

1.8 Mediana (m_d)

É um valor real que separa o Rol em duas partes deixando à sua esquerda o mesmo número de elementos que à sua direita. Portanto, a mediana é um valor que ocupa a posição central em uma série.

1.8.1 Dados Brutos ou Rol

O primeiro passo a fazer é ordenar os elementos caso sejam dados brutos, obtendo o Rol. Daí, determinar o número de elementos do Rol.

Se **n é ímpar**, o Rol admite apenas um termo central, que ocupa a posição $(\frac{n+1}{2})^\circ$.

Ex.:

$$\begin{aligned} X &: 2, 20, 12, 23, 20, 8, 12 \\ \text{o rol } X &: 2, 8, 12, \mathbf{12}, 20, 20, 23 \\ n = 7 &\rightarrow \left(\frac{7+1}{2}\right)^\circ = 4^\circ \text{ termo} \Rightarrow m_d = 12 \end{aligned}$$

“A metade dos valores da série são menores ou iguais a 12, e metade dos valores são maiores ou iguais a 12.”

Se **n é par**, o Rol admite dois termos centrais que ocupam as posições $(\frac{n}{2})^\circ$ e $(\frac{n}{2} + 1)$. A mediana é convenionada como sendo a média dos valores que ocupam estas posições centrais.

Ex.:

$$\begin{aligned} X &: 7, 21, 13, 15, 10, 8, 9, 13 \\ \text{o rol } X &: 7, 8, 9, 10, 13, 13, 15, 21 \\ n = 8 &\rightarrow \left(\frac{8}{2}\right)^\circ = 4^\circ \text{ termo e } 5^\circ \text{ termo} \\ m_d &= \frac{10 + 13}{2} = 11,5 \end{aligned}$$

1.8.2 Variável Discreta

Eles já estão naturalmente organizados e basta que apliquemos o raciocínio anterior. Para nos auxiliar na localização dos termos centrais, utilizamos a frequência acumulada.

Ex.:

x_i	f_i	F_i
2	1	1
5	4	5
8	10	15
10	6	21
12	2	23

$$n = 23 \rightarrow \left(\frac{23+1}{2}\right)^\circ = 12^\circ \text{ termo}$$

15 Termos \therefore 12º termo são 3 termos anteriores, ou seja, é o oito.
 $m_d = 8$

Analisemos outro exemplo:

x_i	f_i	F_i
0	3	3
1	5	8
2	8	16
3	10	26
5	6	32

$$n = 32 \rightarrow \left(\frac{32}{2}\right)^\circ = 16^\circ \text{ termo e } 17^\circ \text{ termo.}$$

Podemos observar na tabela que o 16º termo se encontra na linha onde $F_i = 16$ ($i = 3$), ou seja, é o elemento $x_i = x_3 = 2$. E o 17º termo se encontra na linha onde $F_i = 26$ ($i = 4$), ou seja, é o elemento $x_i = x_4 = 3$.
Logo: $m_d = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{2 + 3}{2} = 2.5$.

1.8.3 Variável Contínua

Neste ponto, devemos lembrar que quando utilizamos não podemos identificar os elementos da série e sim o intervalo de elementos. Portanto, não podemos aplicar o raciocínio até aqui utilizado. Com o objetivo de generalizar a fórmula do cálculo da mediana, vamos estudar um exemplo:

Classe	Int. Classe	f_i
1	3 — 6	2
2	6 — 9	5
3	9 — 12	8
4	12 — 15	3
5	15 — 18	1

 \Rightarrow

$n = 19$ elementos

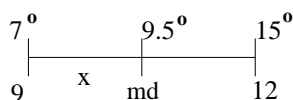
A mediana por definição, separa o número de elementos da série em dois grupos, contendo cada um deles 50% dos elementos. Assim a posição da mediana na série é $n/2$. No exemplo, $(19/2)^\circ = 9,5^\circ$. Este valor, nos diz que a mediana é um elemento posicionado entre o 9º e o 10º elemento da série.

Para identificarmos em qual classe está o 9º e o 10º elementos vamos calcular as frequências acumuladas:

Classe	Int. Classe	f_i	F_i
1	3 — 6	2	2
2	6 — 9	5	7
3	9 — 12	8	15
4	12 — 15	3	18
5	15 — 18	1	19

Podemos observar que o 9º e o 10º elementos estão na classe 3.

A classe 3 contém a mediana e a chamamos de *classe mediana*. Este intervalo de 3 unidades contém 8 elementos, supondo que eles estão distribuídos uniformemente, podemos então:



$$\frac{15 - 7}{3} = \frac{9.5 - 7}{x} \Rightarrow x = \frac{9.5 - 7}{8} \cdot 8$$

$$m_d = 9 + x = 9 + \left(\frac{9.5 - 7}{8} \cdot 8\right) = 9.9375$$

Generalizando:

$$m_d = l_{md} + \frac{n/2 - F_{ant}}{f_{md}} \cdot h$$

- O valor obtido por esta fórmula é um valor aproximado do verdadeiro valor da mediana da série.

1.9 Moda (m_o)

É o valor de maior frequência em um conjunto de dados.

1.9.1 Dados brutos ou Rol

Ex.:

1. X: 2,8,3,**5**,4,**5**,3,**5**,**5**,1 $m_o = 5$, unimodal
2. X: 6,10,5,6,10,2 $m_o = 6$ e 10, bimodal
3. X: 2,2,5,8,5,8 $m_o = 2, 5, 8$, amodal

1.9.2 Variável Discreta

Ex.:

x_i	f_i	
0	2	
2	5	
3	8	$m_o = 3$, unimodal
4	3	
5	1	

Utilização das Medidas de Tendência Central

Na maioria das situações, não necessitamos calcular as três medidas de tendência central. Normalmente, precisamos apenas de uma medida para caracterizar o centro da série. A medida ideal em cada caso é aquela que melhor representa a maioria dos dados da série.

Podemos utilizar como critério a concentração dos dados:

- na área central: média
- afastados do centro: mediana
- existe um elemento típico: moda

Exercícios Propostos

1. Calcule a mediana da sequência:
 - a) X: 2, 5, 8, 10, 12, 15, 8, 5, 12
 - b) Y: 3,4; 5,2; 4,7; 6; 8,4; 9,3; 2,1; 4,8
2. Interprete os valores obtidos no exercício anterior.

3. Calcule a mediana da distribuição do número de acidentes por dia, observados em determinado cruzamento, durante 40 dias.

Nº de acidentes por dia	Número de dias
0	30
1	5
2	3
3	1
4	1

4. Interprete o valor da mediana obtida no problema anterior.
5. Uma máquina produz peças que são embaladas em caixas contendo 48 unidades. Uma pesquisa realizada com 59 caixas, revelou a existência de peças defeituosas seguindo a tabela:

Nº de peças defeituosas por caixa	Número de caixas
0	20
1	15
2	12
3	6
4	4
5	2

Determine o valor mediano da série.

6. Interprete o valor obtido no problema anterior.
7. O departamento de recursos humanos de uma empresa, tendo em vista o aumento de produtividade de seus vendedores, resolveu, premiar com um aumento de 5% no salário, a metade de seus vendedores mais eficientes. Para isto, fez um levantamento de vendas semanais, por vendedor, obtendo a tabela:

Classe	Vendas \$	Nº de vendedores
1	0 — 10.000	1
2	10.000 — 20.000	12
3	20.000 — 30.000	27
4	30.000 — 40.000	31
5	40.000 — 50.000	10

A partir de qual volume de vendas o vendedor será premiado?

8. Calcule a moda das séries abaixo:

a) X: 2,3,5,4,5,2,5,7

b) Y: 4,12,5,9,12,4,3

c) J: 7,7,7,7

d) Z: 4,5,6,6,6,7,8,8,8,9,10,10,10,11

9. Interprete os valores obtidos na questão anterior.

10. Calcule a moda da distribuição abaixo e interprete o seu valor.

x_i	f_i
2	1
3	7
4	2
5	2

11. Calcule a moda da série:

x_i	f_i
4	3
5	7
6	7
8	3

12. Calcule a moda da distribuição do número de acidentes diário, observados em um cruzamento, durante 40 dias (tabela da questão 5). Interprete o valor obtido.
13. Qual é a medida de tendência central que melhor representa a série do problema 11.
14. Qual é a medida de tendência central que melhor representa a série do problema 12.

Referências Bibliográficas

- [1] Silva, E. M.; Gonçalves, V.; Silva, E. M.; Murolo, A. C., *Estatística*, Editora Atlas S.A., 1995.