

Operações Geométricas (Warping) em Imagens

Roberto Gerson de Albuquerque Azevedo

Foundations of Computer Graphics 2011.1 PUC-Rio

9 de maio de 2011

Sumário

Operações
Geométricas
(Warping) em
Imagens

Roberto
Azevedo

Introdução
Exemplos
Classificação

Função de
Mapeamento

Problemas na
Reamostragem
Twirl
Spherical
Perspective

- 1 Introdução
 - Exemplos
 - Classificação

- 2 Função de Mapeamento
 - Problemas na Reamostragem
 - Twirl
 - Spherical
 - Perspective

Introdução

Operações
Geométricas
(Warping) em
Imagens

Roberto
Azevedo

Introdução

Exemplos
Classificação

Função de
Mapeamento

Problemas na
Reamostragem
Twirl
Spherical
Perspective

- Operações Geométricas (ou filtros geométricos, ou *Warping*) tem como objetivo alterar as posições dos pixels da imagem, baseada em alguma função de mapeamento.
- Extremamente útil para o mapeamento de texturas.
- Em princípio, uma operação geométrica transforma uma dada imagem I para uma nova imagem I' modificando as coordenadas dos pixels da imagem:

$$I(x, y) \rightarrow I'(x', y')$$

Transformações Geométricas - Exemplos

Operações
Geométricas
(Warping) em
Imagens

Roberto
Azevedo

Introdução
Exemplos
Classificação

Função de
Mapeamento

Problemas na
Reamostragem
Twirl
Spherical
Perspective



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

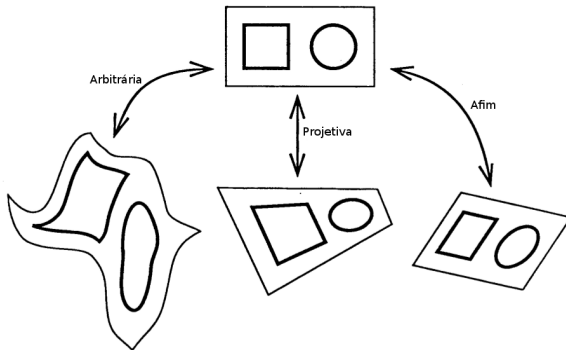
Exemplos de transformações geométricas em imagens: (a) escala; (b) rotação; (c) cisalhamento; (d) perspectiva; e (e) twirl.

Transformações Geométricas - Classificação

Operações
Geométricas
(Warping) em
Imagens

Roberto
Azevedo

Introdução
Exemplos
Classificação
Função de
Mapeamento
Problemas na
Reamostragem
Twirl
Spherical
Perspective



Reamostragem: Source-to-target X Target-to-source

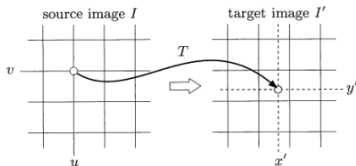
Operações
Geométricas
(Warping) em
Imagens

Roberto
Azevedo

Introdução
Exemplos
Classificação

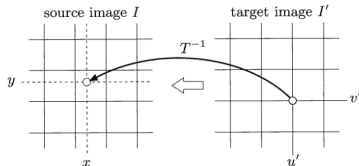
Função de
Mapeamento

Problemas na
Reamostragem
Twirl
Spherical
Perspective



Source-to-target: Para cada pixel (x, y) da imagem original I a posição transformada em I' é dada por:

$$(u, v) = T(x, y)$$



Target-to-source: Para cada pixel (u', v') da imagem final I' , é computado o ponto correspondente (contínuo) da imagem original:

$$(x, y) = T^{-1}(u', v')$$

Transformações Geométricas - Problemas

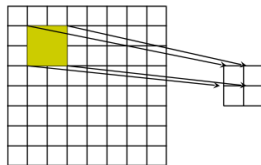
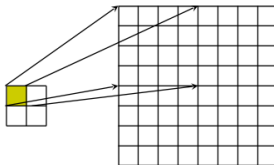
Operações
Geométricas
(Warping) em
Imagens

Roberto
Azevedo

Introdução
Exemplos
Classificação
Função de
Mapeamento

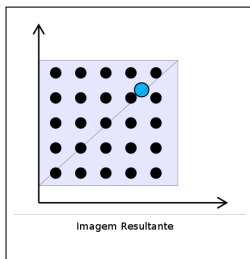
Problemas na
Reamostragem
Twirl
Spherical
Perspective

- Operações geométricas não são simples, porque envolvem reamostrar os pixels que inicialmente são discretos em um domínio de reais.
- Problemas:
 - Magnificação - duplica informação (serrilhado)
 - Minimificação - perde informação (*aliasing*)



Reamostragem: Interpolação

- A função de mapeamento comumente é uma função $R^2 \rightarrow R^2$.
- Como tanto a imagem original como a imagem final são discretas, quase sempre temos um problema de reamostragem depois de aplicar a função de mapeamento.



Reamostragem: "Interpolação" (Nearest Neighbor)

Operações
Geométricas
(Warping) em
Imagens

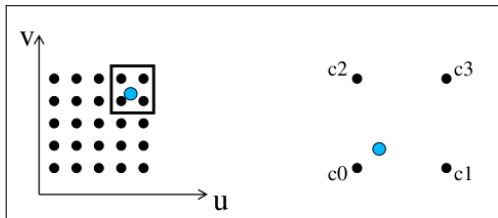
Roberto
Azevedo

Introdução
Exemplos
Classificação

Função de
Mapeamento

Problemas na
Reamostragem
Twirl
Spherical
Perspective

- A função de mapeamento comumente é uma função $R^2 \rightarrow R^2$.
- Como tanto a imagem original como a imagem final são discretas, quase sempre temos um problema de reamostragem depois de aplicar a função de mapeamento.



Twirl

Operações
Geométricas
(Warping) em
Imagens

Roberto
Azevedo

Introdução
Exemplos
Classificação

Função de
Mapeamento

Problemas na
Reamostragem

Twirl
Spherical
Perspective

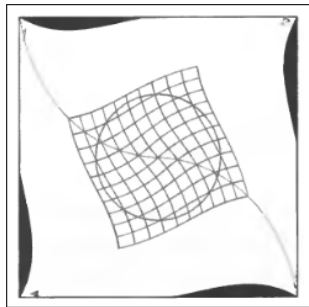
- A transformação "Twirl" faz uma rotação na imagem ao redor de um dado ponto $p_c = (x_c, y_c)$ com variação espacial em relação ao ângulo de rotação α .
- A imagem se mantém inalterada fora de um limite dado por r_{max} .

Input:

Centro: $p_c = (x_c, y_c)$

Ângulo de Rotação: α

Raio Máximo: r_{max}



Twirl: Função de Mapeamento Inverso

Operações
Geométricas
(Warping) em
Imagens

Roberto
Azevedo

Introdução
Exemplos
Classificação

Função de
Mapeamento

Problemas na
Reamostragem
Twirl
Spherical
Perspective

A Função de Mapeamento inverso da transformação *twirl* (dado um ponto da textura (u, v) , determina o ponto correspondente na image) é dada por:

$$T_x^{-1} : x = \begin{cases} x_c + r \cdot \cos(\beta), & \text{se } r \leq r_{max} \\ x', & \text{se } r > r_{max} \end{cases} \quad (1)$$

$$T_y^{-1} : y = \begin{cases} y_c + r \cdot \sin(\beta), & \text{se } r \leq r_{max} \\ y', & \text{se } r > r_{max} \end{cases} \quad (2)$$

Onde,

$$\left. \begin{aligned} d_x &= x' - x_c \\ d_y &= y' - y_c \end{aligned} \right| \begin{aligned} r &= \sqrt{d_x^2 + d_y^2} \\ \beta &= \text{AcTang}(s_x, d_y + \alpha \cdot (\frac{r_{max} - r}{r_{max}})) \end{aligned} \quad (3)$$

Spherical

Operações
Geométricas
(Warping) em
Imagens

Roberto
Azevedo

Introdução
Exemplos
Classificação

Função de
Mapeamento

Problemas na
Reamostragem
Twirl
Spherical
Perspective

- A deformação esférica imita o efeito de visualizar uma imagem por meio de uma meia esfera ou lente posta sobre a imagem.

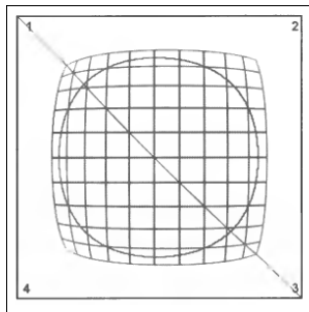
Input:

Centro da lente

esférica: $p_c = (x_c, y_c)$

Raio da lente: r_{max}

Índice de refração: ρ



Spherical: Função de mapeamento inverso.

Operações
Geométricas
(Warping) em
Imagens

Roberto
Azevedo

Introdução

Exemplos
Classificação

Função de
Mapeamento

Problemas na
Reamostragem

Twirl

Spherical
Perspective

$$T_x^{-1} : x = x' - \begin{cases} z \cdot \tan(\beta_x), & \text{se } r \leq r_{max} \\ 0, & \text{se } r > r_{max} \end{cases} \quad (4)$$

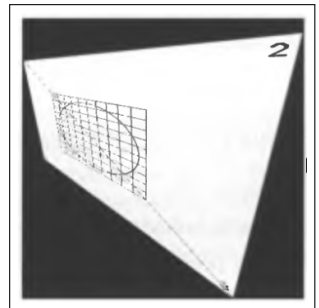
$$T_y^{-1} : y = y' - \begin{cases} z \cdot \tan(\beta_y), & \text{se } r \leq r_{max} \\ 0, & \text{se } r > r_{max} \end{cases} \quad (5)$$

Onde,

$$\begin{aligned} d_x = x' - x_c & \left| \begin{array}{l} r = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} \\ \beta_x = (1 - \frac{1}{\rho} \cdot \sin^{-1}(\frac{d_x}{\sqrt{d_x^2 + z^2}})) \end{array} \right. \\ d_y = y' - y_c & \left| \begin{array}{l} z = \sqrt{r_{max}^2 - r^2} \\ \beta_y = (1 - \frac{1}{\rho} \cdot \sin^{-1}(\frac{d_y}{\sqrt{d_y^2 + z^2}})) \end{array} \right. \end{aligned} \quad (6)$$

Perspective

- A projeção perspectiva é uma transformação linear entre quadriláteros arbitrários.
- A projeção perspectiva pode ser escrita como um mapeamento linear em coordenadas homogêneas:



Operações Geométricas (Warping) em Imagens

Roberto
Azevedo

Introdução

Exemplos

Classificação

Função de
Mapeamento

Problemas na
Reamostragem

Twirl

Spherical

Perspective

- TODO: EWA.
- TODO: Enhanced EWA.

Conclusões

Operações
Geométricas
(Warping) em
Imagens

Roberto
Azevedo

Introdução
Exemplos
Classificação

Função de
Mapeamento

Problemas na
Reamostragem
Twirl
Spherical
Perspective

- Transformações geométricas não são simples.
- Filtros são necessários.
- Filtros isotrópicos / anisotrópicos.