

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta informačních technologií



Elektronika pre informačné technológie

Projekt č.1

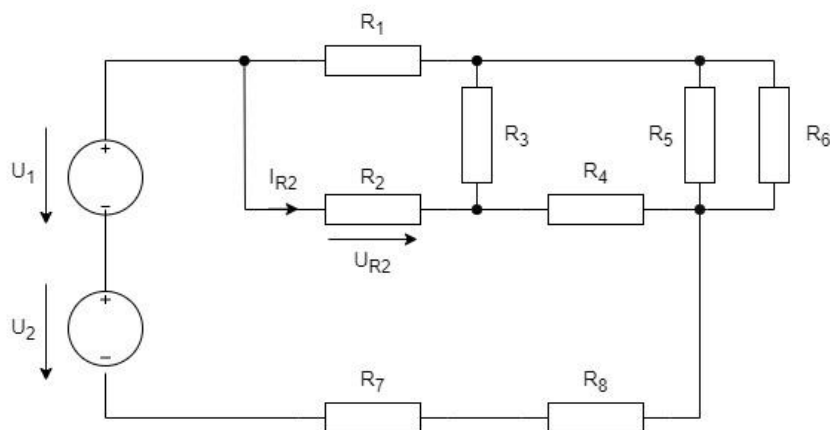
# Obsah

<b>Príklad 1</b> .....	3
<b>Riešenie obvodu</b> .....	3
<b>Príklad 2</b> .....	7
<b>Riešenie obvodu</b> .....	7
<b>Príklad 3</b> .....	10
<b>Riešenie obvodu</b> .....	10
<b>Príklad 4</b> .....	13
<b>Riešenie obvodu</b> .....	13
<b>Príklad 5</b> .....	15
<b>Riešenie obvodu</b> .....	15
<b>Skúška správnosti</b> .....	17
<b>Tabuľka výsledkov</b> .....	18

## Príklad 1

Stanovte napätie  $U_{R2}$  a prúd  $I_{R2}$ . Použite metódu postupného zjednodušovania obvodu.

sk.	$U_1[V]$	$U_2[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$	$R_7[\Omega]$	$R_8[\Omega]$
H	135	80	680	600	260	310	575	870	355	265



### Riešenie obvodu

#### 1. Sériové zapojenie rezistorov $R_7$ a $R_8$

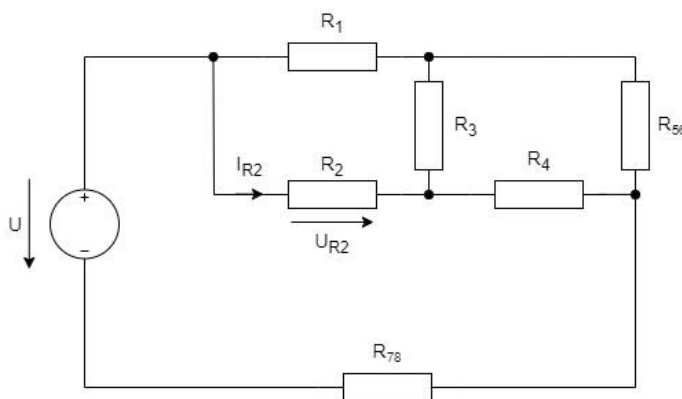
$$R_{78} = R_7 + R_8 = 355 + 265 = 620 \, \Omega$$

#### 2. Paralelné zapojenie rezistorov $R_5$ a $R_6$

$$R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = \frac{575 \cdot 870}{575 + 870} = 346,193772 \, \Omega$$

#### 3. Sériové zapojenie zdrojov $U_1$ a $U_2$

$$U = U_1 + U_2 = 135 + 80 = 215 \, V$$

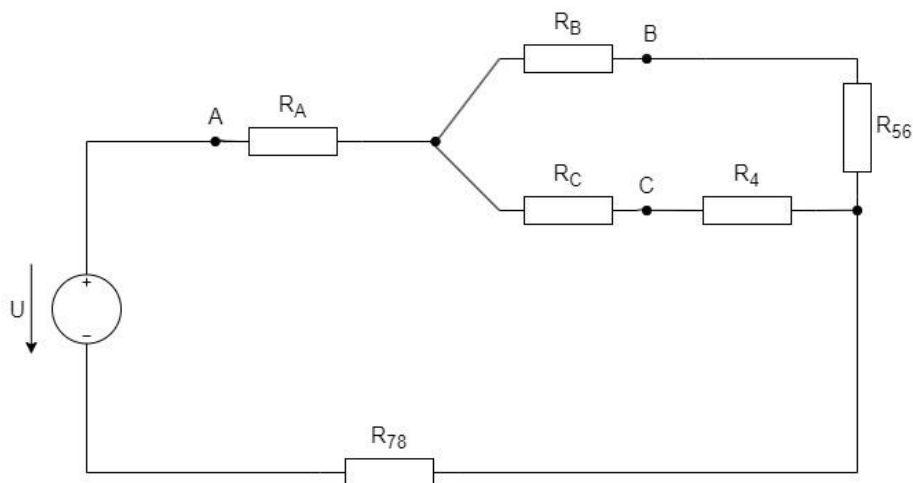


#### 4. Trojuholník – hviezda

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{680 \cdot 600}{680 + 600 + 260} = 264,935064 \, \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{680 \cdot 260}{680 + 600 + 260} = 114,805194 \, \Omega$$

$$R_C = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{600 \cdot 260}{680 + 600 + 260} = 101,298701 \, \Omega$$

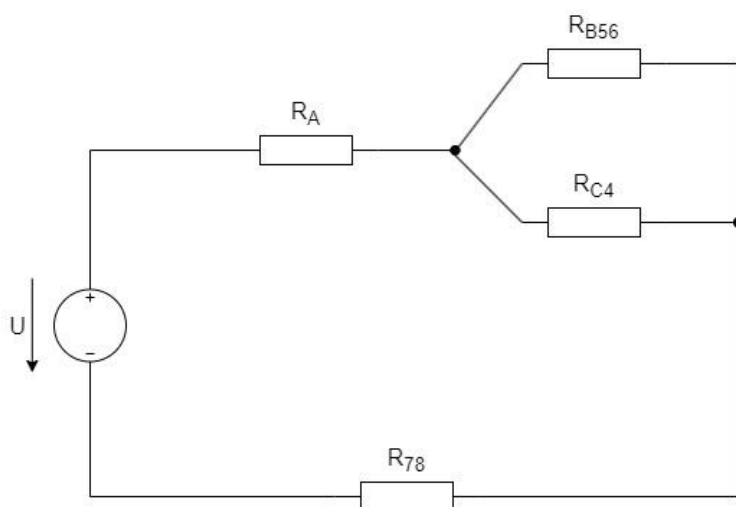


#### 5. Sériové zapojenie $R_C$ a $R_4$

$$R_{C4} = R_C + R_4 = 101,298701 + 310 = 411,298701 \, \Omega$$

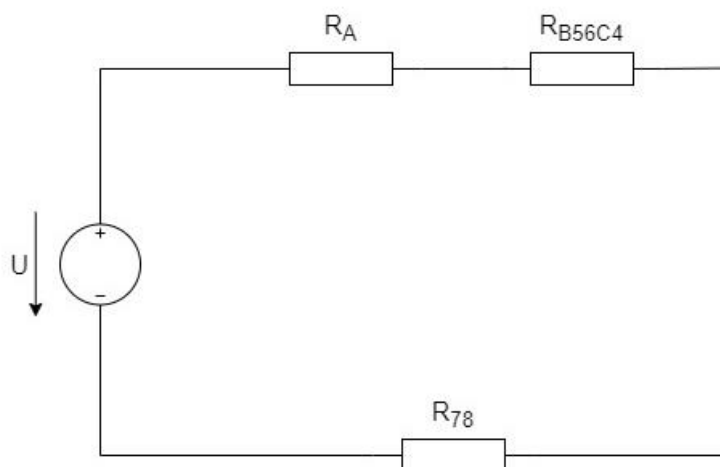
#### 6. Sériové zapojenie $R_B$ a $R_{56}$

$$R_{B56} = R_B + R_{56} = 114,805194 + 346,193772 = 460,998966 \, \Omega$$



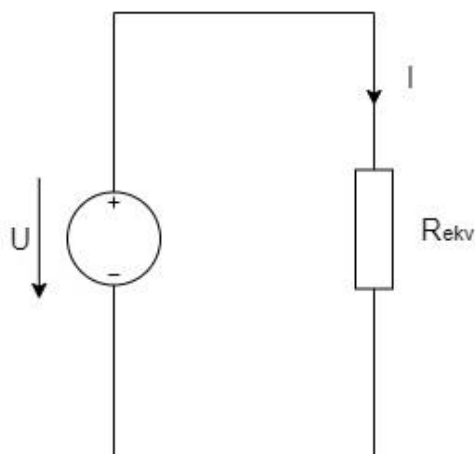
**7. Paralelné zapojenie  $R_{B56}$  a  $R_{C4}$**

$$R_{B56C4} = \frac{R_{B56} \cdot R_{C4}}{R_{B56} + R_{C4}} = 217,36648 \, \Omega$$



**8. Ekvivalentný odpor  $R_{ekv}$**

$$R_{ekv} = R_A + R_{B56C4} + R_{78} = 264,935064 + 217,36648 + 620 = 1102,301544 \, \Omega$$



**9. Celkový prúd obvodu**

$$I = \frac{U}{R_{ekv}} = \frac{215}{1102,301544} = 0,195046 \, A$$

**10. Napätie na rezistoroch  $R_{78}$  a  $R_{B56C4}$**

$$U_{R78} = I \cdot R_{78} = 0,195046 \cdot 620 = 120,92852 \, V$$

$$U_{RB56C4} = I \cdot R_{B56C4} = 0,195046 \cdot 217,36648 = 42,396462 \, V$$

**11. Rezistory  $R_{B56}$  a  $R_{C4}$  sú zapojené paralelne – je na nich rovnaké napätie**

$$U_{RB56C4} = U_{RB56} = U_{RC4} = 42,396462 \text{ V}$$

$$I_{RC4} = \frac{U_{RC4}}{R_{C4}} = \frac{42,396462}{411,298701} = 0,103079 \text{ A}$$

**12. Rezistory  $R_C$  a  $R_4$  sú zapojené sériovo – je na nich rovnaký prúd**

$$I_{RB56C4} = I_{RB56} + I_{RC4} = A$$

$$U_{RC} = R_C \cdot I_{RC4} = 101,298701 \cdot 0,103079 = 10,441768 \text{ V}$$

$$U_{R4} = R_4 \cdot I_{RC4} = 310 \cdot 0,103079 = 31,95449 \text{ V}$$

**13. Pomocou 2. Kirhoffového zákona vypočítame hľadané napätie  $U_{R2}$**

$$-U + U_{R2} + U_{R4} + U_{R78} = 0$$

$$-215 + U_{R2} + 31,95449 + 120,92852 = 0$$

$$U_{R2} - 62,11699 = 0$$

$$U_{R2} = 62,1165 \text{ V}$$

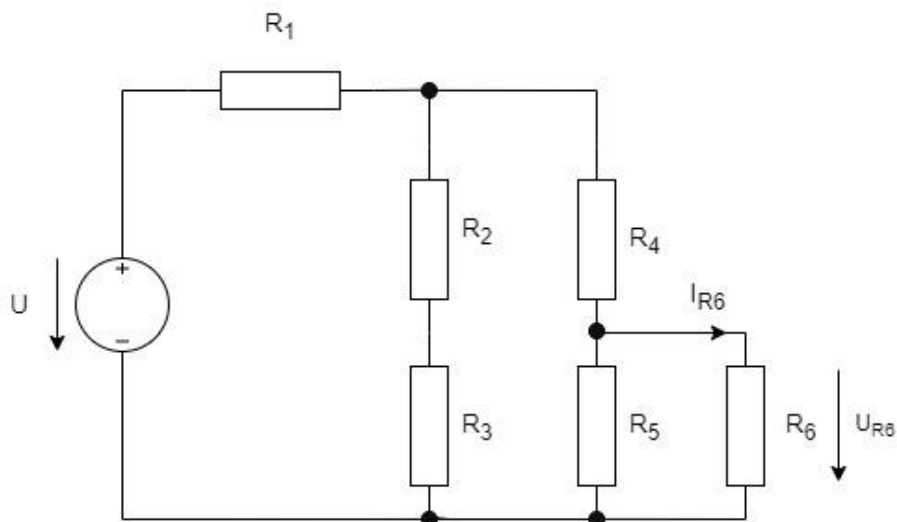
**14. Vypočítame hľadaný prúd  $I_{R2}$**

$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{62,12}{600} = 0,1035 \text{ A}$$

## Príklad 2

Stanovte napätie  $U_{R6}$  a prúd  $I_{R6}$ . Použite metódu Théveninovej vety.

sk.	U[V]	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$
H	220	190	360	580	205	560	250

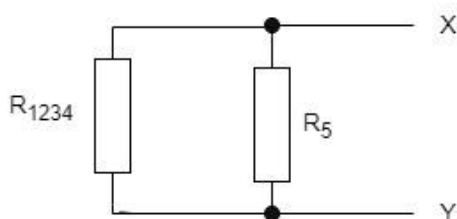


### Riešenie obvodu

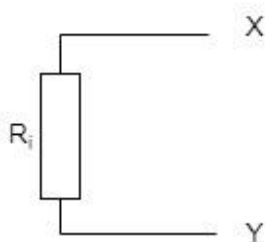
1. Vypočítame celkový odpor  $R_i$ , skratujeme zdroj a odstránime rezistor  $R_6$

$$R_{123} = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = 158,0531 \, \Omega$$

$$R_{1234} = R_{123} + R_4 = 158,0531 + 205 = 363,0531 \, \Omega$$

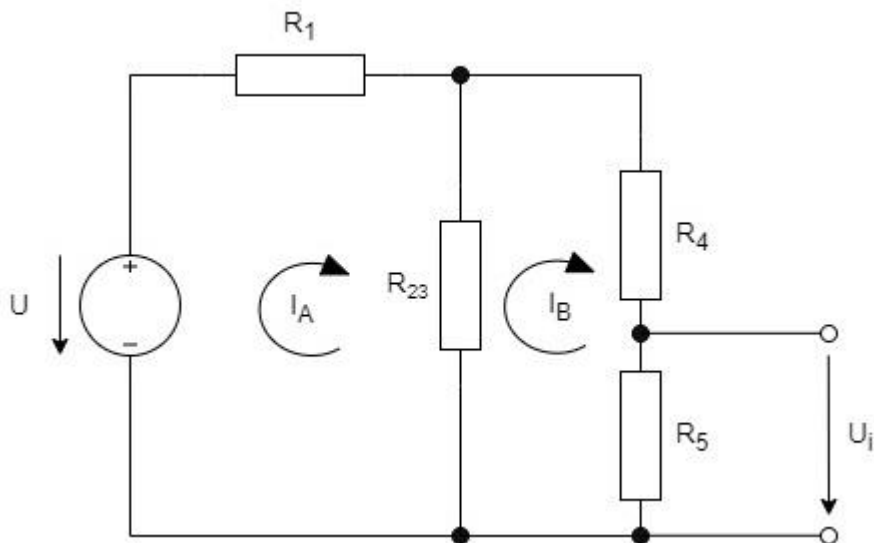


$$R_i = \frac{R_{1234} \cdot R_5}{R_{1234} + R_5} = \frac{363,0531 \cdot 560}{363,0531 + 560} = 220,2579 \, \Omega$$



2. Pomocou metódy slučkových prúdov vypočítame napätie  $U_i$

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 360 + 580 = 940 \, \Omega$$



$$\text{I: } I_A \cdot R_1 + R_{23}(I_A - I_B) = U$$

$$190I_A + 940I_A - 940I_B = 220$$

$$1130I_A - 940I_B = 220$$

$$\text{II: } I_B \cdot R_4 + I_B \cdot R_5 + R_{23}(I_B - I_A) = 0$$

$$205I_B + 560I_B + 940I_B - 940I_A = 0$$

$$1705I_B - 940I_A = 0$$

$$I_B = \frac{940I_A}{1705}$$

3. Hodnotu  $I_B$  dosadíme do rovnice I. a dostaneme hodnotu  $I_A$

$$1130I_A - 940 \frac{940I_A}{1705} = 220$$

$$I_A = 0,359618 \, \text{A}$$

4. Do vzorca pre výpočet  $I_B$  dosadíme  $I_A$  a dostaneme hodnotu  $I_B$

$$I_B = \frac{940I_A}{1705} = \frac{940 \cdot 0,359618}{1705} = 0,198264 \, \text{A}$$



5. *Pomocou Ohmovho zákona vypočítame  $U_i$*

$$U_i = U_{R5} = I_B \cdot R_5 = 0,198264 \cdot 560 = 111,0282 \text{ V}$$

6. *Vypočítame hľadané hodnoty  $I_{R6}$  a  $U_{R6}$*

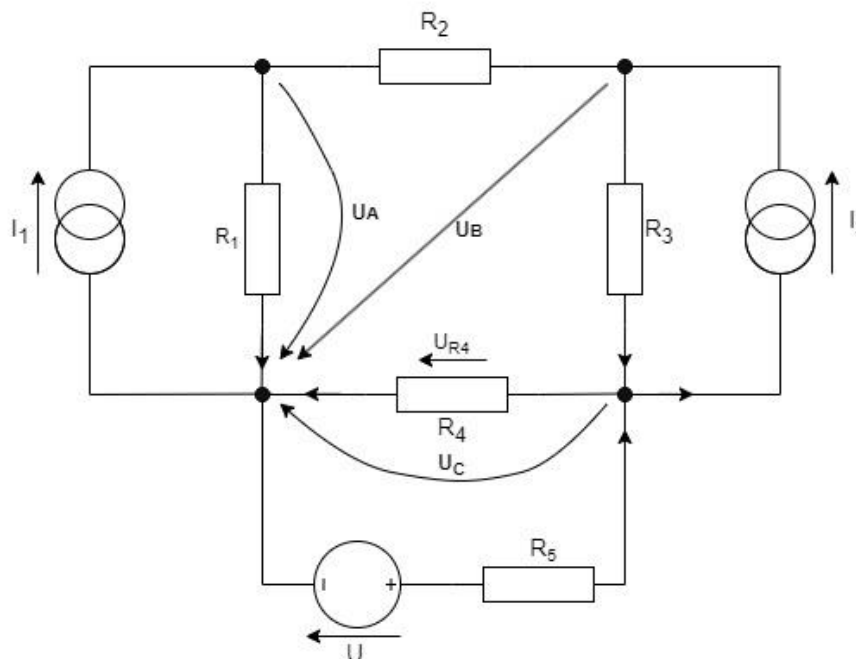
$$I_{R6} = \frac{U_i}{R_i + R_6} = \frac{111,02784}{220,2579 + 250} = \mathbf{0,2361 \text{ A}}$$

$$U_{R6} = I_{R6} \cdot R_6 = 0,2361 \cdot 250 = \mathbf{59,0252 \text{ V}}$$

## Príklad 3

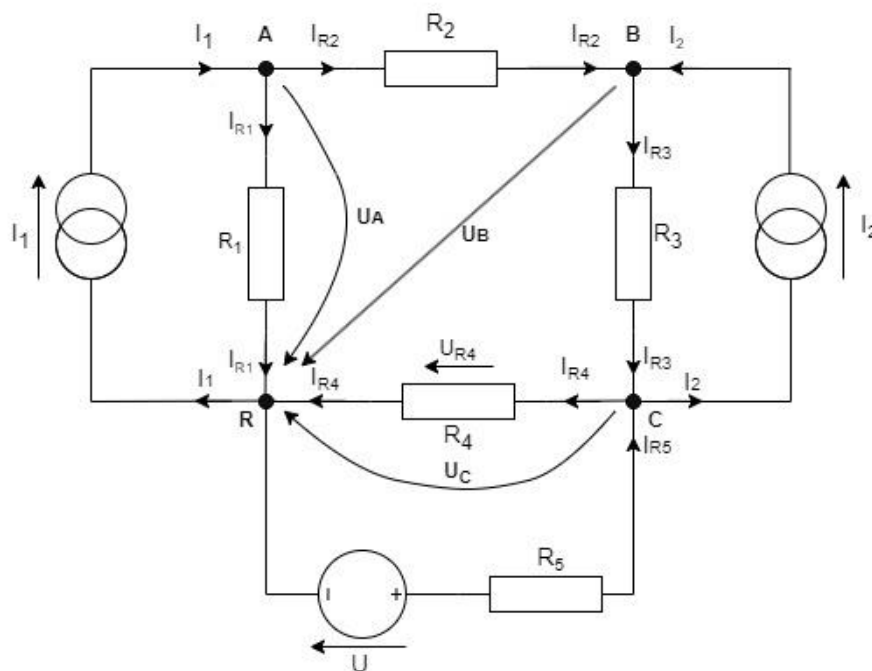
Stanovte napätie  $U_{R4}$  a prúd  $I_{R4}$ . Použite metódu uzlových napätí ( $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ ).

sk.	$U[V]$	$I_1[A]$	$I_2[A]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$
H	130	0,95	0,5	47	39	58	28	25



### Riešenie obvodu

1. Označíme uzly  $A, B, C$  a  $R$  ako referenčný, vyznačíme všetky prúdy



2. Pre každý uzol zostavíme rovnicu podľa 1. Kirchhoffovho zákona

$$A: I_1 = I_{R2} + I_{R1}$$

$$B: I_{R3} = I_{R2} + I_2$$

$$C: I_{R4} = I_{R3} + I_{R5} - I_2$$

3. Prúdy vyjadríme pomocou uzlových napätí

$$I_1 = \frac{U_A - U_B}{R_2} + \frac{U_A}{R_1}$$

$$\frac{U_B - U_C}{R_3} = \frac{U_A - U_B}{R_2} + I_2$$

$$\frac{U_C}{R_4} = \frac{U_B - U_C}{R_3} + \frac{U - U_C}{R_5} - I_2$$

4. Dosadíme známe hodnoty

$$0,95 = \frac{U_A - U_B}{39} + \frac{U_A}{47}$$

$$\frac{U_B - U_C}{58} = \frac{U_A - U_B}{39} + 0,5$$

$$\frac{U_C}{28} = \frac{U_B - U_C}{58} + \frac{130 - U_C}{25} - 0,5$$

5. Sústavu upravíme, prepíšeme do matice a vypočítame pomocou Gaussovej eliminačnej metódy

$$1720U_A - 940U_B = 34827$$

$$-58U_A + 97U_B - 39U_C = 1131$$

$$-350U_B + 1887U_C = 95410$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1720 & -940 & 0 & 34827 \\ -58 & 97 & -39 & 1131 \\ 0 & -350 & 1887 & 95410 \end{array} \right)$$

6. Po vypočítaní matice dostaneme hodnoty  $U_A$ ,  $U_B$  a  $U_C$

$$U_A = \frac{10082393}{166640} = 60,504 \text{ V}$$

$$U_B = \frac{6137311}{83320} = 73,6596 \text{ V}$$

$$U_C = \frac{535115}{8332} = 64,2241 \text{ V}$$

7. *Uzlové napätia dosadíme do rovníc pre výpočet hľadaných hodnôt  $I_{R4}$  a  $U_{R4}$*

$$I_{R4} = \frac{U_C}{R_4} = \frac{64,2241}{28} = \mathbf{2,2937\ A}$$

$$U_{R4} = I_{R4} \cdot R_4 = 2,2937 \cdot 28 = \mathbf{64,2241\ V}$$

## Príklad 4

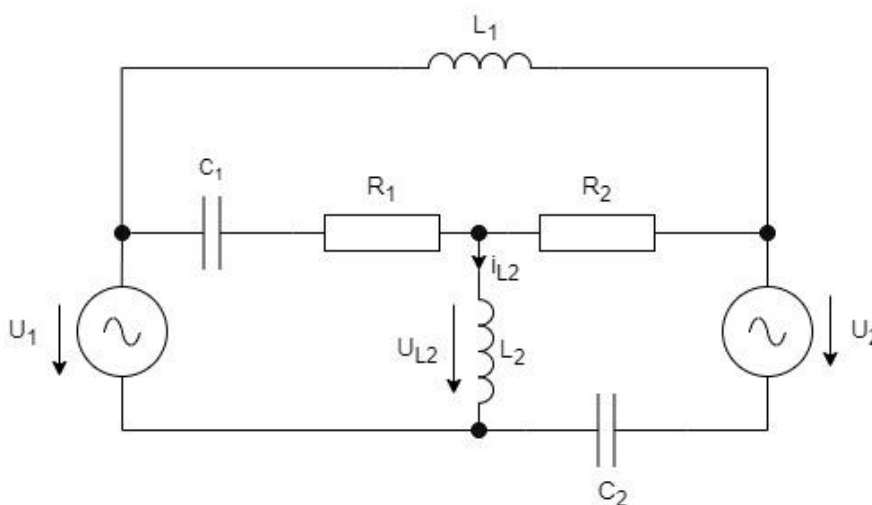
Pre napájacie napätie platí:  $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi f t)$ ,  $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi f t)$ .

Vo vzťahu pre napätie  $u_{L2} = U_{L2} \cdot \sin(2\pi f t + \varphi_{L2})$  určite  $|U_{L2}|$  a  $\varphi_{L2}$ .

Použite metódu slučkových prúdov.

Pomocné smery šípiek napájacích zdrojov platí pre špeciálny časový moment ( $t = \pi / 2\omega$ ).

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$C_1$ [ $\mu$ F]	$C_2$ [ $\mu$ F]	$f$ [Hz]
H	5	6	10	10	160	75	155	70	95



### Riešenie obvodu

#### 1. Prevod jednotiek

$$L_1 = 160 \text{ mH} = 0,16 \text{ H}$$

$$L_2 = 75 \text{ mH} = 0,075 \text{ H}$$

$$C_1 = 155 \mu\text{F} = 1,55 \cdot 10^{-4} \text{ F}$$

$$C_2 = 70 \mu\text{F} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

#### 2. Vypočítame uhlovú rýchlosť

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 95 = 190\pi = 596,9026 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

#### 3. Vypočítame impedancie

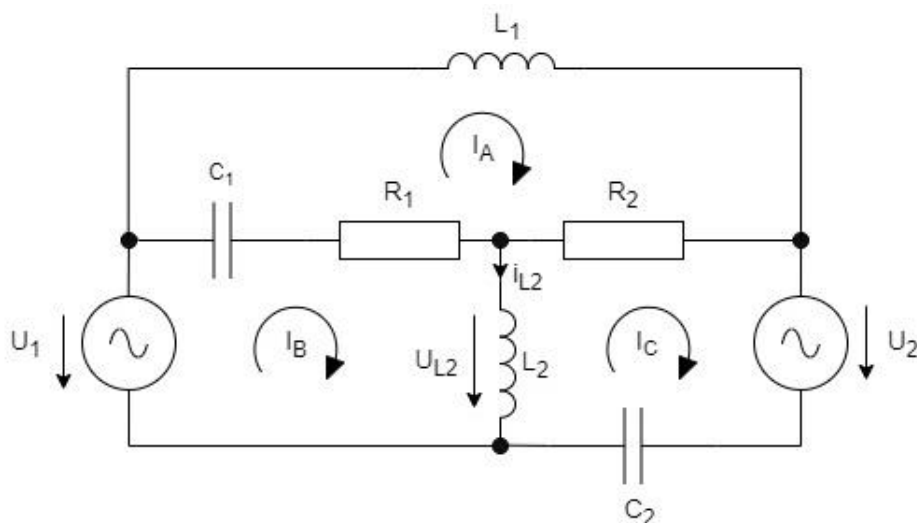
$$Z_{L1} = j\omega L_1 = j \cdot 190\pi \cdot 0,16 = j95,50442 \Omega$$

$$Z_{L2} = j\omega L_2 = j \cdot 190\pi \cdot 0,075 = j44,7677 \Omega$$

$$Z_{C1} = -\frac{1}{j\omega C} = -\frac{1}{j \cdot 596,9026 \cdot 0,000155} = -j10,808485 \Omega$$

$$Z_{C2} = -\frac{1}{j\omega C} = -\frac{1}{j \cdot 596,9026 \cdot 0,00007} = -j23,93307 \Omega$$

4. Naznačíme slučkové prúdy a zostavíme rovnice



$$I_A: I_A(Z_{L1} + Z_{C1} + R_1 + R_2) - I_B(Z_{C1} + R_1) - I_C(R_2) = 0$$

$$I_B: -I_A(Z_{C1} + R_1) + I_B(Z_{C1} + Z_{L2} + R_1) - I_C(Z_{L2}) = U_1$$

$$I_C: -I_A(R_2) - I_B(Z_{L2}) + I_C(R_2 + Z_{C2} + Z_{L2}) = -U_2$$

5. Z rovníc vytvoríme matice

$$\begin{pmatrix} Z_{L1} + Z_{C1} + R_1 + R_2 & -Z_{C1} - R_1 & -R_2 \\ -Z_{C1} - R_1 & Z_{C1} + Z_{L2} + R_1 & -Z_{L2} \\ -R_2 & -Z_{L2} & R_2 + Z_{C2} + Z_{L2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}$$

6. Po dosadení a úprave dostaneme

$$\begin{pmatrix} 85,695935j + 20 & 10,808485j - 10 & -10 \\ 10,808485j - 10 & 34,959215j + 10 & -44,7677j \\ -10 & -44,7677j & 10 + 20,83463j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}$$

7. Vypočítame prúdy  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$

$$I_A = -0,0113 - 0,0189j \text{ A}$$

$$I_B = -0,0177 - 0,1108j \text{ A}$$

$$I_C = -0,0452 + 0,0336j \text{ A}$$

8. Vypočítame prúd a napätie cievky  $L_2$

$$I_{L2} = I_B - I_C = (-0,0177 - 0,1108j) - (-0,0452 + 0,0336j) = 0,0275 - 0,1444j \text{ A}$$

$$U_{L2} = I_{L2} \cdot Z_{L2} = (0,0275 - 0,1444j) \cdot 44,7677j = 6,4661 + 1,2279j \text{ A}$$

$$U_{L2} = \sqrt{6,4661^2 + 1,2279^2} = 6,5817 \text{ V}$$

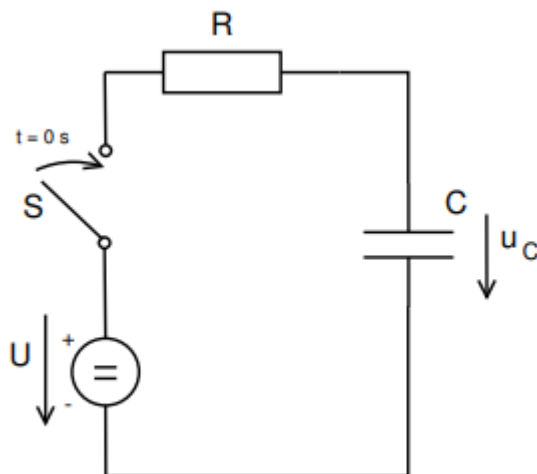
9. Vypočítame fázový posun  $\varphi$

$$\varphi = \arctg \frac{I_m(U_{L2})}{R_e(U_{L2})} = \arctg \frac{1,2279}{6,4661} = 0,1876 \text{ rad} = 10,7521^\circ$$

## Príklad 5

V obvode na obrázku nižšie v čase  $t = 0$  [s] zopne spínač  $S$ . Zostavte diferenciálnu rovnicu popisujúcu chovanie obvodu na obrázku, ďalej ju upravte dosadením hodnôt parametrov. Vypočítajte analytické riešenie  $u_C = f(t)$ . Vykonajte kontrolu výpočtu dosadením do zostavenej diferenciálnej rovnice.

sk.	$U$ [V]	$C$ [F]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$U_C(0)$ [V]
H	5	6	200	10



### Riešenie obvodu

1. Zostavíme rovnice podľa 2. Kirchhoffovho zákona a vypočítame prúd

$$U_R + U_C - U = 0$$

$$R \cdot I + U_C - U = 0$$

$$I = \frac{U - U_C}{R}$$

2. Zostavíme si rovnicu pre  $U_C'$

$$U_C' = \frac{1}{C} \cdot I = \frac{U - U_C}{R \cdot C} = \frac{5 - U_C}{200 \cdot 6}$$

$$U_C' + U_C \cdot \frac{1}{1200} = \frac{1}{240}$$

3. Vypočítame  $\lambda$  z charakteristickej rovnice

$$\lambda + \frac{1}{1200} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{1200}$$

**4. Všeobecný tvar rovnice**

$$U_C(t) = k(t)e^{\lambda \cdot t}$$

$$U_C(t) = k(t)e^{-\frac{t}{1200}}$$

**5. Zderivujeme rovnicu**

$$U'_C(t) = k'(t)e^{-\frac{t}{1200}} + k(t)\left(-\frac{1}{1200}\right)e^{-\frac{t}{1200}}$$

**6. Dosadíme do rovnice  $u'_C + U_C \cdot \frac{1}{1200} = \frac{1}{240}$**

$$k'(t)e^{-\frac{t}{1200}} + k(t)\left(-\frac{1}{1200}\right)e^{-\frac{t}{1200}} + U_C \cdot \frac{1}{1200} = \frac{1}{240}$$

$$k'(t)e^{-\frac{t}{1200}} = \frac{1}{240}$$

**7. Pomocou integrácie vyjadríme  $k(t)$**

$$k'(t) = \frac{1}{240}e^{\frac{t}{1200}}$$

$$\int k'(t) = \int \frac{1}{240}e^{\frac{t}{1200}}$$

$$k(t) = 5e^{\frac{t}{1200}} + K$$

**8. Dosadíme  $k(t)$  do všeobecnej rovnice**

$$U_C(t) = \left(5e^{\frac{t}{1200}} + K\right) \cdot e^{-\frac{t}{1200}}$$

$$U_C(t) = 5 + Ke^{-\frac{t}{1200}}$$

**9. Dosadíme  $U_C(t) = 10V, t = 0s$ ;**

$$U_C(0) = 5 + Ke^0$$

$$10 = 5 + K$$

$$K = 5$$

**Výsledok:**

$$U_C(t) = 5 + 5e^{-\frac{t}{1200}}$$



### Skúška správnosti

$$U'_c + U_c \cdot \frac{1}{1200} = \frac{1}{240}$$

$$U'_c + \frac{1}{1200} \cdot \left(5 + 5e^{-\frac{t}{1200}}\right) = \frac{1}{240}$$

$$U'_c + \frac{5}{1200} - \frac{5e^{-\frac{t}{1200}}}{1200} = \frac{1}{240}$$

$$U'_c = -\frac{5e^{-\frac{t}{1200}}}{1200}$$

$$U'_c + U_c \cdot \frac{1}{1200} = \frac{1}{240}$$

$$-\frac{5e^{-\frac{t}{1200}}}{1200} + \left(5 + 5e^{-\frac{t}{1200}}\right) \cdot \frac{1}{1200} = \frac{1}{240}$$

$$0 = 0$$

## Tabuľka výsledkov

Príklad	Skupina	Výsledok
1	H	$U_{R2} = 62,1165V$ $I_{R2} = 0,1035A$
2	H	$I_{R6} = 0,2361A$ $U_{R6} = 59,0252V$
3	H	$I_{R4} = 2,2937A$ $U_{R4} = 64,2241V$
4	H	$ U_{L2}  = 6,5817V$ $\varphi = 10,7521^\circ$
5	H	$u_C = 5 + 5e^{-\frac{t}{1200}}$