PLANO DE FASE

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE UM SISTEMA DE n-ÉSIMA ORDEM, PARA TODAS AS POSSÍVEIS SOLUÇÕES.

O OBJETIVO É VISUALIZAR EM UM ÚNICO GRÁFICO O COMPORTAMENTO DO SISTEMA PARA UM CONJUNTO DE CONDIÇÕES INICIAIS (FAMÍLIA DE SOLUÇÕES).

PARA UM SISTEMA DE ORDEM $n \geq 2$ DETERMINAMOS n SISTEMAS DE ORDEM 1.

* CASO GERAL:

$$y'' + a y' + b y = 0 \qquad (1)$$

$$v = \frac{dy}{dt} \qquad (2)$$

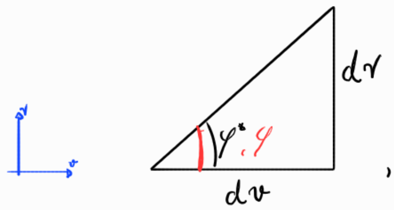
$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} = -a\frac{dy}{dt} - by = -av - by \qquad (3)$$

$$\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dv}{dt}} = \frac{dy}{dv} = \frac{v}{-av - by} \qquad (4)$$

Considerando que $\frac{dy}{dv}$ é uma inclinação φ, que pode ser obtido com $\tan^{-1}(dy/dv) = \varphi^*$ ou $\text{TAN2}^{-1}(dy, dv) = \varphi$

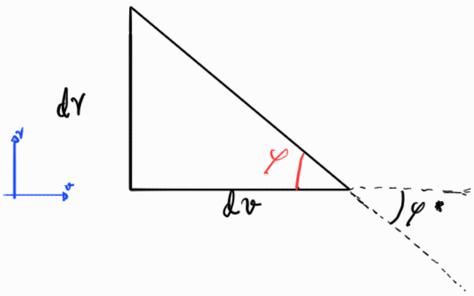
$$\boxed{\varphi^* \text{ É DEFINIDO APÓS UMA ANÁLISE DO QUADRANTE EXPLICADA NO MÉTODO 2.}}$$

*Método 1

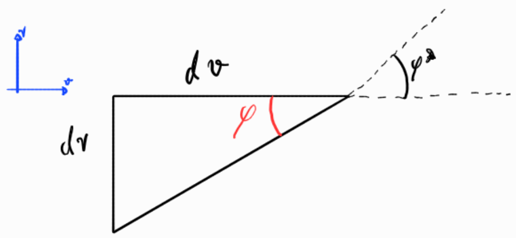


, primeiro quadrante

, transição

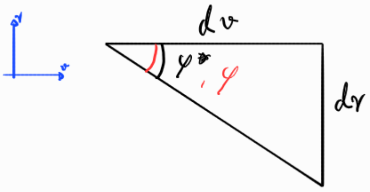


, segundo quadrante



, terceiro quadrante

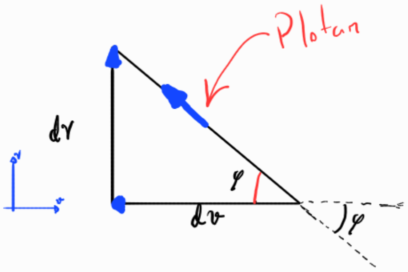
, transição



, Quarto quadrante

Para cada par (v, r) plota-se um vetor.

EXEMPLO:

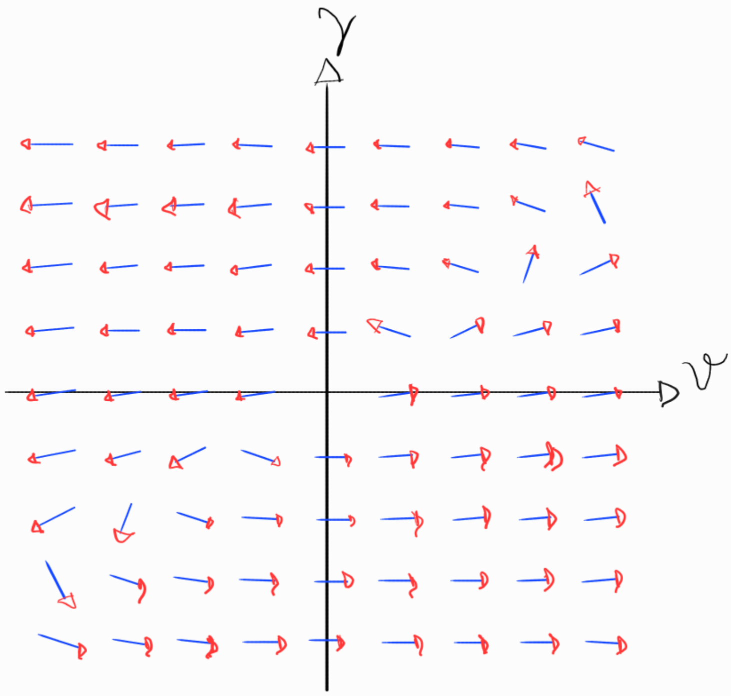


, segundo quadrante

EXEMPLO:

P/ $Y'' - 7Y' + 10Y = 0$

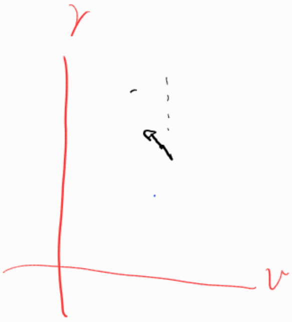
$$\frac{dY}{dv} = \frac{(v)}{(7v - 10Y)} = \frac{K_0}{K_1}$$



* Método 2:

Após determinar $\frac{dr}{dv}$, calcular $\varphi^* = \tan^{-1}\left(\frac{dr}{dv}\right)$

Atualizar o valor de φ^*: $\varphi < 270°$



$$\frac{dr}{dv} = \frac{K_0}{K_1}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} K_0 > 0 \rightarrow K_0^+ \\ K_0 < 0 \rightarrow K_0^- \end{array}}$$

i) Se $K_1 = 0$:

Se K_0^+ , $\uparrow$ $\varphi = +90°$

Se K_0^- , $\downarrow$ $\varphi = -90°$

ii) Se K_1^+: $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{dr}{dv}\right)$

iii) Se K_1^-: $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{dr}{dv}\right) + 180°$

* Possíveis configurações para a seta: