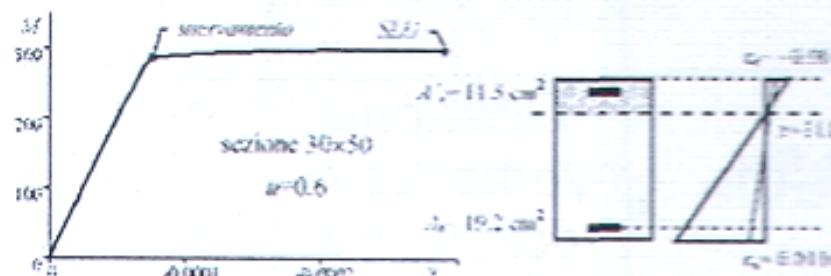


Osservazioni sul comportamento sino a rottura di una sezione inflessa in c.a.

Duttilità della sezione - esempio A

Sezione 30x50 $\mu=0.6$ $M_{Rd} = 300 \text{ kNm}$
 $\epsilon_{su} > 10 \times 10^{-3}$ $x=11.0 \text{ cm}$ $\chi=-0.000286$

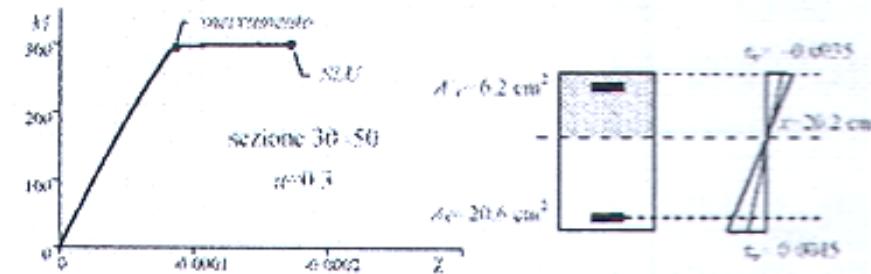
Buona duttilità



Duttilità della sezione - esempio B

Sezione 30x50 $\mu=0.3$ $M_{Rd} = 300 \text{ kNm}$
 $\epsilon_{su} = 4.5 \times 10^{-3}$ $x=20.2 \text{ cm}$ $\chi=-0.000184$

Duttilità discreta



Duttilità della sezione - esempio C

Sezione 30x50 $\mu=0.08$ $M_{Rd} = 300 \text{ kNm}$
 $\epsilon_{su} = 1.8 \times 10^{-3}$ $x=30.3 \text{ cm}$ $\chi=-0.000116$

Bassa duttilità

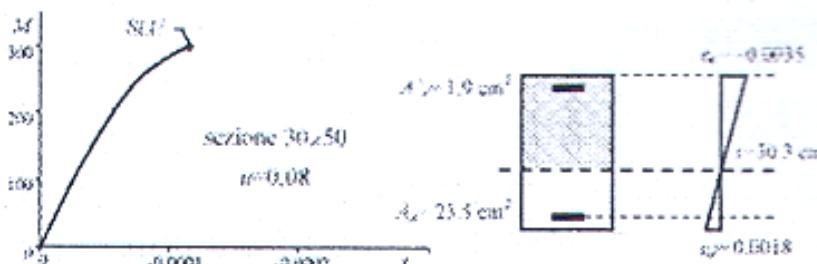


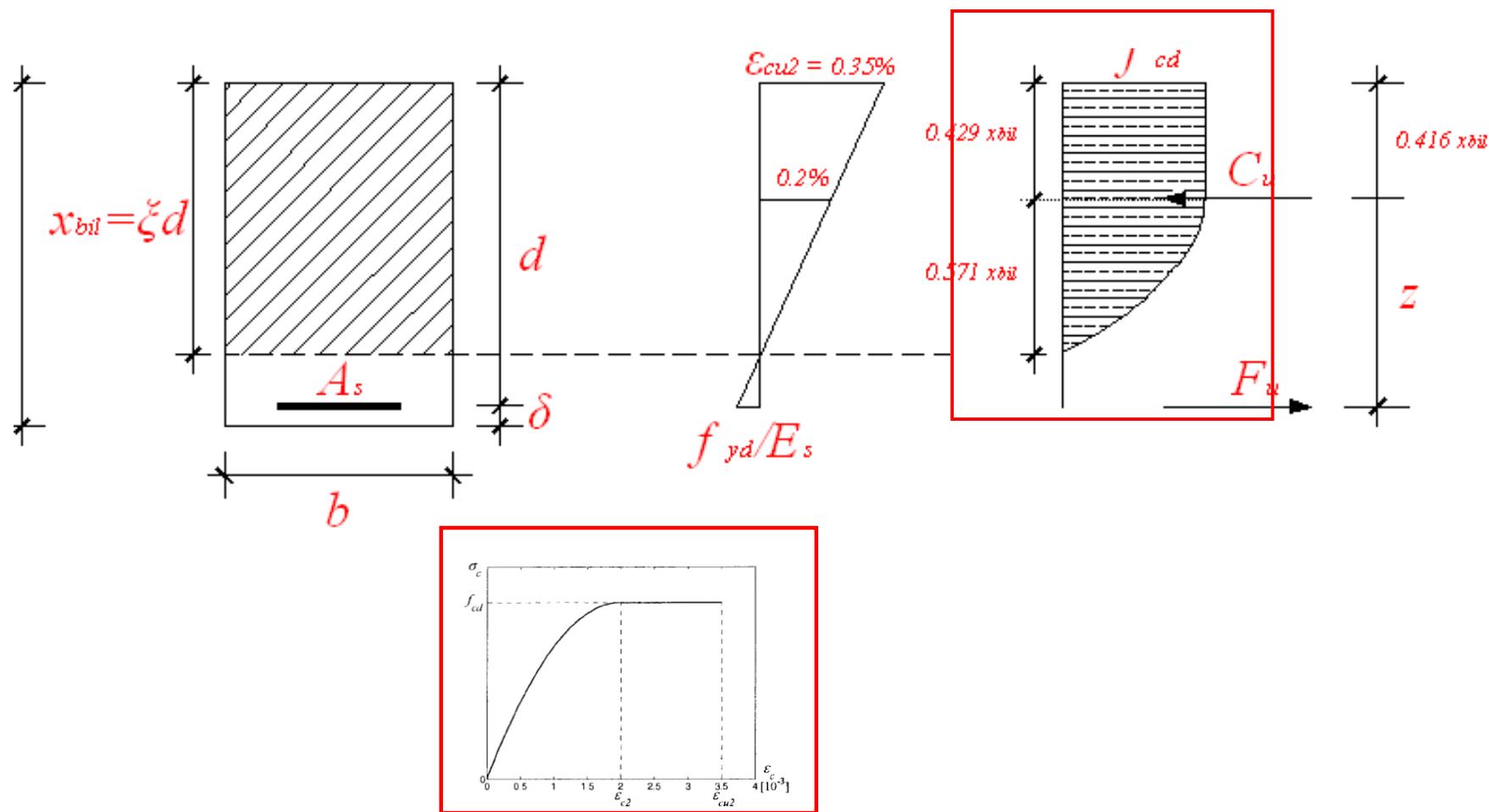
Fig. 4.14 – Variazione della duttilità di una sezione inflessa al variare dell'armatura

Trave “A”: buona duttilità; rottura dell'acciaio e poi del cls;

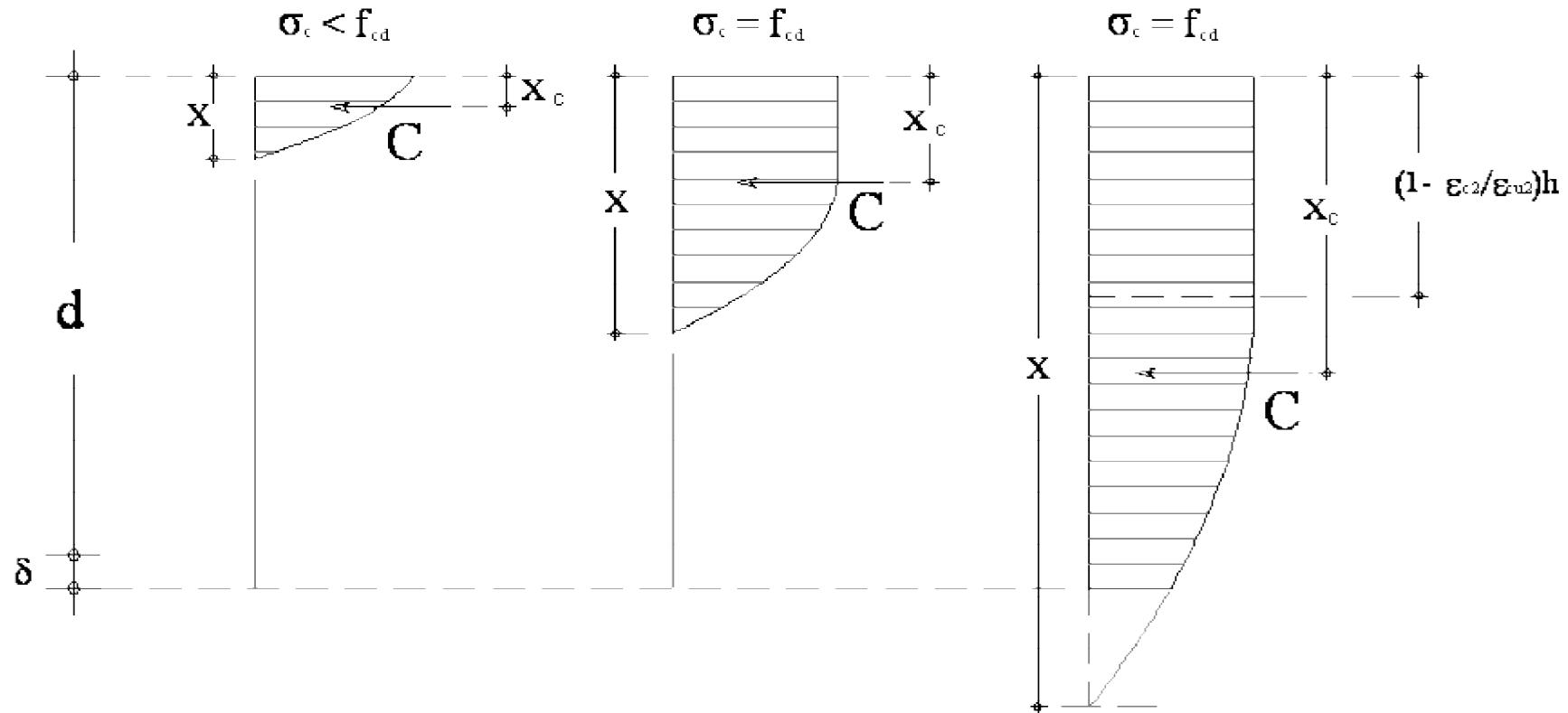
Trave “C”: rottura del cls senza snervamento dell'acciaio;

Trave “B”: rottura dell'acciaio, con minore duttilità.

Per valutare le sollecitazioni critiche (o *resistenze di calcolo*) che provocano la rottura occorre conoscere la distribuzione effettiva delle tensioni normali sulla generica fibra verticale, che andranno poi integrate sulla superficie della sezione considerata.



Per valutare le sollecitazioni critiche (o *resistenze di calcolo*) che provocano la rottura occorre conoscere la distribuzione effettiva delle tensioni normali sulla generica fibra verticale, che andranno poi integrate sulla superficie della sezione considerata.



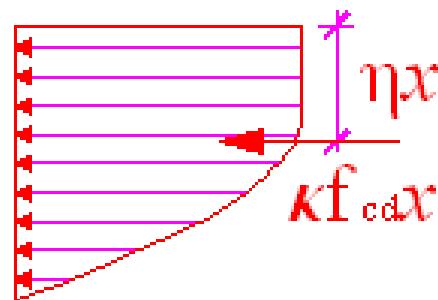
Per l'impostazione delle condizioni di equilibrio risulta pertanto di fondamentale importanza conoscere la **risultante C** relativa alla generica fibra verticale e la sua **posizione x_c** .

A tal fine è utile definire le seguenti grandezze adimensionali:

• **Coefficiente di posizione** dell'asse neutro $\xi = x/d$ che rappresenta il rapporto fra l'estensione x della compressione lungo la fibra verticale e l'altezza utile d della fibra stessa.

• **Coefficiente di riempimento** $\kappa = C/(f_{cd} x)$ che rappresenta il rapporto fra la risultante C delle compressioni nel conglomerato che compete alla fibra verticale e la corrispondente risultante nel caso di tensione costante f_{cd} estesa a tutta la zona di conglomerato compresso x .

• **Coefficiente di posizione della risultante di compressione** $\eta = x_c/x$ che rappresenta il rapporto fra la distanza della risultante C dal lembo maggiormente compresso e l'estensione della zona di conglomerato compresso x .



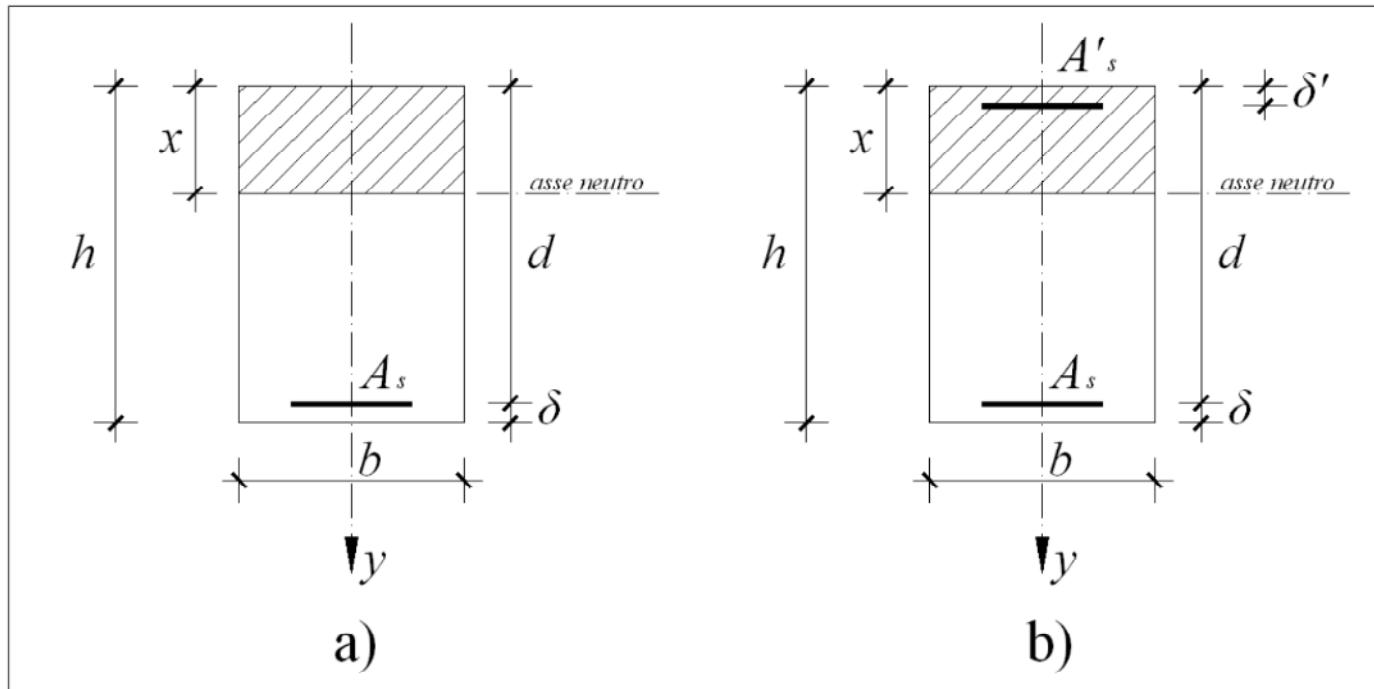
$$\eta = 0.416$$

$$\kappa = 0.81$$

progetto di una sezione in grado di sopportare allo stato limite ultimo un momento flettente di calcolo assegnato

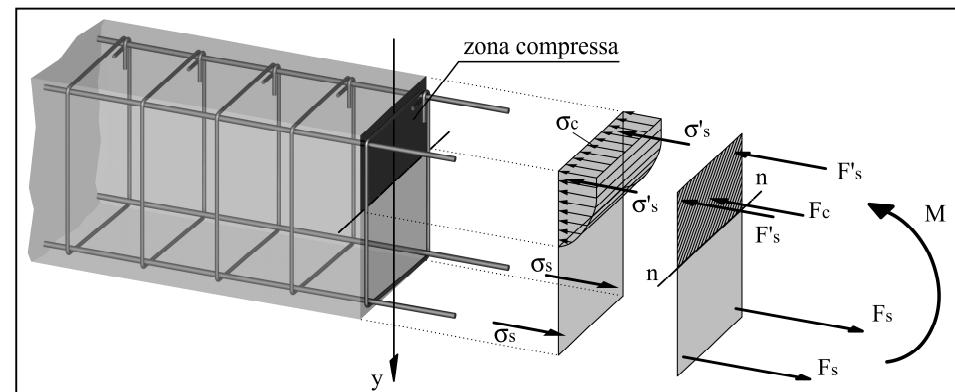
verifica allo stato limite ultimo di una assegnata sezione soggetta ad un dato momento flettente di calcolo.

La sezione rettangolare a semplice e doppia armatura



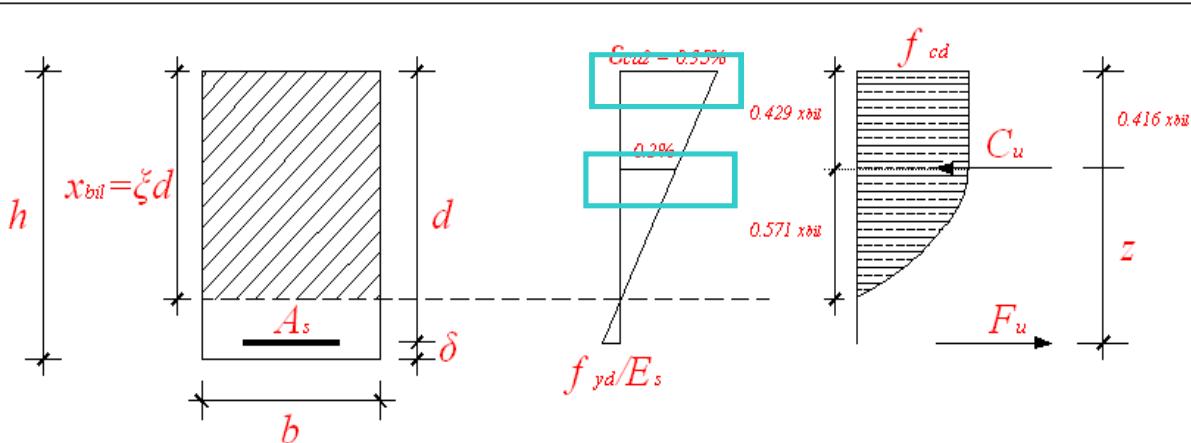
Definizione delle
grandezze:

$h, b, A_s, A'_s, d, \delta, \delta', x$



Flessione semplice retta: Sezione rettangolare semplice armatura

Verifica



$$x_{bil} = \xi_{bil} d = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu2} + f_{yd}/E_s} d$$

$$\xi_{bil} = \frac{\varepsilon_{cu2} + f_{yd}/E_s}{d}$$

Rottura bilanciata

$$\begin{cases} C_u = T_u \\ C_u = \kappa f_{cd} b x_{bil} = \kappa f_{cd} b d \xi_{bil} \\ T_u = A_{sbil} f_{yd} = f_{yd} \rho_{bil} d b \end{cases}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad \text{percentuale geometrica di armatura}$$

$$C_u = T_u \rightarrow A_{sbil} = \frac{C_u}{f_{yd}}$$

$$z = d - x_c = d - \eta x$$

$$\eta = 0.416; \kappa = 0.81$$

$$z_{bil} = d(1 - 0.416 \xi_{bil})$$

$$\rho_{bil} = \frac{\kappa f_{cd}}{f_{yd}} \xi_{bil}$$

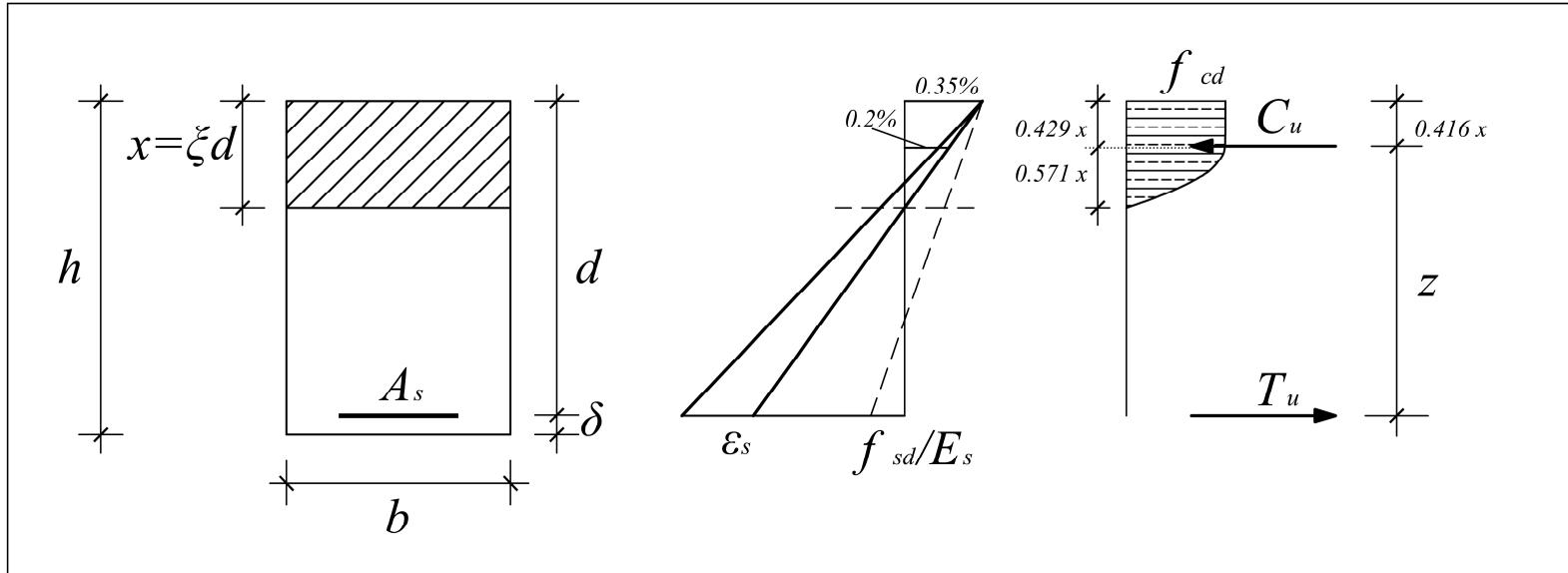
$$M_{Rd} = \begin{cases} C_u z_{bil} = 0.81 f_{cd} b d^2 \xi_{bil} (1 - 0.416 \xi_{bil}) \\ T_u z_{bil} = f_{yd} \rho_{bil} d^2 b (1 - 0.416 \xi_{bil}) \end{cases}$$

$$\xi_{bil} = 0.641 \quad (\text{Rck 350, B450 C})$$

$A_s < A_{sbil} \rightarrow$ rottura duttile (sezioni debolmente armate)

$A_s > A_{sbil} \rightarrow$ rottura fragile (sezioni fortemente armate)

Flessione semplice retta: Sezione rettangolare semplice armatura Verifica



$$\begin{cases} C_u = \kappa f_{cd} b x = \kappa f_{cd} b d \xi \\ T_u = A_s f_{yd} = f_{yd} \rho d b \end{cases}$$

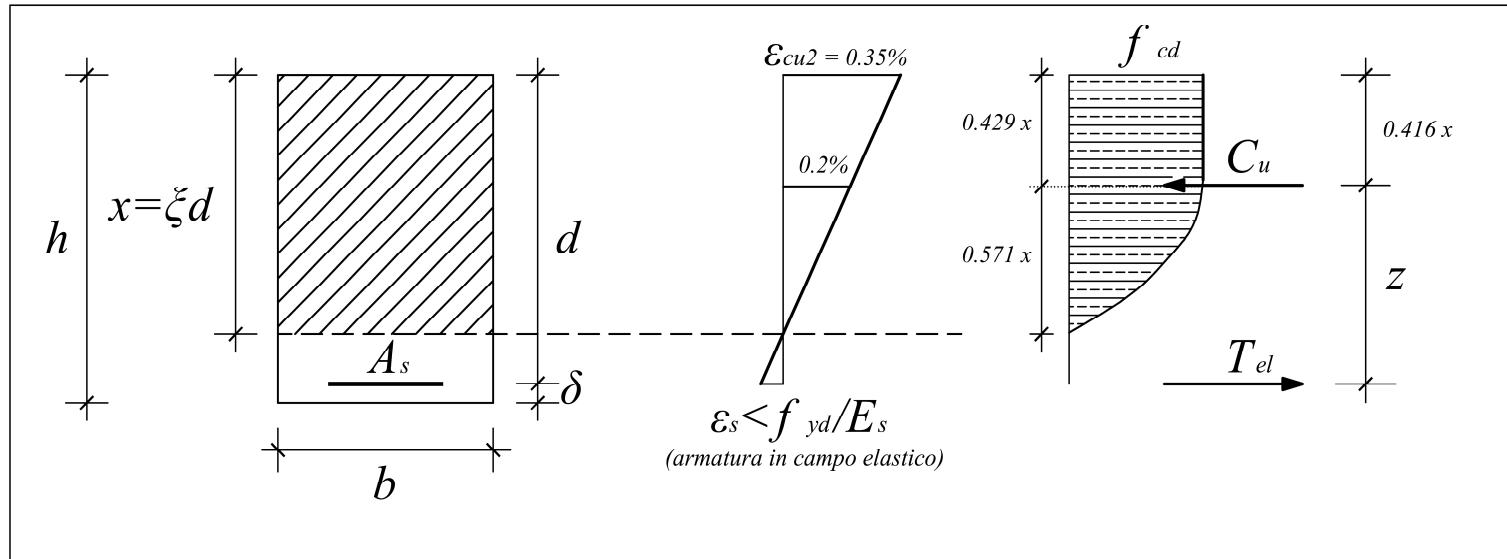
$$C_u = T_u \rightarrow \xi = \frac{f_{yd}}{\kappa f_{cd}} \rho$$

Rottura duttile $A_s \leq A_{sbil}$

$$M_{rd} = \begin{cases} C_u z = \kappa f_{cd} b d^2 \xi (1 - 0.416 \xi) \\ T_u z = f_{yd} \rho d^2 b (1 - 0.416 \xi) \end{cases}$$

Flessione semplice retta: Sezione rettangolare semplice armatura

Rottura fragile



$$\begin{cases} C_u = T_{el} \\ C_u = 0.81 f_{cd} b x = 0.81 f_{cd} b d \xi \\ T_{el} = A_s \sigma_s = E_s \varepsilon_{cu2} \frac{1-\xi}{\xi} \rho d b \end{cases} \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \varepsilon_{cu2} \frac{1-\xi}{\xi}$$

$$M_{Rd} = \begin{cases} C_u z & = 0.81 f_{cd} b d^2 \xi (1 - 0.416 \xi) \\ T_{el} z & = E_s \varepsilon_s \rho d^2 b (1 - 0.416 \xi) \end{cases}$$

Flessione semplice retta: Sezione rettangolare semplice armatura

Progetto libero

Fissate la ε , noto M_{sd} , b e i materiali

Dalla (1) si ricava ξ

Dalla (2) si ricava d

Dalla (3) si ricava A_s

$$\xi = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s} \quad (1)$$

$$M_{rd} = \kappa f_{cd} b d^2 \xi (1 - 0.416 \xi) \quad (2)$$

$$M_{rd} = f_{yd} \rho d^2 b (1 - 0.416 \xi) \quad (3)$$

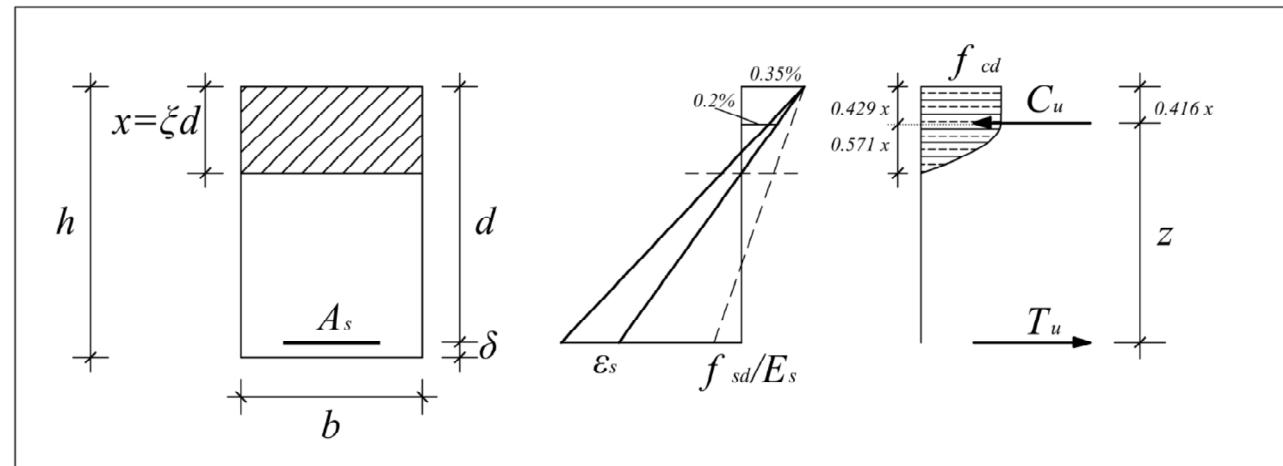
Progetto condizionato

Noti M_{sd} , b e d

Dalla (2) si ricava ξ

Dalla (3) si ricava A_s

Dalla (1) si ricava ε_s



Se d è basso ξ è alto, ε_s è modesta, per cui l'altezza della zona compressa è elevata, mentre A_s è elevata e la rottura tende a divenire fragile

Flessione semplice retta: Sezione rettangolare semplice armatura

Verifica: dati M_{sd} b h A_s R_{ck} **B450C**

si determina il momento ultimo M_{rd} da confrontare con M_{sd}

$$\xi = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s} \quad (1)$$

$$M_{rd} = \kappa f_{cd} b d^2 \xi (1 - 0.416 \xi) \quad (2)$$

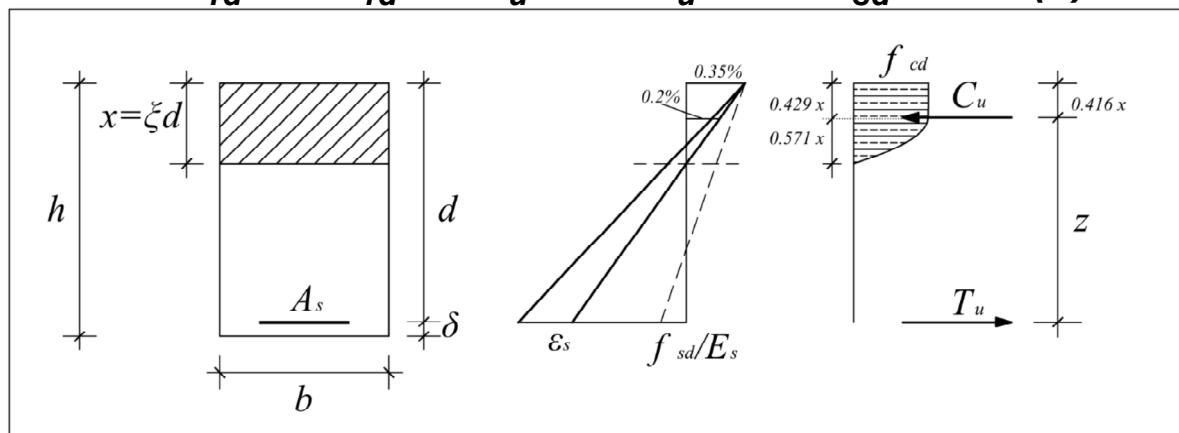
$$M_{rd} = f_{yd} \rho d^2 b (1 - 0.416 \xi) \quad (3)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu2} \frac{1 - \xi}{\xi}$$

$$\xi = \frac{f_{yd}}{k f_{cd}} \rho \quad ; (C_u = T_u)$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

Dato A_s si determina ξ ; si verifica che $\varepsilon_s > \varepsilon_{yd}$, per cui valgono le (2) e (3), quindi si determina $M_{rd} \Rightarrow M_{rd} = T_u z = C_u z \geq M_{sd}$ dalla (2) o dalla (3)



Flessione semplice retta: Sezione rettangolare semplice armatura:

ESEMPI

Verifica

$b=300\text{mm}$, $h=700\text{mm}$, $d=650\text{mm}$, $A_s=12.57\text{cm}^2$

$\text{clsf}_{ck} 25$, $f_{cd}= 14.17 \text{ N/mm}^2$

Acciaio $f_{yk}=450\text{N/mm}^2$; $f_{yd}=450/1.15=391\text{N/mm}^2$

Si ottiene $\rho=0.00644$

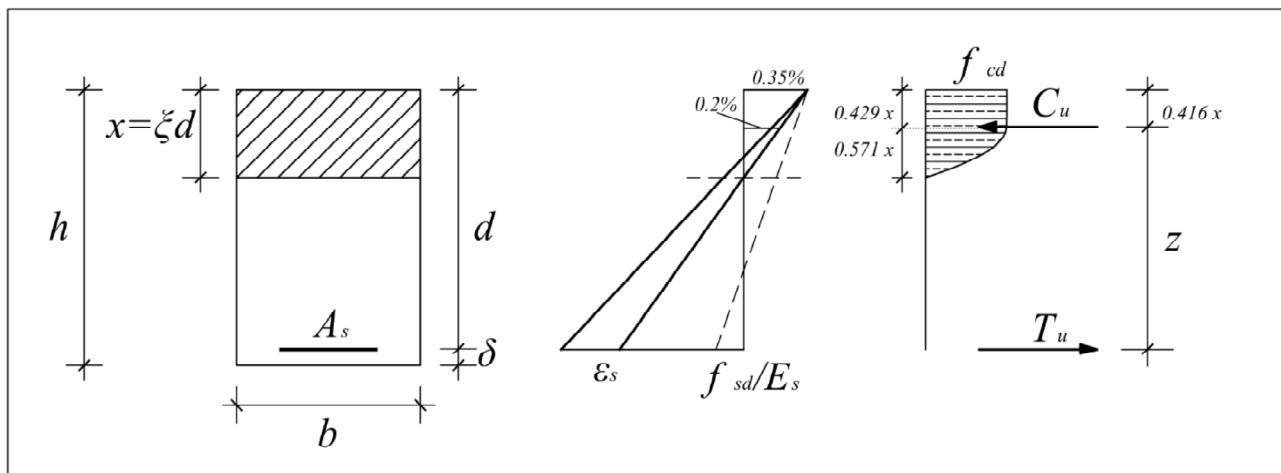
$\xi=\rho f_{yd}/\kappa f_{cd}=0.220$ da cui $\varepsilon_s=1.24\%$

$$\xi = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s} \quad (1)$$

$$M_{rd} = \kappa f_{cd} b d^2 \xi (1 - 0.416 \xi) \quad (2)$$

$$M_{rd} = f_{yd} \rho d^2 b (1 - 0.416 \xi) \quad (3)$$

$$M_{rd}=14.2 \times 0.81 \times 0.220 \times 300 \times 650^2 \times (1-0.416 \times 0.220)=29 \text{ t m}$$



Flessione semplice retta: Sezione rettangolare semplice armatura:

ESEMPI: progetto condizionato

Progetto armatura

$b=200\text{mm}$, $h=600\text{mm}$, $d=550\text{mm}$, $M_{sd}=20\text{tm}$

$f_{cd}= 13.2 \text{ N/mm}^2$

Acciaio fsk= 450N/mm^2 ;

$f_{yd}=450/1.15=391\text{N/mm}^2$

Dalla (2) ($M_{rd}=M_{sd}$) $\xi=0.36$;

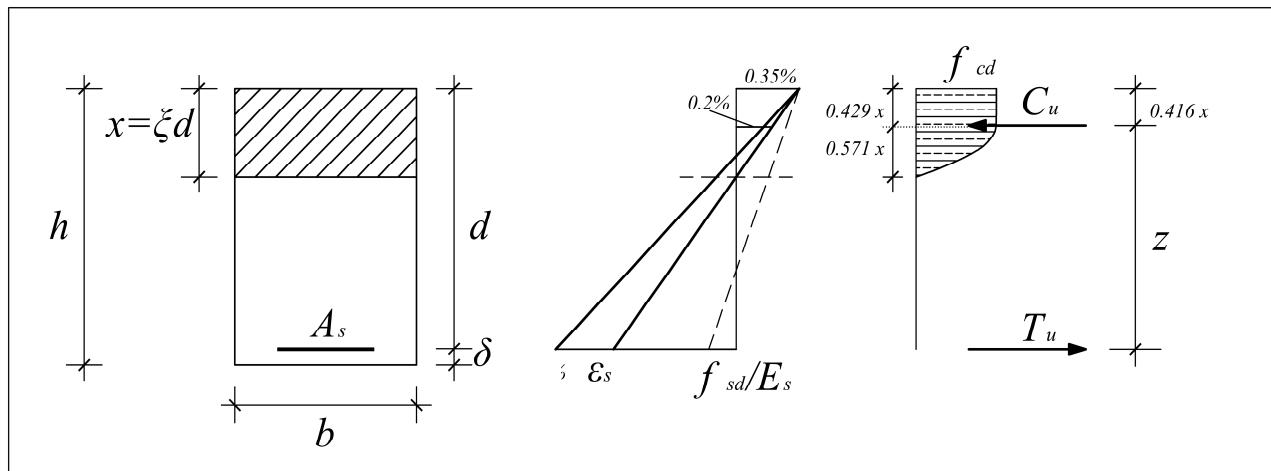
Dalla (1) $\varepsilon_s=6.2\%$ ($\varepsilon_s > \varepsilon_{yd}$)

Dalla (3) $A_s=10.94\text{cm}^2$

$$\xi = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s} \quad (1)$$

$$M_{rd} = \kappa f_{cd} b d^2 \xi (1 - 0.416 \xi) \quad (2)$$

$$M_{rd} = f_{yd} \rho d^2 b (1 - 0.416 \xi) \quad (3)$$



Infine con i valori di progetto dell'armatura si fa la verifica finale

Caso della flessione semplice per sezione rettangolare a doppia armatura: progetto

*Vi sono molte buone ragioni per utilizzare l'acciaio anche in zona
compressa. Se ne ricordano quattro:*

- 1) Talvolta, utilizzando travi di altezza ridotta, l'acciaio compresso permette di elevare la % di armatura anche in zona tesa \Rightarrow aumento del momento resistente di progetto M_{Rdu} . Questo è un caso frequente se si usano travi in spessore.
- 2) L'acciaio compresso, a parità di altre condizioni, fa abbassare il rapporto (x/d) a collasso e quindi fa aumentare la duttilità della sezione, ovvero la rotazione ultima (indicazione valida per le zone sismiche).

3) L'acciaio compresso riduce le deformazioni viscose e le deformazioni istantanee negli elementi inflessi.

4) In zona sismica, o se gli effetti del vento sono rilevanti, il momento flettente può cambiare segno, per cui è necessario verificare la sezione sia a momento positivo che a momento negativo.

Le equazioni che si usano per il progetto sono le stesse della verifica, opportunamente applicate. Di solito si fissa un rapporto tra le due armature, cioè:

$$R.a. = \rho_s' / \rho_s \quad \text{assegnato}$$

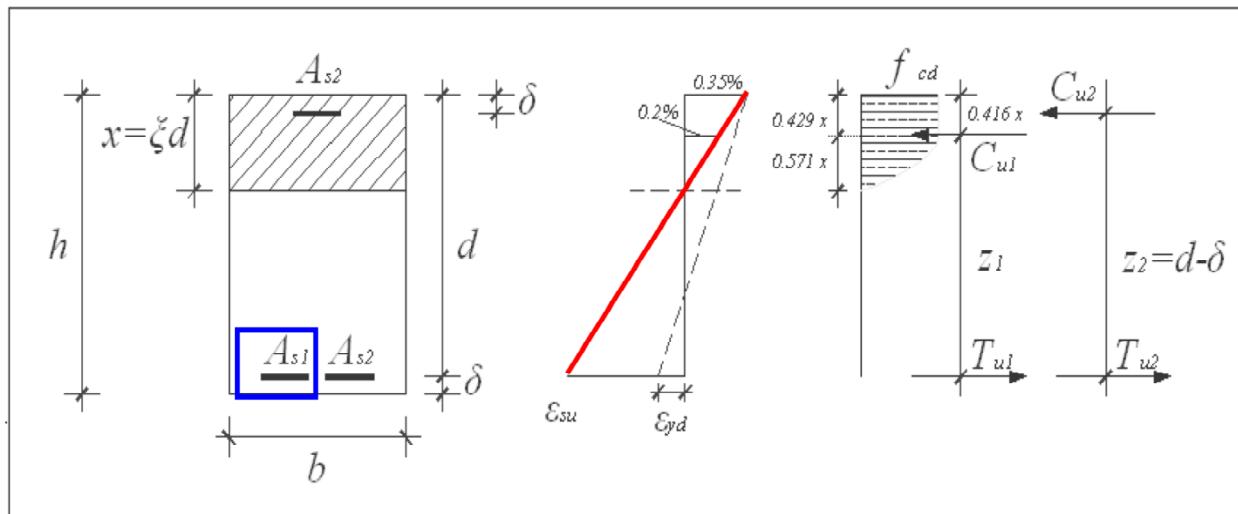
e si procede come per il caso di armatura semplice. Anche per questi casi si hanno abachi e tabelle già pronte.

Flessione semplice retta: Sezione rettangolare doppia armatura:

Nel problemi di progetto possono presentarsi due differenti situazioni che richiedono il passaggio dalla semplice alla doppia armatura:

- incrementare la capacità flessionale della sezione;
- aumentare la duttilità della rottura (quando ξ è elevato).

CASO 1: INCREMENTO DELLA CAPACITÀ FLESSIONALE DELLA SEZIONE;

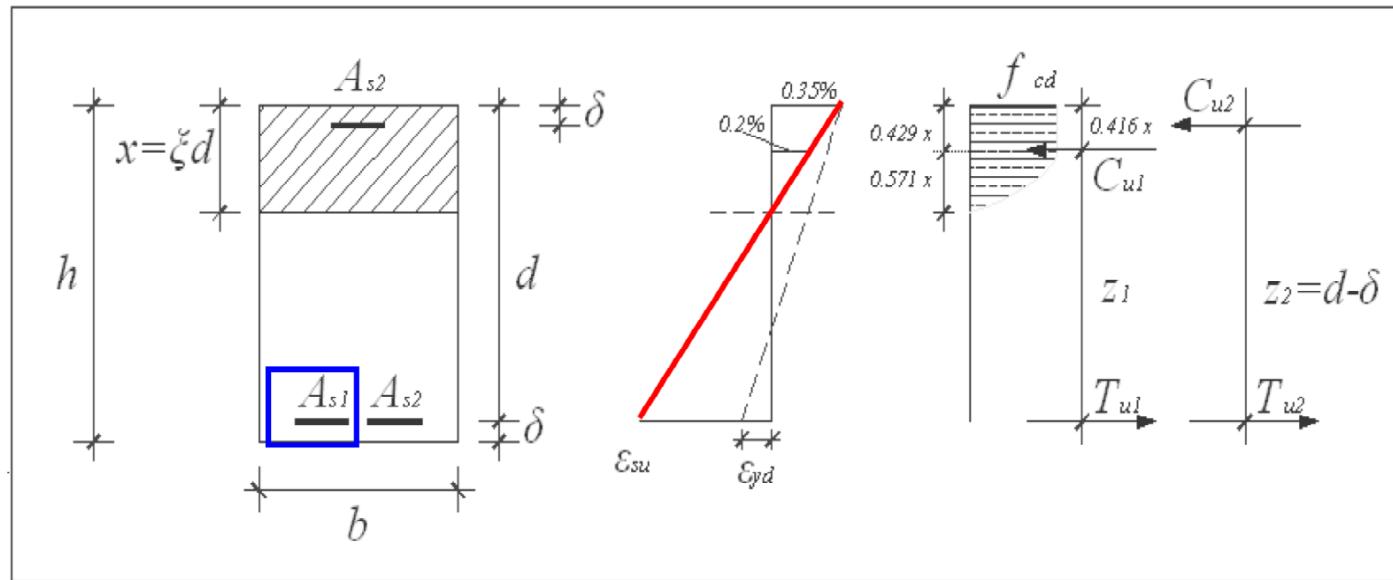


Si fissa ξ

$$\begin{cases} C_{u1} = 0.81 f_{cd} bd \xi = T_{u1} = A_{s1} f_{yd} \\ M_{Rd1} = C_{u1} z_1 = \kappa f_{cd} bd^2 \xi (1 - 0.416 \xi) \end{cases}$$

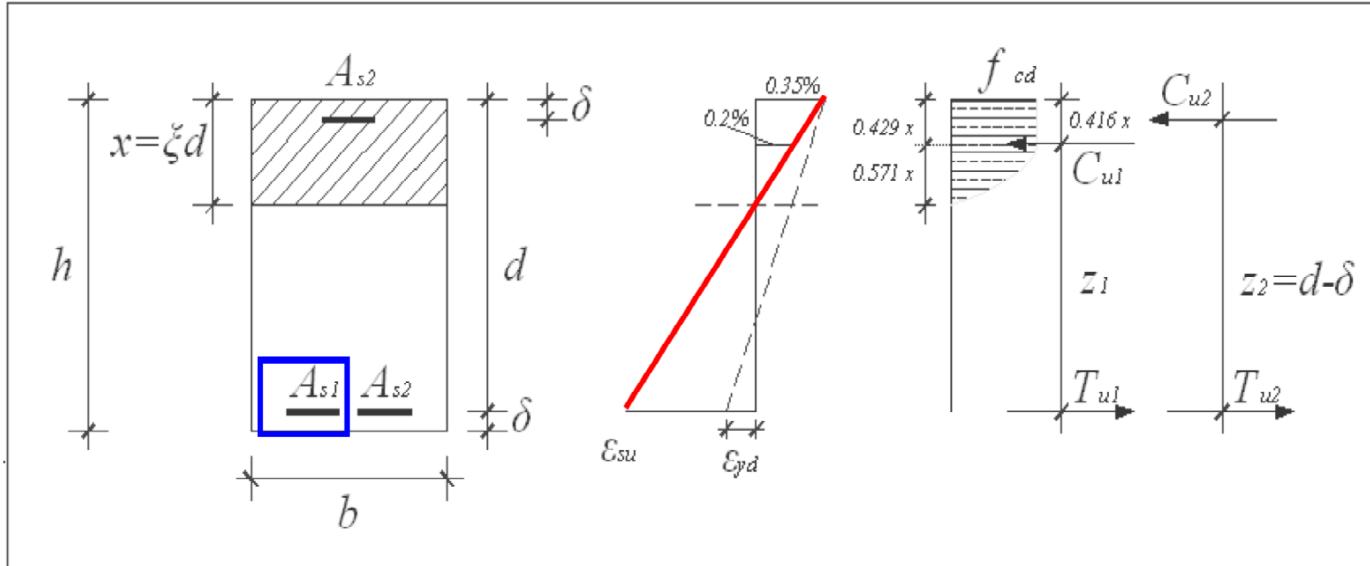
$$A_{s1} = \frac{T_{u1}}{f_{yd}} \rightarrow M_{Rd1}$$

Ogni altro incremento di momento resistente necessario per raggiungere la capacità flessionale $M_{rd} = M_{sd}$ richiesta alla sezione viene assicurato da una quantità aggiuntiva di armatura tesa A_{s2} e compressa A'_{s2}



Se si fa l'ipotesi che entrambe le armature siano snervate, si ottiene per motivi di equilibrio:

$$T_{u2} = C_{u2}; A_{s2} f_{yd} = A'_{s2} f_{yd}; A_{s2} = A'_{s2}$$



Le armature supplementari forniranno un incremento di momento:

$$\Delta M = M_{sd} - M_{rd1}$$

Le ulteriori equazioni di equilibrio che risolvono il problema sono:

$$\begin{cases} C_{u2} = T_{u2} = f_{yd} A_{s2} \\ M_{rd2} = C_{u2} z_2 = T_{u2}(d - \delta) \end{cases}$$

$$A_{s2} = \frac{\Delta M}{f_{yd}(d - \delta)}$$

Operando secondo tale logica si è ottenuto un incremento della capacità flessionale della sezione senza variare la duttilità della rottura. Si osserva che in maniera alternativa, invece di fare ricorso alle barre compresse, l'incremento del momento resistente si sarebbe potuto ottenere aumentando la quantità di armatura tesa, con la conseguenza però scegliendo tale strada, di andare incontro ad una rottura di tipo fragile.

CASO 2: INCREMENTO DELLA DUTTILITÀ'

Alle volte l'introduzione della doppia armatura viene prevista in sede progettuale ai fini di incrementare la duttilità della sezione. Può accadere, infatti, che la semplice armatura non sia in grado di assicurare il necessario livello di duttilità richiesto dalla progettazione, come può avvenire, ad esempio, per le sezioni con altezza ridotta.

È evidente che in assenza della armatura nella zona compressa la risultante è sopportata interamente dal calcestruzzo.

Se invece è presente anche una armatura compressa, la risultante delle tensioni nel calcestruzzo C_c sarà solo una aliquota di C_u dovendo risultare

$$C_u = C_c + C_s$$

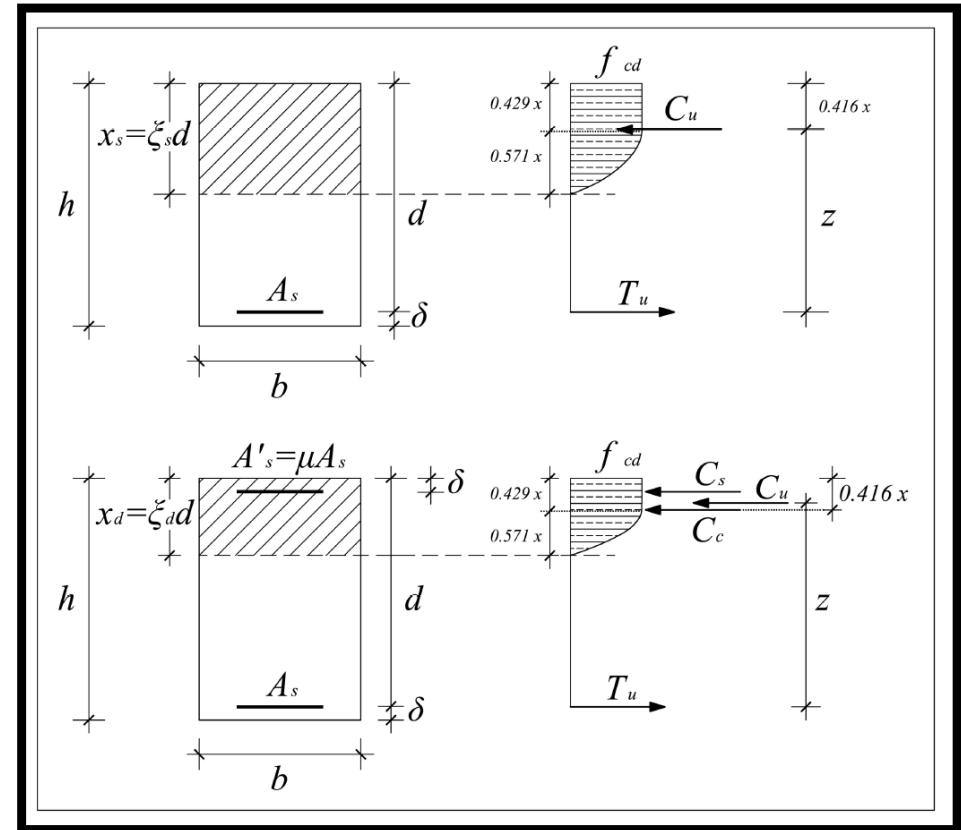
Da ciò consegue evidentemente una riduzione dell'altezza della zona compressa e pertanto un aumento della duttilità della rottura.

$$A_s f_{yd} = 0.81 f_{cd} b d \xi_d + \mu A_s f_{yd} \quad A'_s = \mu A_s \quad \text{Equilibrio traslazione}$$

$$\frac{A_s f_{yd}}{0.81 f_{cd} b d} = \xi_d + \mu \frac{A_s f_{yd}}{0.81 f_{cd} b d} \rightarrow \xi_d = 1.234\omega - 1.234\mu\omega = 1.234\omega(1 - \mu) = \xi_s(1 - \mu)$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{f_{cd} b d}$$

$$\begin{cases} M_{u1} = A_s f_{yd} z_1 \\ M_{u2} = A_s f_{yd} z_2 \end{cases} \quad \text{Equilibrio rotazione}$$



Poiché la differenza tra i due bracci della coppia interna z_1 e z_2 non è rilevante (discende esclusivamente dallo spostamento della risultante di compressione), si deduce che l'introduzione dell'armatura compressa, se da un lato migliora il comportamento a rottura in termini di duttilità, produce solo un piccolo incremento della resistenza della sezione.

Vale la pena di ricordare che, comunque, disporre una armatura nella zona compressa ha ulteriori risvolti positivi sul comportamento globale della trave. Infatti, la presenza delle barre compresse, riducendo le tensione nel calcestruzzo, determina anche una riduzione delle deformazioni viscose differite nel tempo e quindi in definitiva una minore inflessione della trave.

Inoltre, nel caso di travi fortemente armate, l'introduzione dell'armatura compressa, rinforzando sufficientemente la zona di cls compressa, fa in modo che l'acciaio teso si snervi prima che si rompa il calcestruzzo, trasformando anche in tal caso la modalità della rottura da fragile a duttile.