Reporte Lab 4

Jose Pablo Fernádez Cubillo, *Estudiante, Instituto Tecnológico de Costa Rica,* Roberto Vidal Patiño, *Estudiante, Instituto Tecnológico de Costa Rica.*

I. Deducción de mapeo inverso

A. Mapeo Bilineal

El mapeo bilineal es lo que interesa para este laboratorio debido a que, es lo principal que se utiliza en las funciones. También se utiliza el mapeo lineal, sin embargo, este corresponde a una versión especial del mapeo bilineal donde c es 0 y d es 1. A continuación se define lo que es el mapeo bilineal y su correspondiente mapeo inverso.

Según Alvarado [1], un mapeo bilineal se representa de la siguiente manera, siendo w y z los planos:

$$w = \frac{az+b}{cz+d} \qquad a, b, c, d \in \mathbb{C}$$

A su vez, igual se explica la inversa del mapeo bilineal, el cual es la siguiente ecuación:

$$z = \frac{-dw+b}{cw-a}$$

En el caso de las funciones a realizar en el laboratorio, W corresponde a la imagen resultante y Z la imagen original, por lo que se utilizará el mapeo bilineal para conseguir los puntos de W que corresponden a un punto en Z. Será una imagen negra a la que se le pintarán pixeles azules, por lo que se notará cuál es la forma de la imagen W resultante.

Además, uno de los conceptos importantes sobre el mapero inverso es que este solo existe cuando el resultado de $bc - ad$ es diferente de 0 [1], por lo que un elemento importante a agregar en las funciones es que esta solo se pueda realizar si existe su mapeo inverso.

II. Imágenes Resultantes

En esta parte se van a revisar las imágenes que fueron resultado de los mapeos lineales del último punto correspondiente al laboratorio. Como fue mencionado anteriormente, la función en este caso lo que hace es pintar de azul en una imagen negra los píxeles en la imagen W que corresponderían a un pixel de la imagen original Z.

En la figura 1 se encuentra la imagen original, es decir lo que corresponde a Z en todos los casos.

En la figura 2 se puede observar el resultado de la imagen cuando $b = 0$ y $a \neq 0 \wedge a \in \mathbb{R}$. En este caso, la imagen se hizo más grande por lo que se puede ver que no todos los píxeles están pintados. La figura 3 es el mismo caso, sin embargo, esta vez a fue menor que 0, por lo que la imagen se hizo más pequeña, se puede ver que todos los píxeles están pintados.

En la figura 4 se encuentra el resultado cuando $b = 0$ y para cuando $a \neq 0 \wedge a \in \mathbb{C} \wedge a \notin \mathbb{R}$, se puede observar que hay una magnificación, la imagen se hace más grande, no se pintan todos los píxeles y además hay una rotación de la imagen.

Fig. 1. Imagen Original, corresponde a Z en todos los casos.

Fig. 2. Resultado de W cuando $b = 0$ y para cuando $a > 1 \wedge a \in \mathbb{R}$.

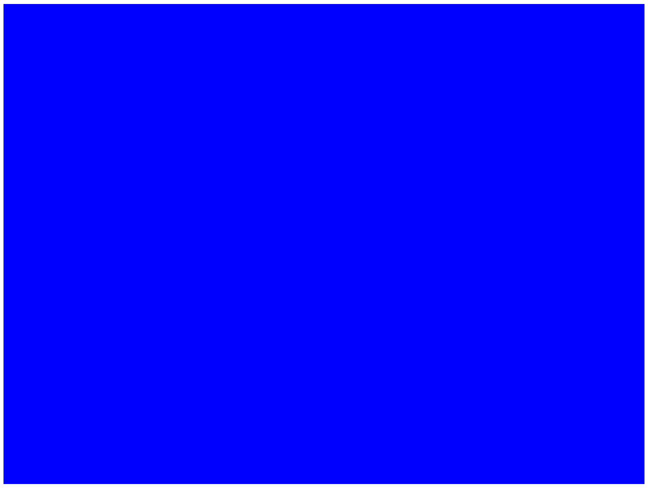

Fig. 3.   Resultado de W cuando $b = 0$ y para cuando $a < 1 \wedge a \in \mathbb{R}$.

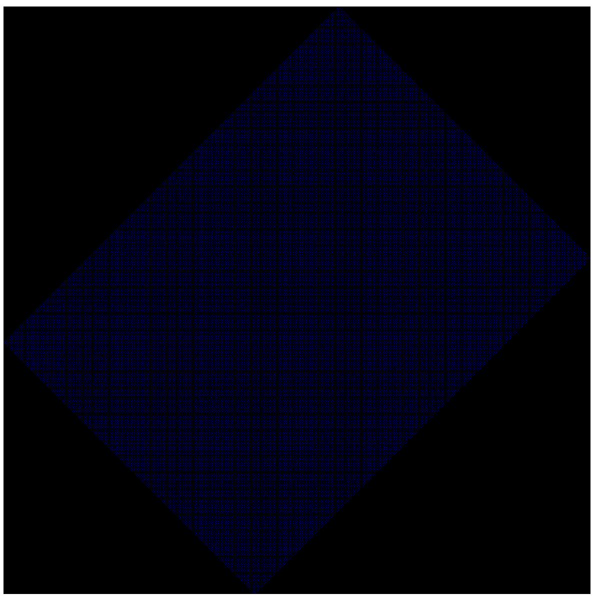

Fig. 4.   Resultado de W cuando $b = 0$ y para cuando $a \neq 0 \wedge a \in \mathbb{C} \wedge a \notin \mathbb{R}$

En la figura 5 se encuentra el resultado cuando $b \neq 0$ y para cuando $a = 1$, se puede observar que hay un desplazamiento hacia abajo y a la derecha por parte de la imagen W resultante.

Por último, en la figura 6 se encuentra el resultado cuando $a \neq 0 \wedge b \neq 0$, se puede observar que hay un desplazamiento hacia abajo y a la derecha por parte de la imagen W resultante, además, hay una rotación y además de esto también hubo una magnificación, la imagen es más grande por lo que no se pintatn todos los píxeles.

References

[1] P. Alvarado, *Señales y Sistemas Fundamentos Matemáticos*. Cartago, Costa Rica: Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2008.

Fig. 5.   Resultado de W cuando $b \neq 0$ y para cuando $a = 1$

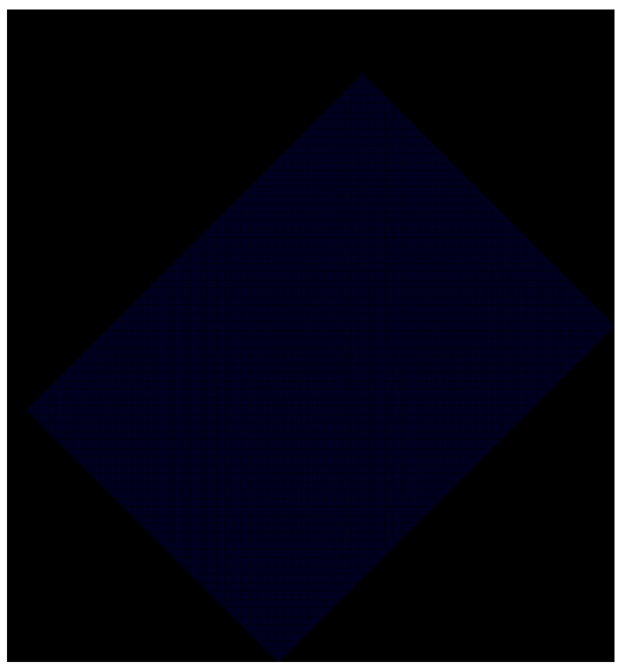

Fig. 6.   Resultado de W cuando $a \neq 0 \wedge b \neq 0$