



Aprenda com quem faz

Mercado de Capitais – Renda Fixa

Alexandre Melchiori, M.Sc

2023



SUMÁRIO

Capítulo 1. Introdução	4
Por que aprender Renda Fixa?	4
Os Juros.....	4
Classes de ativos e Renda Fixa	5
Capítulo 2. Instrumentos de renda fixa	9
Classificação de Instrumentos de Renda Fixa	9
Títulos Públicos.....	10
Títulos Privados (Emitido por Instituição Financeira).....	13
Títulos Privados (Emitido por outras entidades).....	14
Mercado Primário e Mercado Secundário	15
Capítulo 3. Métodos de Cálculo de ativos de Renda Fixa Prefixados	19
Prefixado (<i>bullet</i>).....	19
Pré-fixado com cupom.....	22
Capítulo 4. Métodos de Cálculo de ativos pós fixados	30
DI + Taxa pré.....	38
Capítulo 5. Derivativos e instrumentos de renda fixa.....	43
Contrato Futuro de DI	43
Estrutura a Termo da taxa de Juros.....	44
Capítulo 6. Índices de Renda Fixa	49
IMA – Índice Mercado Anbima	49
Capítulo 7. Convexidade e Duration	53
Duration.....	53
Convexidade	56
Medindo a Convexidade.....	58
Referências	63



XPe

> Capítulo 1



Capítulo 1. Introdução

Por que aprender Renda Fixa?

Em um mundo cada vez mais volátil e incerto, onde governos estão cada vez mais endividados e todos os agentes econômicos buscam se acomodar a nova realidade de juros e inflação, a importância da renda fixa não poderia ser mais evidente.

A renda fixa é um pilar fundamental no universo das finanças, oferecendo estabilidade, previsibilidade e oportunidades de crescimento econômico para investidores de todos os níveis de experiência. É um conhecimento que pode ser a diferença entre o sucesso e o fracasso financeiro, entre a tranquilidade e a ansiedade.

Neste curso, exploraremos a relevância e os fundamentos da renda fixa, desvendando seus conceitos, estratégias e benefícios. Vamos descobrir como esses instrumentos são uma ferramenta poderosa para proteção e preservação de patrimônio.

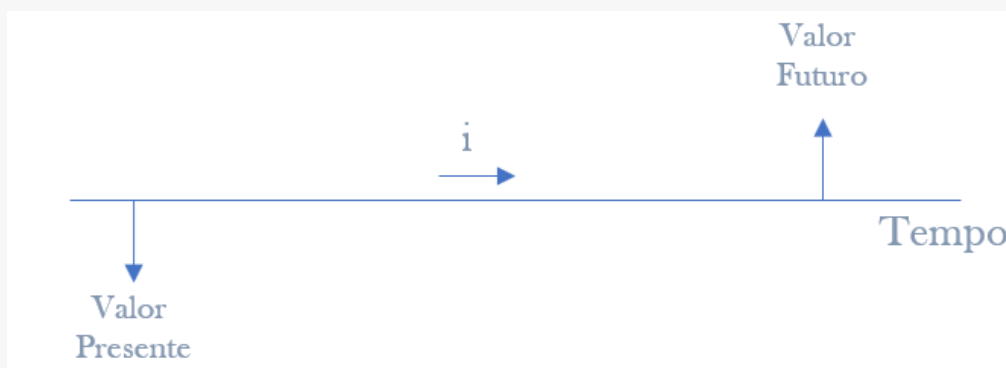
Os Juros

Cada fator de produção tem uma remuneração: o trabalho é recompensado via pagamento de salários, imóveis são remunerados via aluguéis e, da mesma forma, a remuneração do capital são os juros. O conceito de juros é muito antigo na humanidade, algumas fontes passam de 4 mil anos, sendo encontradas referências na Bíblia e em filósofos como Aristóteles e até no código de Hamurabi que de forma rudimentar, referia-se a práticas comerciais na Babilônia.

Apesar de fortemente criticado ao longo da história, e condenado em muitas civilizações, os juros são reflexo da própria natureza humana, se perguntarmos a qualquer pessoa se ela prefere um valor financeiro agora ou o mesmo montante daqui a um ano, certamente ela irá preferir agora. Assim

para as pessoas e para as empresas o dinheiro possui valor no tempo, o que é exatamente o conceito de juros.

Figura 1 – Valor do dinheiro no tempo.

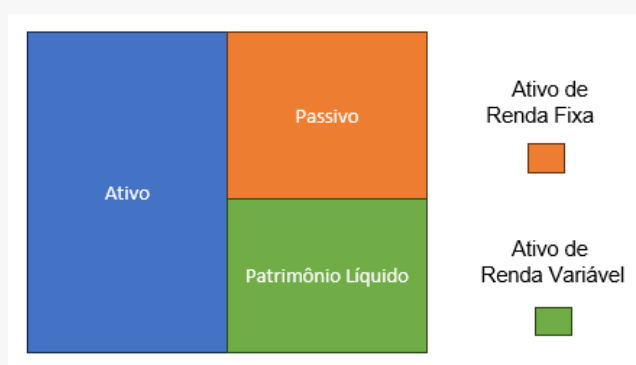


O conceito de juros é basilar para entendermos os ativos de renda fixa. Podemos compreender a renda fixa como um instrumento financeiro que possui como principal característica é conhecer o valor futuro no início do prazo de uma operação.

Classes de ativos e Renda Fixa

Ativos financeiros são classificados em 3 grandes grupos. Renda Fixa, Renda Variável e Derivativos. Uma forma didática de se entender esses 3 grupos é através da análise de sua origem é o balanço patrimonial.

Figura 2 – Balanço Patrimonial.



Títulos de renda fixa possuem origem em uma operação de empréstimo ou qualquer adiantamento de capital, tornam-se uma obrigação para o emissor e assim figuram no passivo no Balanço Patrimonial deste. Em

outras palavras um ativo de renda fixa é uma dívida de alguém (que pode ser um Banco, uma empresa ou o governo), que deve ser paga em um determinado momento do tempo.

Esse aspecto traz as principais características de um ativo de renda fixa, possuir uma data de vencimento e um valor de resgate definido no prazo inicial da aplicação.

Os títulos de renda fixa podem assumir várias formas como veremos a seguir, podem ser de emissão pública ou privada, serem pré-fixados ou pós-fixados, possuírem diferentes formas de fluxos de pagamentos de juros e amortizações, mas sempre, o valor a ser recebido representa uma dívida de alguém e sempre o valor a ser recebido futuramente é pactuado no presente.

Ativos de renda variável por sua vez representam uma parte do Patrimônio Líquido do emissor. Imagine uma ação ou a cota de um fundo imobiliário, por exemplo, o acionista se torna sócio da empresa investida, e passa a ter direito ao recebimento de dividendos, bem como a qualquer apreciação advinda da melhoria no valor de mercado da companhia. Ele é válido para cotas de fundos, o cotista é dono de um pedaço do patrimônio líquido do fundo, e pode ser remunerado através dos rendimentos do fundo, bem como através da valorização dos ativos detidos pelo fundo como bens imóveis ou quaisquer outros.

Como as flutuações de mercado ocorrem naturalmente, e o emissor de uma ação ou qualquer ativo de renda variável não assume nenhum compromisso de retorno com o investidor, esse passa a ser sócio e estará sujeito as oscilações de mercado do ativo, sendo elas positivas ou negativas.

Por fim, os derivativos são ativos que se baseiam em outro ativo subjacente para existirem, como ações, títulos, moedas commodities ou índices. Em outras palavras, seu valor é derivado de um outro ativo, ou seja, seu valor é determinado por outra classe de ativo. Essa característica lhes

confere grande flexibilidade podendo assumir diversas formas como contratos futuros, opções, Swaps, dentre outros com as finalidades de Hedge (proteção), especulação e arbitragem.

Desta forma podemos entender que os ativos financeiros em 3 grandes categorias, Renda Fixa, renda variável e derivativos.

Portanto, a diferenciação fundamental entre a classe de Renda Fixa e as demais classes de ativos reside na natureza das obrigações associadas aos ativos de renda fixa, enquanto a Renda Variável envolve participação acionária e exposição às flutuações de mercado, e os Derivativos derivam seu valor de outras classes de ativos, oferecendo flexibilidade e versatilidade únicas em estratégias financeiras. Cada classe desempenha um papel vital nos portfólios de investidores e nas operações financeiras globais, atendendo a diferentes necessidades e perfis de risco.



XPe

> Capítulo 2



Capítulo 2. Instrumentos de renda fixa

Classificação de Instrumentos de Renda Fixa

Existem algumas classificações dos ativos de renda fixa que os contrastam principalmente quanto ao emissor, pela forma de pagamento e pela forma de amortização.

- - Quanto ao emissor:
 - Público
 - Federal
 - Emissão interna
 - Emissão externa
 - Estadual
 - Municipal
- Privado
 - Bancos
 - Empresas
- Quanto a capitalização dos juros
 - Pré-fixada
 - Pós Fixada
- Quanto a forma de pagamento dos juros:
 - Com pagamento de juros

- Anual
- Semestral
- Mensal
- Sem pagamento de juros (*bullet*)
- Quanto a amortização:
 - No resgate
 - Em parcelas

Títulos Públicos

Títulos públicos federais são emitidos no mercado e formam a dívida pública federal, administrada pela STN (Secretaria do Tesouro Nacional) vinculada ao Ministério da Fazenda.

Em julho de 2023 o estoque da dívida está em R\$\$ 6,1 trilhões, e a maior parte da dívida é doméstica, ou seja, emitida no Brasil. Notoriamente, destacam-se as LFTs (41% da dívida) as NTN-Bs (28% da dívida) as LTNs (18% da dívida) e as NTN-F (6% da dívida) como principais instrumentos usados pelo governo como forma de captação.

Figura 3 – Composição da Dívida Pública Federal por Indexador (Jul/23).

	Dez/22	Jun/23	Jul/23		(R\$ Bilhões)
DPF	5.951,43	6.191,46	6.142,22	100,00%	
DPMFI	5.698,98	5.957,42	5.913,26	100,00%	96,27%
LFT	2.272,57	2.442,98	2.526,98	42,73%	41,14%
LTN	1.102,49	1.260,43	1.105,21	18,69%	17,99%
NTN-B	1.710,39	1.738,01	1.773,44	29,99%	28,87%
NTN-C	80,28	76,41	72,56	1,23%	1,18%
NTN-F	496,38	405,12	400,99	6,78%	6,53%
Dívida Securitizada	3,14	2,89	3,00	0,05%	0,05%
TDA	0,50	0,46	0,44	0,01%	0,01%
Demais	33,23	31,13	30,65	0,52%	0,50%
DPFe	252,45	234,04	228,96	100,00%	3,73%
Dívida Mobiliária	212,18	197,05	192,07	83,89%	3,13%
Global USD	203,78	188,66	184,00	80,36%	3,00%
Global BRL	8,39	8,39	8,07	3,52%	0,13%
Dívida Contratual	40,28	37,00	36,89	16,11%	0,60%
Organismos Multilaterais	22,96	21,38	21,12	9,22%	0,34%
Credores Privados/Ag.Gov.	17,32	15,62	15,77	6,89%	0,26%

Série histórica: Anexo 2.1

Fonte: Secretaria do Tesouro Nacional

A STN emite os títulos das dívidas públicas, que podem possuir diversas formas, atualmente, a STN emite títulos sob as seguintes denominações:

LTN - Letras do Tesouro Nacional, título pré-fixado para financiamento de curto e médio prazo. Pagamento de principal e juros ocorre somente na data de vencimento.

LFT – Letras Financeiras do Tesouro, título pós-fixado, vinculado a variação diária da taxa Selic, acrescido de ágio ou deságio a depender das condições de mercado. Pagamento de principal e juros ocorre somente na data de vencimento.

NTN-B – Notas do Tesouro Nacional Série B, título composto por uma taxa pré-fixada somada a variação do IPCA. Atende as necessidades de financiamento de médio e longo prazo. Paga cupons semestrais de 6% ao ano sobre o valor nominal atualizado, amortização do principal ocorre em parcela única no vencimento do ativo.

NTN-F – Notas do Tesouro Nacional Série F, título pré-fixado com pagamentos semestrais. Emitidas preferencialmente para financiamento de médio e longo prazo. Paga cupom de seis em seis meses equivalente a taxa de 10% a.a. sobre o valor de resgate (R\$ 1000,00).

Figura 4 – Tabela Comparativa Títulos Públicos.

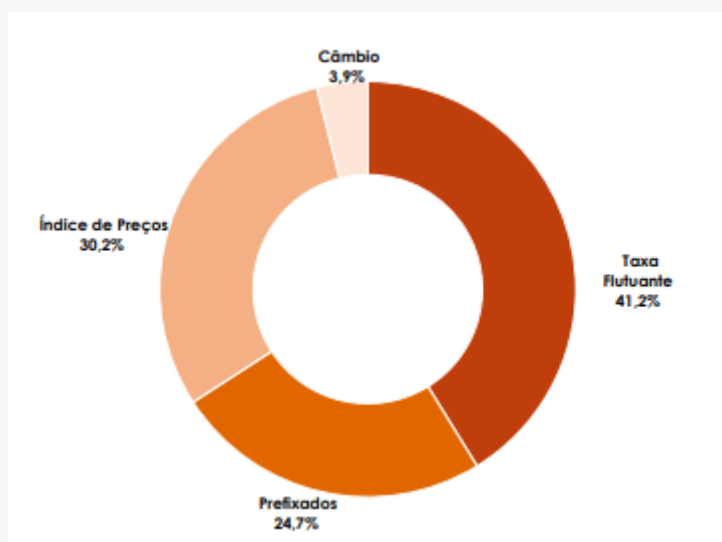
TIPO	Prazo	Atualização do Valor Nominal	Taxa de Juros	Amortização
LTN	Mínimo de 28 dias		Desconto sobre o Valor nominal	Em parcela única na data de Vencimento
LFT	Mínimo de 28 dias		Taxa média Selic	Em parcela única na data de Vencimento
NTN-B	Mínimo de 12 meses	IPCA	Juros % a.a. sobre o valor nominal atualizado pago Semestralmente	Em parcela única na data de Vencimento
NTN-F	Mínimo de 5 anos		Juros % a.a. sobre o valor nominal pago Semestralmente	Em parcela única na data de Vencimento

FONTE: Produção própria com dados da STN.

No passado, outros títulos eram emitidos como a NTN-C, composta por uma taxa fixa acrescida da variação de outro índice de inflação, o IGP-M, ou ainda a NTN-D que era uma taxa de juros acrescida da variação do dólar bem como uma outra dezena de títulos.

Ainda o Governo pode emitir títulos de dívida externa como C-Bonds e os Global Bonds, ou ainda como era mais comum no passado e outros menos expressivos como as CTFs (Certificado Financeiro do Tesouro, CTNs (Certificado do Tesouro Nacional), TDAs (Títulos da Dívida Agrária) e as LFTE-M (Letra Financeira de Estados e Municípios).

Figura 5 – Composição da Dívida Pública Federal por Indexador (Jul/23).



Fonte: Secretária do Tesouro Nacional.

Em suma, vemos que a maior parte da dívida brasileira é interna. No mês de julho de 2023, a maior parte desta dívida era pós fixada (taxa flutuante), e, portanto, depende do nível da SELIC, e é composta principalmente pelas Letras Financeiras do Tesouro (LFT), em seguida apresentam-se os títulos indexados à inflação, onde majoram-se as Notas do Tesouro Nacional Série B (NTN-B), na sequência, temos os títulos Prefixados, onde encontramos as Letras do Tesouro Nacional (LTN) para o financiamento de curto e médio prazo e as Notas do Tesouro Nacional Série

F (NTN-F) para prazos mais longos. Por fim, e com menos expressividade, as dívidas em Dólar, captadas hoje por meio dos Global Bonds.

Títulos Privados (Emitido por Instituição Financeira)

As instituições financeiras podem emitir títulos para captarem recursos no mercado e assim dispor da liquidez necessária para financiar operações de empréstimo, dentre esses títulos se destacam os CDBs as LCIs e as LCAs.

CDB – Certificado de Depósito Bancário, podem assumir diversos prazos de vencimento, desde curtos prazos, como meses, até longos prazos, como anos, e oferecem flexibilidade quanto a remuneração podendo assumir taxas pré-fixadas, ou pós-fixadas, atrelados ao DI ou índices de inflação como o IPCA.

LCI – Letra de Crédito Imobiliário, possui como principal característica a vinculação direta com o mercado imobiliário. Os recursos obtidos por meio da emissão de LCIs são direcionados para o setor, financiando a construção ou aquisição de imóveis. As LCIs podem ser pré-fixadas ou pós-fixadas vinculadas a inflação (se o prazo for superior a 36 meses) ou como % do DI.

LCA – Letra de Crédito do Agronegócio, de forma análoga as LCIs, as LCAs possuem características similares, todavia com lastro em ativos de Agronegócio tais como financiamentos a produtores rurais, cooperativas agrícolas e empresas do setor. Esses créditos representam uma parcela significativa dos recursos direcionados ao setor agropecuário, e as LCAs servem como uma fonte alternativa de financiamento. As LCAs podem ser pré-fixadas ou pós-fixadas vinculadas a inflação (se o prazo for superior a 36 meses) ou como % do DI.

Outros títulos de emissão por instituição financeira também existem, mas geralmente menos líquidos ou citados na mídia como RDBs

(Recibo de Depósitos Bancário) a LF (Letra Financeira) e as LIGs (Letras imobiliárias garantidas) relativamente recentes, criadas em 2018 por meio da Lei nº 13.097 e possuem vinculação direta ao financiamento de empreendimentos imobiliários. As instituições financeiras emitem as LIGs para captar recursos específicos destinados ao setor imobiliário, em relação as LCIs, as LIGs apresentam garantia adicional. Elas são protegidas pelo Patrimônio de Afetação, que isola os ativos e passivos relacionados às LIGs de outros compromissos da instituição financeira. Isso significa que, em caso de insolvência da instituição emissora, os recursos destinados às LIGs são segregados e usados exclusivamente para o pagamento dos investidores.

Títulos Privados (Emitido por outras entidades)

Além do governo e bancos, o setor produtivo também pode captar recursos por meio de emissão de títulos de renda fixa como os conhecidos Debêntures, CRIs, CRAs ou ainda por outros meios com menor liquidez como Notas Promissórias, *Export Notes* dentre outros.

Debêntures - As debêntures são títulos de dívida de médio e longo prazo emitidos por empresas como forma de captação de recursos financeiros. No Brasil, de acordo com a Lei das Sociedades por Ações (Lei nº 6.404/76) e a Comissão de Valores Mobiliários (CVM), as debêntures podem ser emitidas por Sociedades Anônimas de Capital Aberto ou Fechado bem como Sociedades Limitadas.

CRI – Certificado de Recebível Imobiliário, possuem lastro em créditos imobiliários. Eles representam uma forma de captação de recursos utilizada por securitizadoras, para financiar empreendimentos no setor imobiliário, como construções, incorporações ou operações imobiliárias. Os CRIs podem ser emitidos em séries, com diferentes características de prazo e taxa de juros, para atrair investidores com diferentes perfis.

CRA – Certificado de Recebível do Agronegócio, de forma análoga aos CRIs, os CRAs são títulos de renda fixa emitidos por securitizadoras, cujo lastro são os créditos originados de operações relacionadas ao agronegócio, como financiamentos para produtores rurais, cooperativas agrícolas, agroindústrias e outras empresas do setor. As demais características do título (público, emissão, juros e amortização, seguem os mesmos parâmetros já expostos para os CRIs acima.

Mercado Primário e Mercado Secundário

Os mercados primário e secundário desempenham papéis fundamentais no contexto do mercado de renda fixa, que envolve a negociação de instrumentos financeiros como títulos de dívida corporativa e pública. Esses dois mercados não devem ser considerados antagônicos; ao contrário, eles se complementam e desempenham funções distintas e vitais dentro deste segmento financeiro.

O mercado primário atua como um mecanismo que permite às empresas e entidades captar recursos através da emissão de novos valores mobiliários ou títulos de renda fixa.

Por sua vez, o mercado secundário tem a função de possibilitar a negociação contínua dos valores mobiliários previamente emitidos no mercado primário. Aqui, investidores compram e vendem esses títulos entre si, criando uma liquidez adicional aos ativos. Essa liquidez é crucial, uma vez que torna os ativos financeiros mais atrativos para investidores, pois podem ser facilmente convertidos em dinheiro quando necessário, proporcionando flexibilidade nas estratégias de investimento.

Oferta pública de ativos de renda fixa pública.

As ofertas públicas, também conhecidas como "leilões", pertencem ao âmbito do "mercado primário". Este mercado é reservado exclusivamente

para instituições financeiras que obtiveram autorização regular para operar no Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (Selic), uma plataforma eletrônica mantida pelo Banco Central que se destina ao registro, guarda e liquidação de títulos públicos emitidos pelo Tesouro Nacional.

Entre as instituições financeiras habilitadas a participar deste mercado, incluem-se bancos e corretoras, como a XP, por exemplo. Estas entidades desempenham um papel crucial na negociação e distribuição dos títulos públicos emitidos, garantindo eficiência e transparência no processo de captação de recursos pelo governo federal.

Oferta pública de ativos de renda fixa privada.

As ofertas públicas de valores mobiliários podem ser realizadas de acordo com dois regulamentos distintos da Comissão de Valores Mobiliários (CVM): a Instrução CVM 400 e a Instrução CVM 476. Cada uma dessas instruções estabelece critérios e regras específicas para as ofertas, e há diferenças significativas entre elas. Abaixo, seguem os principais critérios de cada uma delas.

Instrução CVM 400 (Ofertas Registradas - Públicas)

Público-Alvo. As ofertas realizadas sob a Instrução CVM 400 são destinadas ao público em geral, ou seja, a qualquer investidor interessado em participar da oferta.

Registro Prévio. Antes de realizar a oferta, o emissor deve submeter à CVM um pedido de registro da oferta, fornecendo informações detalhadas sobre a operação, seus riscos, prospecto, entre outros documentos.

Divulgação e Publicidade. Os emissores são obrigados a divulgar informações detalhadas sobre a oferta em prospectos, anúncios publicitários e outros materiais de comunicação. A divulgação é rigorosamente regulamentada e visa garantir transparência aos investidores.

Informações Financeiras. Os emissores devem fornecer informações financeiras detalhadas, incluindo demonstrações contábeis auditadas, para que os investidores possam avaliar a saúde financeira da empresa.

Instrução CVM 476 (Ofertas com Esforços Restritos - Privadas)

Público-Alvo. As ofertas realizadas sob a Instrução CVM 476 são direcionadas a investidores qualificados, que podem incluir instituições financeiras, fundos de investimento e outros investidores profissionais. O público em geral não pode participar dessas ofertas.

Registro Prévio. Não é necessário registro prévio na CVM para ofertas realizadas sob a Instrução CVM 476. A securitizadora ou o coordenador da oferta deve apenas comunicar à CVM sobre a oferta antes de iniciá-la.

Divulgação e Publicidade. As regras de divulgação e publicidade são mais flexíveis na Instrução CVM 476 em comparação com a Instrução CVM 400. No entanto, ainda existem requisitos para comunicação adequada aos investidores.

Informações Financeiras: As informações financeiras exigidas podem ser menos detalhadas e mais flexíveis do que nas ofertas públicas, dada a presunção de que investidores qualificados possuem capacidade de análise de risco.

A principal diferença entre as duas instruções está no público-alvo e nas exigências de registro e divulgação. As ofertas sob a Instrução CVM 400 têm um público mais amplo e passam por um processo mais rigoroso de registro e divulgação, enquanto as ofertas sob a Instrução CVM 476 são direcionadas a investidores qualificados e têm requisitos de registro e divulgação menos rigorosos. É fundamental que emissores e investidores compreendam as características específicas de cada instrução antes de realizar ou participar de uma oferta de valores mobiliários.



XPe

> Capítulo 3



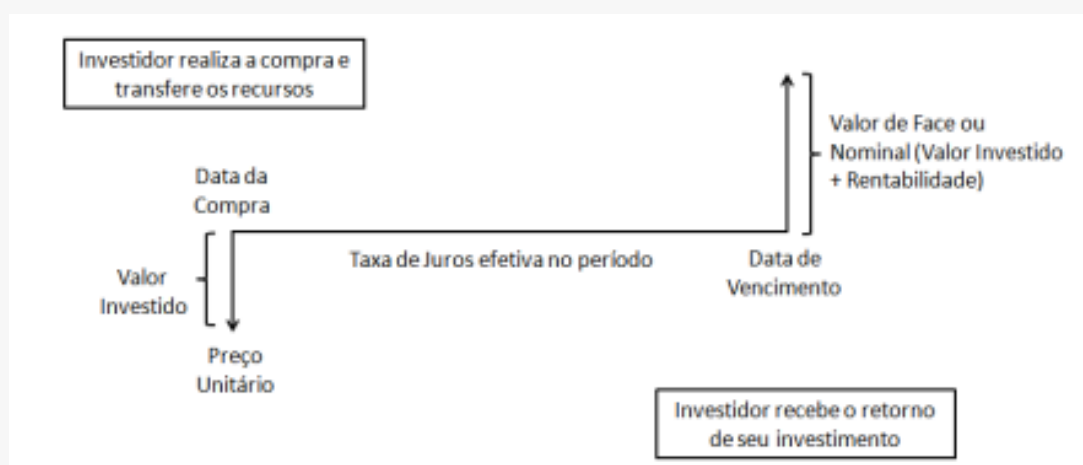
Capítulo 3. Métodos de Cálculo de ativos de Renda Fixa Prefixados

Neste capítulo exploraremos as práticas de cálculo mais comuns em renda fixa. Títulos de renda fixa podem apresentar diversas formas de cálculo, apresentando muita flexibilidade quanto as possibilidades de fluxo de pagamentos de juros e amortizações bem como em relação aos índices que estão vinculados. Juros e amortizações podem ser pagos em uma única parcela ao fim do período (conhecidos como *bullet*) ou apresentar fluxos de pagamentos periódicos (mensais, trimestrais, semestrais e anuais) e uma segunda estrutura de pagamentos para amortizações.

Prefixado (*bullet*)

Títulos prefixados possuem rentabilidade definida no momento da compra, desde que mantido até o vencimento. A rentabilidade é a diferença entre o preço de compra e o valor nominal no vencimento. Títulos prefixados possuem um fluxo de pagamento simples, onde o investidor recebe o valor total investido mais a rentabilidade no vencimento.

Figura 6 – Fluxo de ativo prefixado



Prefixado - Cálculo da Taxa Efetiva Anual a partir do PU.

$$Taxa = \left(\left[\frac{VN}{PU} \right]^{\frac{252}{du}} - 1 \right) \times 100$$

Onde:

VN = Valor Nominal do título

PU = Preço Unitário do título

Taxa = Taxa Efetiva anual

du = dias úteis

Prefixado - Cálculo do PU a partir da Taxa efetiva anual:

$$PU = \frac{VN}{\left[\frac{Taxa}{100} + 1 \right]^{\frac{du}{252}}}$$

Onde:

VN = Valor Nominal do título

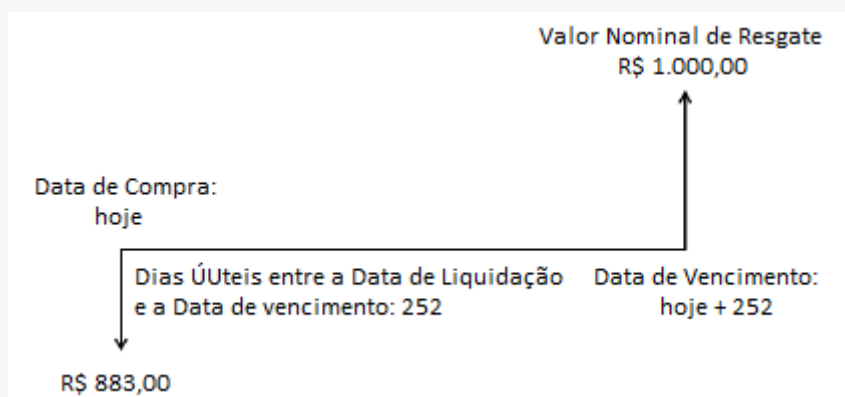
PU = Preço Unitário do título

Taxa = Taxa Efetiva anual

d.u. = dias úteis

Exemplo 1:

Assuma um título prefixado do tipo *bullet* com Valor nominal de 1000 R\$ comprado hoje ao valor de 883 reais e com vencimento em 252 dias uteis. Calcule a Taxa.



Para calcular a rentabilidade da aplicação basta usar fórmula da taxa, apresentada anteriormente.

$$Taxa = \left(\left[\frac{VN}{PU} \right]^{\frac{252}{du}} - 1 \right) \times 100$$

$$Taxa = \left(\left[\frac{1000}{883} \right]^{\frac{252}{252}} - 1 \right) \times 100$$

$$Taxa = 13,25$$

Exemplo 2:

Assuma um título prefixado do tipo *bullet* com Valor nominal de 1000 R\$ comprado hoje ao valor de 800 reais e com vencimento em 500 dias uteis. Calcule a Taxa.

$$Taxa = \left(\left[\frac{VN}{PU} \right]^{\frac{252}{du}} - 1 \right) \times 100$$

$$Taxa = \left(\left[\frac{1000}{800} \right]^{\frac{252}{500}} - 1 \right) \times 100$$

$$Taxa = 11,90$$

Exemplo 3:

Assuma um título prefixado do tipo *bullet* com Valor nominal de 1.000 R\$ adquirido em 13/01/2020 e com vencimento em 14/01/2021 e comprado ao valor de R\$ 883,00. Calcule a Taxa.

$$Taxa = \left(\left[\frac{VN}{PU} \right]^{\frac{252}{du}} - 1 \right) \times 100$$

$$Taxa = \left(\left[\frac{1000}{883} \right]^{\frac{252}{252}} - 1 \right) \times 100$$

$$Taxa = 13,25$$

Exemplo 4:

Assuma um título prefixado do tipo *bullet* com Valor nominal de 1.000 R\$ adquirido em 13/01/2020 e com vencimento em 14/10/2021 e comprado a taxa de 15% ao ano. Calcule o PU.

$$PU = \frac{VN}{\left[\frac{Taxa}{100} + 1 \right]^{\frac{du}{252}}}$$

$$PU = \frac{1000}{\left[\frac{15}{100} + 1 \right]^{\frac{440}{252}}}$$

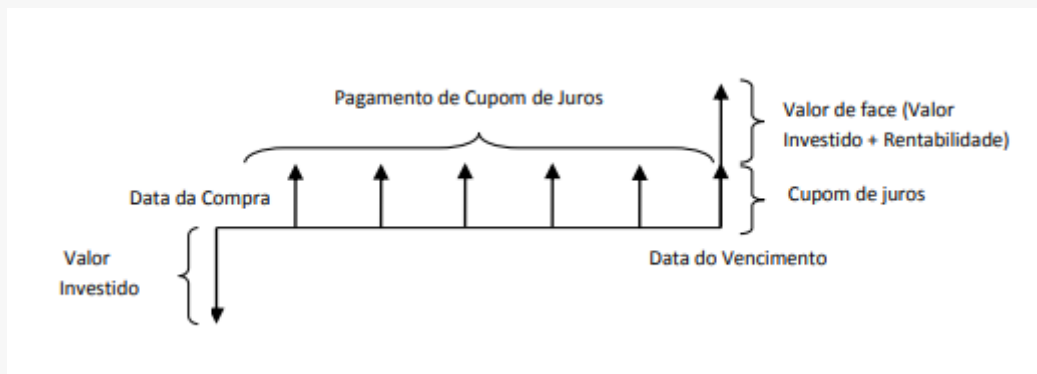
$$PU = 783,47$$

Pré-fixado com cupom

Assim como os títulos prefixados, os títulos prefixados com cupom possuem rentabilidade definida no momento da compra, desde que mantido até o vencimento. A diferença é que parte da rentabilidade é recebida pelo

detentor do título periodicamente, podendo se mensal, trimestral, semestral anual ou com fluxo específico customizado para o título em questão.

Figura 7 – Fluxo de ativo prefixado com pagamento periódico de juros



Para cálculo do PU ou da taxa de um título prefixado com cupons é necessário trazer a valor presente cada um dos cupons e por fim o valor presente de cada uma das amortizações.

Prefixado – Cálculo do PU a partir da Taxa

$$PU = \sum_{t=1}^T \frac{Ct}{\left[\frac{Taxa}{100} + 1\right]^{\frac{t}{252}}} + \frac{VN}{\left[\frac{Taxa}{100} + 1\right]^{\frac{T}{252}}}$$

Onde:

PU = Preço unitário do ativo.

VN = Valor Nominal do título.

Ct = Pagamento de principal, cupom ou ambos no período t

t = cada um dos períodos (anual, semestral ou outro) para cada pagamento.

T = Quantidade de Períodos até o último vencimento.

Taxa = Taxa de retorno do Título até o vencimento

d.u. = dias úteis

Exemplo 1:

Assuma um título prefixado com pagamentos semestrais de cupom, capitalizados a 10% ao ano, com Valor nominal de R\$ 1.000,00 comprado em 25/09/2023 a uma taxa de 11%. Data do 1º Cupom 02/01/2024, Data do 2º Cupom 01/07/2024, Vencimento em 02/01/2025.

O primeiro passo converter a rentabilidade dos cupons (expressa em um percentil ao ano) para o período expresso no título (nesse caso semestral).

$$\text{De Taxa periodo}_m \text{ para taxa periodo}_t = (1 + i\%)^{\frac{n}{m}} - 1$$

Onde:

i = Taxa de Juros em um determinado período (ex. ano)

m = número de dias referente aos juros (exemplo 252)

n = número de dias referente ao período que se deseja calcular a taxa (exemplo semestre ou 126 dias)

Seguindo o exemplo acima teríamos 10% a.a. pagos semestralmente:

$$\text{De Taxa Anual para Taxa Semestral} = (1 + 10\% \text{ ao ano.})^{\frac{126}{252}} - 1$$

4,881% ao semestre

O segundo passo é montarmos um esquema com os fluxos de caixa dados pelo título. Neste caso, temos dois pagamentos de juros intermediários e um pagamento de juros no vencimento:

Data	Tipo	Valor futuro
02/01/2024	Juros	48,80885
01/07/2024	Juros	48,80885
02/01/2025	Juros	48,80885
02/01/2025	Vencimento	1000

O terceiro passo é auferir o número de dias úteis até o pagamento de cada um dos cupons e até a data de vencimento.

Data	Tipo	Valor futuro	Dias úteis
02/01/2024	Juros	48,80885	66
01/07/2024	Juros	48,80885	190
02/01/2025	Juros	48,80885	320
02/01/2025	Vencimento	1000	320

No quarto passo e último passo, se traz o valor futuro de cada fluxo ao valor presente, descontado pela taxa do título (nesse exemplo, os 11% do enunciado) e se realiza a soma dos valores presentes para cada um dos cupons e para o vencimento do ativo.

Seguindo a equação do PU:

$$PU = \sum_{t=1}^T \frac{Ct}{\left[\frac{Taxa}{100} + 1\right]^{\frac{t}{252}}} + \frac{VN}{\left[\frac{Taxa}{100} + 1\right]^{\frac{T}{252}}}$$

$$PU = \frac{48,80}{\left[\frac{11}{100} + 1\right]^{\frac{66}{252}}} + \frac{48,80}{\left[\frac{11}{100} + 1\right]^{\frac{190}{252}}} + \frac{1048,80}{\left[\frac{11}{100} + 1\right]^{\frac{320}{252}}}$$

$$PU = 47,4928 + 45,2255 + 42,7509$$

$$PU = 1.011,24$$

Data	Tipo	Valor futuro	Dias úteis	Valor presente
02/01/2024	Juros	48,80885	66	47,492854
01/07/2024	Juros	48,80885	190	45,115574
02/01/2025	Juros	48,80885	320	42,750932
02/01/2025	Vencimento	1000	320	875,884843
PU				R\$ 1.011,24

Exemplo 2:

Assuma um título prefixado com pagamentos semestrais de cupom, capitalizados a 10% ao ano, com Valor nominal de R\$ 1.000,00 comprado em 04/01/2022 a uma taxa de 8% a.a. e vencimento em 3 de janeiro de 2033. Assuma que os cupons são pagos no primeiro dia útil de cada semestre nos meses de janeiro e julho. Calcule o PU.

Passo 1. Conversão da taxa do cupom anual para cupom semestral:

$$\text{De Taxa Anual para Taxa Semestral} = (1 + 10\% \text{ ao ano.})^{\frac{126}{252}} - 1$$

4,881% ao semestre

Passo 2. Tabela com os fluxos de caixa:

Data	Tipo	Valor futuro
01/07/2022	Juros	48,8
02/01/2023	Juros	48,8
03/07/2023	Juros	48,8
02/01/2024	Juros	48,8
01/07/2024	Juros	48,8
02/01/2025	Juros	48,8
01/07/2025	Juros	48,8
02/01/2026	Juros	48,8
01/07/2026	Juros	48,8
04/01/2027	Juros	48,8
01/07/2027	Juros	48,8
03/01/2028	Juros	48,8
03/07/2028	Juros	48,8
02/01/2029	Juros	48,8
02/07/2029	Juros	48,8
02/01/2030	Juros	48,8
01/07/2030	Juros	48,8

02/01/2031	Juros	48,8
01/07/2031	Juros	48,8
02/01/2032	Juros	48,8
01/07/2032	Juros	48,8
03/01/2033	Juros	48,8
03/01/2033	Vencimento	1000

Passo 3. auferir o número de dias úteis até o pagamento de cada um dos cupons e até a data de vencimento.

Data	Tipo	Valor futuro	Dias úteis
01/07/2022	Juros	48,8	123
02/01/2023	Juros	48,8	250
03/07/2023	Juros	48,8	374
02/01/2024	Juros	48,8	499
01/07/2024	Juros	48,8	623
02/01/2025	Juros	48,8	753
01/07/2025	Juros	48,8	875
02/01/2026	Juros	48,8	1006
01/07/2026	Juros	48,8	1128
04/01/2027	Juros	48,8	1256
01/07/2027	Juros	48,8	1379
03/01/2028	Juros	48,8	1507
03/07/2028	Juros	48,8	1631
02/01/2029	Juros	48,8	1756
02/07/2029	Juros	48,8	1880
02/01/2030	Juros	48,8	2006
01/07/2030	Juros	48,8	2129
02/01/2031	Juros	48,8	2259
01/07/2031	Juros	48,8	2381
02/01/2032	Juros	48,8	2512
01/07/2032	Juros	48,8	2636
03/01/2033	Juros	48,8	2764
03/01/2033	Vencimento	1000	2764

Passo 4. Calcular o valor presente de cada cupom e somar os valores.

Data	Tipo	Valor futuro	Dias úteis	Valor presente
01/07/2022	Juros	48,8	123	47,00
02/01/2023	Juros	48,8	250	45,22
03/07/2023	Juros	48,8	374	43,54
02/01/2024	Juros	48,8	499	41,90
01/07/2024	Juros	48,8	623	40,35
02/01/2025	Juros	48,8	753	38,78

01/07/2025	Juros	48,8	875	37,36
02/01/2026	Juros	48,8	1006	35,89
01/07/2026	Juros	48,8	1128	34,58
04/01/2027	Juros	48,8	1256	33,25
01/07/2027	Juros	48,8	1379	32,03
03/01/2028	Juros	48,8	1507	30,80
03/07/2028	Juros	48,8	1631	29,66
02/01/2029	Juros	48,8	1756	28,54
02/07/2029	Juros	48,8	1880	27,48
02/01/2030	Juros	48,8	2006	26,45
01/07/2030	Juros	48,8	2129	25,47
02/01/2031	Juros	48,8	2259	24,48
01/07/2031	Juros	48,8	2381	23,58
02/01/2032	Juros	48,8	2512	22,66
01/07/2032	Juros	48,8	2636	21,82
03/01/2033	Juros	48,8	2764	20,98
03/01/2033	Vencimento	1000	2764	429,93
			PU	1.141,75

Em suma, títulos prefixados são a soma do valor presente dos cupons. Note que a taxa de juros dos cupons é fixa, determinada no momento da emissão, incidem sobre o valor nominal do ativo, e a taxa de retorno do título (a utilizada para trazer os fluxos a valor presente) pode mudar diariamente a depender das condições de mercado.



XPe

> Capítulo 4



Capítulo 4. Métodos de Cálculo de ativos pós fixados

Títulos pós-fixados são um tipo de investimento em renda fixa cuja rentabilidade está diretamente vinculada a uma taxa de referência, geralmente um índice de mercado ou uma taxa de juros básica, como a Taxa Selic no Brasil ou o CDI (Certificado de Depósito Interbancário). A característica distintiva desses títulos é que o valor do pagamento de juros e o valor final a ser resgatado no vencimento são determinados após a compra do título, com base na performance do índice ou taxa de referência ao longo do período de investimento.

A rentabilidade de títulos pós-fixados é ajustada periodicamente com base na variação da taxa de referência. Isso significa que, se a taxa de referência aumentar, o rendimento do título pós-fixado também aumentará, e se a taxa cair, o rendimento do título diminuirá.

Os títulos pós-fixados oferecem aos investidores previsibilidade quanto à forma como seus retornos serão afetados por mudanças nas taxas de juros do mercado, tornando-os uma escolha popular para aqueles que buscam proteção contra a volatilidade das taxas de juros. No entanto, é importante observar que a rentabilidade final desses títulos não é conhecida antecipadamente, tornando-os diferentes dos títulos pré-fixados, onde a taxa de juros é determinada no momento da compra e permanece inalterada até o vencimento.

Exemplos de títulos pós-fixados incluem Certificados de Depósito Bancário (CDBs) atrelados ao CDI e Tesouro Selic, que é um título público brasileiro indexado à Taxa Selic. Esses títulos são amplamente utilizados por investidores que desejam manter seus investimentos em renda fixa em linha com as condições do mercado de juros e podem ser uma parte importante de uma estratégia de investimento diversificada.

IPCA + Taxa

Em função de um histórico elevado de volatilidade nos índices de inflação, no Brasil, diversos títulos possuem rentabilidade atrelada a taxa de juros real da economia, ou seja, uma taxa de juros prefixada, somada a variação de um índice de inflação. Essa é uma forma que os agentes econômicos possuem para se proteger das oscilações de ciclos de expansão e retração monetária e fiscal, garantindo uma taxa de juros real.

No caso específico da NTN-B, o valor nominal parte de R\$ 1.000,00 no dia 15 de julho de 2000 e é corrigido mensalmente pelo valor do IPCA. O mesmo VNA é utilizado em todas as emissões de NTN-B, garantindo padronização.

$$VNA = 1.000 \times \prod_{-1}^{n-1} 1 + \frac{Indice\ Mensal_n}{100}$$

No caso do IPCA, ele possui o dia 15 de cada mês como data de referência. Caso estejamos calculando o VNA entre duas datas de divulgação dos índices, devemos estimar um valor pró rata entre o dia da última divulgação e o calculado.

$$VNA = 1.000 \times \prod_1^{n-1} \left(1 + \frac{Indice\ Mensal_n}{100} \right) \times \left(1 + \frac{Projeção\ Mensal}{100} \right)^{\frac{du\ dia}{du\ mês}}$$

Onde:

Du dia = número de dias úteis entre a última divulgação do índice e a data de cálculo;

Du Mês = número de dias uteis entre a última e a próxima divulgação do índice.

A determinação da projeção do IPCA para o próximo mês é mais um fator de risco para a operação, pois estimaremos o valor para a variação para o IPCA para o próximo mês. O agente que possui sua própria estimativa poderá usá-la para cálculo, todavia, existe uma convenção de mercado amplamente utilizada divulgada pela ANBIMA.

Projeção IPCA divulgada pela ANIBIMA

IGP-M

IPCA

A coleta das informações para as projeções do IPCA é feita duas vezes ao mês: no dia da divulgação do IPCA fechado e do IPCA-15. Em ambos os casos, a projeção apurada é para o mês corrente e o mês imediatamente posterior.

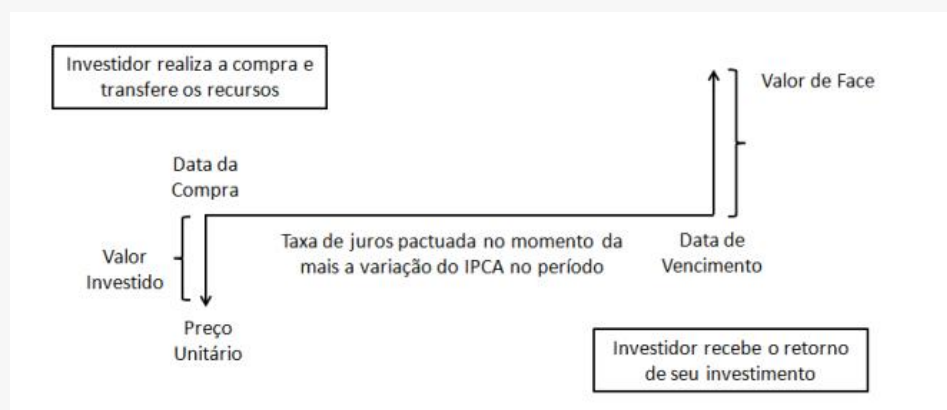
PROJEÇÕES PARA O MÊS (**)			SETEMBRO DE 2023
Mês de Coleta	Data	Projeção (%)	Data de Validade*
Setembro de 2023	12/09/23	0,38	18/09/23
Setembro de 2023	26/09/23	-	27/09/23

Fonte: Grupo Consultivo Permanente Macroeconômico da ANBIMA.

* Data para efeito de atualização do Valor Nominal dos títulos indexados pelo IPCA.

Comum tanto em títulos públicos como a NTN-B como em títulos privados como Debêntures, CRIs, CRAs, LCIs, LCAs e CDBs, títulos do tipo IPCA+ possuem uma mecânica similar que descreveremos nessa sessão. Para iniciar, vamos imaginar o caso mais simples sem fluxo de pagamentos periódicos.

Título IPCA + sem fluxo de pagamentos periódicos.



Exemplo 1:

Uma NTN-B Principal com vencimento em 15/08/2024, possuía o VNA de 4.144,46 em 29/09/23. Assumindo a taxa de 5,5%, qual o PU da operação?

Nesse caso, como o VNA é conhecido, não será necessário calculá-lo e como se trata de uma NTN-B Principal, não há pagamento de cupom. Com isso o fluxo possui apenas um valor, que deverá ser trazido a valor presente de acordo com a taxa pactuada.

Passo 1. Calcular o número de dias úteis até o vencimento.

Data	Tipo	Valor futuro	Dias úteis
15/08/2024	Vencimento	4144,46	223

Passo 2:

Calcular o Valor presente do VNA, utiliza-se a seguinte formula.

$$PU = \frac{VNA}{\left[\frac{Taxa}{100} + 1\right]^{\frac{du}{252}}}$$

$$PU = \frac{4.144,46}{\left[\frac{5,5}{100} + 1\right]^{\frac{223}{252}}}$$

$$PU = 3.952,68$$

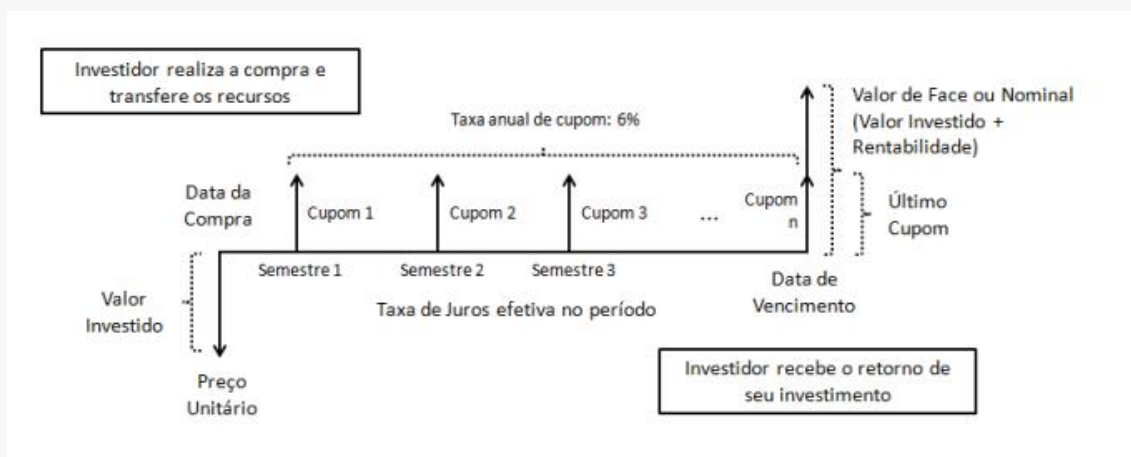
Data	Tipo	Valor futuro	Dias úteis	Valor presente
15/08/2024	Vencimento	4144,46	223	3.952,68

Note que a variação futura do IPCA não influencia no valor do título. Essa característica é comum a qualquer instrumento pós fixado. O Valor nominal será atualizado pela variação do índice e a taxa pactuada será

carregada até o vencimento, fazendo com que a variação do IPCA e a taxa fixa componham o valor do título no vencimento.

Dessa mesma forma, podemos imaginar o caso mais comuns para as NTN-Bs que também servirá para muitas Debentures, CRIs, CRAs, e quaisquer outros títulos vinculados a um indicador pós-fixado com a inflação ou o CDI e paguem cupons periódicos.

Observe a seguir o fluxo de uma NTN-B com pagamento semestral de juros de 6% ao ano.



Durante o prazo de investimento, o investidor receberá semestralmente os juros que incidirão sobre um VNA que é corrigido pela inflação do mês, todos os meses até o vencimento.

Ao fim do prazo do título, o investidor receberá o VNA do título corrigido somado aos cupons pagos semestralmente.

Exemplo 2:

Uma NTN-B com vencimento em 17/08/2026, possuía o VNA de 4.143,94 em 29/09/23. Assumindo a taxa de 5,5%, qual o PU da operação?

Passo 1. Conversão da taxa do cupom anual para cupom semestral:

$$\text{De Taxa Anual para Taxa Semestral} = (1 + 6\% \text{ ao ano.})^{\frac{126}{252}} - 1$$

2,956% ao semestre

Passo 2. Tabela com os dias úteis e com a taxa de pagamento de cada cupom.

Data	Tipo	Dias úteis	Taxa
15/02/2024	Juros	96	2,956%
15/08/2024	Juros	223	2,96%
17/02/2025	Juros	352	2,96%
15/08/2025	Juros	475	2,96%
18/02/2026	Juros	604	2,96%
17/08/2026	Juros	728	2,96%
17/08/2026	Vencimento	728	100,00%

Passo 3:

Multiplicar o VNA pela taxa para encontrar o valor de cada e da amortização final.

Exemplo: $VNA * \text{Cupom} = 4.143,94 * 2,956\% = 122,51$

Data	Tipo	Dias úteis	Taxa	Valor futuro
15/02/2024	Juros	96	2,956%	122,51
15/08/2024	Juros	223	2,96%	122,51
17/02/2025	Juros	352	2,96%	122,51
15/08/2025	Juros	475	2,96%	122,51
18/02/2026	Juros	604	2,96%	122,51
17/08/2026	Juros	728	2,96%	122,51
17/08/2026	Vencimento	728	100,00%	4.143,94

Passo 4:

Trazer a valor presente cada um dos fluxos – descontados pela taxa a mercado.

$$\text{Exemplo 1º Cupom: } \frac{122,51}{(1 + 5,5\%)^{\frac{96}{252}}} = 119,82$$

$$\text{Exemplo 2º Cupom: } \frac{122,51}{(1 + 5,5\%)^{\frac{223}{252}}} = 116,35$$

$$\text{Exemplo amortização: } \frac{4.143,94}{(1 + 5,5\%)^{\frac{728}{252}}}$$

Tabela com os pagamentos de Juros e Amortizações do exemplo.

Data	Tipo	Dias úteis	Valor futuro	Valor presente
15/02/2024	Juros	96	122,51	119,82
15/08/2024	Juros	223	122,51	116,35
17/02/2025	Juros	352	122,51	112,93
15/08/2025	Juros	475	122,51	109,76
18/02/2026	Juros	604	122,51	106,54
17/08/2026	Juros	728	122,51	103,53
17/08/2026	Vencimento	728	4.143,94	3.501,93

% do DI

De forma comum, títulos privados podem apresentar a forma de remuneração como % do DI. Uma LCI pode por exemplo remunerar seu investidor a 98% do DI enquanto um CDB pode pagar 115% do DI.

Para calcular a rentabilidade de um título como esse é necessário observar a taxa DI divulgada pela B3 diariamente e se multiplicar pelo percentil a ela atribuído, e realizar esse processo recursivamente para todos os dias em que o papel capitalizar juros.

Exemplo 1.

Calcule a rentabilidade de um CDB que rende 120% do DI, levando em consideração os 10 últimos dias.

Data	TAXA DI
DIA 0	
DIA 1	13,15%
DIA 2	13,15%
DIA 3	13,15%
DIA 4	13,15%

DIA 5	13,15%
DIA 6	12,65%
DIA 7	12,65%
DIA 8	12,65%
DIA 9	12,65%
DIA 10	12,65%

Passo 1:

O primeiro passo é decompor a taxa anual em uma taxa diária.

Relembrando: o DI é uma taxa expressa em termos anuais, para decompô-la em uma base diária de 252 dias é necessário aplicar a seguinte formula:

$$\text{De Taxa Anual para Taxa diária} = (1 + \text{Taxa Anual}\%)^{\frac{1}{252}} - 1$$

$$\text{De Taxa Anual para Taxa diária} = (1 + 13,15 \% \text{ ao ano.})^{\frac{1}{252}} - 1$$

$$\text{Taxa diária} = 0,0490375 \% \text{ ao dia}$$

Passo 2:

Na sequência, é necessário aplicar o % do DI desejado.

$$\text{Capitalização diária} = \text{DI diário} * \% \text{ do DI}$$

$$\text{Capitalização diária} = 0,0490375 \% * 120\%$$

$$\text{Capitalização diária} = 0,0588450\%$$

Passo 3:

Capitalizar o valor nominal do dia anterior pela taxa do dia atual.

$$\text{Valor Nominal de hoje} = \text{Valor Nominal de ontem} * (1 + \text{Cap. Diária})$$

$$\text{VN de hoje} = 1.000,00 * (1 + 0,0588450\%)$$

$$\text{VN de hoje} = 1000,58840$$

Passo 4:

O processo é feito recursivamente até a data de pagamento de juros, amortização ou vencimento do título.

Data	TAXA DI a.a.	DI Diário	120% do DI	Valor Nominal
DIA 0				1000,00000
DIA 1	13,15%	0,000490375	0,0588450%	1000,58845
DIA 2	13,15%	0,000490375	0,0588450%	1001,17725
DIA 3	13,15%	0,000490375	0,0588450%	1001,76639
DIA 4	13,15%	0,000490375	0,0588450%	1002,35588
DIA 5	13,15%	0,000490375	0,0588450%	1002,94571
DIA 6	12,65%	0,000472792	0,0567351%	1003,51474
DIA 7	12,65%	0,000472792	0,0567351%	1004,08408
DIA 8	12,65%	0,000472792	0,0567351%	1004,65375
DIA 9	12,65%	0,000472792	0,0567351%	1005,22374
DIA 10	12,65%	0,000472792	0,0567351%	1005,79405

DI + Taxa pré

A última forma comum de remuneração pós fixada é quando ao invés do investidor ser remunerado em um percentual do DI, este garante uma taxa fixa acrescida da variação diária do índice DI.

Dessa forma, dois componentes devem ser levados em consideração no cálculo desses títulos, em um, deve-se capitalizar a taxa de juros prefixada e no outro a taxa de juros pós fixada conforme descrito abaixo:

$$VN_t = VN_{t-1} * (1 + Taxa\ Pré\ a.a.)^{\frac{n}{252}} * (1 + Taxa\ Pós\ a.a.)^{\frac{n}{252}}$$

O produto das duas taxas resulta na remuneração total do investidor.

Exemplo 1:

Uma Debenture com remuneração de DI + 2%, é lançada no Dia 0 ao valor nominal de R\$ 1000,00m qual o valor dela no dia 10, assumindo que todos os dias desse período a taxa DI foi de 12,65% a.a.?

Passo 1:

Trata-se apenas de uma aplicação da fórmula anterior, dessa forma temos:

$$VN_t = VN_{t-1} * (1 + Taxa\ Pre\ a.\ a.)^{\frac{n}{252}} * (1 + Taxa\ Pós\ a.\ a.)^{\frac{n}{252}}$$

$$VN_{DIA\ 10} = 1000,00 * (1 + 2\%)^{\frac{10}{252}} * (1 + 12,65\%)^{\frac{10}{252}}$$

$$VN_{DIA\ 10} = 1000,00 * (1 + 2\%)^{\frac{10}{252}} * (1 + 12,65\%)^{\frac{10}{252}}$$

$$VN_{DIA\ 10} = 1000,00 * (1,0047386) * (1,000786)$$

$$VN_{DIA\ 10} = 1005.53$$

Naturalmente, o processo pode ser calculado diariamente dado a flutuação da taxa DI, como veremos no exemplo a seguir.

Exemplo 2:

Uma Debenture com remuneração de DI + 2%, é lançada no Dia 0 ao valor nominal de R\$ 1000,00m qual o valor dela no dia 10, assumindo que nos 5 primeiros dias a taxa DI foi de 13,15% e do dia 6 em diante foi de 12,65% a.a.?

Passo 1:

Criar uma tabela com as datas e as taxas diárias conforme explicitado.

Data	TAXA DI a.a.
DIA 0	
DIA 1	13,15%
DIA 2	13,15%
DIA 3	13,15%
DIA 4	13,15%
DIA 5	13,15%
DIA 6	12,65%
DIA 7	12,65%
DIA 8	12,65%
DIA 9	12,65%
DIA 10	12,65%

Passo 2:

Transformar as taxas anuais em taxas diárias.

Data	TAXA DI a.a.	DI Diário	2% a.a.
DIA 0			
DIA 1	13,15%	0,0490%	0,00786%
DIA 2	13,15%	0,0490%	0,00786%
DIA 3	13,15%	0,0490%	0,00786%
DIA 4	13,15%	0,0490%	0,00786%
DIA 5	13,15%	0,0490%	0,00786%
DIA 6	12,65%	0,0473%	0,00786%
DIA 7	12,65%	0,0473%	0,00786%
DIA 8	12,65%	0,0473%	0,00786%
DIA 9	12,65%	0,0473%	0,00786%
DIA 10	12,65%	0,0473%	0,00786%

Passo 3:

Fazer o produtório das taxas e multiplicar pelo VN do dia anterior.

Data	TAXA DI a.a.	DI Diário	2% a.a.	Valor Nominal
DIA 0				1000,00000
DIA 1	13,15%	0,0490%	0,00786%	1000,56900
DIA 2	13,15%	0,0490%	0,00786%	1001,13832
DIA 3	13,15%	0,0490%	0,00786%	1001,70797
DIA 4	13,15%	0,0490%	0,00786%	1002,27794
DIA 5	13,15%	0,0490%	0,00786%	1002,84823
DIA 6	12,65%	0,0473%	0,00786%	1003,40122
DIA 7	12,65%	0,0473%	0,00786%	1003,95451
DIA 8	12,65%	0,0473%	0,00786%	1004,50810
DIA 9	12,65%	0,0473%	0,00786%	1005,06200
DIA 10	12,65%	0,0473%	0,00786%	1005,61621

O exercício poderia ser igualmente resolvido com a aplicação da fórmula demonstrada anteriormente levando-se em consideração a variação do dia 1 ao dia 5 e em seguida a variação do dia 6 ao dia 10.

Do dia 0 ao dia 5:

$$VN_t = VN_{t-1} * (1 + Taxa\ Pre\ a.a.)^{\frac{n}{252}} * (1 + Taxa\ Pós\ a.a.)^{\frac{n}{252}}$$

$$VN_{DIA\ 5} = 1000,00 * (1 + 2\%)^{\frac{5}{252}} * (1 + 13,15\%)^{\frac{5}{252}}$$

$$VN_{DIA\ 5} = 1000,00 * (1,000393) * (1,0023662)$$

$$VN_{DIA\ 5} = 1.002,76114$$

E agora do dia 6 ao dia 10.

$$VN_t = VN_{t-1} * (1 + Taxa\ Pre\ a.\ a.)^{\frac{n}{252}} * (1 + Taxa\ Pós\ a.\ a.)^{\frac{n}{252}}$$

$$VN_{DIA\ 10} = 1.002,76114 * (1 + 2\%)^{\frac{5}{252}} * (1 + 13,65\%)^{\frac{5}{252}}$$

$$VN_{DIA\ 10} = 1.002,76114 * (1,000393) * (1,00245428)$$

$$VN_{DIA\ 10} = 1.005,61621$$

Note que usamos o VN encontrado para o Dia 5 (Dia de mudança da taxa) e capitalizamos mais 5 dias sob a taxa nova.



XPe

> Capítulo 5



Capítulo 5. Derivativos e instrumentos de renda fixa

Os derivativos de renda fixa no Brasil desempenham um papel crucial no mercado financeiro, oferecendo uma série de instrumentos que permitem aos investidores e empresas gerenciar riscos e otimizar seus investimentos em ativos de renda fixa. Neste texto, exploraremos o que são esses derivativos, como funcionam e qual é o seu impacto no mercado financeiro brasileiro.

Derivativos de renda fixa são instrumentos financeiros cujo valor deriva de um ativo subjacente de renda fixa, como títulos públicos, títulos privados, debêntures, entre outros. Esses derivativos são usados para proteger investimentos contra movimentos adversos das taxas de juros e para especular sobre esses movimentos.

Existem vários tipos de derivativos de renda fixa disponíveis no mercado brasileiro, incluindo:

Contrato Futuro de DI

Contratos futuros de DI são instrumentos que permitem que os investidores apostem na direção futura das taxas de juros. Por exemplo, um investidor pode comprar um contrato futuro de taxa de juros se acreditar que as taxas de juros subirão no futuro, ou vender se acreditar que elas cairão.

Trata-se de um contrato Futuro padronizado de taxa de juro definida pela acumulação da Taxa DI, divulgada pela B3, até o vencimento do contrato, negociado em mercado de bolsa.

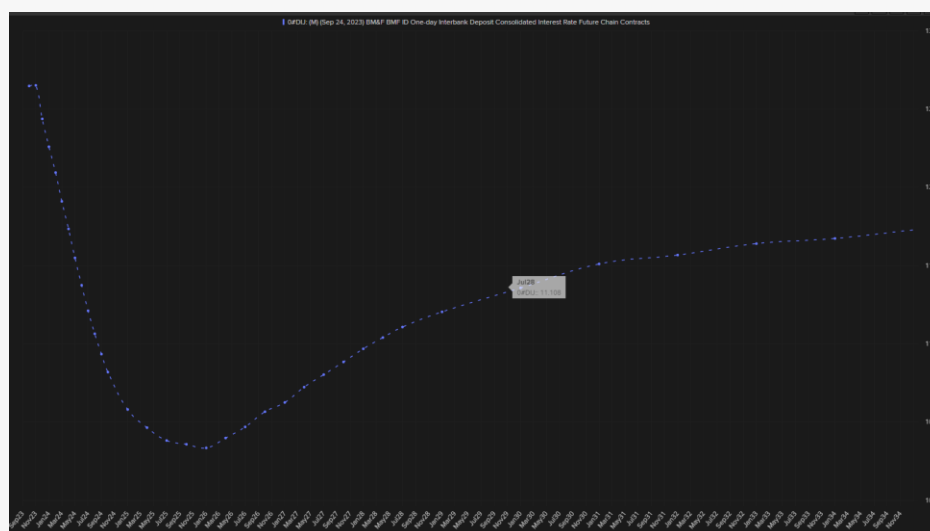
O tamanho dos contratos possui Preço unitário (PU) de R\$ 100.000 no vencimento, e sobre esse valor é aplicado uma taxa de desconto.

Existem diversos vencimentos diferentes para os contratos futuros de DI. A Bolsa hoje mante abertos minimamente, os contratos para todos os meses pelos próximos 12 meses, as cabeças de trimestres (JAN, ABR, JUL, OCT) pelos próximos 3 a 4 anos, as cabeças de semestre pelos próximos 2 a 3 anos, e a partir disso, um contrato por anos pelos próximos anos, fechando um total de 14 a 15 anos em média.

Estrutura a Termo da taxa de Juros

Nem sempre os prazos dos ativos de renda fixa são coincidentes com os prazos dos vértices. Dessa forma, precisamos calcular alguns preços para prazos intermediários.

Com tamanha disponibilidade de contratos futuros, é possível ver como o mercado precifica o valor do dinheiro no tempo para diferentes prazos. A figura resultante dos preços diários ao longo do tempo chama-se curva de juros.



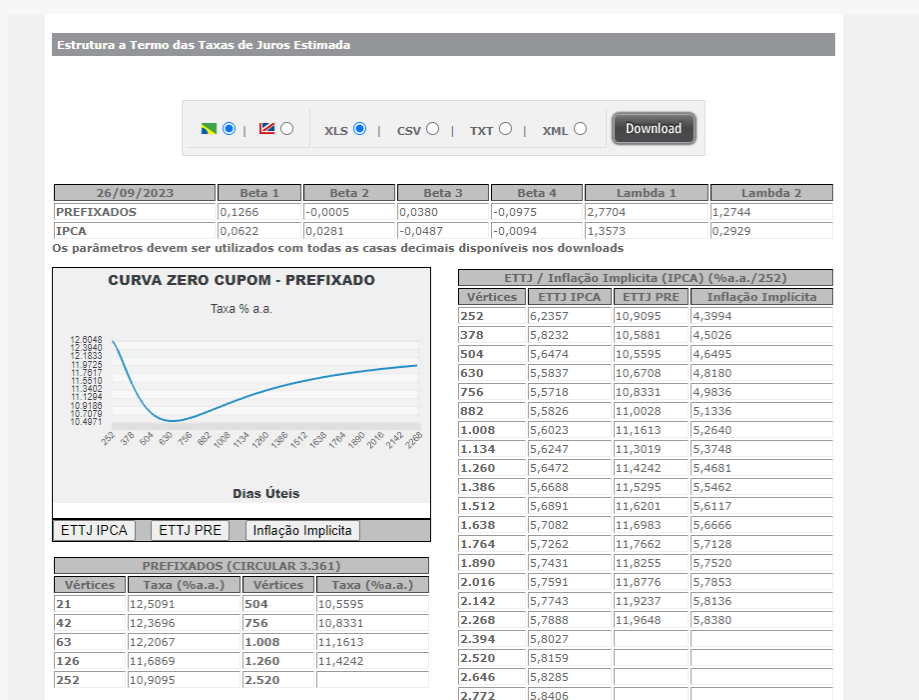
Com o auxílio da Estrutura a termo da Taxa de Juros, podemos gerar uma função que determina a taxa de juros em qualquer prazo.

A curva de juros pode apresentar uma nova forma todos os dias. E muda ao longo do tempo, na figura abaixo é possível verificar como estava a

curva de juros no dia 25 de setembro (em azul), um mês antes (em Branco) e 3 meses antes (em amarelo)

A ANBIMA fornece diariamente a ETTJ tanto para as curvas prefixadas, como de IPCA e de inflação implícita.

ETTJ – Site da Anbima.



Forward Rate Agreement

O FRA, ou Forward Rate Agreement, é uma operação estruturada onde o investidor compra ou vende um contrato de vencimento mais longo e faz a operação inversa em um contrato de vencimento mais curto indexado a uma taxa pós fixada como o DI, a LIBOR ou outra.

Dessa forma, negocia-se um juro a termo, ou seja, que passará a ser efetivo em uma data futura até a data de vencimento mais longa.

Em um sistema financeiro em que os agentes podem atuar livremente em operações no mercado de renda fixa, podemos calcular a taxa

de juros futura esperada entre o primeiro e o segundo período de tempo por meio da seguinte relação:

$$(1 + i_{(t,t+1)}) \times (1 + i^e_{(t+1,t+2)}) = (1 + i_{(t,t+2)})$$

Onde:

$(1 + i_{(t,t+1)})$ é a taxa de juros praticada entre t e t+1

$(1 + i_{(t,t+2)})$ é a taxa de juros praticada entre t e t+2

$(1 + i^e_{(t+1,t+2)})$ é a taxa de juros esperada entre o tempo t+1 e t+2

Exemplo:

A taxa de juros entre janeiro e março são 3%

A taxa de juros entre janeiro e julho são 7,5%

Qual a taxa de juros esperada entre março e julho?

$$(1 + i_{(t,t+1)}) \times (1 + i^e_{(t+1,t+2)}) = (1 + i_{(t,t+2)})$$

$$(1 + i_{(JAN,MAR)}) \times (1 + i^e_{(MAR,JUL)}) = (1 + i_{(JAN,JUL)})$$

$$(1,03) \times (1 + i^e_{(MAR,JUL)}) = (1,075)$$

$$(1 + i^e_{(MAR,JUL)}) = \frac{(1,075)}{(1,03)}$$

$$(1 + i^e_{(MAR,JUL)}) = 1,04369$$

Resposta: a taxa de juros esperada entre março e julho é de 4,69%.

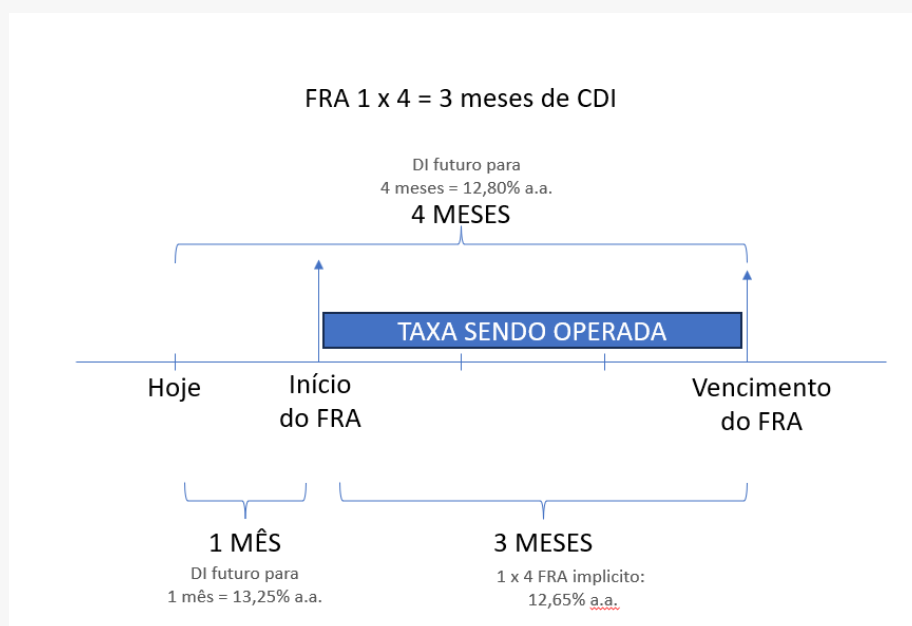
Estendendo essa relação para títulos com maturidades mais longas e repetindo a equação anterior, para os períodos t+3, t+4, t+n conseguimos calcular uma série de taxas de juros futuras esperadas. Aplicando esse princípio para intervalos de tempo cada vez menores, chegamos à

construção de uma função contínua que representa a variação esperada da taxa de juros em um intervalo de tempo.

Seguem alguns exemplos abaixo.

Notação do FRA	Data em que o termo inicia	Data em que a operação termina	Taxa Subjacente
1 x 4	1 Mês	4 Meses	4-1 = 3 Meses DI
2 x 7	2 Meses	7 Meses	7-2 = 5 Meses DI
3 x 6	3 Meses	6 Meses	6-3 = 3 Meses DI
3 x 9	3 Meses	9 Meses	9-3 = 6 Meses DI
9 x 12	6 Meses	12 Meses	12-9 = 3 Meses DI
12 x 18	12 Meses	18 Meses	18-12 = 6 Meses DI

Portanto em um FRA 1x4, a taxa sendo negociada é referente ao período de 3 meses entre o final do mês 1 e o início do mês 4. Já um FRA 12 x 18 refere-se a taxa de meses entre o final do mês 12 e início do mês 18.



Esse tipo de operação é útil quando o agente de mercado deseja negociar um trecho específico da curva de juros, por exemplo, um investidor pode imaginar que as taxas de juros subirão acima das expectativas de mercado, ele pode entrar na ponta de um FRA que pagará taxa prefixada e receberá os juros à época (no futuro), pois esse, por premissa desse investidor, estarão maiores.



XPe

> Capítulo 6



Capítulo 6. Índices de Renda Fixa

Índices são medidas estatísticas que representam o desempenho geral ou a variação de um grupo específico de ativos financeiros, como ações, títulos, commodities ou outros instrumentos de investimento. Esses índices são utilizados para avaliar e acompanhar a evolução do mercado e para auxiliar investidores, analistas e gestores de portfólio na tomada de decisões.

Os índices são compostos por uma carteira teórica de ativos, que podem ser ponderados de diferentes maneiras, dependendo do objetivo do índice.

No universo da renda fixa, adota-se comumente o Índice DI, a Selic e muitos outros. Atualmente, com a crescente demanda por investimentos com benchmark atrelado a renda fixa, temos visto o crescente desenvolvimento de novos índices bem como a adoção destes para ETFs de renda fixa.

São alguns exemplos de índices de renda fixa:

IMA – Índice Mercado Anbima

O Índice de Mercado Anbima, também conhecido como IMA, é uma ferramenta de referência fundamental para investidores que buscam oportunidades na área de renda fixa. Ele serve como um meio para os investidores acompanharem o desempenho de suas aplicações e para realizar comparações entre as diversas opções de produtos disponíveis no mercado.

O IMA é composto por uma carteira de títulos públicos que se assemelha à composição da dívida pública interna brasileira. Em outras

palavras, ele reflete os mesmos tipos de títulos e suas proporções em relação à dívida pública. Isso é conhecido como IMA-Geral.

Para abranger a diversidade de títulos existentes, são calculados vários indicadores adicionais. Esses indicadores agrupam ativos com características semelhantes e são denominados subíndices. Eles oferecem uma visão mais detalhada do desempenho de diferentes segmentos do mercado de renda fixa, permitindo que os investidores façam análises mais específicas e tomem decisões mais informadas.

Dentre eles destacam:

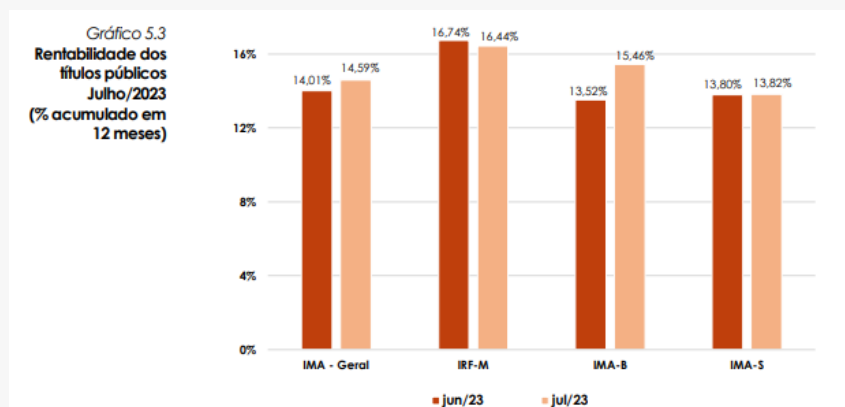
IMA-Geral: formado por todos os títulos que compõem a dívida pública.

IRF-M: formado por títulos públicos prefixados, que são as LTNs (Letras do Tesouro Nacional ou Tesouro Prefixado) e NTN-Fs (Notas do Tesouro Nacional – Série F ou Tesouro Prefixado com Juros Semestrais).

IMA-B: formado por títulos públicos indexados à inflação medida pelo IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo), que são as NTN-Bs (Notas do Tesouro Nacional – Série B ou Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais).

IMA-S: formado por títulos pós-fixados atrelados à taxa básica de juros (Selic), que são as LFTs (Letras Financeira do Tesouro ou Tesouro Selic).

Rentabilidade dos títulos públicos julho/2023 (acumulado em 12 meses)



Fonte: Tesouro Nacional

IDA: O Índice de Debêntures ANBIMA, espelha o comportamento de uma carteira de dívida privada, mais especificamente das debêntures. Ele é um termômetro do desempenho desses produtos para os investidores.

É composto pelas debêntures que fazem parte da nossa precificação diária, desde que cumpram alguns critérios de seleção, por exemplo, são admitidas apenas séries com prazo superior a um mês.

O índice que reflete a totalidade das debêntures precificadas é chamado de IDA-Geral. Para espelhar os diferentes tipos de papéis disponíveis no mercado, o IDA conta com alguns subíndices.

Além dos índices supracitados, em função do crescente mercado de ETFs de renda fixa, novos índices vêm sendo criados com foco na criação de um índice que seja de factível acompanhamento por um gestor, dessa forma o índice além de buscar refletir a variação de preços de uma determinada categoria de ativos de renda fixa, visa a sua replicação, e para isso, adota critérios de liquidez dos ativos.



XPe

> Capítulo 7



Capítulo 7. Convexidade e Duration

Convexidade e duração são dois conceitos fundamentais no campo das finanças e investimentos, especialmente quando se trata de gerenciamento de risco e precificação de títulos de renda fixa. Eles desempenham um papel crucial na compreensão da sensibilidade dos títulos às mudanças nas taxas de juros e na avaliação de como essas mudanças podem afetar o valor dos investimentos.

Duration

A duration mede a sensibilidade do preço de um título às mudanças nas taxas de juros. Em outras palavras, a duration indica quanto um título se moverá em termos de preço quando as taxas de juros se alterarem.

Imagine que você é um gestor de um fundo de investimento e possui um título de renda fixa com um valor nominal de R\$ 1.000 e uma taxa de cupom anual de 5%. A taxa de juros de mercado aumenta de 5% para 6%. Como isso afetará o valor do seu título?

Para calcular a Duration, podemos usar a seguinte fórmula:

$$Duration = \frac{\sum_{t=1}^N t_i \frac{CF_t}{(1+i)^n}}{\sum_{t=1}^N \frac{CF_t}{(1+i)^n}}$$

Onde:

N = número de períodos até o vencimento.

CF_t = é o fluxo de caixa no período t.

t_i = é o prazo até o recebimento do fluxo

i = é a taxa de desconto.

Exemplo 1:

Calcular a duration de uma LTN com vencimento em 2 anos (sem pagamento de cupom, com valor final de R\$ 1.000,00), quando a taxa de juros é 10%.

$$Duration = \frac{\sum_{t=1}^N t_i \frac{CF_t}{(1+i)^n}}{\sum_{t=1}^N t_i \frac{CF_t}{(1+i)^n}}$$

$$Duration = \frac{2 * \frac{1000}{(1,10)^2}}{\frac{1000}{(1,10)^2}}$$

$$Duration \approx 2$$

Exemplo 2:

Taxa de cupom de 4%, vencimento em 3 anos. A taxa de juros de mercado sobe de 4% para 5%.

$$Duration = \frac{\sum_{t=1}^N t_i \frac{CF_t}{(1+i)^n}}{\sum_{t=1}^N t_i \frac{CF_t}{(1+i)^n}}$$

$$Duration = \frac{\left(1 * \frac{40}{(1+0,04)^1} + 2 * \frac{40}{(1+0,04)^2} + 3 * \frac{1040}{(1+0,04)^3} \right)}{\left(\frac{40}{(1+0,04)^1} + \frac{40}{(1+0,04)^2} + \frac{1040}{(1+0,04)^3} \right)}$$

$$Duration \approx 2,88$$

Calcule a variação percentual do título:

$$\Delta P \approx -Duration * \Delta i$$

$$\Delta P \approx -2,88 * (0,05 - 0,04)$$

$$\Delta P \approx -0,0288$$

Portanto, o preço do Título cairá aproximadamente 2,88% quando a taxa de juros de mercado aumentar de 4% para 5%.

Note que a duration é uma medida aproximada da variação do preço, dado que ela capta somente a variação linear das mudanças das taxas de juros.

Exemplo 3:

Taxa de cupom semestral de 6%, vencimento em 10 anos. A taxa de juros de mercado cai de 7% para 6%.

$$Duration = \frac{\sum_{t=1}^N t_i \frac{CF_t}{(1+i)^n}}{\sum_{t=1}^N \frac{CF_t}{(1+i)^n}}$$

Período	Fluxo de Caixa	Valor Presente	Numerador Duration
0,50	60	58,0042	29,0021
1,00	60	56,0748	56,0748
1,50	60	54,2095	81,3143
2,00	60	52,4063	104,8126
2,50	60	50,6631	126,6578
3,00	60	48,9779	146,9336
3,50	60	47,3487	165,7204
4,00	60	45,7737	183,0949
4,50	60	44,2511	199,1300
5,00	60	42,7792	213,8959
5,50	60	41,3562	227,4590
6,00	60	39,9805	239,8832
6,50	60	38,6506	251,2292
7,00	60	37,3650	261,5549
7,50	60	36,1221	270,9157
8,00	60	34,9205	279,3644
8,50	60	33,7590	286,9512
9,00	60	32,6360	293,7242
9,50	60	31,5504	299,7291
10,00	1060	538,8502	5.388,5025
SOMA		1.365,6791	9.105,9498

$$Duration \approx \frac{1.335,67}{9.105,94}$$

$$Duration \approx \frac{1.335,67}{9.105,94}$$

$$Duration \approx 6,667$$

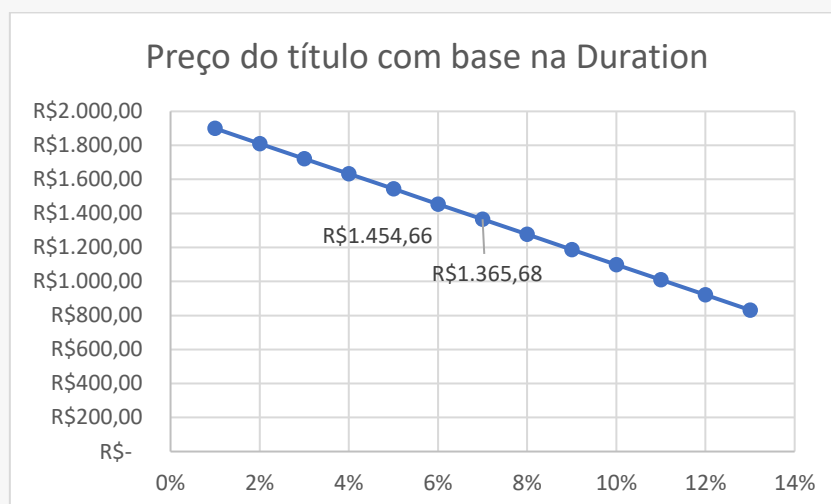
Calcule a variação percentual do título:

$$\Delta P = -Duration * \Delta i$$

$$\Delta P = -6,67 * (0,06 - 0,07)$$

$$\Delta P \approx 0,067$$

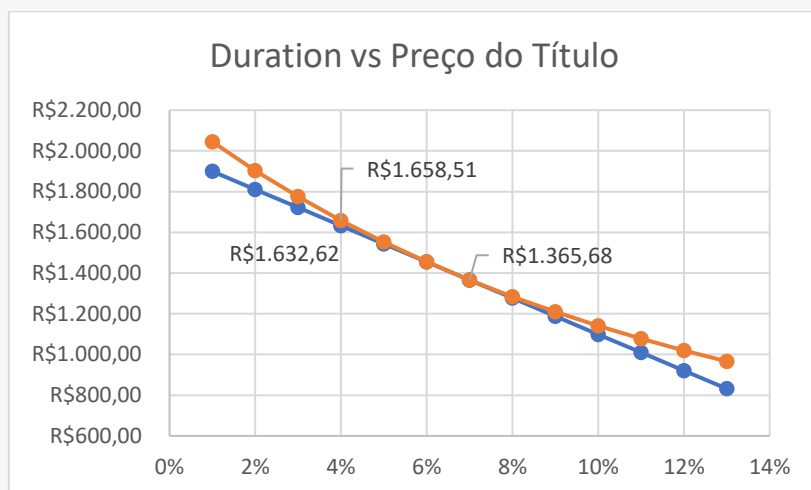
Portanto, o preço do Título A subirá aproximadamente 6,67% quando a taxa de juros de mercado cair de 7% para 6%.



A duration expressa a relação linear entre a variação do preço do título e a variação da taxa do título, todavia o a duration não é o único componente que atua em um ativo de renda fixa quando há alguma alteração da taxa de juros na prática.

Convexidade

Enquanto a Duration indica que independentemente de as taxas de juro aumentarem ou diminuïrem, a variação percentual aproximada do preço é a mesma. No entanto, como   possível observar no gráfico abaixo, isso não é verdadeiro.



Especificamente, enquanto para pequenas variações nos juros a variação percentual do preço será a mesma para um aumento ou redução nos juros, quando observamos oscilações maiores, notamos uma diferença.

Isto sugere que a duração é apenas uma boa aproximação da percentagem mudança de preço para pequenas mudanças no rendimento. Demonstramos essa propriedade anteriormente usando um título de 7% com pagamento semestral de cupons e 10 anos assumindo queda de 1% nos juros. No entanto, com uma alteração de 300 pontos base, a variação percentual aproximada do preço errar  consideravelmente.

A razão para este resultado é que a duração é na verdade uma primeira aproximação (linear) para uma pequena mudança no rendimento. A aproximação pode ser melhorada usando uma segunda aproximação. Essa aproximação   chamada de “convexidade”. A convexidade medida de um título pode ser usada para aproximar a mudança no preço que não é explicado pela duração.

Medindo a Convexidade

A Convexidade pode ser medida da seguinte forma:

$$Convexidade = \frac{V_+ + V_- - 2V_0}{2V_0(\Delta y)^2}$$

Onde:

V_+ = Preço quando os juros caem $y\%$

V_- = Preço quando os juros sobem $y\%$

V_0 = Preço Inicial

Δy = variação das taxas de juros

Na sequência, para se calcular o efeito total da variação do preço de um título dado uma mudança nas taxas de juros, utiliza-se simultaneamente a convexidade e a duration da forma exposta abaixo.

$$Variação\ no\ preço\ do\ Título = -Duration(\Delta y) + 0,5 * Convexidade(\Delta y)^2$$

Exemplo, assumo um título com 9% de cupom, pagos anualmente, com vencimento em 20 anos, negociando a uma taxa de 6% cujo preço é de R\$ 134,67. Utilizando os conceitos de Convexidade e Duration, Calcule a o preço caso haja uma variação positiva de 1% na taxa de juros.

Passo 1:

Calcular o PU do ativo com as características dadas: Cupom de 9% ao ano, pagamento anual, 20 anos, taxa de 6% ao ano.

ANO	CUPOM	Valor Presente
1	R\$ 9,00	R\$ 8,49
2	R\$ 9,00	R\$ 8,01
3	R\$ 9,00	R\$ 7,56
4	R\$ 9,00	R\$ 7,13
5	R\$ 9,00	R\$ 6,73
6	R\$ 9,00	R\$ 6,34
7	R\$ 9,00	R\$ 5,99
8	R\$ 9,00	R\$ 5,65
9	R\$ 9,00	R\$ 5,33
10	R\$ 9,00	R\$ 5,03
11	R\$ 9,00	R\$ 4,74
12	R\$ 9,00	R\$ 4,47
13	R\$ 9,00	R\$ 4,22
14	R\$ 9,00	R\$ 3,98
15	R\$ 9,00	R\$ 3,76
16	R\$ 9,00	R\$ 3,54
17	R\$ 9,00	R\$ 3,34
18	R\$ 9,00	R\$ 3,15
19	R\$ 9,00	R\$ 2,97
20	R\$ 109,00	R\$ 33,99
VALOR PRESENTE:		R\$ 134,42

Com isso, descobrimos o preço do título, ou seja, $V_0 = R\$ 134,42$

Passo 2:

Na sequência precisamos descobrir a duration do título, para isso pode-se usar o mesmo método descrito anteriormente, ou ainda, de forma didática, calculando-se o peso de cada valor presente na composição do título, e depois multiplicando-se esse peso pelo respectivo período.

Passo 2a – Calcular o peso de cada fluxo no total do título

ANO	CUPOM	Valor Presente	Peso
1	R\$ 9,00	R\$ 8,49	=F57/\$F\$77
2	R\$ 9,00	R\$ 8,01	5,96%
3	R\$ 9,00	R\$ 7,56	5,62%
4	R\$ 9,00	R\$ 7,13	5,30%
5	R\$ 9,00	R\$ 6,73	5,01%
6	R\$ 9,00	R\$ 6,34	4,72%
7	R\$ 9,00	R\$ 5,99	4,46%
8	R\$ 9,00	R\$ 5,65	4,20%
9	R\$ 9,00	R\$ 5,33	3,97%
10	R\$ 9,00	R\$ 5,03	3,74%
11	R\$ 9,00	R\$ 4,74	3,53%
12	R\$ 9,00	R\$ 4,47	3,33%
13	R\$ 9,00	R\$ 4,22	3,14%
14	R\$ 9,00	R\$ 3,98	2,96%
15	R\$ 9,00	R\$ 3,76	2,80%
16	R\$ 9,00	R\$ 3,54	2,63%
17	R\$ 9,00	R\$ 3,34	2,48%
18	R\$ 9,00	R\$ 3,15	2,34%
19	R\$ 9,00	R\$ 2,97	2,21%
20	R\$ 109,00	R\$ 33,99	25,29%
VALOR PRESENTE:		R\$ 134,42	

Passo 2b – Calcular o peso de cada fluxo no total do multiplicar o peso pelo período.

ANO	CUPOM	Valor Presente	Peso	Peso * t
1	R\$ 9,00	R\$ 8,49	6,32%	=G57*D57
2	R\$ 9,00	R\$ 8,01	5,96%	0,1192
3	R\$ 9,00	R\$ 7,56	5,62%	0,1687
4	R\$ 9,00	R\$ 7,13	5,30%	0,2122
5	R\$ 9,00	R\$ 6,73	5,01%	0,2503
6	R\$ 9,00	R\$ 6,34	4,72%	0,2830
7	R\$ 9,00	R\$ 5,99	4,46%	0,3119
8	R\$ 9,00	R\$ 5,65	4,20%	0,3363
9	R\$ 9,00	R\$ 5,33	3,97%	0,3569
10	R\$ 9,00	R\$ 5,03	3,74%	0,3742
11	R\$ 9,00	R\$ 4,74	3,53%	0,3879
12	R\$ 9,00	R\$ 4,47	3,33%	0,3990
13	R\$ 9,00	R\$ 4,22	3,14%	0,4081
14	R\$ 9,00	R\$ 3,98	2,96%	0,4145
15	R\$ 9,00	R\$ 3,76	2,80%	0,4196
16	R\$ 9,00	R\$ 3,54	2,63%	0,4214
17	R\$ 9,00	R\$ 3,34	2,48%	0,4224
18	R\$ 9,00	R\$ 3,15	2,34%	0,4218
19	R\$ 9,00	R\$ 2,97	2,21%	0,4198
20	R\$ 109,00	R\$ 33,99	25,29%	5,0573
VP		R\$ 134,42	DUR R\$ 11,25	

Com o exercício acima descobrimos a Duration do título

Duration = 11,2477

Passo 3:

Agora é necessário calcular a Convexidade. Como vimos, é necessário simular uma variação positiva e uma variação negativa no título para se obter os parâmetros V+ e V-. Nesse caso, daremos um choque de 10 bps.

TAXA		6,00%	5,90%	6,10%
ANO	CUPOM	Valor Presente	V+	V-
1	R\$ 9,00	R\$ 8,49	R\$ 8,50	R\$ 8,48
2	R\$ 9,00	R\$ 8,01	R\$ 8,03	R\$ 7,99
3	R\$ 9,00	R\$ 7,56	R\$ 7,58	R\$ 7,54
4	R\$ 9,00	R\$ 7,13	R\$ 7,16	R\$ 7,10
5	R\$ 9,00	R\$ 6,73	R\$ 6,76	R\$ 6,69
6	R\$ 9,00	R\$ 6,34	R\$ 6,38	R\$ 6,31
7	R\$ 9,00	R\$ 5,99	R\$ 6,03	R\$ 5,95
8	R\$ 9,00	R\$ 5,65	R\$ 5,69	R\$ 5,60
9	R\$ 9,00	R\$ 5,33	R\$ 5,37	R\$ 5,28
10	R\$ 9,00	R\$ 5,03	R\$ 5,07	R\$ 4,98
11	R\$ 9,00	R\$ 4,74	R\$ 4,79	R\$ 4,69
12	R\$ 9,00	R\$ 4,47	R\$ 4,52	R\$ 4,42
13	R\$ 9,00	R\$ 4,22	R\$ 4,27	R\$ 4,17
14	R\$ 9,00	R\$ 3,98	R\$ 4,03	R\$ 3,93
15	R\$ 9,00	R\$ 3,76	R\$ 3,81	R\$ 3,70
16	R\$ 9,00	R\$ 3,54	R\$ 3,60	R\$ 3,49
17	R\$ 9,00	R\$ 3,34	R\$ 3,40	R\$ 3,29
18	R\$ 9,00	R\$ 3,15	R\$ 3,21	R\$ 3,10
19	R\$ 9,00	R\$ 2,97	R\$ 3,03	R\$ 2,92
20	R\$ 109,00	R\$ 33,99	R\$ 34,63	R\$ 33,35
SOMA		R\$ 134,42	R\$ 135,85	R\$ 132,99

Com isso temos todos os parâmetros para o cálculo da Convexidade.

$V_0 = 134,42$

$V_- = 135,85$

$V_+ = 132,99$

$$\Delta y = 0,1\%$$

$$\text{Convexidade} = \frac{V_+ + V_- - 2V_0}{2V_0(\Delta y)^2}$$

$$\text{Convexidade} = \frac{132,99 + 135,85 - 2 * 134,42}{2 * 134,42(0,1)^2}$$

$$\text{Convexidade} = 6,0795$$

Dado que agora temos as medidas de convexidade e duration, podemos estimar o valor do título após um choque de 1% baseando-se na seguinte formula:

$$\text{Variação no preço do Título} = -\text{Duration}(\Delta y) + 0,5 * \text{Convexidade}(\Delta y)^2$$

$$\text{Variação no preço do Título} = -11,2477(0,01) + 0,5 * 6,0795(0,01)^2$$

$$\text{Variação no preço do Título} = -11,21\%$$

Portanto:

$$\text{Preço estimado do Título} = 134,42 * (1 - 11,21\%)$$

$$\text{Preço estimado do Título} = 119,34$$

Dessa forma, podemos concluir que com a taxa de juros subindo 1% o preço do título cairá de 134,42 para 119,34.

Referências

BAUER, Udibert Reinoldo – Matemática Financeira Fundamental Econometria de séries temporais 2003

ALEXANDRE, Carol – Modelos de Mercado: Um guia para a Análise de Informações Financeiras, 2005.

PINHEIRO, Juliano Lima – Mercado de Capitais: Fundamentos e Técnicas – 7ª Ed. 2014.

CHOUDRY, Moorad – Fixed Income securities and derivatives handbook: Analysis and Valuation, 2005.

SENGUPTA, Chandan – Financial Modeling Using Excel and VBA, 2004

DAY, Alastar L. – Mastering Financial Modeling - A practitioner's guide to applied finance, 2001.

FABOZZI, Frank J. – The Basics of Finance.

FABOZZI, Frank J. – The Handbook of Fixed Income Securities, 7th Ed., 2005.

FABOZZI, Frank J. – The Handbook of Mortaged Backed Securities, 6th Ed., 2005.