

Concursul MateInfoUB 2021 — secțiunea Informatică

Exemple de probleme pentru etapa I

Etapa I va conține un număr de 20-30 de probleme de dificultăți diferite (ușoară, medie, crescută). Fiecare problemă va primi un punctaj corelat cu dificultatea ei. Vor fi aproximativ 50% probleme de dificultate ușoară, 30% probleme de dificultate medie și 20% probleme de dificultate crescută. Timpul de lucru va fi de 2 ore. Modelul conține o selecție de probleme de diverse dificultăți asemănătoare cu cele care vor fi utilizate pentru etapa I. Vom publica în curând soluțiile detaliate pentru problemele din acest model.

Exemple de probleme de dificultate scăzută

1. Se consideră definite două variabile întregi x și y și următoarele două expresii (în limbajele C/C++ și Pascal):

Varianta C/C++	Varianta Pascal
$u = !((x == y) \mid (x == z));$ $v = (x != y) \&\& (x != z);$	$u := \text{NOT } ((x = y) \text{ OR } (x = z));$ $v := (x <> y) \text{ AND } (x <> z);$

Care dintre următoarele afirmații este adevărată:

- A. există x, y, z astfel încât u diferit de v
- B. oricare ar fi x, y, z avem u egal cu v
- C. oricare ar fi x, y, z avem u diferit de v
- D. u egal cu v dacă și numai dacă x egal cu y
- E. u egal cu v dacă și numai dacă x diferit de y

2. Considerăm următorul algoritm, în care n și k sunt variabile de tip întreg:

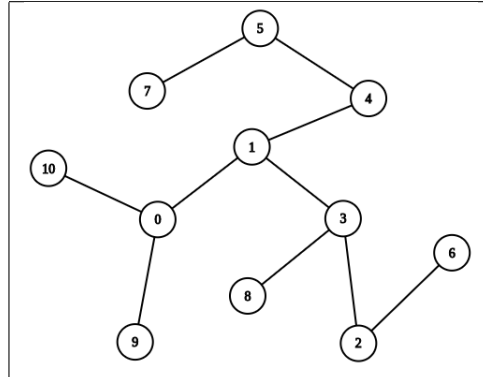
```
citește  $n$ 
 $k \leftarrow 0$ 
pentru  $i = 1, n$  execută
    pentru  $j = 1, n$  execută
        dacă  $i = j$  atunci
             $k \leftarrow k - 1$ 
        altfel
             $k \leftarrow k + 1$ 
scrie  $k$ 
```

Dacă pentru variabila n se va citi un număr natural nenul, care dintre următorii algoritmi este echivalent cu cel dat?

- A. **citește** n ; $k \leftarrow n \cdot n - 2 \cdot n$; **scrie** k
- B. **citește** n ; $k \leftarrow (n - 1) \cdot (n - 1) - n$; **scrie** k

- C. citește n ; $k \leftarrow n \cdot n - n$; scrie k
 D. citește n ; $k \leftarrow (n - 1) \cdot (n - 1) + n$; scrie k
 E. citește n ; $k \leftarrow n \cdot (n - 1) + n$; scrie k

3. Considerăm arborele din imagine:



Asupra sa putem aplica oricâte operații de două tipuri:

1. ștergem o muchie;
2. adăugăm o muchie.

Care este numărul minim de operații care trebuie aplicate arborelui pentru a-l transforma într-un singur lanț care leagă cele 11 noduri?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5 E. 6

4. Care sunt ultimele patru cifre ale produsului tuturor numerelor prime mai mici sau egale cu 50?

- A. 5100 B. 1410 C. 9825 D. 2190 E. 0030

5. Un șir de caractere este *plictisitor* dacă are lungime egală cu 7 și conține caractere din mulțimea $\{A, B\}$.

Care este al 85-lea șir de caractere *plictisitor* în ordine alfabetică?

- A. BAABBB B. BBBABAB C. ABBBAAA D. BABABAA E. BABAAAB

Exemple de probleme de dificultate medie

1. Cristian este un copil neastâmpărat. De fiecare dată când iese afară cu tatăl său îi place să coboare pe scara cu 10 trepte de la bloc fie o singură treaptă, fie două trepte deodată.

În câte moduri diferite poate coborî Cristian cele 10 trepte?

A. 89 B. 90 C. 91 D. 92 E. 93

2. Ce valoare furnizează următorul subprogram, considerând faptul că n și x sunt două numere naturale nenule?

Varianta C/C++	Varianta Pascal
<pre>int test(int n, int x) { if (n == 0) return 1; else if (x > n) return 0; else return test(n - x, x + 1); }</pre>	<pre>function test(n, x:integer):integer; begin if (n = 0) then test := 1 else if (x > n) then test := 0 else test := test(n - x, x + 1); end;</pre>

- A. 1 dacă există un număr natural k astfel încât $n = \frac{k(2x+k+1)}{2}$ sau 0 în caz contrar
 B. 1 dacă există un număr natural k astfel încât $n = \frac{(k+1)(2x+k)}{2}$ sau 0 în caz contrar
 C. 1 dacă $\text{cmmdc}(x, n) = 1$ sau 0 în caz contrar
 D. 1 dacă n este divizibil cu x sau 0 în caz contrar
 E. 1 dacă este x divizibil cu n sau 0 în caz contrar

3. Se consideră un graf neorientat $G = (V, E)$ cu $|V| = n$ noduri și $|E| = m$ muchii, aciclic, fără muchii multiple și fără muchii de la un nod la el însuși.

Să se afle cea mai bună complexitate-timp a unui algoritm care testează dacă graful G este conex, primind ca input calea către un fișier text ce conține descrierea lui G în următorul format:

- pe prima linie numerele n și m , separate prin spațiu;
- pe următoarele m linii cele m muchii, reprezentate prin perechi de numere $u_i v_i$ ($1 \leq i \leq m$), separate prin spațiu.

Se garantează că descrierea din fișierul primit ca input este conformă cu restricțiile din enunț.

A. $O(n + m)$ B. $O(m)$ C. $O(n)$ D. $O(1)$ E. $O(nm)$

Exemple de probleme de dificultate ridicată

1. Considerăm următorul algoritm, unde $\lfloor x \rfloor$ indică partea întreagă a numărului real x :

```
citește  $n$   
 $sol \leftarrow 0$   
pentru  $i = 1, n$  execută  
     $n' \leftarrow n$   
     $i' \leftarrow i$   
     $bad \leftarrow 0$   
    cât timp  $i' > 0$  și  $bad = 0$  execută  
        cât timp  $n' > 0$  și  $n' \not\equiv i' \pmod{10}$  execută  
             $n' \leftarrow \lfloor n'/10 \rfloor$   
        dacă  $n' = 0$  atunci  
             $bad \leftarrow 1$   
        altfel  
             $n' \leftarrow \lfloor n'/10 \rfloor$   
             $i' \leftarrow \lfloor i'/10 \rfloor$   
    dacă  $bad = 0$  atunci  
         $sol \leftarrow sol + 1$   
scrie  $sol$ 
```

Dacă pentru variabila n se va citi valoarea 1342722453654, care va fi restul valorii afișate la împărțirea cu 107?

A. 17 B. 61 C. 39 D. 0 E. 89

2. Considerăm secvența de numere naturale x_1, x_2, \dots, x_n . Din această secvență se pot obține alte secvențe y_1, y_2, \dots, y_n folosind (de oricâte ori) următoarea operație:

- mai întâi, se extrage elementul de pe poziția i ($2 \leq i \leq n$);
- după aceea, se mută toate elementele situate la stânga poziției i cu o poziție la dreapta, iar elementul de pe poziția i se plasează pe prima poziție a secvenței.

De exemplu din secvența 1, 2, 3 folosind o singură operație se pot obține secvențele: 2, 1, 3 (se mută elementul de pe poziția 2) și 3, 1, 2 (se mută elementul de pe poziția 3).

Se dau următoarele două secvențe:

$$x = 30, 19, 4, 5, 3, 17, 15, 16, 2, 13, 20, 21, 23, 24, 22, 1, 10, 6, 7, 8, 9, 11, 25, 26, 27, 28, 29, 12, 14, 18$$

$$y = 30, 2, 19, 29, 25, 1, 5, 15, 22, 18, 27, 10, 4, 3, 17, 16, 13, 20, 21, 23, 24, 6, 7, 8, 9, 11, 26, 28, 12, 14$$

Numărul minim de operații necesare pentru a se obține secvența y din secvența x este egal cu:

A. 13 B. 6 C. 12 D. 15 E. Nu se poate obține