Relazione di CQ

TELETRASPORTO QUANTISTICO

Lavoro eseguito dagli studenti:

Di Via Roberto	4486648
Vernazza Edoardo	4499936
Trigoso Camposano Mathiw Rodny	4325532

Facoltà di Informatica DIBRIS | 30-11-20

Introduzione

Il teletrasporto quantistico si tratta di una tecnica nell'ambito dell'informatica quantistica che permette, sotto determinate condizioni, di trasferire uno stato quantistico sconosciuto (ossia lo stato di polarizzazione di fotoni, lo stato di spin di elettroni o lo stato di eccitazione di atomi), da un punto ad un altro arbitrariamente lontano e che potrebbe avere molte applicazioni nell'elaborazione dell'informazione nel futuro.

Si vedrà come tale protocollo non crei una copia di un qubit, bensì trasferisca lo stato quantistico di un qubit ad un altro.

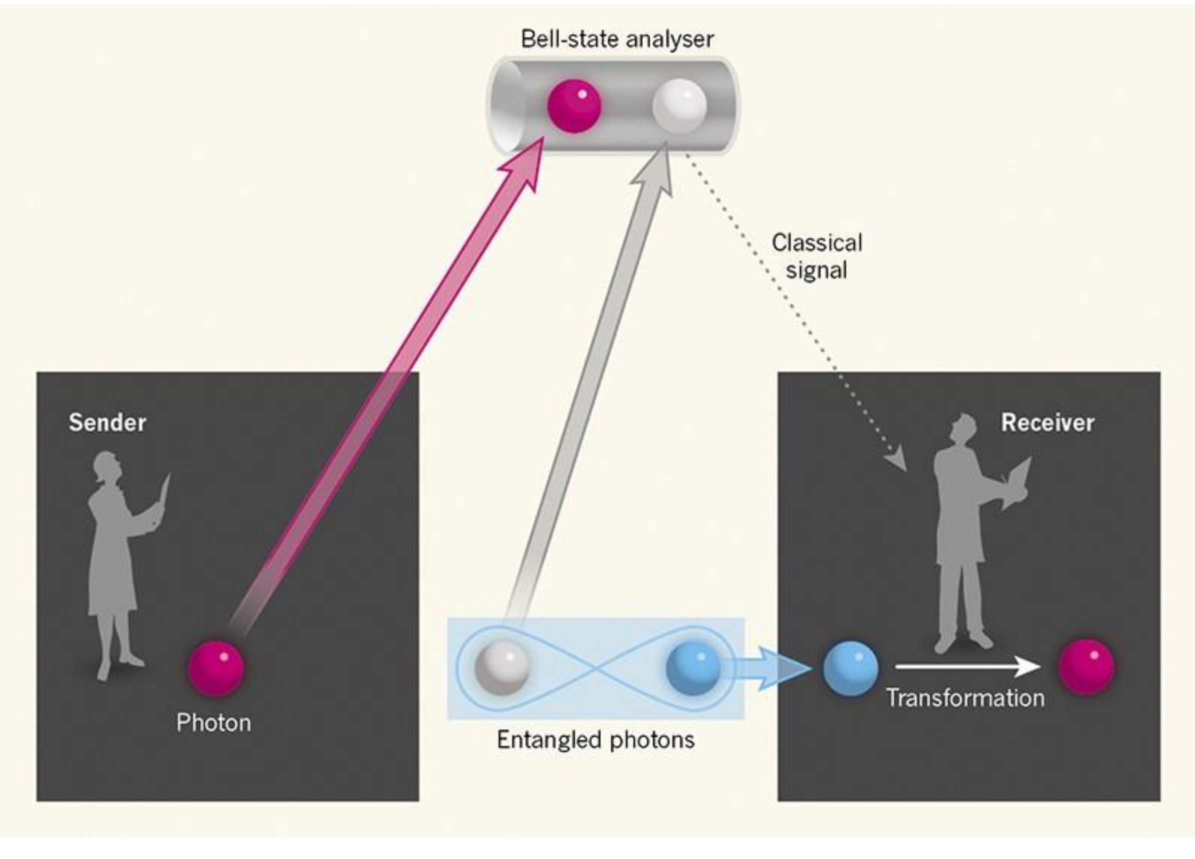
Per realizzare il teletrasporto è necessario utilizzare un duplice canale, uno classico e uno quantistico. Il primo serve per comunicare informazione classica, il secondo ad effettuare la procedura di teletrasporto vera e proprio.

Questo secondo canale sfrutta l'entanglement quantistico o correlazione quantistica, un fenomeno privo di un corrispettivo classico.

In estrema sintesi, il **concetto di entanglement** è basato sull'assunzione che gli stati quantistici di due particelle microscopiche A e B inizialmente interagenti possano risultare legati (appunto "intrecciati") tra loro in modo tale che, anche quando le due particelle vengono poste a grande distanza l'una dall'altra, la modifica che dovesse occorrere allo stato quantistico della particella A istantaneamente avrebbe un effetto misurabile sullo stato quantistico della particella B.

Secondo lo stesso Einstein, l'esistenza di una tale "interazione" a distanza metterebbe in seria crisi la nostra concezione di come la natura funziona, determinando conseguenze paradossali (come quelle descritte dal cosiddetto paradosso di Einstein-Podolsky-Rosen, altrimenti noto come EPR). Tale affermazione, come divenne chiaro molti decenni dopo, deve essere interpretata esclusivamente con riferimento alla Teoria della Relatività e non può essere ritenuta di validità generale.

Nel 1964 il fisico John Bell ricava una diseguaglianza matematica (nota, appunto, come diseguaglianza di Bell) che quantifica il massimo grado di correlazione tra gli stati quantici di particelle spazialmente distanti



Esperimento teletrasporto quantistico

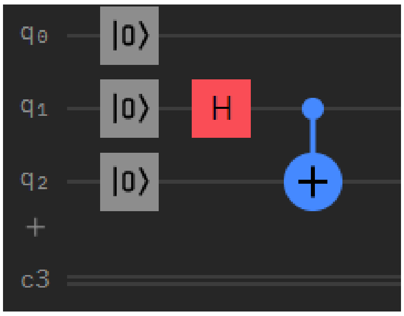
Dato un qubit che si trova nella sovrapposizione quantistica $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ si intende trasferire questo stato da Alice a Bob.

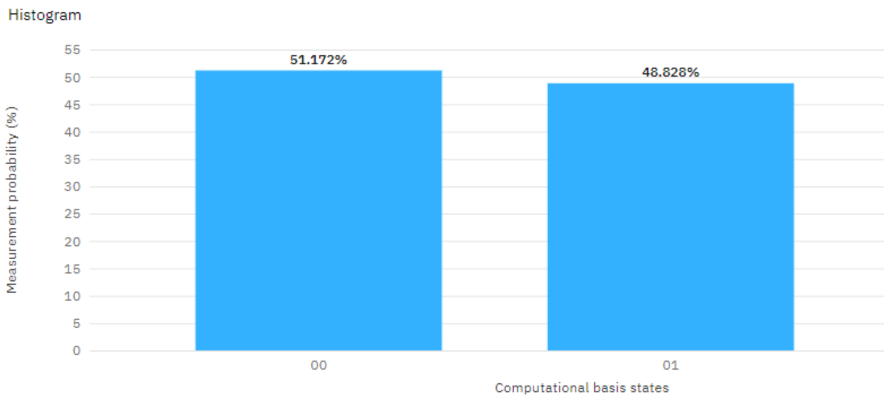
Creazione stato entangled:

Come prima cosa per effettuare l'esperimento abbiamo bisogno di uno stato entangled composto da 2 qubit condiviso da Alice e Bob.

Questa coppia entangled (chiamata stato di Bell) viene creata applicando la porta di Hadamard sul primo qubit (che produce un cambio di base) ed in seguito la porta CNOT che produce entagled.

$$|\beta_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B + |1\rangle_A \otimes |1\rangle_B) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

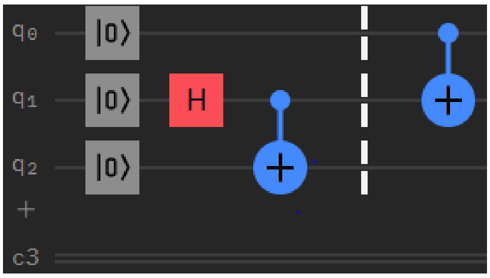




Inizio dell'esperimento

Fase 1:

Alice applica la porta CNOT (utilizzando il primo bit di controllo) tra il qubit da inviare e lo stato entangled cioè tra q[0] e q[1] .



Producendo :

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\alpha|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \beta|1\rangle(|10\rangle + |01\rangle)\right].$$

Fase 2:

Alice applica la porta di Hadamard al qubit q[0]

Producendo :

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}\left[\alpha(|0\rangle + |1\rangle)(|00\rangle + |11\rangle) + \beta(|0\rangle - |1\rangle)(|10\rangle + |01\rangle)\right].$$

Fase 3:

Alice misura il qubit[0] da inviare a Bob e il qubit entangled q[1]. La misura sul qubit q[1] agirà immediatamente anche sul qubit[2] di Bob.

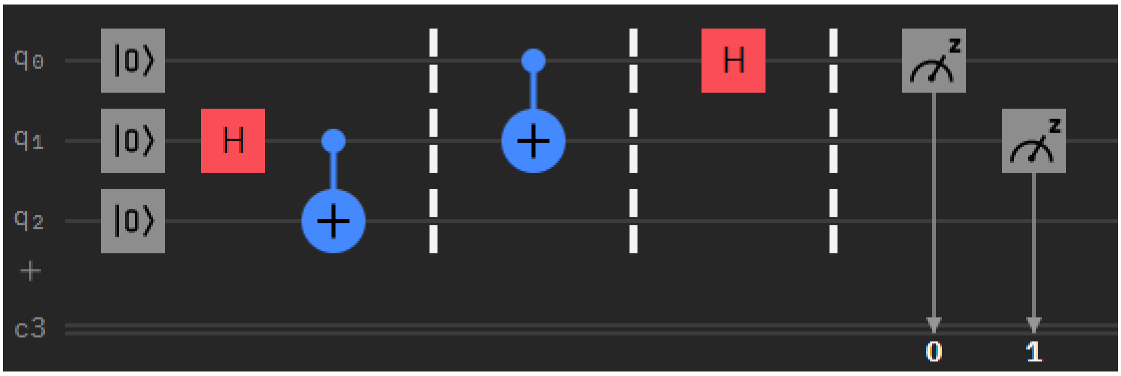
Bob si troverà in uno di questi quattro possibili stati:

$$
\begin{array}{lcll}
00 \text{ misura Alice} & \longrightarrow & \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle & \text{stato Bob} \\
01 \text{ misura Alice} & \longrightarrow & \alpha\,|1\rangle + \beta\,|0\rangle & \text{stato Bob} \\
10 \text{ misura Alice} & \longrightarrow & \alpha\,|0\rangle - \beta\,|1\rangle & \text{stato Bob} \\
11 \text{ misura Alice} & \longrightarrow & \alpha\,|1\rangle - \beta\,|0\rangle & \text{stato Bob}
\end{array}
$$

Ognuno di queste misure capita con probabilità di ¼, quindi Bob con probabilità 1/4 riceverà lo stato α|0> + β|1> oppure lo stato α|1> + β|0> e così via.

Per completare il teletrasporto Bob avrà bisogno di conoscere il risultato della misura di Alice. In tal modo potrà applicare una trasformazione appropriata (tramite una porta quantistica) al suo qubit.

Se Alice effettua la misura e ottiene 00, allora Bob non dovrà fare nulla, perché il suo qubit sarà già nello stato giusto. Nel caso in cui, invece, Alice ottenga 01, Bob dovrà applicare la porta X. Se Alice ottiene 10, Bob applicherà il gate Z, infine se il risultato di Alice è 11, Bob applicherà sia X che Z.



HOME ASSIGMENT 1 - Implementazione del teletrasporto quantistico

a) <u>si costruisca lo stato |ψ> = α |0>+β |1> con |α|² = 0.9 e |β|² = 0.1</u>

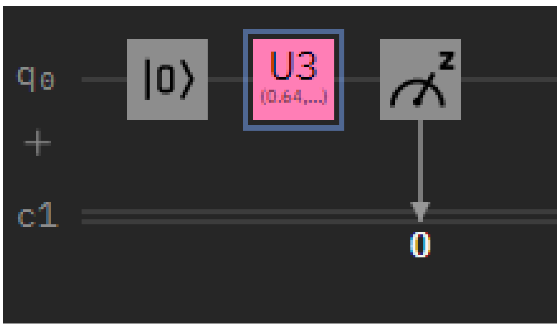
Un qubit generico è : $|\psi\rangle = e^{i\gamma}(cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi}sen\frac{\theta}{2}|1\rangle)$

Impostiamo il coefficiente di |0> come $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{0.9} \;\Rightarrow\; \theta = 0.64$

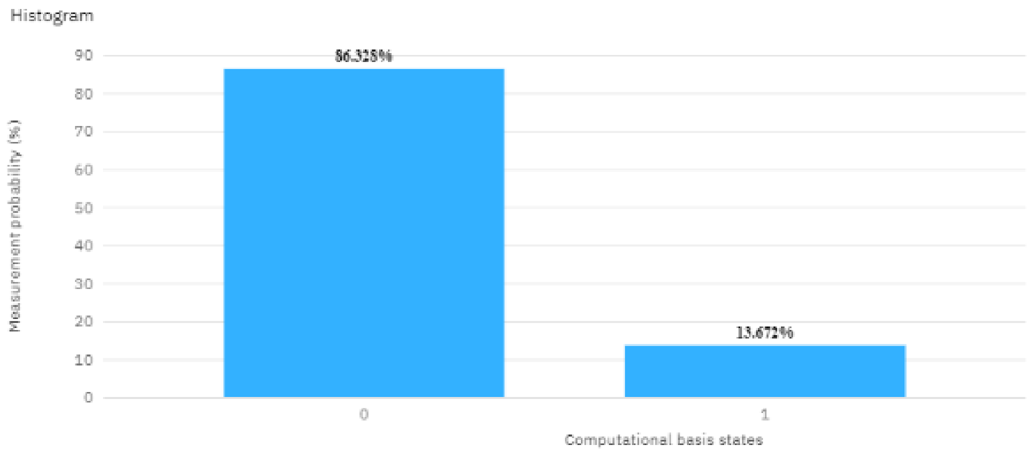
Ora che abbiamo ottenuto theta, possiamo usare l'operatore U_3 per creare uno stato quantistico arbitrario.

$$U_3(0.64, 0.2, 0.1)|0\rangle = \cos\left(\frac{0.64}{2}\right)\;|0\rangle \;+\; e^{0.2i}sen\left(\frac{0.64}{2}\right) = \sqrt{0.9}\;|0\rangle + \;\sqrt{0.1}\;|1\rangle$$

Come rappresentato dal grafico il qubit collassa l'86% delle volte in |0> e il 14% delle volte in |1>

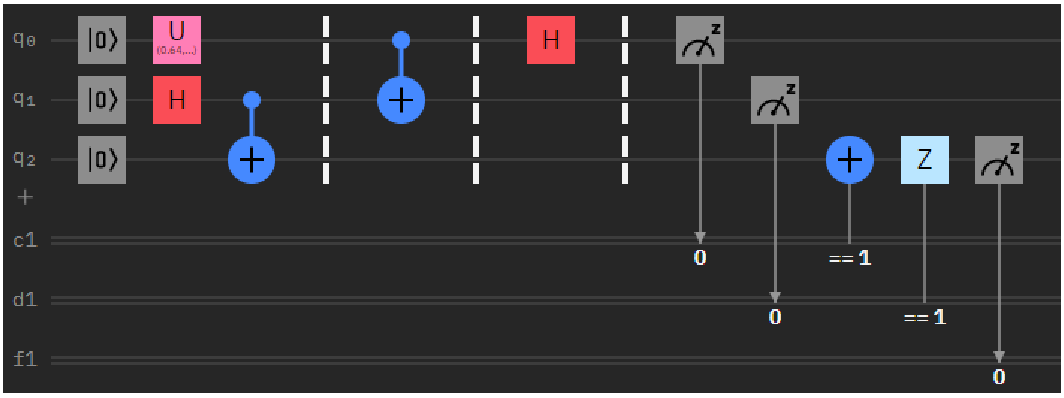


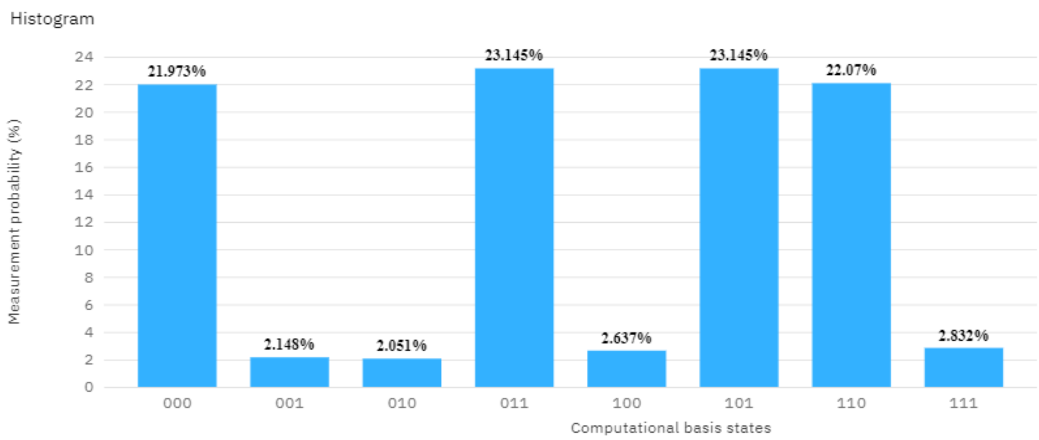

```
qreg q[1];
creg c[1];

reset q[0];
u3(0.64,0.2,0.1) q[0];
measure q[0] -> c[0];
```



b) <u>si implementi un esperimento di teletrasporto fra Alice e Bob.</u>

Implementiamo l'esperimento sul teletrasporto quantistico sullo stato precedentemente creato al punto A.
Lo stato da inviare è rappresentato dallo stato q[0] che Alice vuole inviare a Bob.





Questi risultati rappresentano le possibili combinazioni di stati dei 3 qubit, di cui i primi due bit sono di Alice e l'ultimo di Bob.
Alice può assumere i valori {00, 01, 10, 11} con i suoi qubit.
Bob può assumere i valori {0, 1}.

Definiti gli eventi E, F, G:

F = {Alice misura 00}

E = {Alice misura 00 e Bob 0}

G = {Alice misura 00 e Bob 1}

La probabilità che si verifichi l'evento E conoscendo l'evento F è:

$$p(E|F) = \frac{p(E \ \cap \ F)}{p(F)} = \frac{0.219}{0.219 + 0.020} = \frac{0.219}{0.239} = 91\%$$

La probabilità che si verifichi l'evento G conoscendo l'evento F è:

$$p(G|F) = \frac{p(G \ \cap \ F)}{p(F)} = \frac{0.021}{0.220 + 0.021} = \frac{0.021}{0.241} = 9\%$$

Quindi quando Alice si trova nell'evento F, la misura effettuata da Bob su q[2] restituisce lo stato |0> nel 91% dei casi e |1> nel 9% dei casi.

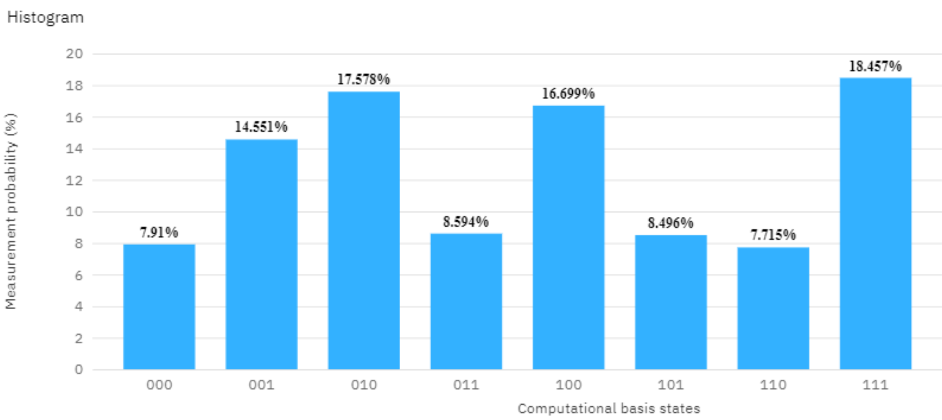
Eseguendo lo stesso calcolo con i qubit di alice a {01, 10, 11}, il qubit di Bob collassa sempre nello stato |0> circa il 90% delle volte e nello stato |1> il restante 10% circa.

Questi risultati sono consistenti con lo stato fornito al punto A cioè:
$|\psi\rangle = \alpha\ |0\rangle + \beta\ |1\rangle$ con $|\alpha|^2 = 0.9$ e $|\beta|^2 = 0.1$

c) <u>si ripetano i punti precedenti con un altro stato in cui $|\alpha|^2 = 0.3$ e $|\beta|^2 = 0.7$</u>

Questa volta abbiamo lo stato $|\psi\rangle = \alpha\ |0\rangle + \beta\ |1\rangle$ con $|\alpha|^2 = 0.3$ e $|\beta|^2 = 0.7$
Alice invierà questo stato a Bob utilizzando il circuito precedentemente creato al punto B variando i parametri dell'operatore U.

```
OPENQASM 2.0;
include "qelib1.inc";

qreg q[3];
creg c[1];
creg d[1];
creg f[1];

reset q[0];
reset q[1];
u(1.98,0.2,0.1) q[0];
h q[1];
reset q[2];
cx q[1],q[2];
barrier q[1],q[0],q[2];
cx q[0],q[1];
barrier q[1],q[0],q[2];
h q[0];
barrier q[0],q[1],q[2];
measure q[0] -> c[0];
measure q[1] -> d[0];
if(c==1) x q[2];
if(d==1) z q[2];
measure q[2] -> f[0];
```



Come ottenuto nel punto precedente questi risultati rappresentano le possibili combinazioni di stati dei 3 qubit, di cui i primi due bit sono di Alice e l'ultimo di Bob.

Alice può assumere i valori {00, 01, 10, 11} con i suoi qubit.
Bob può assumere i valori {0, 1}.

Definiti gli eventi E, F, G:

F = {Alice misura 00}
E = {Alice misura 00 e Bob 0}
G = {Alice misura 00 e Bob 1}

La probabilità che si verifichi l'evento E sapendo l'evento F è:

$$p(E|F) = \frac{p(E \cap F)}{p(F)} = \frac{0.07}{0.07 + 0.145} = \frac{0.07}{0.215} = 33\%$$

La probabilità che si verifichi l'evento G sapendo l'evento F è:

$$p(G|F) = \frac{p(G \cap F)}{p(F)} = \frac{0.145}{0.07 + 0.145} = \frac{0.145}{0.215} = 67\%$$

Quindi quando Alice si trova nell'evento F la misura effettuata da Bob su q[2] restituisce lo stato |0> nel 33% dei casi e |1> nel 67% dei casi.

Eseguendo lo stesso calcolo con i qubit di alice a {01, 10, 11}, il qubit di Bob collassa sempre nello stato |0> circa il 30% delle volte e nello stato |1> il restante 70% circa.

Ancora una volta questi risultati sono consistenti con lo stato fornito al punto A cioè |ψ> = α |0>+β |1> con $|\alpha|^2 = 0.3$ e $|\beta|^2 = 0.7$.

Materiale utilizzato

https://core.ac.uk/download/pdf/78373181.pdf

https://amslaurea.unibo.it/11465/1/Tesi_Giulia_Callisesi.pdf

https://www.scienzaeconoscenza.it/blog/scienza_e_fisica_quantistica/cos-e-entanglement-meccanica-quantistica

Dispense del prof. Solinas

https://quantum-computing.ibm.com/docs/iqx/operations-glossary

https://qiskit.org/textbook/ch-algorithms/teleportation.html

https://quantum-computing.ibm.com/