

# Aprimoramentos em modelagem geológica implícita com funções distância assinaladas

Me. Roberto Mentzingen Rolo

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa, PhD

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais

17 de junho de 2019

## Introdução

Interpretação e modelagem geológica

Método tradicional

Incerteza do modelo geológico

Métodos matemáticos

Métodos implícitos

## Modelagem geológica implícita com funções distância assinaladas

O banco de dados

Codificando as amostras em indicadores

Calculando a função distância assinalada

Variografia das distâncias assinaladas

Interpolação das distâncias assinaladas

Visualização do modelo geológico

Adaptação para múltiplas categorias simultaneamente

Incorporação da não estacionariedade de segunda ordem

## sumário II

Refinamento iterativo

Incorporação de informação secundária

Avaliação da incerteza

Avaliação heurística da incerteza

BOUNDSIM

Simulação direta das distâncias assinaladas

Simulação multi ponto

Boundary simulation

Abordagem hierárquica

Sumário dos métodos de avaliação de incerteza

Proposta de tese

Problemas

Interpolador

Zona de incerteza

Avaliação da incerteza

## sumário III

Boundary simulation multi categórico

P-field

Simulação plurigaussiana truncada

Validação

Sumário

Cronograma e atividades

Referências bibliográficas

# Introdução

Construir modelos numéricos de longo, médio e curto prazo para avaliação de recursos/reservas e planejamento de mina exige quatro grandes atividades:

1. Coleta e gerenciamento de dados;
2. Interpretação e modelagem geológica;
3. Atribuição de teores;
4. Avaliação e gerenciamento da incerteza geológica e de teores.

# Interpretação e modelagem geológica

1. Identificar diferentes domínios;
2. Definir os limites de cada função aleatória estacionária.

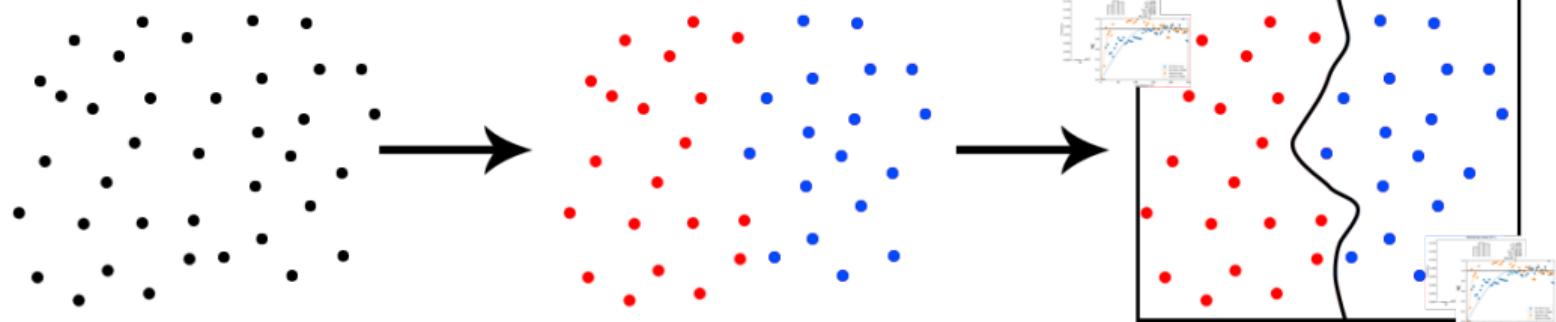


Figura 1: Interpretação e modelagem geológica.

## Metodologia tradicional

A abordagem tradicional para a criação de modelos geológicos tridimensionais é através da triangulação de polilinhas.

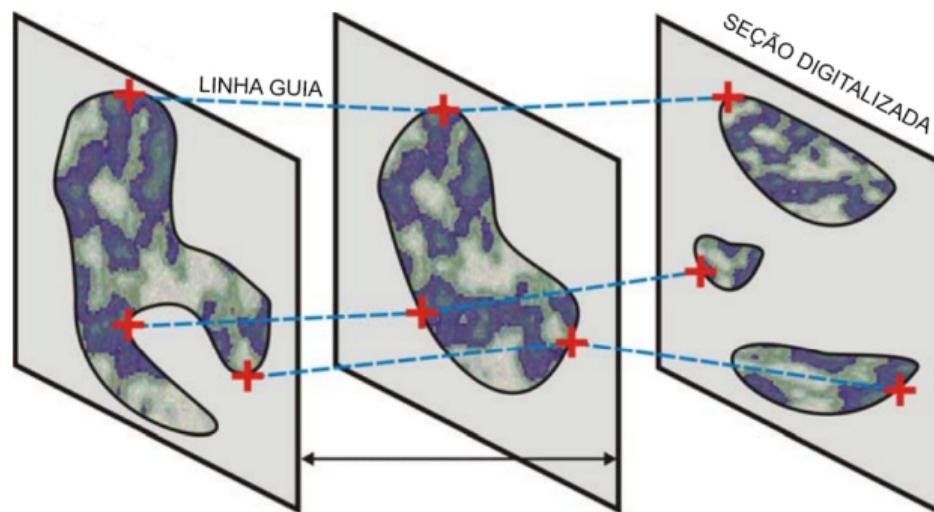


Figura 2: Esquema do método tradicional.

## Desvantagens do método tradicional

- ▶ Tedioso e demorado;
- ▶ Exige um profissional especializado e experiente;
- ▶ Geometria dos corpos precisa ser simplificada;
- ▶ Subjetivo;
- ▶ Não replicável;
- ▶ Inflexível;
- ▶ Não avalia a incerteza.

## Incerteza do modelo geológico

Em muitos casos, a incerteza do modelo geológico pode ser uma fonte de incerteza crucial e deve ser avaliada.

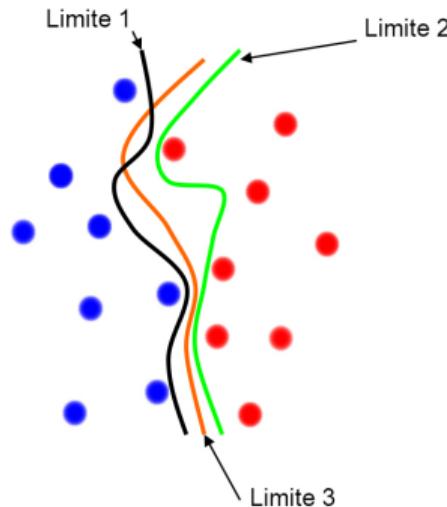


Figura 3: Incerteza do modelo geológico.

# Métodos matemáticos

## *Métodos determinísticos*

- ▶ Vizinho mais próximo;
- ▶ Krigagem dos indicadores.

## *Métodos estocásticos*

- ▶ Simulação sequencial dos indicadores;
- ▶ Simulação gaussiana/plurigaussiana truncada;
- ▶ Simulação multi ponto;
- ▶ Simulação baseada em objetos;

# Métodos implícitos

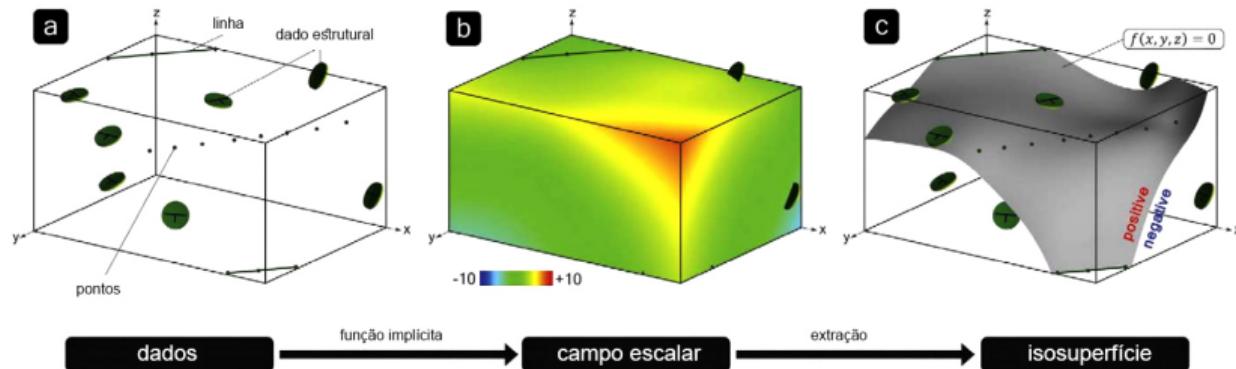
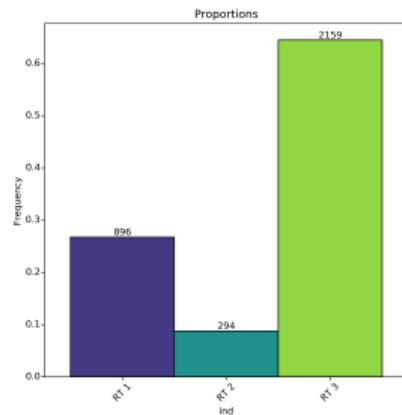


Figura 4: Esquema dos métodos implícitos.

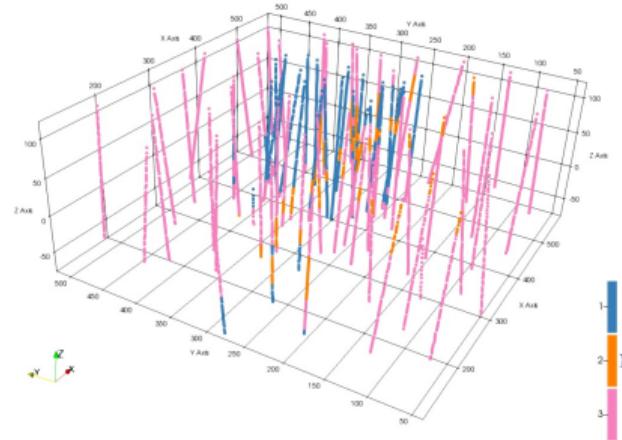
- ▶ Mallet (2004) propõe uma função volumétrica cronológica, levando em consideração a posição estratigráfica das diferentes unidades geológicas;
- ▶ Lajaunie et al. (1997) usam co-krigagem de incrementos em um campo potencial, omitindo a função volume.

# O banco de dados

72 furos totalizando 3349 amostras distribuídas entre 3 diferentes categorias.



(a) Proporções.



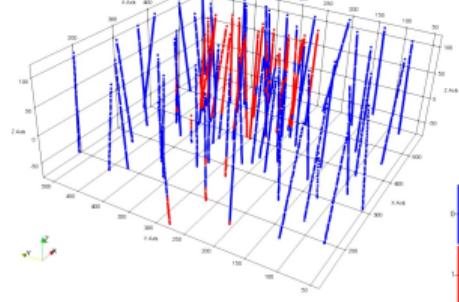
(b) Vista das amostras.

Figura 5: O banco de dados.

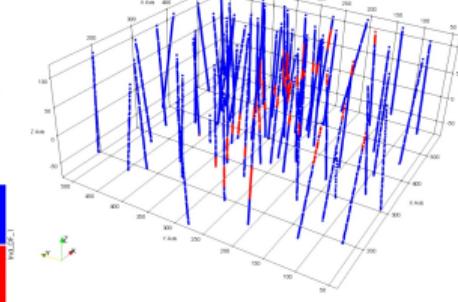
# Codificando as amostras em indicadores

$$i_k(u_\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{se } z(u_\alpha) \text{ se pertence ao domínio } k \\ 0, & \text{se } z(u_\alpha) \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (1)$$

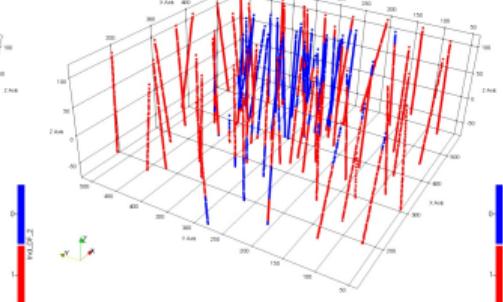
Figura 6: Amostras codificadas em indicadores para cada uma das três categorias do banco de dados.



(a) Categoria 1



(b) Categoria 2



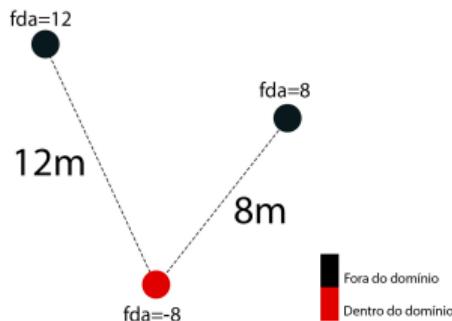
(c) Categoria 3

## Calculando a função distância assinalada

$$d_k(u_\alpha) = \begin{cases} - \| u_\alpha - u_\beta \|, & \text{se } u_\alpha \text{ pertence ao domínio} \\ + \| u_\alpha - u_\beta \|, & \text{se } u_\alpha \text{ não pertence ao domínio} \end{cases} \quad (2)$$

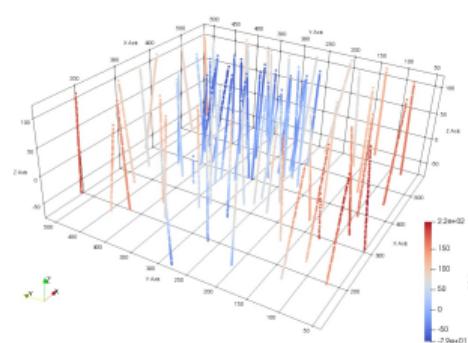
O local  $u_\beta$  corresponde à amostra mais próxima codificada com um indicador diferente de  $u_\alpha$ .

Figura 7: Ilustração esquemática mostrando o cálculo das distâncias assinaladas.

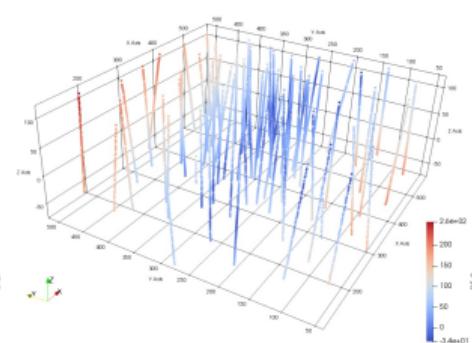


# Calculando a função distância assinalada

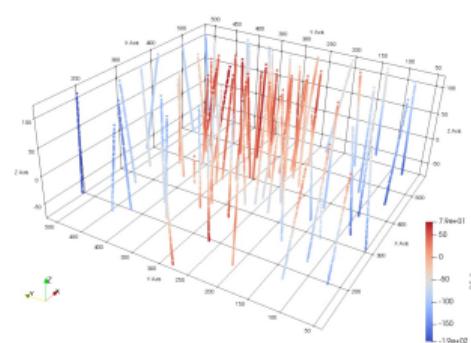
Figura 8: Distâncias assinaladas calculadas para cada uma das categorias do banco de dados.



(a) Categoria 1



(b) Categoria 2



(c) Categoria 3

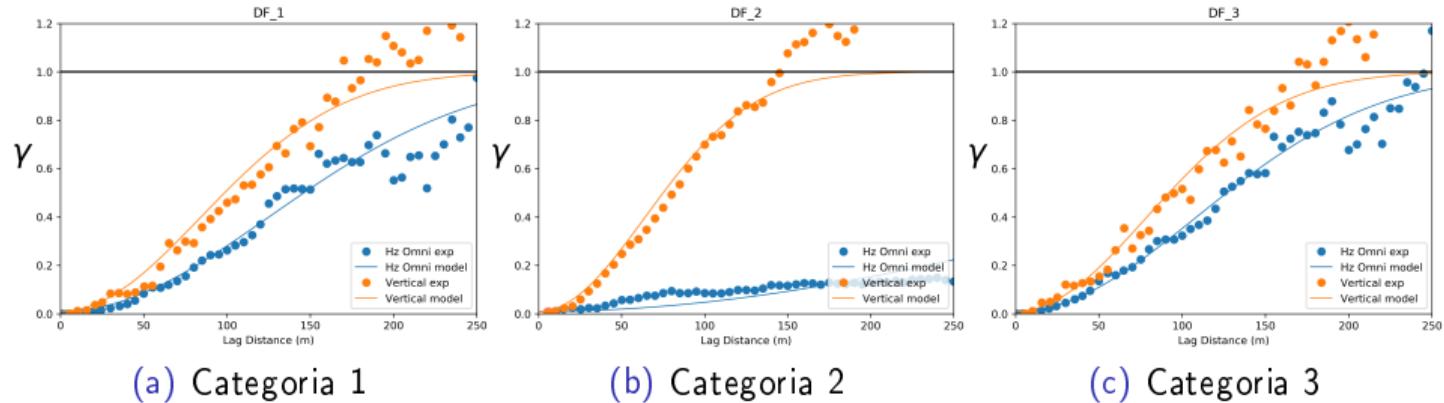
## Variografia das distâncias assinaladas

Distâncias assinaladas não são estacionárias, o variograma não se estabiliza em um patamar. Além disso, o caráter extremamente contínuo das distâncias torna a identificação analítica das direções principais um processo embarracoso.

- ▶ Treinar o variograma usando validação cruzada;
- ▶ Tentar modelar interativamente os variogramas experimentais;
- ▶ Calcular e modelar os variogramas para as propriedades de indicadores e transformá-los em um equivalente gaussiano para as distâncias assinaladas;
- ▶ inferir um modelo de covariância plausível visualmente a partir das amostras ou de mapas delineados a mão.

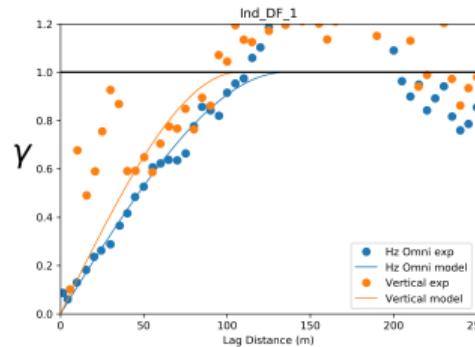
# Variogramas das distâncias assinaladas

Figura 9: Variogramas experimentais das distâncias assinaladas e modelos para cada uma das categorias do banco de dados.

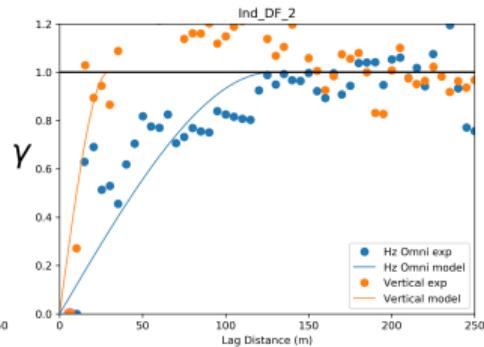


# Variogramas dos indicadores

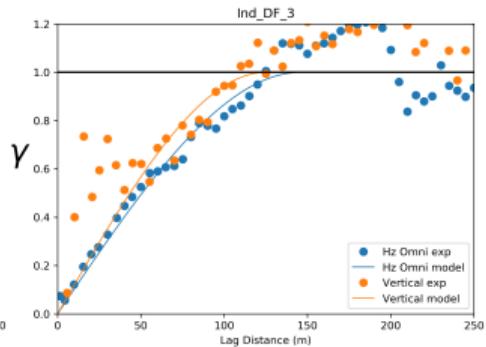
Figura 10: Variogramas experimentais dos indicadores e modelos para cada uma das categorias do banco de dados.



(a) Categoria 1



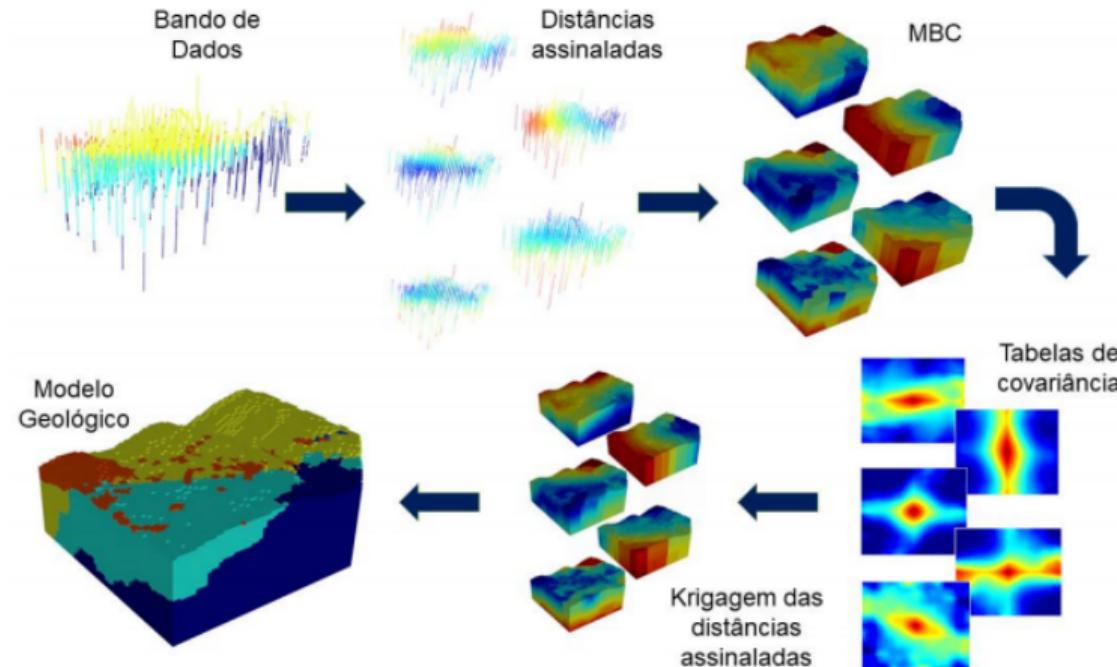
(b) Categoria 2



(c) Categoria 3

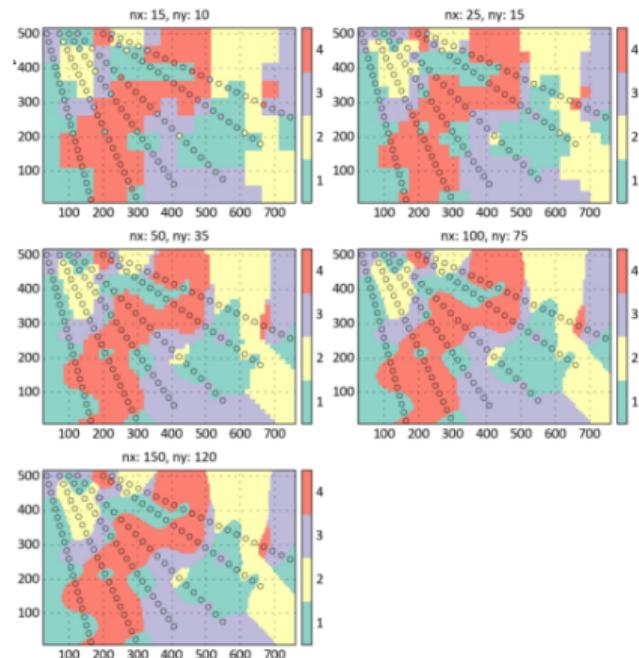
# Alternativa ao cálculo e modelagem dos variogramas

Figura 11: Fluxograma da modelagem geológica implícita usando tabelas de covariância.



# Resolução do grid

Figura 12: Efeito da resolução do *grid* na reprodução de estruturas geológicas.



## Grids criados

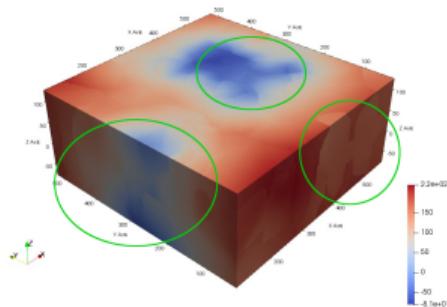
	Grosso	Fino
nx	49	97
ny	49	98
nz	51	102
sx	10m	5m
sy	10m	5m
sz	4m	2m
num	122451	969612

## Métodos de interpolação

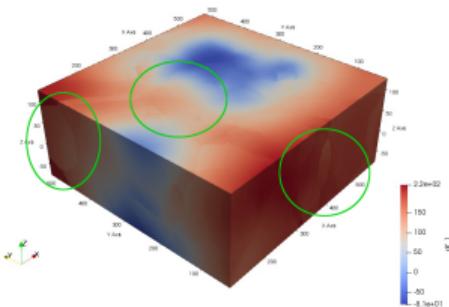
- ▶ Hosseini and Deutsch (2007) utilizaram inverso da distância;
- ▶ Silva (2015) utilizou krigagem ordinária global;
- ▶ Rolo (2017) utilizou krigagem ordinária;
- ▶ Silva and Deutsch (2015) aplicaram *dual kriging*;
- ▶ Boisvert (2013) gerou modelos implícitos através de distâncias assinaladas com anisotropia variável local (*Locally varying anisotropy kriging - LVA*);
- ▶ Manchuck and Deutsch (2018) propuseram a utilização de mínimos quadrados móveis para incorporar interpretação manual e avaliar incerteza.

# Métodos de interpolação

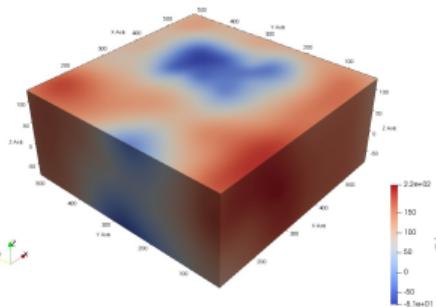
Figura 13: Interpolação das distâncias calculadas por diferentes métodos.



(a) OK com 40 amostras



(b) OK com 100 amostras

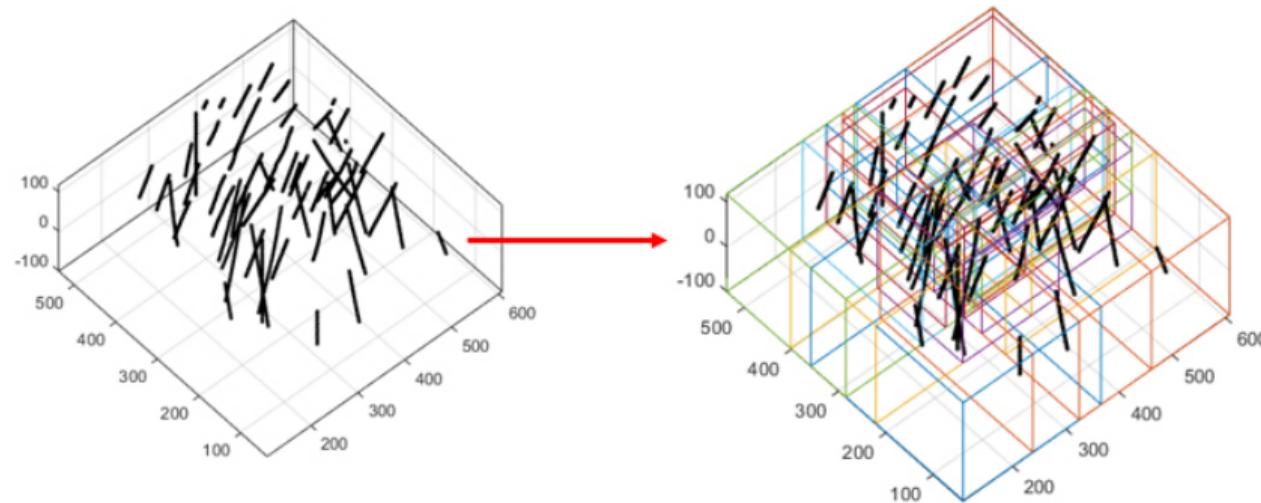


(c) RBF global

# Decomposição do domínio

Transforma um problema volumoso e que demanda muito esforço computacional em diversos problemas menores e eficientes que são, ao final, unidos.

Figura 14: Esquema mostrando o particionamento.



# Benchmark

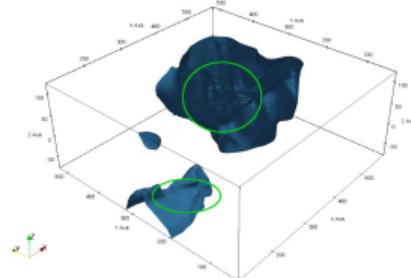
Todos os algoritmos utilizados são da biblioteca GSlib e foram executados em um core i7 7700HQ @ 2.8 GHz com 16 Gb de RAM.

Método	Tempo grid grosso	Tempo grid fino	Classificação errônea grosso	Classificação errônea fino
krigagem global isotrópica	28min		121	
krigagem global anisotrópica	30min 34s		282	
krigagem ordinária anisotrópica (40)	1min 3s	38min	137	135
krigagem ordinária anisotrópica (100)		45min 51s		181
RBF isotrópico	21.5s		57	
RBF anisotrópico		1min 22s		38
Particionado RBF anisotrópico		1min 2s		39
Particionado RBF artefatos	16.5s			29
LVA OK			8	
LVA RBF				8
Krigagem dos indicadores		33min 27s		2

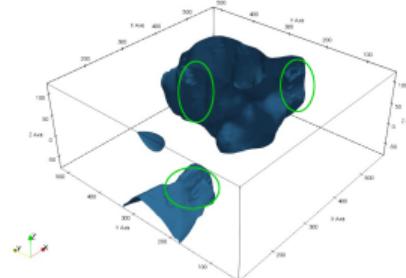
# Visualização do modelo geológico

Um bom palpite inicial para a interface que separa os domínios no espaço, seria a linha (em duas dimensões) ou superfície (em três dimensões) que corresponda ao valor zero da função distância assinalada

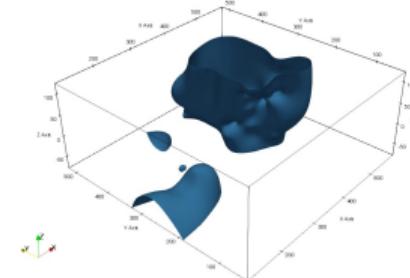
Figura 15: Iso superfícies para a categoria 1 extraída dos diferentes modelos implícitos.



(a) OK com 40 amostras



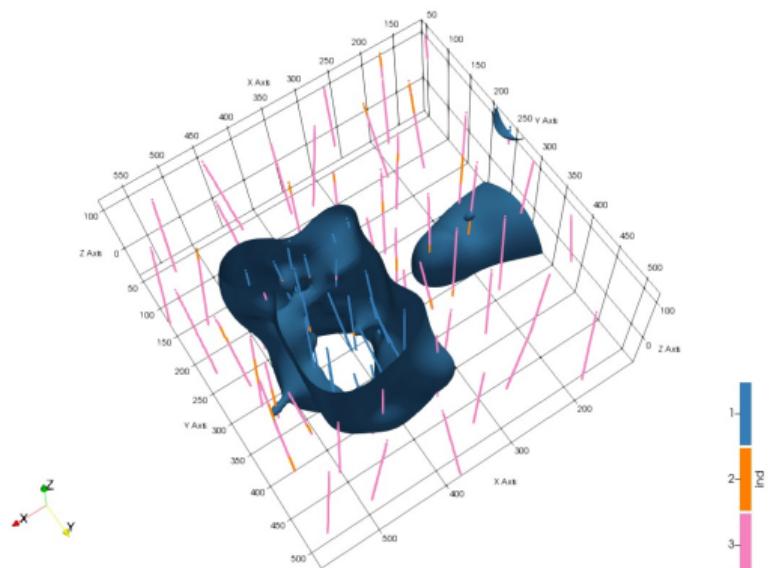
(b) OK com 100 amostras



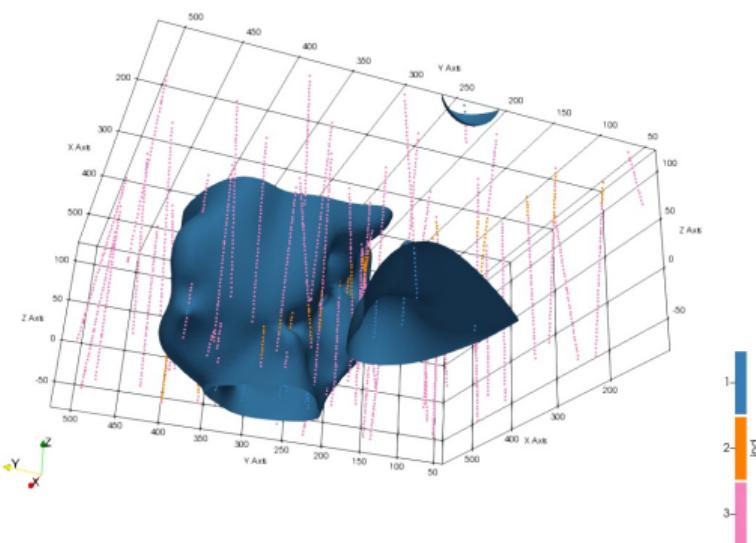
(c) RBF global

# Visualização do modelo geológico

Figura 16: Iso superfície extraída do modelo implícito interpolado por RBF para a categoria 1.



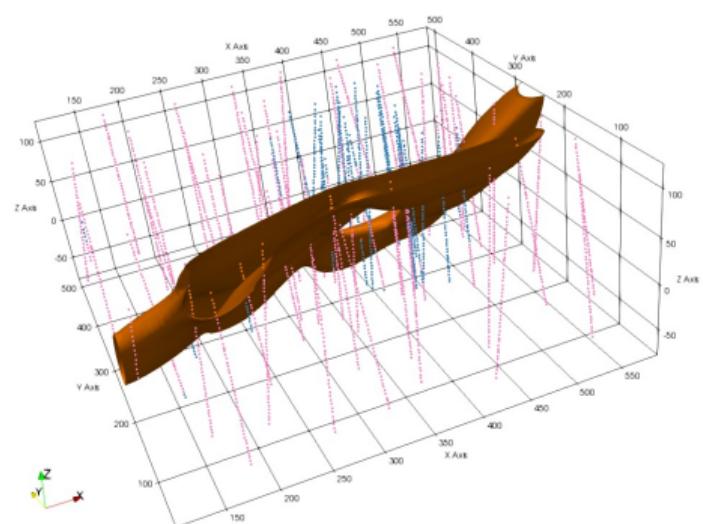
(a) Vista 1



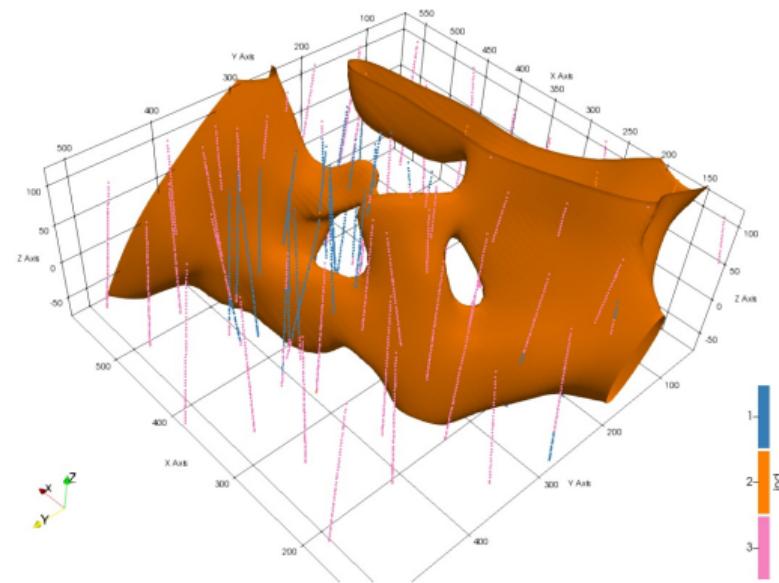
(b) Vista 2

# Visualização do modelo geológico

Figura 17: Iso superfície extraída do modelo implícito interpolado por RBF para a categoria 2.



(a) Vista 1



(b) Vista 2

## Adaptação para múltiplas categorias simultaneamente

$$i_k(u_\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{se } z(u_\alpha) = k \\ 0, & \text{se } z(u_\alpha) \text{ caso contrário} \end{cases} \quad k = 1, \dots, K \quad (3)$$

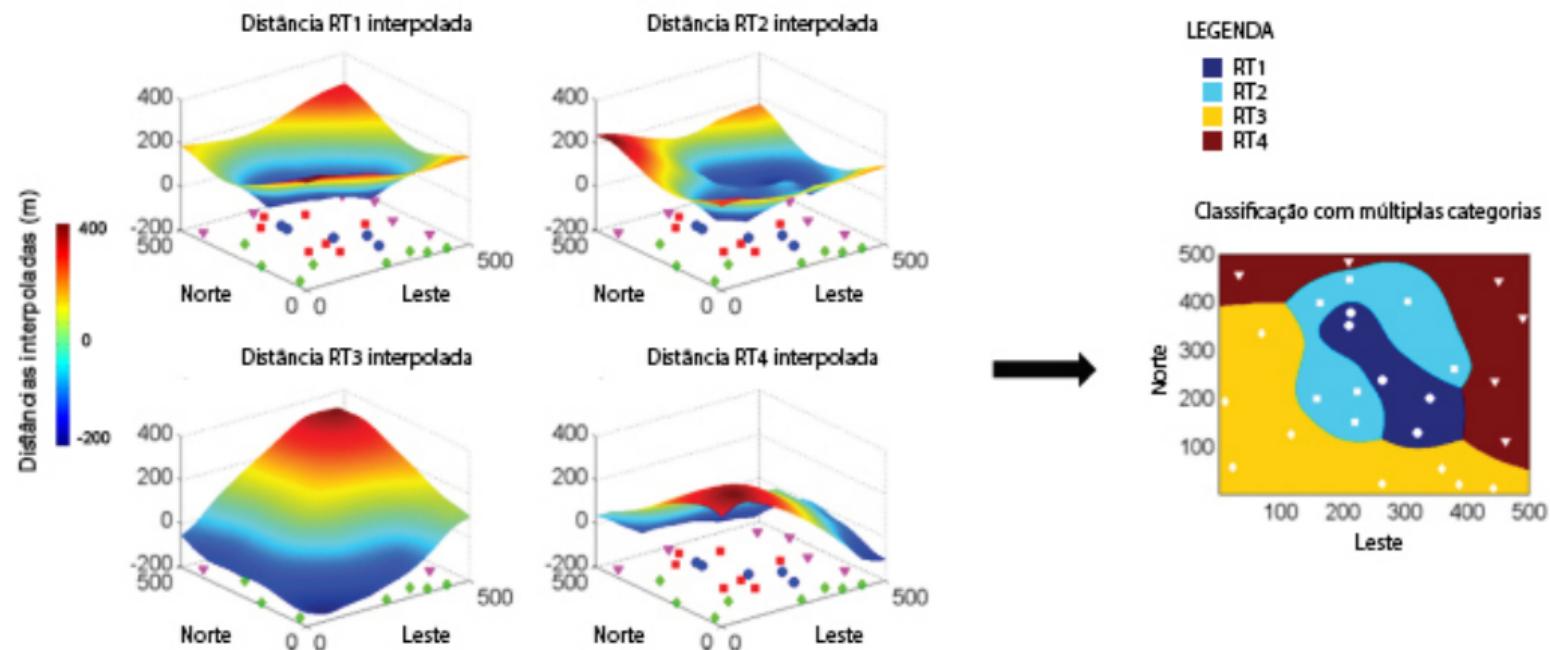
$$d_k(u_\alpha) = \begin{cases} -\|u_\alpha - u_\beta\|, & \text{se } i_k(u_\alpha) = 1 \\ +\|u_\alpha - u_\beta\|, & \text{se } i_k(u_\alpha) = 0 \end{cases} \quad k = 1, \dots, K \quad (4)$$

$$d_k^*(u) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha(u) d_k(u_\alpha) \quad k = 1, \dots, K \quad (5)$$

$$i^*(u) = k' \text{ de modo que } d_{k'}^* = \min\{d_k^*(u)\}_{k=1}^K \quad (6)$$

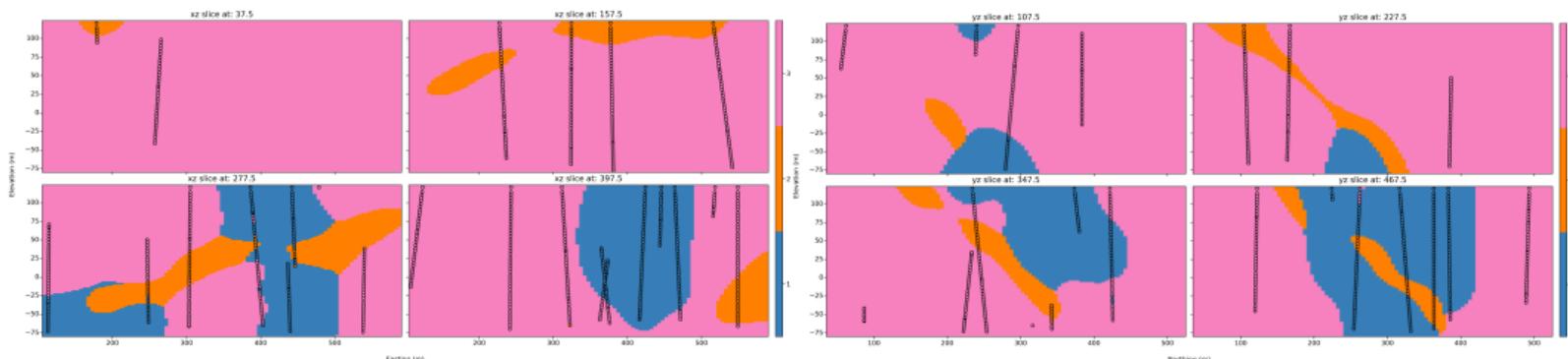
# Adaptação para múltiplas categorias simultaneamente

Figura 18: Esquema para criação de um modelo implícito multi categórico.



# Adaptação para múltiplas categorias simultaneamente

Figura 19: Modelo geológico multi categórico.

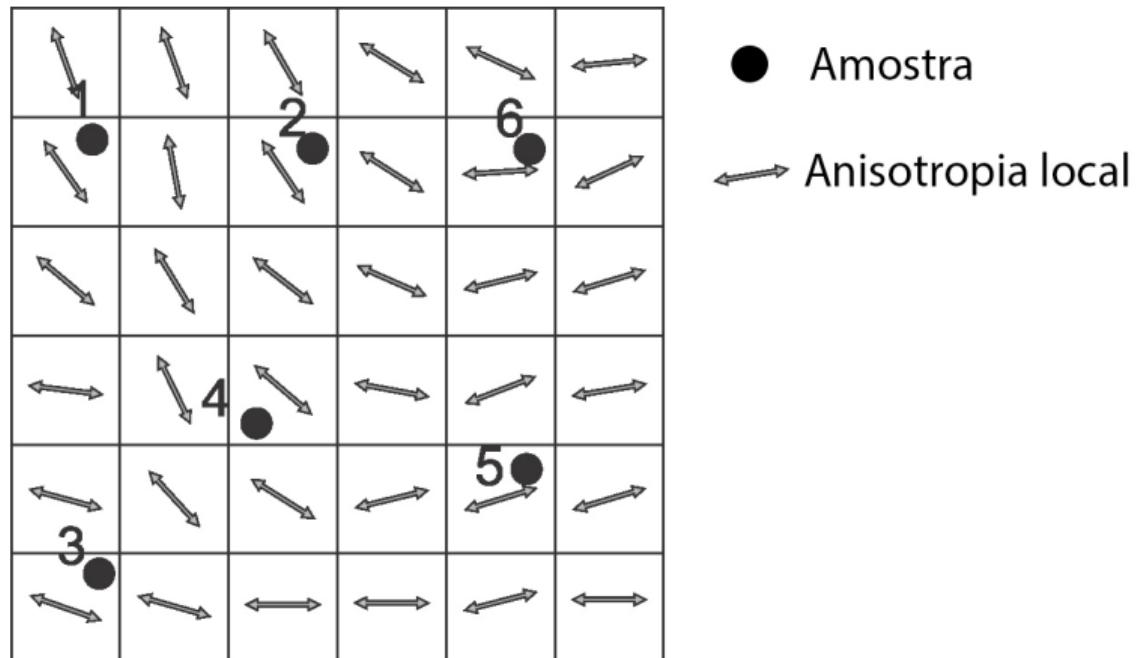


(a) Seções em XZ do modelo implícito gerado por RBF no *grid* fino.

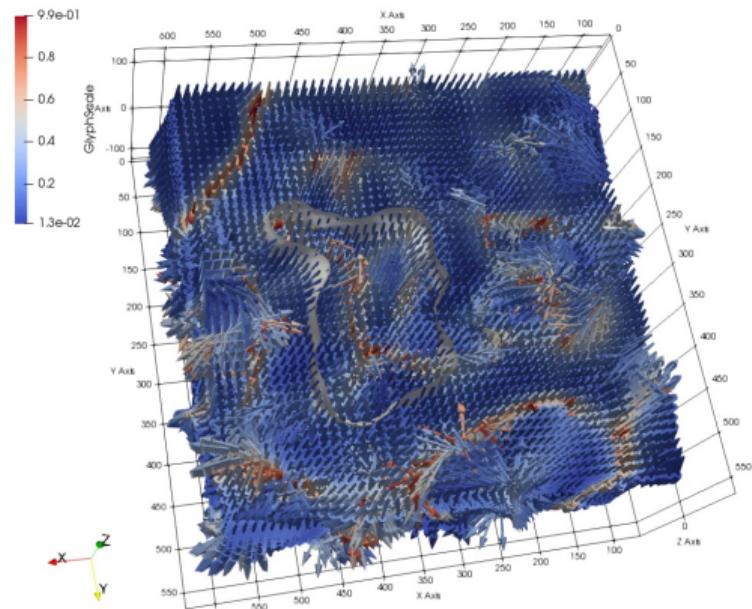
(b) Seções em YZ do modelo implícito gerado por RBF no *grid* fino.

## krigagem com anisotropia local variável

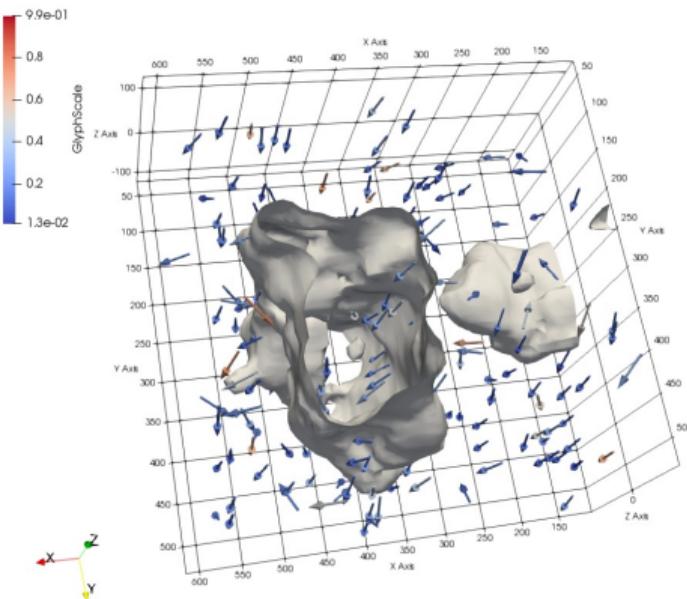
Figura 20: Esquema mostrando os vetores de anisotropia local para cada nó do *grid*.



**Figura 21:** Iso superfície para a categoria 1 extraída de um modelo implícita gerado por krigagem com anisotropia local variável mostrando os vetores.



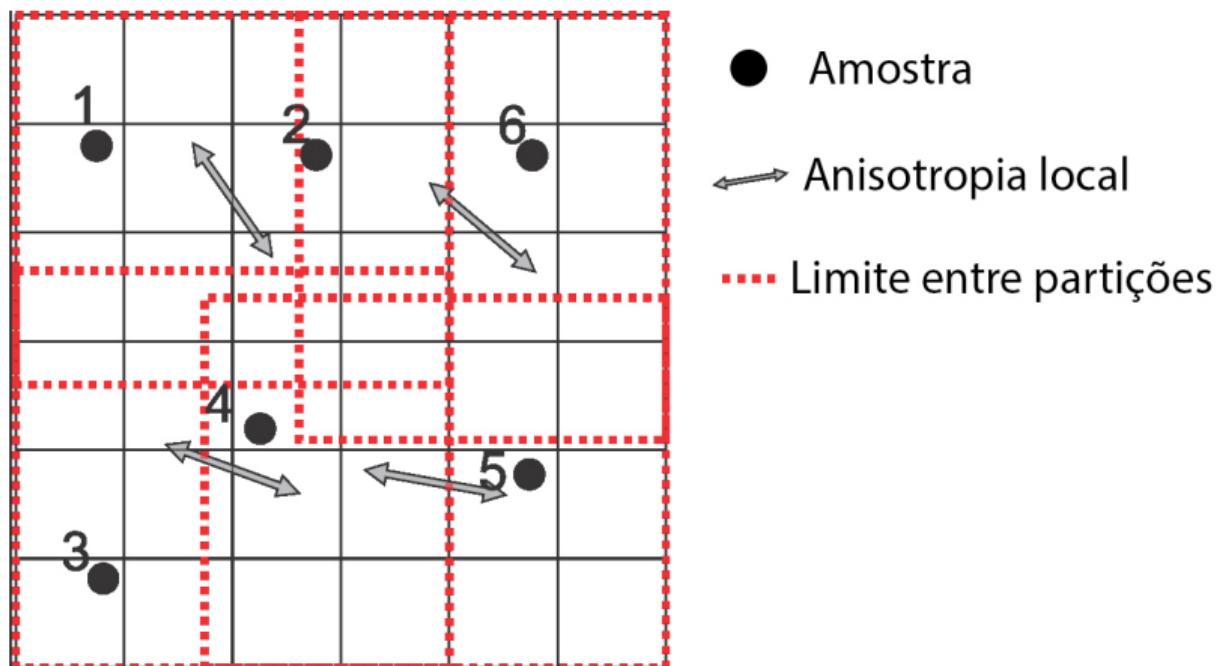
(a) Todos os vetores de anisotropia local



(b) Um vetor a cada 100.000 blocos

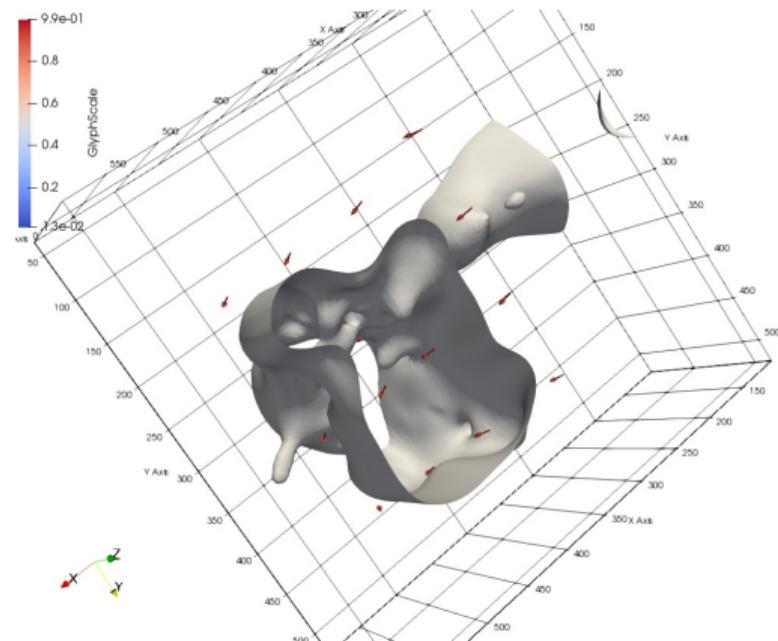
## Funções de bases radiais com anisotropia local variável

Figura 22: Esquema mostrando os vetores de anisotropia local para cada centro de partição.



# Funções de bases radiais com anisotropia local variável

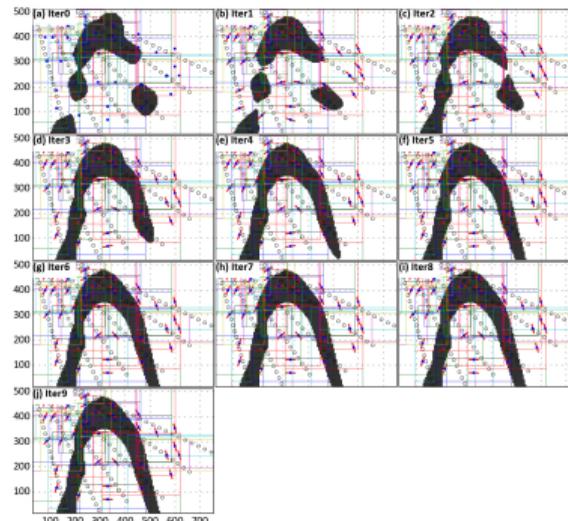
Figura 23: Iso superfície para a categoria 1 extraída de um modelo implícita gerado por krigagem com anisotropia local variável mostrando os vetores.



## Refinamento iterativo

Extrair orientações locais de um modelo criado com anisotropia global e utilizar essas orientações em uma nova interpolação não estacionária resulta em um modelo geológico mais refinado.

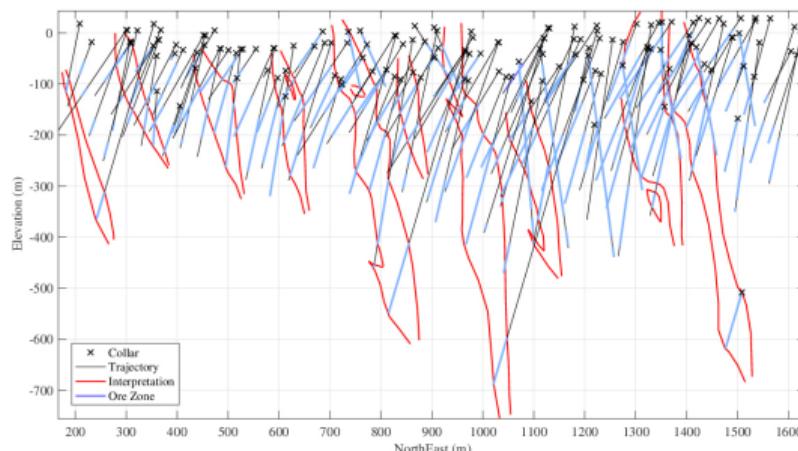
**Figura 24:** Esquema mostrando etapas usando o refinamento iterativo para funções de bases radiais.



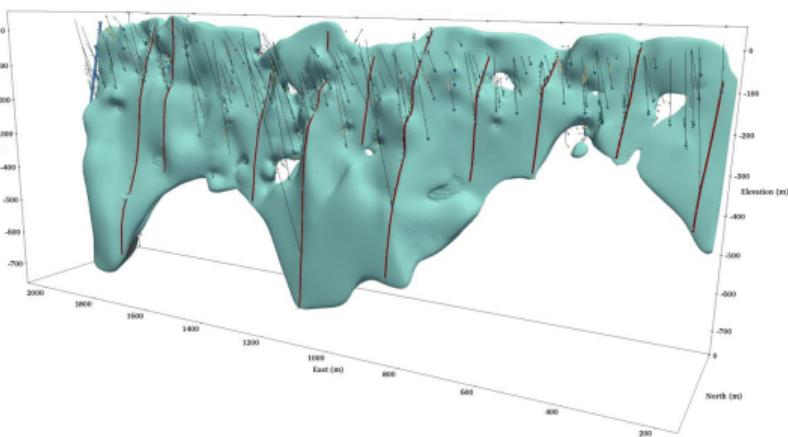
# Incorporação de informação secundária

Manchuck and Deutsch (2018) propõe o uso de uma regressão linear local para integrar modelagem geológica implícita e explícita.

**Figura 25:** Modelo geológico híbrido criado a partir de furos de sondagem e seções interpretadas.



(a) Seção mostrando furos e seções interpretadas.



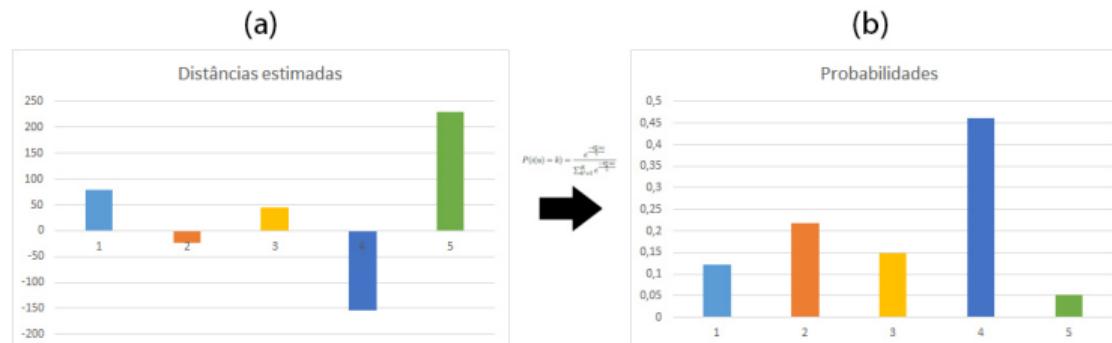
(b) Modelo implícito.

# Avaliação heurística da incerteza

Transformação das distâncias em probabilidades.

$$P(i(u) = k) = \frac{e^{\frac{-d_k^*(u)}{\gamma}}}{\sum_{k'=1}^K e^{\frac{-d_{k'}^*(u)}{\gamma}}} \quad (7)$$

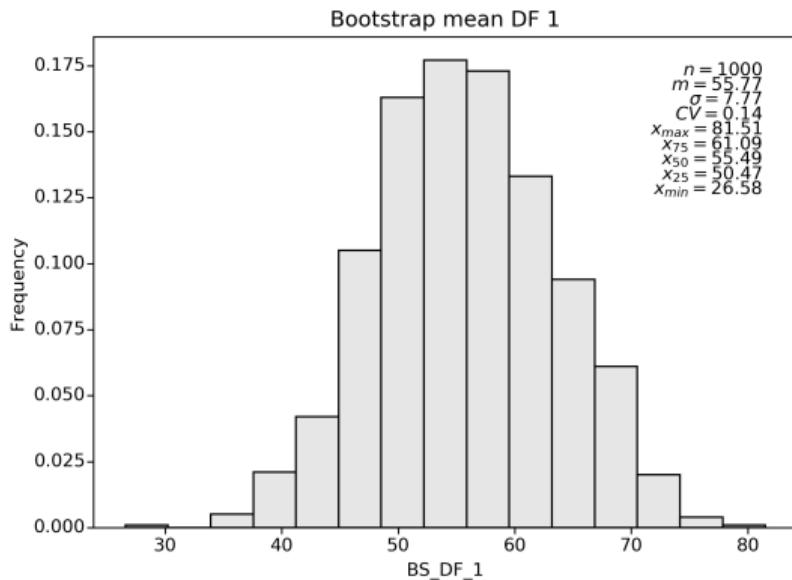
Figura 26: Distâncias estimadas em (a) e transformadas em probabilidades em (b) para um mesmo bloco, com cinco categorias.



# BOUNDSIM

Krigagem simples com médias tomadas do histograma da média.

Figura 27: Histograma do bootstrap espacial da média das distâncias assinaladas para a categoria 1.



Percentil	Blocos dentro
10	109886
50	110446
90	111069

## Simulação direta das distâncias assinaladas

Simulação direta e classificação dos blocos baseada na menor distância simulada.  
O primeiro passo é o cálculo do coeficiente U:

$$U(u) = \frac{\max\{D_{min}\} - \min\{d_k^*(u)\}_{k=1}^K}{\max\{D_{min}\} - \min\{D_{min}\}} \quad (8)$$

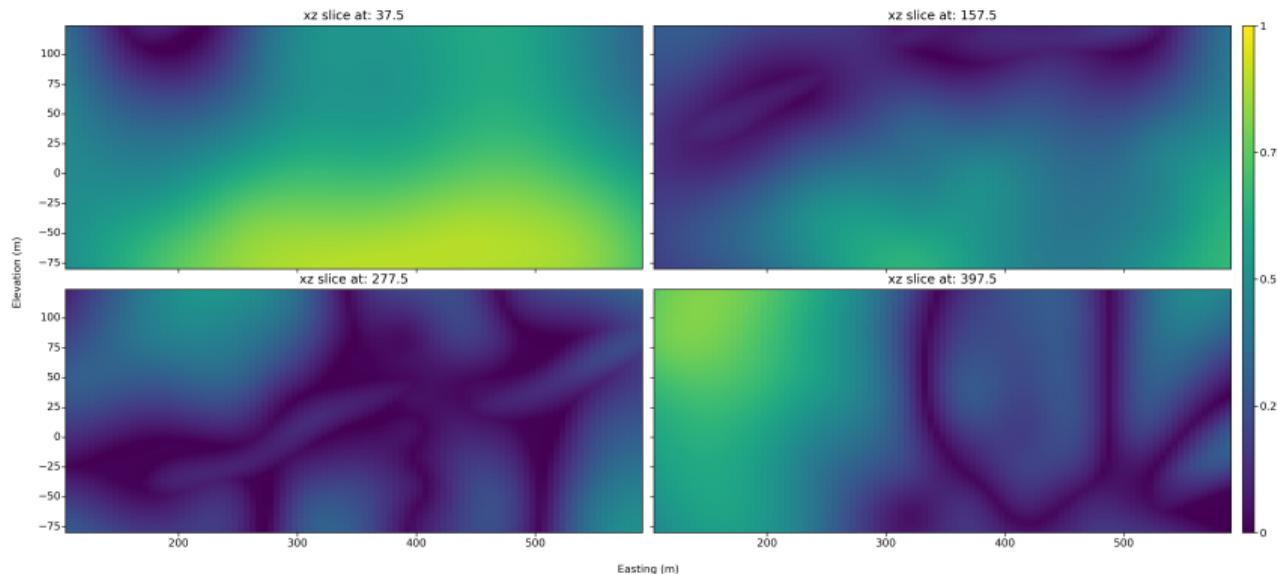
Onde:

$$D_{min} = \{\min\{d_k^*(u_1)\}, \dots, \{\min\{d_k^*(u_n)\}\}_{k=1}^K\} \quad (9)$$

E  $d_k^*(u)$  é a distância estimada no local  $u$  para a categoria  $k$ .

# Simulação direta das distâncias assinaladas

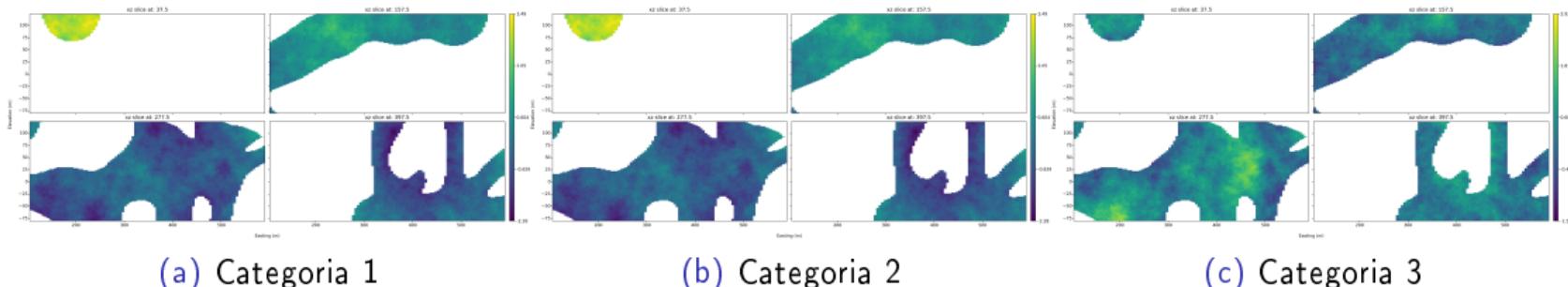
Figura 28: Coeficiente U calculado para todos os nós do grid.



# Simulação direta das distâncias assinaladas

Simulação das distâncias na zona de incerteza:

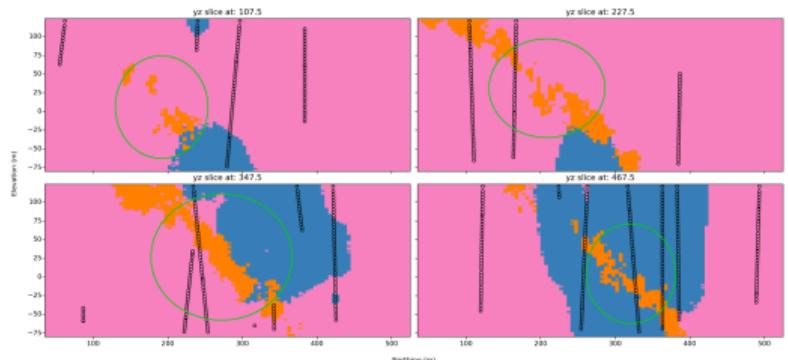
Figura 29: Distâncias simuladas na zona de incerteza para as categorias do banco de dados.



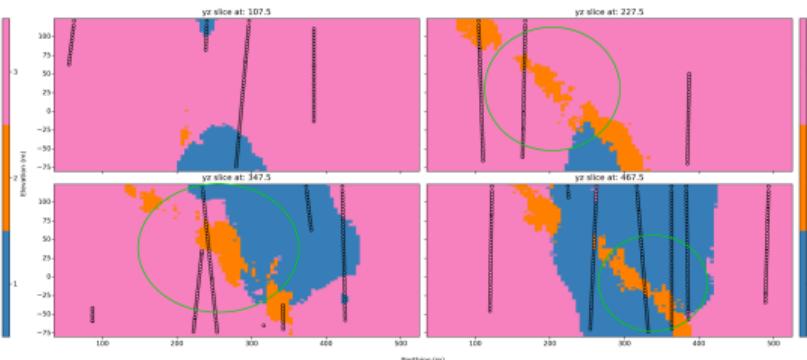
# Simulação direta das distâncias assinaladas

Classificação dos blocos.

Figura 30: Diferentes realizações do modelo geológico.



(a) Realização 1



(b) Realização 2

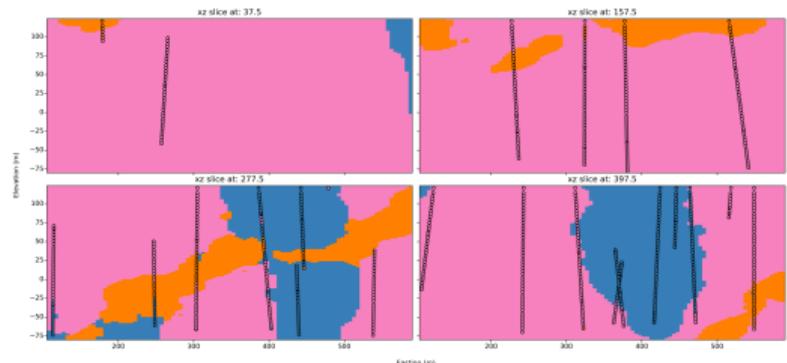
## Simulação direta das distâncias assinaladas

1. Cálculo das distâncias assinaladas para todas as amostras e categorias;
2. Variografia das distâncias no espaço original para todas as categorias;
3. Interpolação das distâncias;
4. criação do modelo com base na menor distância interpolada;
5. Criação da zona de incerteza;
6. Transformação Gaussiana das distâncias;
7. Variografia das distâncias no espaço gaussiano para todas as categorias;
8. Geração de múltiplos modelos baseados na menor distância simulada;
9. Validação e pós processamento das realizações.

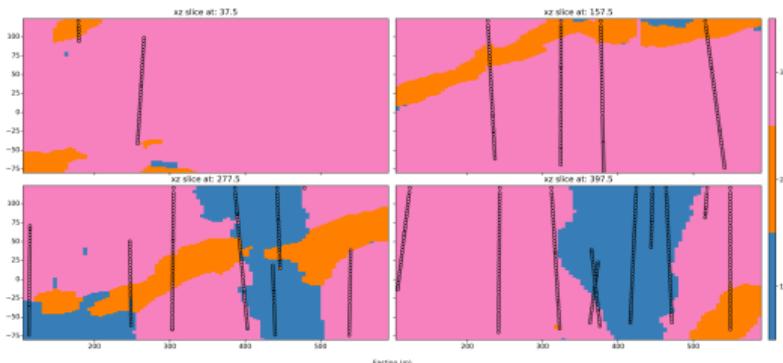
# Simulação multi ponto

MPS em uma TI gerada pela interpolação das distâncias assinaladas.

Figura 31: Diferentes realizações do modelo geológico.



(a) Realização 1

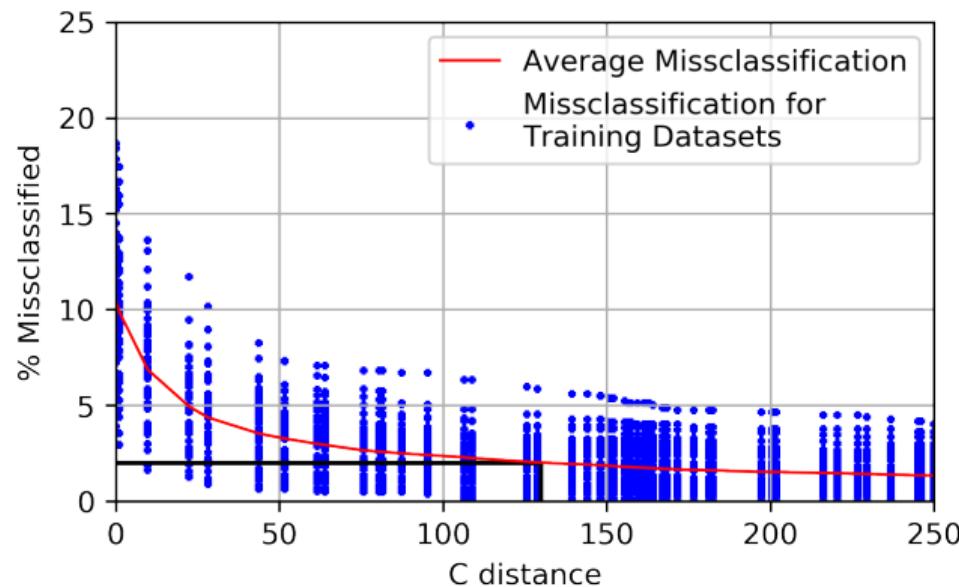


(b) Realização 2

## Boundary simulation

Calibração do parâmetro C:

Figura 32: Calibração do parâmetro C para a categoria 1.



## Boundary simulation

$$d_k(u_\alpha) = \begin{cases} -\|u_\alpha - u_\beta\| - C, & \text{se } u_\alpha \text{ pertence ao domínio} \\ +\|u_\alpha - u_\beta\| + C, & \text{se } u_\alpha \text{ não pertence ao domínio} \end{cases} \quad (10)$$

Para que a simulação seja realizada de forma uniforme entre  $-C$  e  $+C$ , o desvio padrão  $y'(u)$ , deve ser simulado e transformado pela relação:

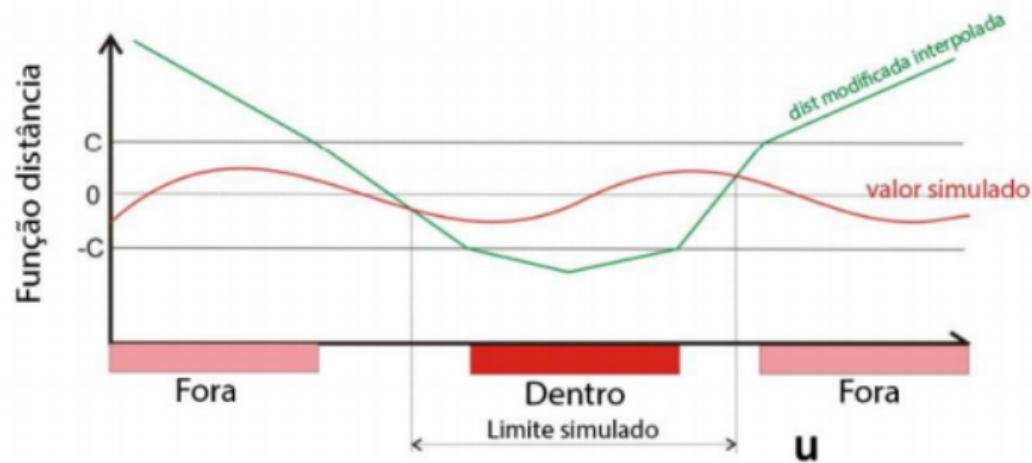
$$df'(u) = 2 * C * G^{-1}(y'(u)) - C \quad (11)$$

onde:  $df'(u)$  é o valor da função distância simulada,  $y'(u)$  o valor normal padrão da simulação não condicional, e  $G^{-1}$  representa a determinação do valor da distribuição acumulada padrão normal correspondente a  $y'(u)$ . Para garantir que os valores pertençam a região estabelecida, os valores são multiplicados por  $2C$  e subtraídos de  $C$ .

# Boundary simulation

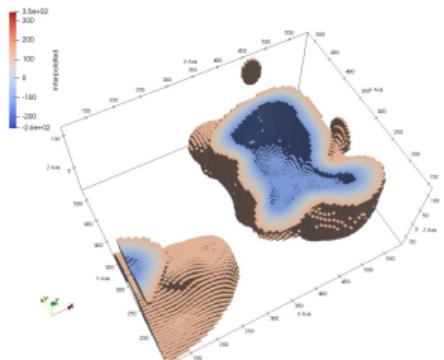
Classificação dos blocos.

Figura 33: Classificação dos locais comparando valores estimados e simulados.

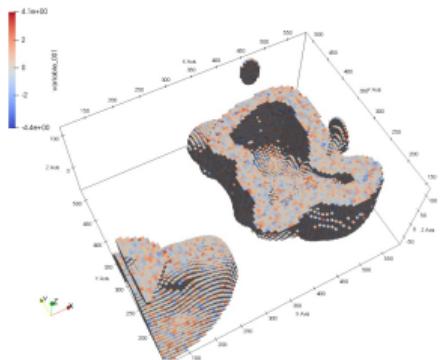


# Boundary simulation

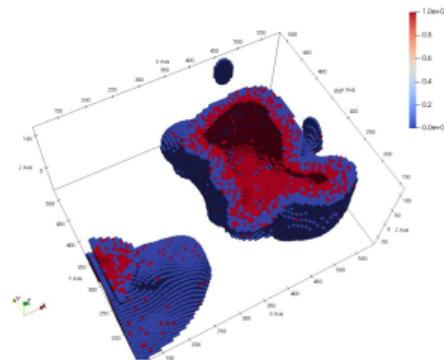
Figura 34: Interpolação, simulação e classificação na zona de incerteza.



(a) Distâncias interpoladas



(b) Distâncias simuladas

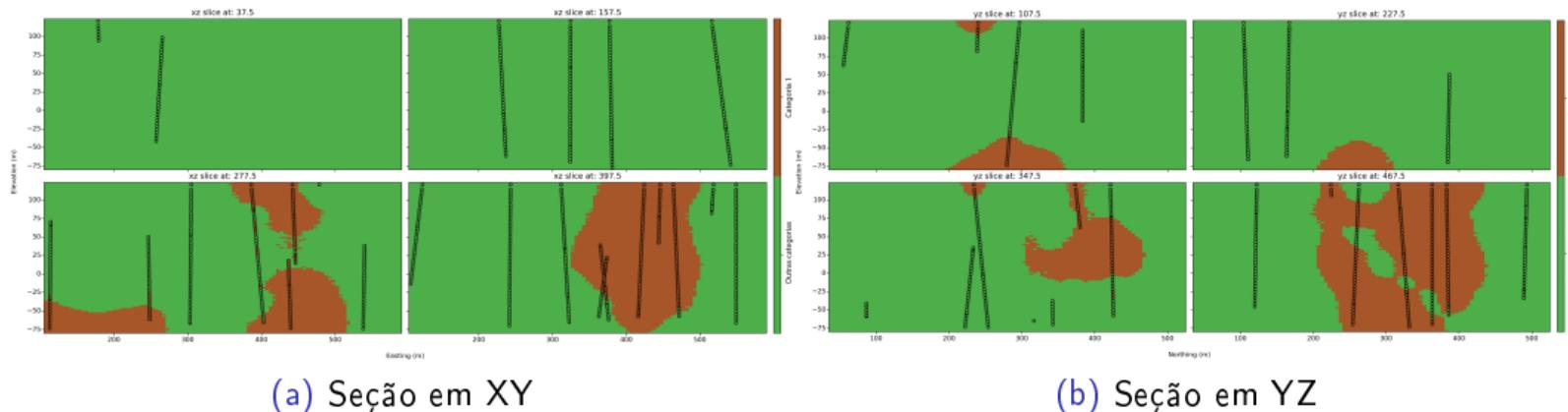


(c) Classificação

# Boundary simulation

Blocos classificados.

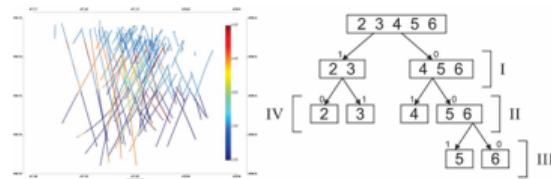
Figura 35: Seções verticais de uma realização para a categoria 1.



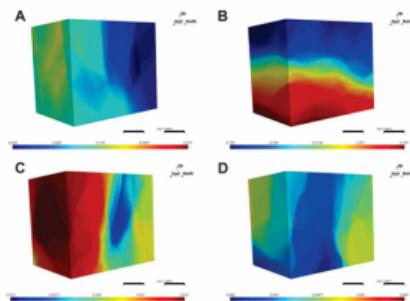
# Abordagem hierárquica

Figura 36: Esquema do método mostrando os passos necessários.

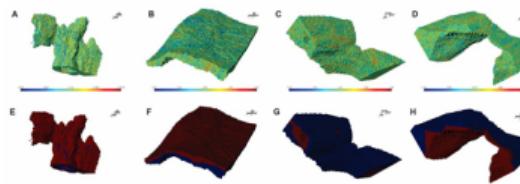
## 1-Definição dos grupos



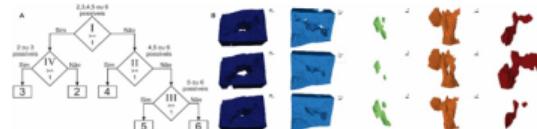
## 2-Interpolação das distâncias assinaladas modificadas para cada grupo



## 3-Definição da zona de incerteza para cada grupo e simulação das distâncias



## 4-Definição do modelo geológico aplicando a mesma regra do passo 1 em cada realização



# Sumário dos métodos de avaliação de incerteza

Método	Simplicidade	Velocidade	Multi categórico	Realismo geológico	Controle da incerteza	Controle do tipo de contato
Heurístico	simples	rápido	sim	não	sim	não
Boundsim	simples	rápido	não	sim	não	não
Simulação direta	complexo	demorado	sim	não	sim	não
MPS	simples	rápido	sim	sim	não	não
Boundary simulation	simples	rápido	não	sim	sim	sim

## Problemas I

- ▶ Não estacionariedade da função distância assinalada torna a modelagem dos variogramas arbitrária e questionável;
- ▶ É preciso encontrar um balanço entre número de nós e resolução necessária. A resolução do *grid* influencia diretamente a avaliação de incertezas;
- ▶ A escolha do interpolador muitas vezes é subjetiva e confusa;
- ▶ Na presença de múltiplos domínios, principalmente em ambientes geológicos complexos, é necessário a aplicação de uma lógica de precedência de estruturas ao invés de simplesmente tomar a menor distância assinalada para a criação de modelos realistas;
- ▶ Em alguns métodos a definição da zona de incerteza é subjetiva e não segue nenhuma regra matemática ou geológica, em outros a definição da zona de incerteza é extremamente laboriosa e complicada;
- ▶ Estruturas geológicas específicas, como lentes ou diques, podem desaparecer, ou não serem bem reproduzidas nos modelos implícitos;

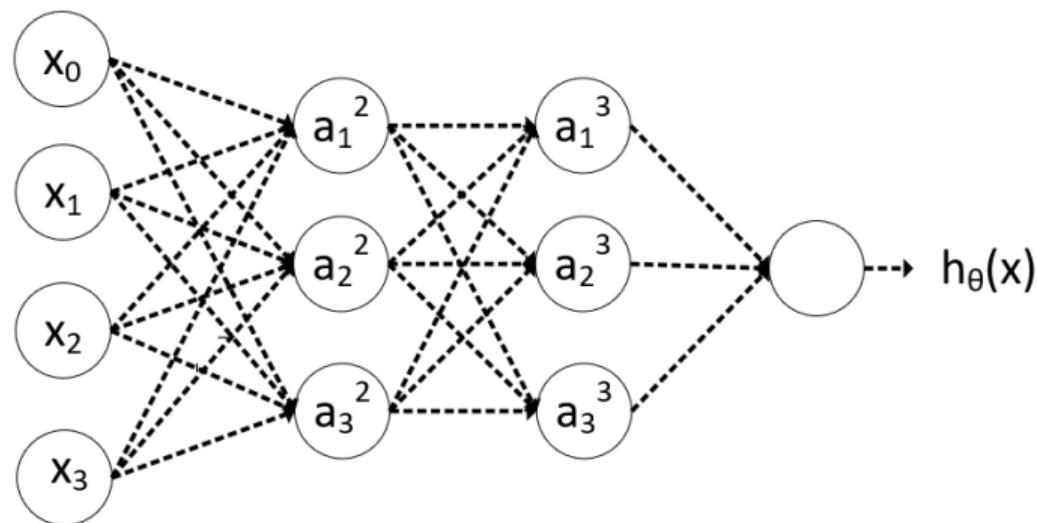
## Problemas II

- ▶ É necessário checar se os modelos implícitos honram a geologia do depósito e serão úteis para o processo de avaliação de recursos/reservas.

# Interpolador

Redes neurais trabalham em um sistema binário de zeros e uns e por isso podem se basear nas propriedades da função sigmóide.

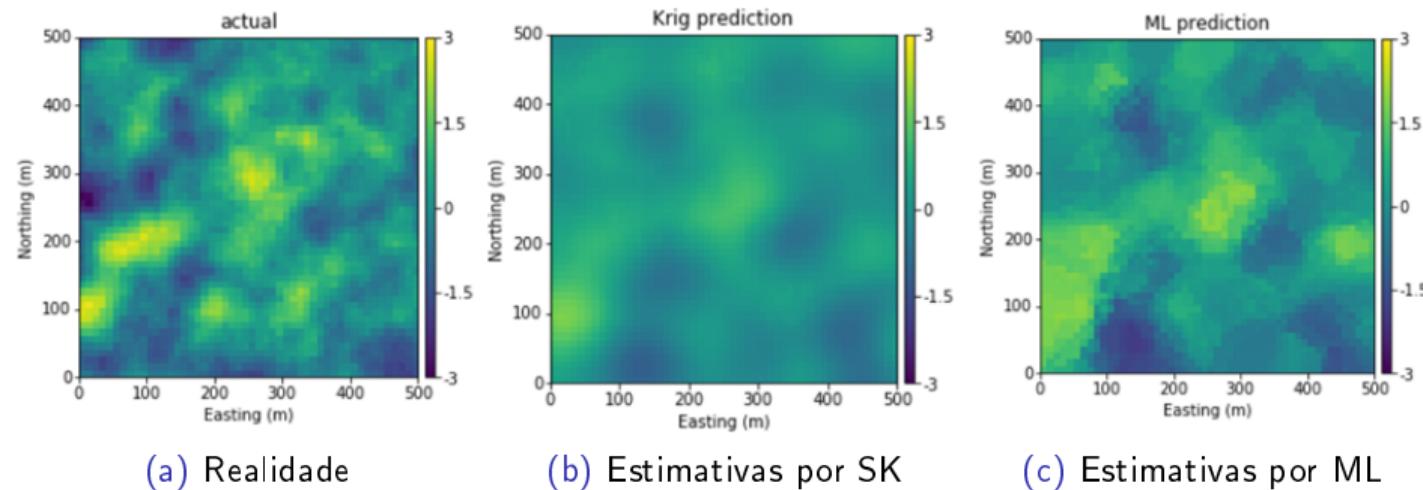
Figura 37: Rede neural.



# Interpolador

Samson and Deutsch (2018) desenvolveram um algoritmo, usando TensorFlow.

Figura 38: Comparação de modelos gerados por diferentes métodos de estimativas.



(a) Realidade

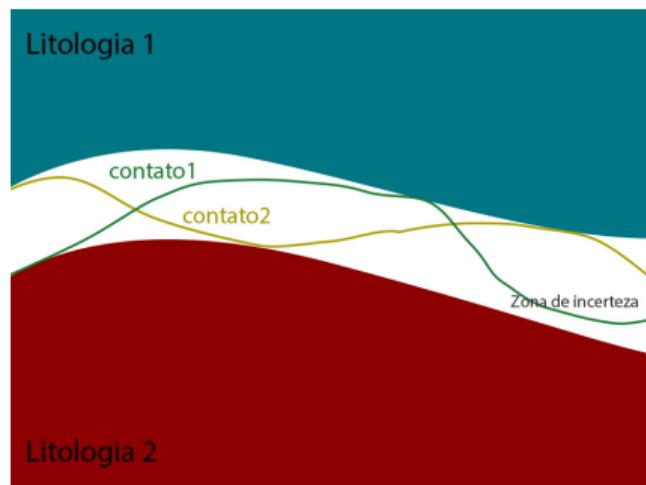
(b) Estimativas por SK

(c) Estimativas por ML

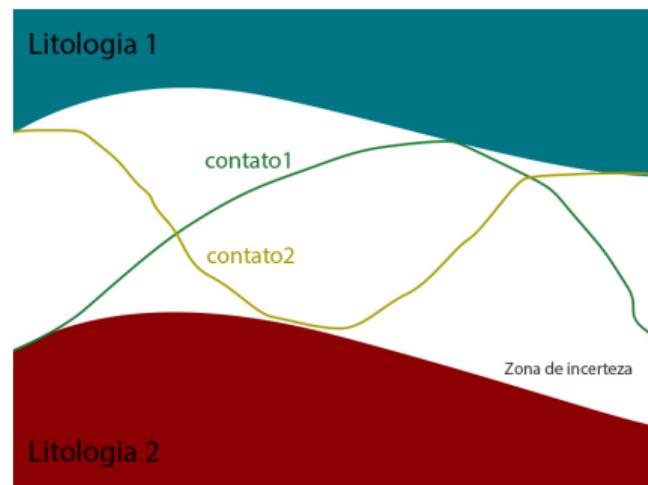
## Zona de incerteza

Gerar múltiplas realizações com a finalidade de avaliar a incerteza de modelos geológicos em todos os nós do *grid* é desperdício de tempo e poder computacional, já que no interior dos domínios não há incerteza.

Figura 39: Zonas de incerteza e contatos.



(a) Zona de incerteza 1



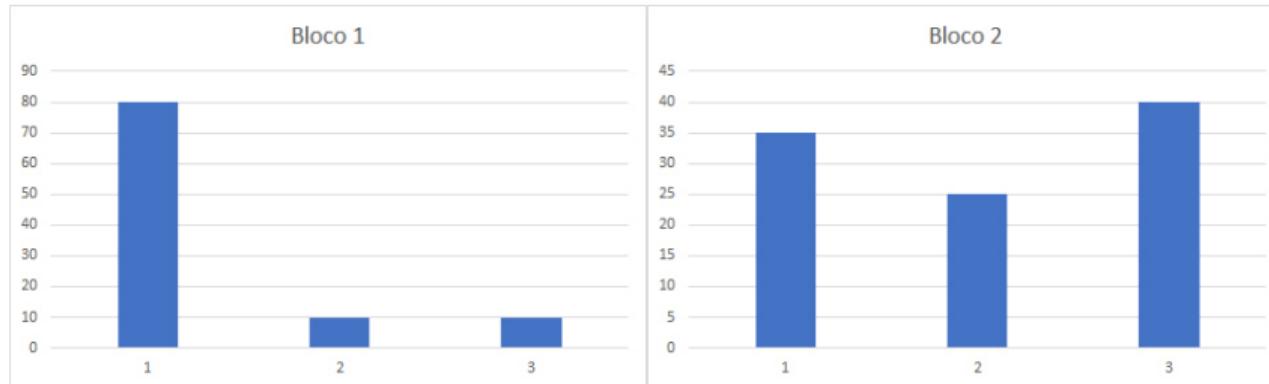
(b) Zona de incerteza 2

## Zona de incerteza

Em física, a entropia é uma medida do grau de desordem em um sistema.

$$H(X) = H(p_1, \dots, p_n) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i \quad (12)$$

Figura 40: Probabilidades de cada categoria em dois diferentes blocos.

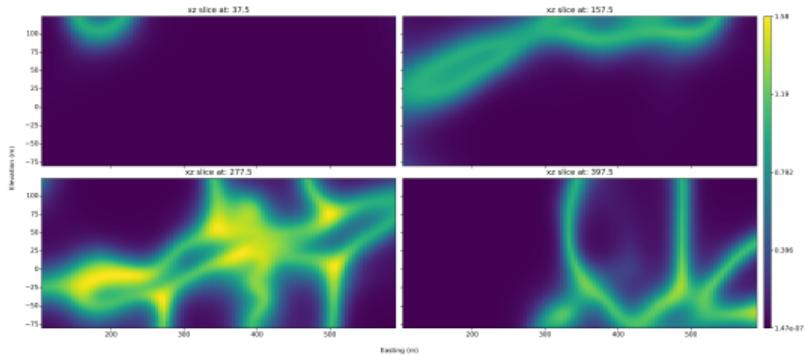


(a) Bloco 1

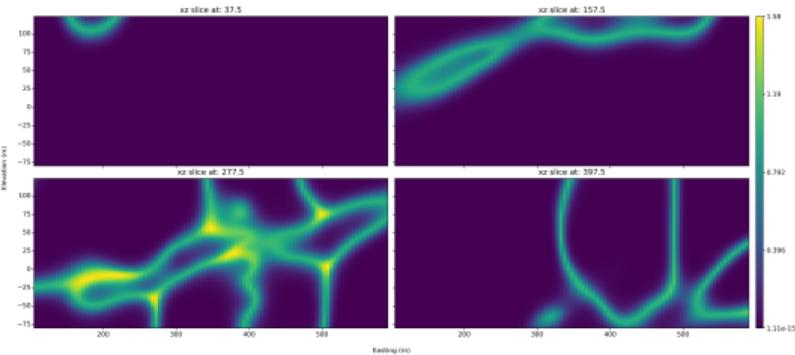
(b) Bloco 2

# Zona de incerteza

Figura 41: Entropias calculadas para diferentes valores de  $\gamma$ .



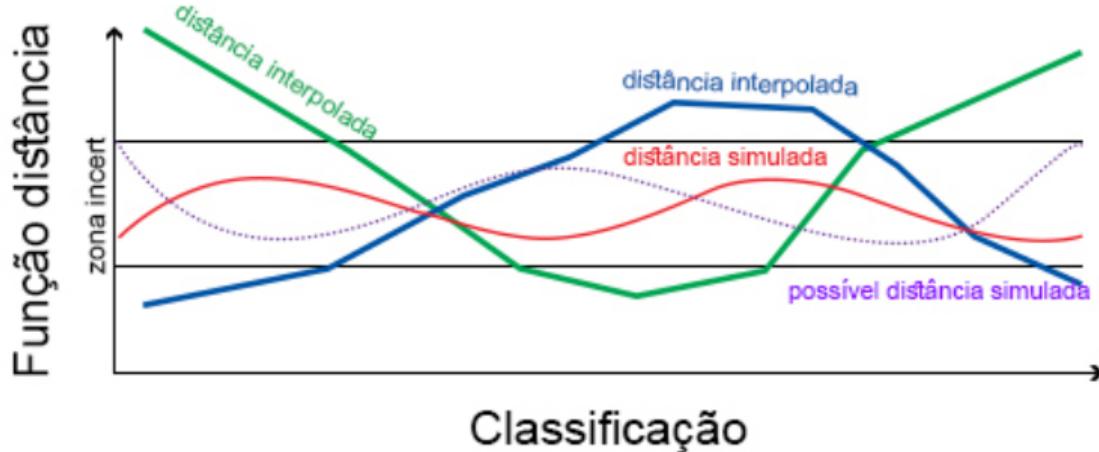
(a)  $\gamma = 20$



(b)  $\gamma = 10$

# Boundary simulation multi categórico

Figura 42: Comparação multi categórica.

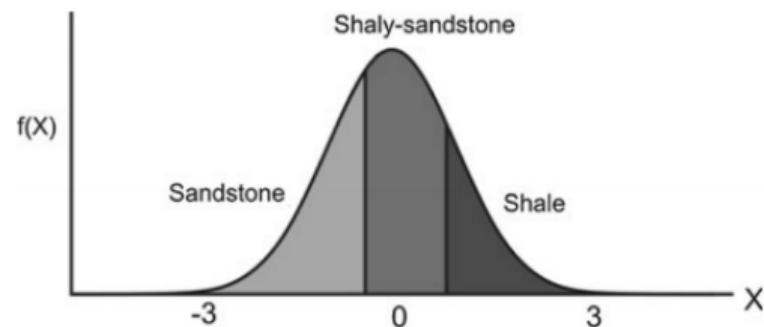


## P-field

Uma alternativa à simulação não condicional das distâncias na zona de incerteza são os campos de probabilidade (*P-field*). A ideia central desse método de simulação é dissociar a tarefa de estimar distribuições de probabilidades locais para geração de múltiplas realizações equiprováveis Froidevaux (1993). Uma premissa é de que as distribuições locais são conhecidas, o que é uma premissa razoável, já que as distribuições locais podem ser calculadas transformando distâncias em probabilidades.

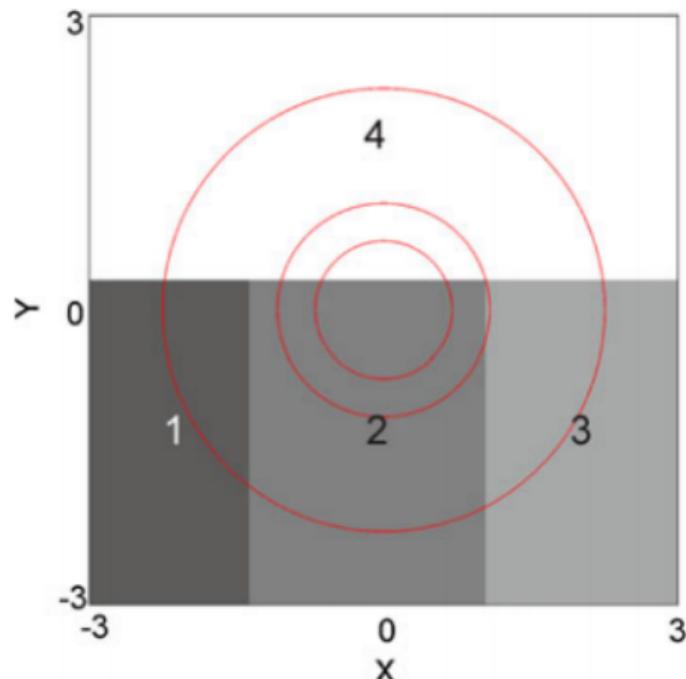
## Simulação plurigaussiana truncada

Figura 43: Esquema da SGT. Note que as litologias sandstone e shale não aparecerão juntas nas realizações.



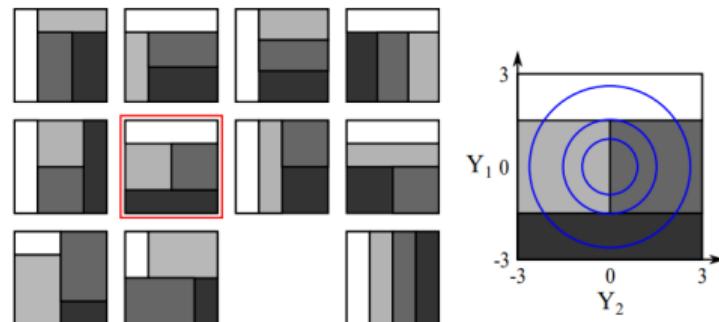
## Simulação plurigaussiana truncada

Figura 44: Esquema da SPT. Note que as litologias 1 e 3 não aparecerão juntas nas realizações.



# Simulação plurigaussiana truncada

Figura 45: Diferentes templates, para o caso de duas variáveis latentes e quatro categorias.



## Regras de truncagem I

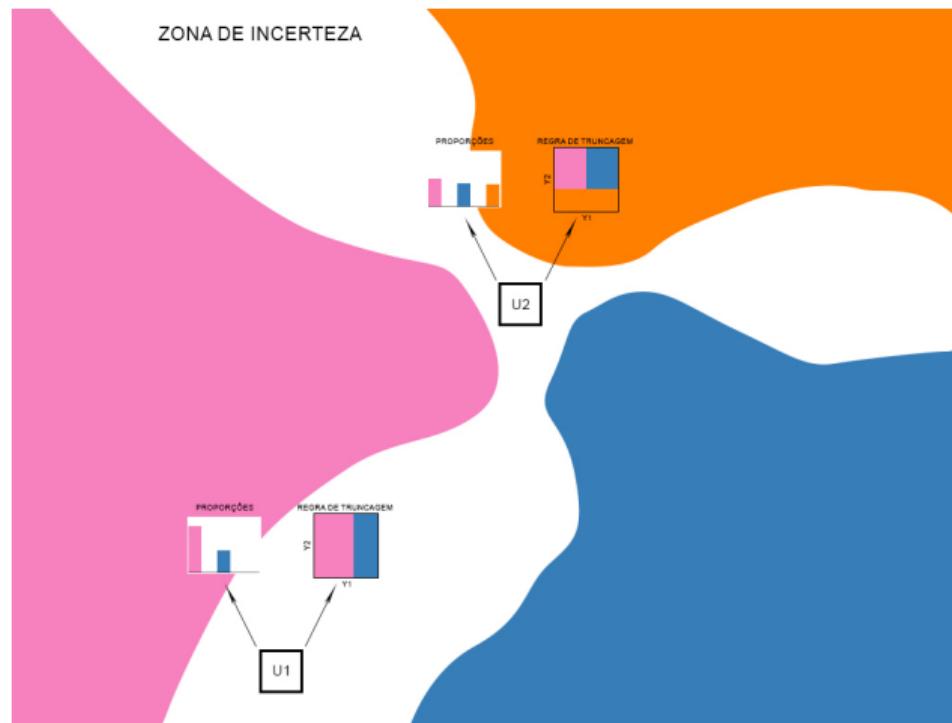
- ▶ Allard et al. (2012) introduziram o *assination diagram*, que automaticamente constrói a regra de truncagem para o caso bivariado usando regressão baseada em kernel em variáveis auxiliares;
- ▶ Sadeghi and Boisvert (2012) usaram *simulated annealing* para otimizar a regra de truncagem. A função objetivo é a minimização da classificação errônea entre as probabilidades de transição calculadas de realizações e das probabilidades de transição calculadas a partir dos dados.
- ▶ Deutsch and Deutsch (2014) usaram *multidimensional scaling* (MDS) para definir regras de truncagem complexas com o foco em reproduzir as probabilidades de transição. Essa metodologia pode ser aplicada para qualquer número de variáveis gaussianas.
- ▶ Astrakova et al. (2015) propuseram uma metodologia semelhante a de Deutsch and Deutsch (2014) usando entropia bayesiana máxima em conjunto com *simulated annealing* para otimizar a regra de truncagem bigaussian;

## Regras de truncagem II

- ▶ Madani and Emery (2015) e Silva and Deutsch (2016) propuseram uma abordagem hierárquica para definir a regra de truncagem em espaços multi dimensionais.

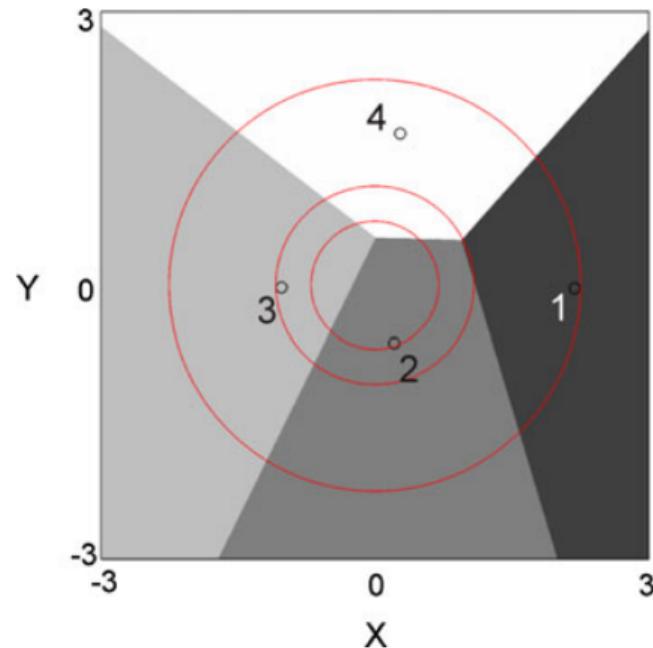
# Regra dinâmica de truncagem

Figura 46: Diferentes regras de truncagem definidas para cada bloco a partir das probabilidades calibradas e calculadas.



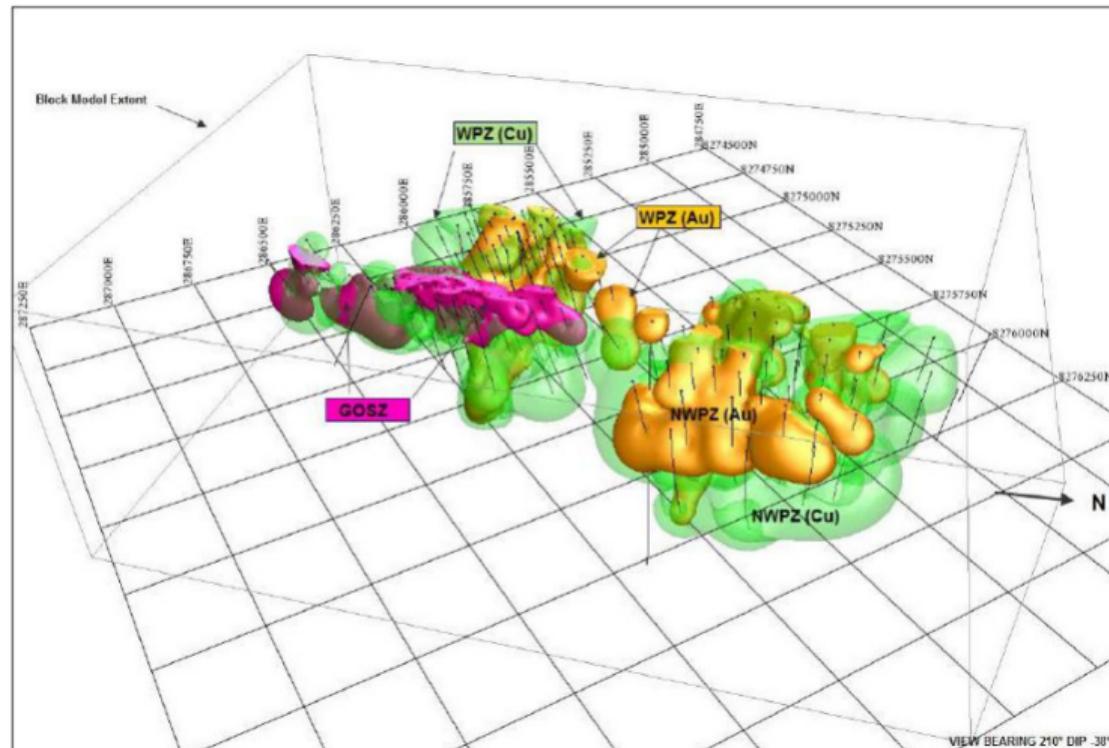
## Regra de truncagem via MDS

Figura 47: Esquema do uso de MDS para definição da regra de truncagem.



# Validação

Figura 48: Modelo implícito ruim, com a presença de estruturas e formas indesejadas ("blobs").



# Sumário

Em suma, essa tese propõe desenvolver e investigar:

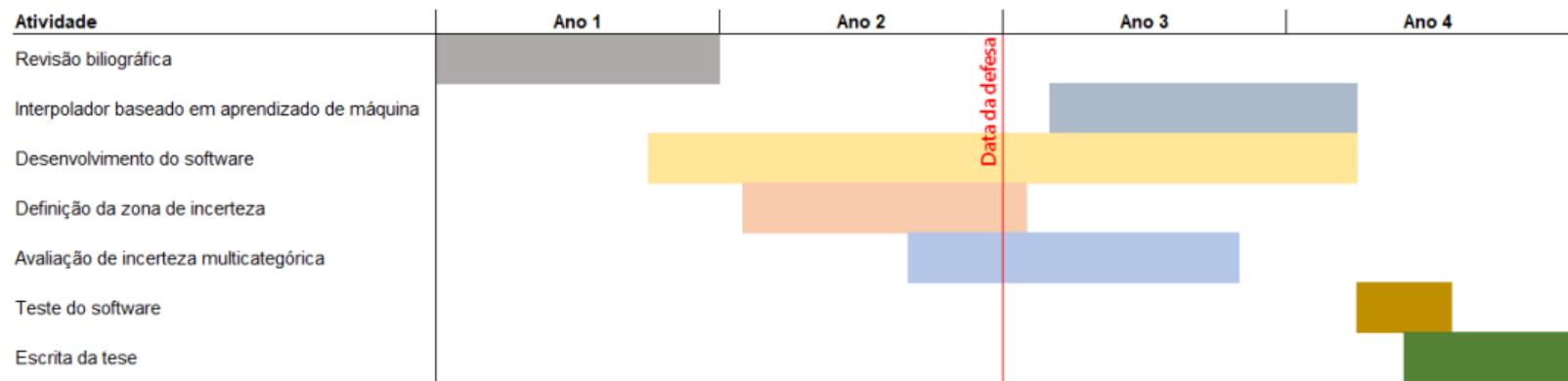
- ▶ Um interpolador baseado em redes neurais independente de variograma para a variável distância assinalada;
- ▶ Uma metodologia para calibração e definição de uma zona de incerteza multi categórica estatisticamente justa, livre de viés e que seja de fato incerta;
  - ▶ Calibração do parâmetro  $\gamma$ ;
  - ▶ Truncagem no campo de entropia.
- ▶ Uma metodologia para avaliação da incerteza que gere múltiplas realizações de modelos geológicos multi categóricos dentro da zona de incerteza, sem ruído e com a possibilidade de controlar a natureza dos contatos.
  - ▶ Definição de uma regra de truncagem local para cada bloco.
  - ▶ Definição de um modelo de covariância para cada variável latente, que seja representativo.
- ▶ Uma metodologia para validação de modelos geológicos implícitos.
  - ▶ Identificação automática de estruturas indesejadas.

## Progresso de desenvolvimento

- ▶ Cálculo das distâncias assinaladas ✓
- ▶ Validação cruzada ✓
- ▶ Interpolação tradicional por RBF ✓
- ▶ Interpolação baseada em redes neurais
- ▶ Calibração do parâmetro  $\gamma$  a partir das amostras ✓
- ▶ Calibração do parâmetro  $\gamma$  (nova abordagem)
- ▶ Cálculo das probabilidades ✓
- ▶ Cálculo da entropia ✓
- ▶ Definição do *cutt-off* no campo de entropia
- ▶ Simulação da variável contínua auxiliar
- ▶ Definição da regra de truncagem local
- ▶ Algoritmo de validação visual

# Cronograma

Figura 49: Cronograma de atividades.



## Referências bibliográficas |

- Allard, D., D'Or, D., Biver, P., and Froidevaux, R. (2012). Non-parametric diagrams for plurigaussian simulations of lithologies. In *9th international geostatistical congress, Oslo, Norway*, volume 1115.
- Astrakova, A., Oliver, D. S., and Lantuéjoul, C. (2015). Truncation map estimation based on bivariate probabilities and validation for the truncated plurigaussian model. *arXiv preprint arXiv:1508.01090*.
- Boisvert, J. (2013). Automatic geological modeling with iterative refinement. *CCG Annual Report*.
- Deutsch, J. L. and Deutsch, C. V. (2014). A multidimensional scaling approach to enforce reproduction of transition probabilities in truncated plurigaussian simulation. *Stochastic environmental research and risk assessment*, 28(3):707–716.
- Froidevaux, R. (1993). Probability field simulation. In *Geostatistics tróia'92*, pages 73–83. Springer.

## Referências bibliográficas II

- Hosseini, A. and Deutsch, C. V. (2007). A distance function based algorithm to quantify uncertainty in areal limits. *CCG Annual Report*.
- Lajaunie, C., Courrioux, G., and Manuel, L. (1997). Foliation fields and 3d cartography in geology: principles of a method based on potential interpolation. *Mathematical Geology*, 29(4):571–584.
- Madani, N. and Emery, X. (2015). Simulation of geo-domains accounting for chronology and contact relationships: application to the río blanco copper deposit. *Stochastic environmental research and risk assessment*, 29(8):2173–2191.
- Mallet, J.-L. (2004). Space–time mathematical framework for sedimentary geology. *Mathematical geology*, 36(1):1–32.
- Manchuck, J. and Deutsch, C. (2018). MIs for boundary interpretations with uncertainty. *CCG Annual Report*.
- Rolo, R. (2017). Modelagem geológica implícita com funções distância assinaladas. Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

## Referências bibliográficas III

- Sadeghi, S. and Boisvert, J. (2012). Optimizing thresholds in truncated pluri-gaussian simulation. *CCG Annual Report*.
- Samson, M. and Deutsch, C. (2018). Estimation with machine learning. *CCG Annual Report*.
- Silva, D. and Deutsch, C. (2015). Speeding up the signed distance implicit geologic modeling method for multiple rock types. *CCG Annual Report*.
- Silva, D. and Deutsch, C. (2016). Hierarchical approach to truncated plurigaussian simulation. *CCG Annual Report*.
- Silva, D. M. A. (2015). *Enhanced geologic modeling with data-driven training images for improved resources and recoverable reserves*. PhD thesis, University of Alberta.