1.3 Hilfsgrössen:

Wir definieren den Schwerpunkt

$$s = \frac{a+b+c}{3}$$

Dieser transformiert als Ortsvektor, denn

$$\begin{aligned} s' &= \frac{a'+b'+c'}{3} = \frac{Oa+t+Ob+t+Oc+t}{3} \\ &= \frac{Oa+Ob+Oc}{3} + t = Os + t = f(s) \end{aligned}$$

Ausserdem definieren wir die dem Transformationsgesetz $w' = Ow$ folgenden Richtungsvektoren

$$\begin{aligned} u &= \frac{b-a}{|b-a|} \\ v &= \frac{c-a}{|c-a|} \\ k &= \frac{u+v}{|u+v|} \\ l &= \frac{u-v}{|u-v|} \\ m &= k \times l \end{aligned}$$

sowie die entsprechenden gestrichenen Grössen.

1.4 Die Transformation

Nach Konstruktion sind k, l, m und die entsprechenden gestrichenen Grössen jeweils eine Orthonormalbasis die Transformation

$$Ow = k'(k,w) + l'(l,w) + m'(m,w)$$

ist damit orthogonal und es gilt

$$\begin{aligned} Ok &= k' \\ Ol &= l' \\ Om &= m' \end{aligned}$$

Die Transformation O entspricht damit der gesuchten Transformationsmatrix. Die Matrix-Komponenten dieser Matrix erhält man, indem man für w die Einheitsvektoren der Standardbasis einsetzt.

Definieren wir nun

$$f(x) = k'(k, x-s) + l'(l, x-s) + m'(m, x-s) + s'$$