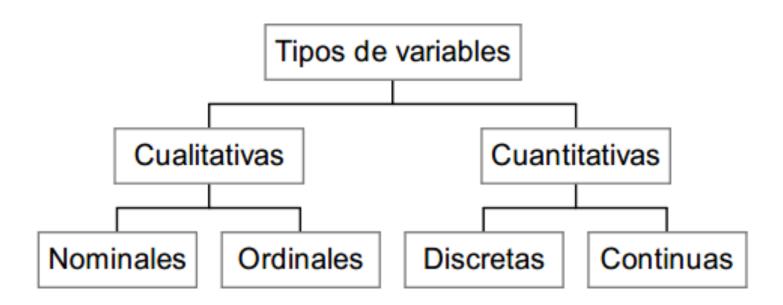


Programa Iberoamericano de Formación en Minería de Datos



# Aprendizaje Supervisado Método de los K Vecinos más cercanos

## Tipos de Variables

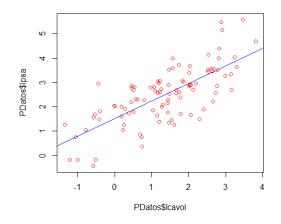




## Regresión vs Clasificación

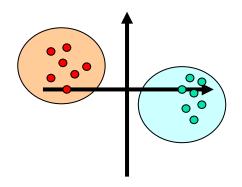
## Regresión:

- La variable a predecir es cuantitativa
- Por ejemplo predecir el salario de una persona



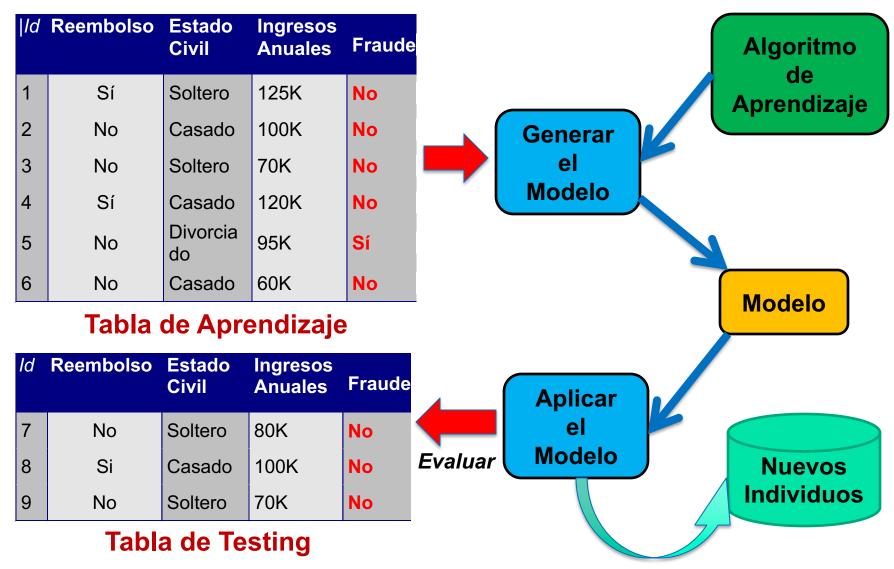
## Clasificación

- La variable a predecir es cualitativa
- Por ejemplo predecir si una transacción es fraude o no





#### Modelo general de los métodos de Clasificación





#### Predicción (Clasificación): Definición

- Dada una colección de registros (conjunto de entrenamiento) cada registro contiene un conjunto de variables (atributos) denominado x, con un variable (atributo) adicional que es la clase denominada y.
- El objetivo de la clasificación es encontrar un modelo (una función o algortimo) para predecir la clase a la que pertenecería cada registro, esta asignación una clase se debe hacer con la mayor precisión posible.
- Un conjunto de prueba (tabla de testing) se utiliza para determinar la precisión del modelo. Por lo general, el conjunto de datos dado se divide en dos conjuntos al azar de el de entrenamiento y el de prueba.



## Definición de Predicción (Clasificación)

- Dada una base de datos  $D = \{t_1, t_2, ..., t_n\}$  de tuplas o registros (individuos) y un conjunto de clases  $C = \{C_1, C_2, ..., C_m\}$ , el **problema de la clasificación** es encontrar una función  $f: D \to C$  tal que cada  $t_i$  es asignada una clase  $C_i$ .
- f: D → C podría ser una Red Neuronal, un Árbol de Decisión, un modelo basado en Análisis Discriminante, o una Red Beyesiana.



#### Ejemplo: Créditos en un Banco

Tabla de Aprendizaje

Variable a Predecir

	Id	MontoCredito	IngresoNeto	CoeficienteCre	MontoCuota	GradoAcademico	BuenPagador
•	1	2	4	3	1	4	1
	2	2	3	2	1	4	1
	3	4	1	1	4	2	2
	4	1	4	3	1	4	1
	5	3	3	1	3	2	2
	6	3	4	3	1	4	1
	7	4	2	1	3	2	2
	8	4	1	3	3	2	2
	9	3	4	3	1	3	1
	10	1	3	2	2	4	1
*	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	WULL

Con la Tabla de Aprendizaje se entrena (aprende) el modelo matemático de predicción, es decir, a partir de esta tabla se calcula la función **f** de la definición anterior.

## Ejemplo: Créditos en un Banco

Tabla de Testing

Variable a
Predecir

OLI	OLDEMARRR.DMEiviendaPeqPRED OLDEMARRR.DMExditoViviendaPeq					\		
	Id	MontoCredito	IngresoNeto	CoeficienteCre	MontoCuota	GradoAcademico	BuenPagador	
•	11	3	3	3	3	1	2	
	12	2	2	2	2	1	1	
	13	2	2	3	2	1	1	
	14	1	3	4	3	2	2	
	15	1	2	4	2	1	1	
*	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	igstyle

- Con la Tabla de Testing se valida el modelo matemático de predicción, es decir, se verifica que los resultados en individuos que no participaron en la construcción del modelo es bueno o aceptable.
- Algunas veces, sobre todo cuando hay pocos datos, se utiliza la Tabla de Aprendizaje también como de Tabla Testing.



### Ejemplo: Créditos en un Banco

#### **Nuevos Individuos**

Variable a Predecir

/OL	OLDEMARRR.DMExeditoViviendaNI						
	Id	MontoCredito	IngresoNeto	CoeficienteCre	MontoCuota	GradoAcademico	BuenPagador
	100	4	4	2	2	3	?
	101	1	4	3	2	4	?
	102	3	2	3	4	2	?
<b>*</b> *	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

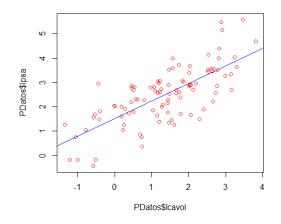
Con la Tabla de Nuevos Individuos se predice si estos serán o no buenos pagadores.



## Regresión vs Clasificación

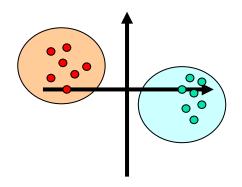
## Regresión:

- La variable a predecir es cuantitativa
- Por ejemplo predecir el salario de una persona



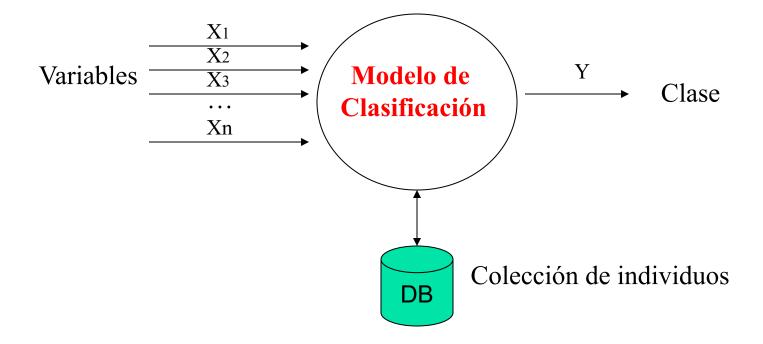
## Clasificación

- La variable a predecir es cualitativa
- Por ejemplo predecir si una transacción es fraude o no





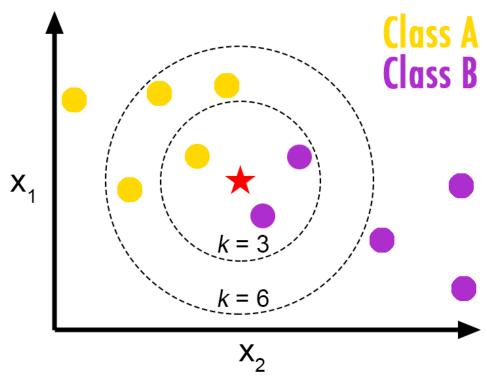
#### Modelos Predictivos



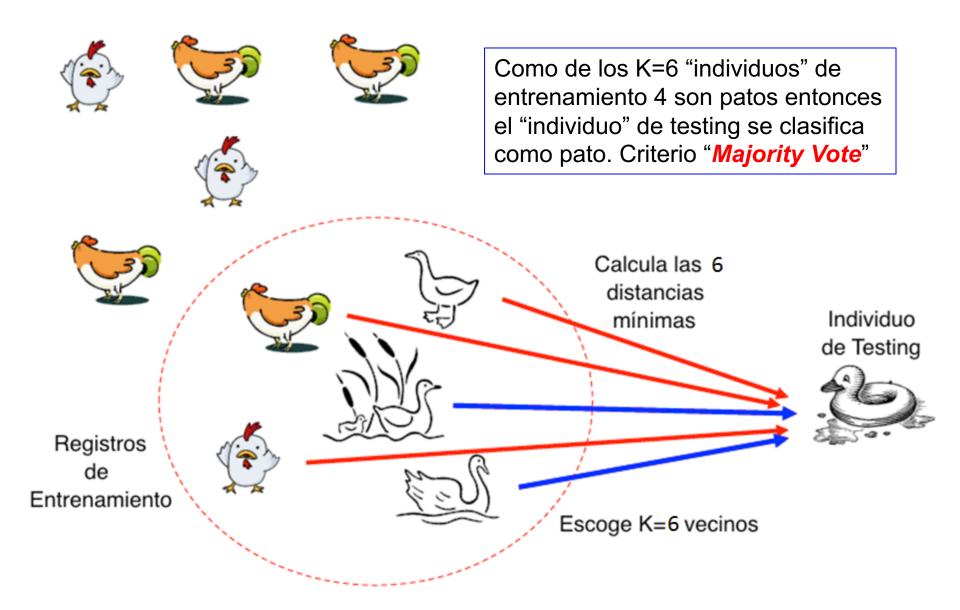


## Método de los K vecinos más cercanos

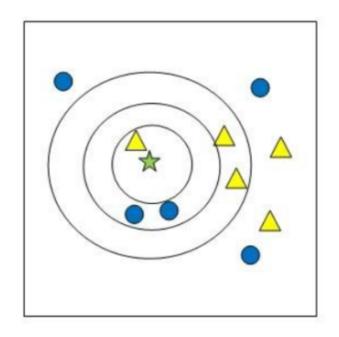
(K Nearest Neighbors - KNN)

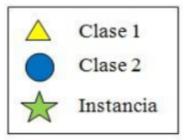








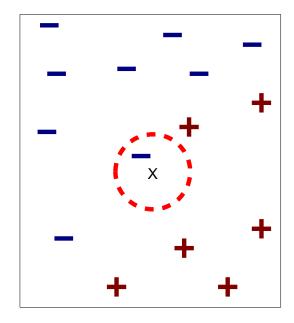


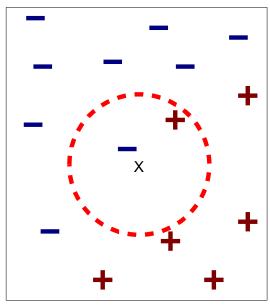


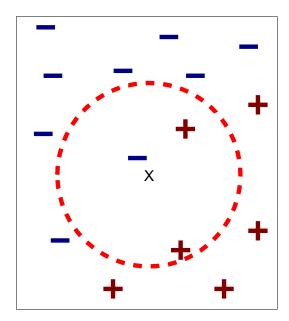
Para K=1 (círculo más pequeño), la clase de la nueva instancia sería la Clase 1, ya que es la clase de su vecino más cercano, mientras que para K=3 la clase de la nueva instancia sería la Clase 2 pues habrían dos vecinos de la Clase 2 y solo 1 de la Clase 1.



## ¿Cómo escoger K?







(a) 1-nearest neighbor

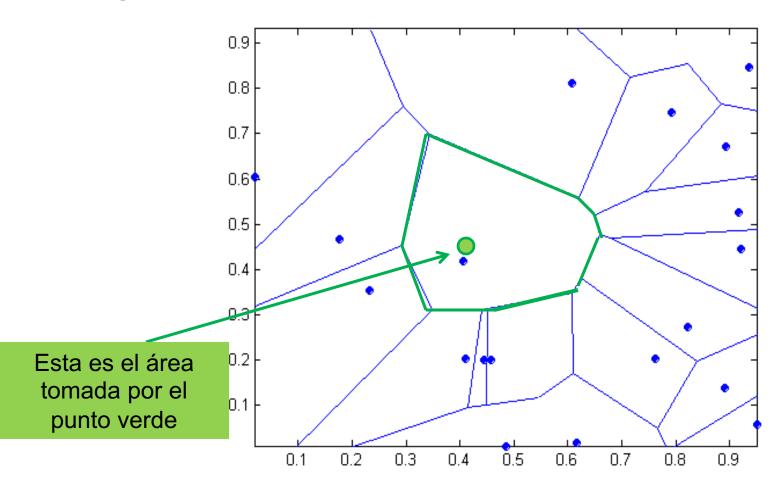
(b) 2-nearest neighbor

(c) 3-nearest neighbor



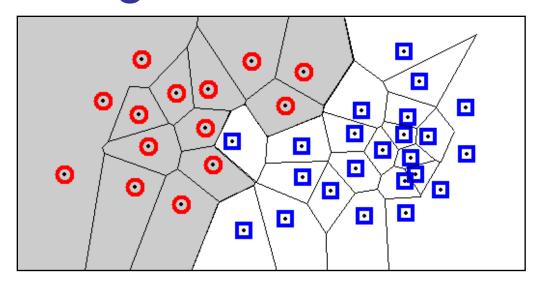
#### 1 Vecino más cercano

El *Diagrama de Voronoi* define las fronteras de la clasificación



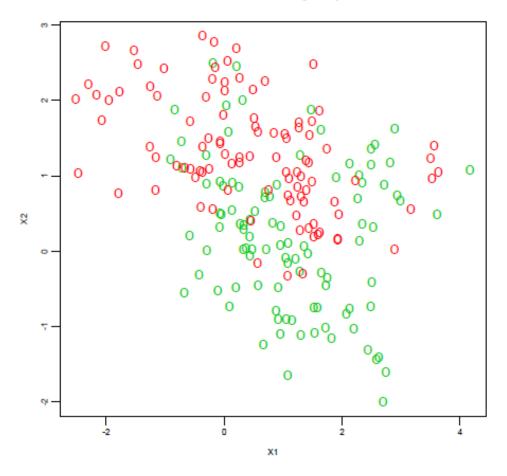


## Diagrama de Voronoi Regiones Decisión



## El diagrama de Voronoi divide el espacio en celdas





200 points generated in  $\mathbb{R}^2$  from an unknown distribution; 100 in each of two classes  $\mathcal{G} = \{\text{GREEN}, \text{RED}\}$ . Can we build a rule to predict the color of future points?



#### Linear regression

- Code Y = 1 if G = RED, else Y = 0.
- We model Y as a linear function of X:

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^p X_j \hat{\beta}_j = X^T \hat{\beta}$$

(Drop  $\beta_0$  and make first element of X equal to 1)

• Obtain  $\beta$  by *least squares*, by minimizing the quadratic criterion:

$$RSS(\beta) = \sum_{i=1}^{N} (y_i - x_i^T \beta)^2$$

• Given an  $N \times p$  model matrix **X** and a response vector **y**,

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$$



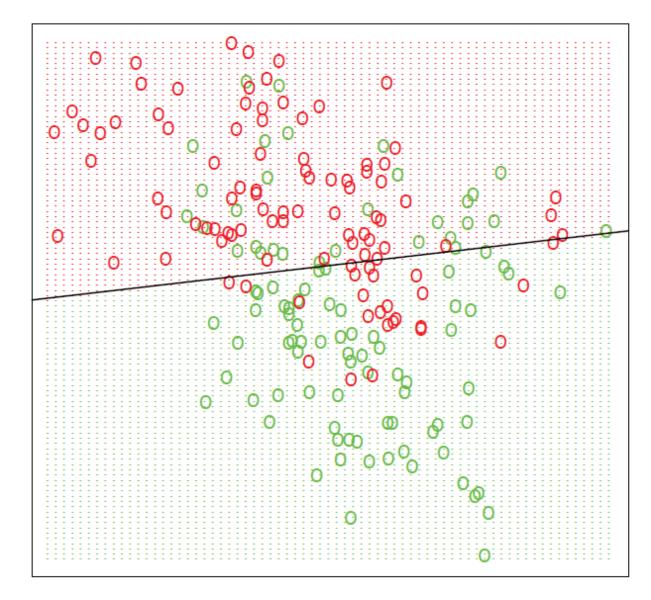
• Prediction at a future point  $x_0$  is  $\hat{Y}(x_0) = x_0^T \hat{\beta}$ . Also

$$\hat{G}(x_0) = \begin{cases} \text{RED} & \text{if } \hat{Y}(x_0) > 0.5, \\ \text{GREEN} & \text{if } \hat{Y}(x_0) \leq 0.5. \end{cases}$$

• The decision boundary is  $\{x|x^T\hat{\beta}=0.5\}$  is linear (and seems to make many errors on the training data).



#### Linear Regression of 0/1 Response





#### K-Nearest Neighbors

A natural way to classify a new point is to have a look at its neighbors, and take a vote:

$$\hat{Y}_k(x) = \frac{1}{k} \sum_{x_i \in N_k(x)} y_i,$$

where  $N_k(x)$  is a neighborhood of x that contains exactly k neighbors (k-nearest neighborhood).

If there is a clear dominance of one of the classes in the neighborhood of an observation x, then it is likely that the observation itself would belong to that class, too. Thus the classification rule is the majority voting among the members of  $N_k(x)$ . As before,

$$\hat{G}_k(x_0) = \begin{cases} \text{RED} & \text{if } \hat{Y}_k(x_0) > 0.5, \\ \text{GREEN} & \text{if } \hat{Y}_k(x_0) \leq 0.5. \end{cases}$$

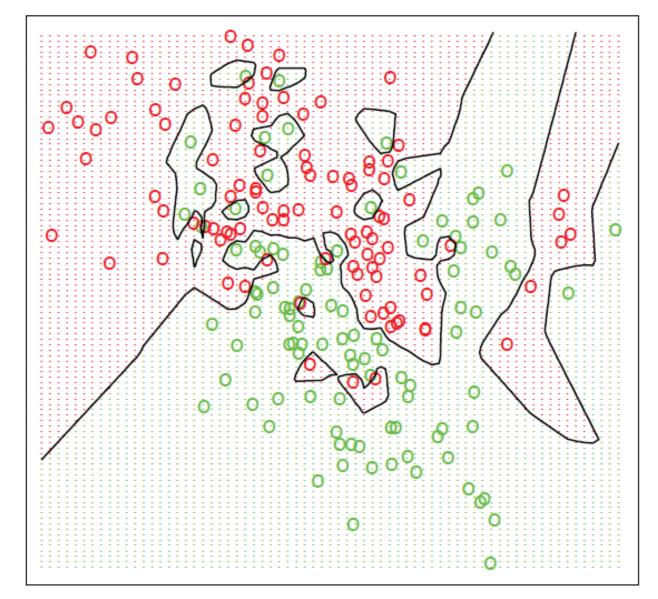


#### 15-Nearest Neighbor Classifier



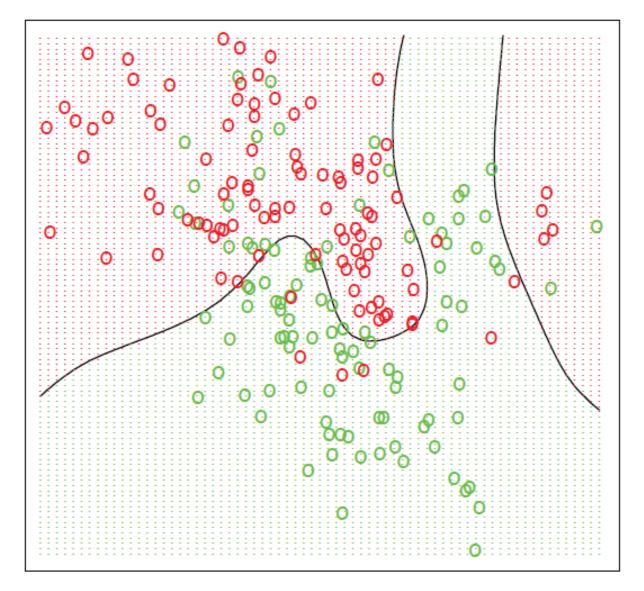


#### 1-Nearest Neighbor Classifier





#### Bayes Optimal Classifier





## Decisiones Importantes K vecinos más cercanos

- Medida distancia a utilizar
- Valor de k (generalmente impar)
- Mecanismo de votación
- Indexación memoria



#### K vecinos más cercanos

## Ventajas

- La arquitectura no paramétrica
- Método simple
- Potente
- No requiere mucho tiempo de entrenamiento

### Desventajas

- Memoria intensiva
- Clasificación / estimación es lenta



## Parámetros de entrenamiento y ajustes típicos

- ¿Cómo escoger el número de vecinos más cercanos?
  - El número de vecinos más cercanos (K) se puede calcular usando *Validación Cruzada* sobre un número de ajuste K.
  - Cuando K = 1 es un buen modelo de base de referencia contra el cual comparar.
  - Una buena regla para escoger K es que debe ser menor que la raíz cuadrada del número total de individuos en la tabla de entrenamiento.



# ¿Cómo evaluar la calidad del Modelo Predictivo?





#### Matriz de confusión (Matriz de Error)

- La Matriz de Confusión contiene información acerca de las predicciones realizadas por un Método o Sistema de Clasificación, comparando para el conjunto de individuos en de la tabla de aprendizaje o de testing, la predicción dada versus la clase a la que estos realmente pertenecen.
- La siguiente tabla muestra la matriz de confusión para un clasificador de dos clases:

		• /	
Prec		cio	'n
	116		,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,

		Negativo	Positivo
Valor	Negativo	VN	FP
Real	Positivo	FN	VP



#### Ejemplo: Matriz de confusión

		Pred	icción
		Mal Pagador	Buen Pagador
Valor	Mal Pagador	800	200
Real	Buen Pagador	500	1500

- 800 predicciones de <u>Mal Pagador</u> fueron realizadas correctamente, para un 80%, mientras que 200 no, para un 20%.
- 1500 predicciones de <u>Buen Pagador</u> fueron realizadas correctamente, para un 75%, mientras que 500 no (para un 25%).
- En general 2300 de 3000 predicciones fueron correctas para un 76,6% de efectividad en las predicciones. Cuidado, este dato es a veces engañoso y debe ser siempre analizado en la relación a la dimensión de las clases.



#### Predicción

Valor Real

	Negativo	Positivo
Negativo	VN	FP
Positivo	FN	VP

La <u>Precisión Global</u> **P** (Exactitud) de un modelo de predicción es la proporción del número total de predicciones que son correctas respecto al total. Se determina utilizando la ecuación:

$$P = (VN+VP)/(VN+FP+FN+VP)$$

 Cuidado, este índice es a veces engañoso y debe ser siempre analizado en la relación a la dimensión de las clases.



#### Ejemplo: Matriz de confusión

		Pred	licción
		Fraude	No Fraude
Valor	Fraude	0	8
Real	No Fraude	3	989

- Cuidado, este índice es a veces engañoso y debe ser siempre analizado en la relación a la dimensión de las clases.
- En la Matriz de Confusión anterior la Precisión P es del 98,9%, sin embargo, el modelo no detectó ningún fraude.



#### Predicción

Valor<br/>RealNegativo<br/>NegativoVN<br/>FNFP<br/>VP

 La <u>Precisión Positiva</u> (Sensibilidad) (*PP*) (Porcentaje de Verdaderos Positivos) es la proporción de casos positivos que fueron identificados correctamente, tal como se calcula usando la ecuación:

$$PP = VP/(FN+VP)$$

En el ejemplo anterior Precisión Positiva PP es del 99,6%.



#### Predicción

		Negativo	Positivo
Valor	Negativo	VN	FP
Real	Positivo	FN	VP

 La <u>Precisión Negativa</u> (Especifidad) (*PN*) es la proporción de casos negativos que fueron identificados correctamente, tal como se calcula usando la ecuación:

$$PN = VN/(VN+FP)$$

En el ejemplo anterior Precisión Negativa PN es del 0%.



#### Predicción

		Negativo	Positivo
Valor	Negativo	VN	FP
Real	Positivo	FN	VP

 <u>Falsos Positivos</u> (*PFP*) es la proporción de casos negativos que fueron clasificados incorrectamente como positivos, tal como se calcula utilizando la ecuación:

$$PFP = FP/(VN+FP)$$

 <u>Falsos Negativos</u> (*PFN*) es la proporción de casos positivos que fueron clasificados incorrectamente como negativos, tal como se calcula utilizando la ecuación:

$$PFN = FN/(FN+VP)$$



#### Predicción

		Negativo	Positivo
Valor	Negativo	VN	FP
Real	Positivo	FN	VP

<u>Asertividad Positiva</u> (AP) indica la proporción de buena predicción para los positivos, tal como se calcula utilizando la ecuación:

$$AP = VP/(FP+VP)$$

<u>Asertividad Negativa</u> (AN) indica la proporción de buena predicción para los negativos, tal como se calcula utilizando la ecuación:

$$AN = VN/(VN+FN)$$



#### Matriz de confusión para más de 2 clases

- La Matriz de Confusión puede calcularse en general para un problema con p clases.
- En la matriz ejemplo que aparece a continuación, de 8 alajuelenses reales, el sistema predijo que 3 eran heredianos y de 6 heredianos predijo que 1 era un limonense y 2 eran alajuelenses. A partir de la matriz se puede ver que el sistema tiene problemas distinguiendo entre alajuelenses y heredianos, pero que puede distinguir razonablemente bien entre limonenses y las otras provincias.

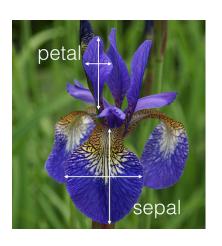
		Predicción		
		alajuelense	herediano	limonense
	alajuelense 5	3	0	
Valor Real	herediano	2	3	1
	limonense	0	2	11



## Ejemplo 1: IRIS.CSV (Fisher)

Ejemplo con la tabla de datos IRIS IRIS Información de variables:

- 1.sepal largo en cm
- 2.sepal ancho en cm
- 3.petal largo en cm
- 4.petal ancho en cm
- 5.clase:
  - Iris Setosa
  - Iris Versicolor
  - Iris Virginica





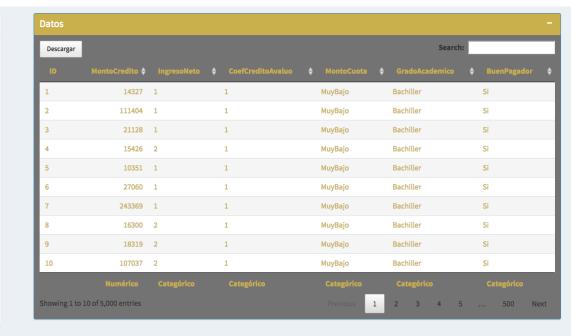
A	Α	В	С	D	Е
1	s.largo	s.ancho	p.largo	p.ancho	tipo
2	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
3	4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
4	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
5	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
6	5.0	3.6	1.4	0.2	setosa
7	5.4	3.9	1.7	0.4	setosa
8	4.6	3.4	1.4	0.3	setosa
9	5.0	3.4	1.5	0.2	setosa
10	4.4	2.9	1.4	0.2	setosa
11	4.9	3.1	1.5	0.1	setosa
12	5.4	3.7	1.5	0.2	setosa
13	4.8	3.4	1.6	0.2	setosa
14	4.8	3.0	1.4	0.1	setosa
15	4.3	3.0	1.1	0.1	setosa
16	5.8	4.0	1.2	0.2	setosa
17	5.7	4.4	1.5	0.4	setosa
18	5.4	3.9	1.3	0.4	setosa
19	5.1	3.5	1.4	0.3	setosa
20	5.7	3.8	1.7	0.3	setosa
21	5.1	3.8	1.5	0.3	setosa
22	5.4	3.4	1.7	0.2	setosa
23	5.1	3.7	1.5	0.4	setosa
24	4.6	3.6	1.0	0.2	setosa
25					



# Ejemplo 2: Credit-Scoring

Muestra5000V2.csv

Variables	Tipo	Activa
IontoCredito	Numérico 💠	<b>Ø</b>
ngresoNeto	Categórico 🕏	<b>Ø</b>
oefCreditoAvaluo	Categórico \$	•
IontoCuota	Categórico \$	<b>Ø</b>
iradoAcademico	Categórico \$	Ø
uenPagador	Categórico 🕏	Ø
	Aplicar	
<pre>datos &lt;&lt;- datos.origina datos[, 'IngresoNeto']</pre>	lles < as.factor(datos[, 'Ingreso	No+o (T)
datos[, 'CoefCreditoAva	iluo'] < as.factor(datos[, 'C	oefCreditoAvaluo'])





#### **Descripción de Variables**

**MontoCredito** 

MontoCuota

Numérica

1=Muy Bajo

2=Bajo

3=Medio

4=Alto

IngresoNeto

**GradoAcademico** 

1=Muy Bajo

1=Bachiller

2=Bajo

2=Licenciatura

3=Medio

3=Maestría

4=Alto

4=Doctorado

CoeficienteCreditoAvaluo

BuenPagador

1=Muy Bajo

1=NO

2=Bajo

2=Si

3=Medio

4=Alto





Programa Iberoamericano de Formación en Minería de Datos

Gracias....