

Эффект Талбота

Сафиуллин Роберт

2 июня 2019 г.

1 Цель работы:

Экспериментальное изучение эффекта Талбота

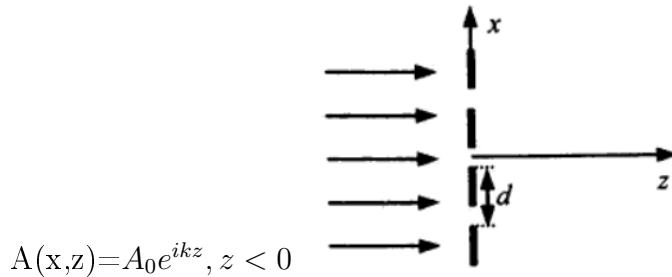
2 В работе используются:

Линза, экран, лазер, зрительная труба, набор дифракционных решеток

3 Теория

Рассмотрим дифракционную решетку. Для простоты будем считать ее периодичной только по одной оси.

Пусть слева на экран падает плоская волна вдоль оси z:



Вследствие периодичности структуры справа от него при $z=+0$ поле может быть представлено в виде ряда Фурье:

$$A_S(x) = A(x, z)|_{z=+0} = D(x)A(x, z)|_{z=-0} = \sum a_n e^{iu_n x} \quad (1)$$

, где $u_n = n\Omega$, $\Omega = 2\pi/d$, d-период решетки.

Каждое слагаемое в сумме (1) порождает в области $z>0$ волну

$$a_n e^{iu_n + iv_n z}, v_n = \sqrt{k^2 - u_n^2}, \text{ так что} \\ A(x, z)|_{z>0} = \sum a_n e^{iu_n + iv_n z} \quad (2)$$

Если $d \gg \lambda$, то есть $\Omega \ll k$, то для не слишком больших номеров гармоник n можно считать $u_n \ll k$ и записать:

$$v_n = k - \frac{u_n^2}{2k}$$

И выражение для n-ой волны примет вид:

$$a_n e^{ikz} \exp(iu_n x - i\frac{u_n^2}{2k} z)$$

Если на некотором расстоянии z от экрана будет выполнено:

$$\frac{u_n^2}{2k} = 2\pi m, m = 1, 2, 3\dots \quad (3)$$

то окажется:

$$A(x, z) = e^{ikz} \sum a_n \exp(iu_n x - i\frac{u_n^2}{2k} z) = e^{ikz} \sum a_n \exp(iu_n x) = e^{ikz} A_s(x)$$

Это значит, что с точностью до фазового множителя e^{ikz} на таком расстоянии воспроизводится структура исходного волнового поля $A_s(x)$, поскольку относительный набег фаз всех слагаемых в сумме (2) окажется кратным 2π .

Условие (3) выполняется в точках :

$$z = mz_T, z_T = 2\pi \frac{2k}{\Omega^2} = 2\frac{d^2}{\lambda}, m = 1, 2, 3\dots \quad (4)$$

Таким образом периодическая структура $A_s(x)$ самовоспроизводится при условии (4)

Оценим максимальное число плоскостей саморепродукции, которое можно наблюдать при использовании решетки длиной D. Эффект Талбота возникает благодаря интерференции волн, распространяющихся от решетки под разными углами. Наименьший угол с осью z образуют 0-й и (± 1) -й главные максимумы. Распространяясь от решетки конечных размеров D, эти три волны перестают перекрываться на расстоянии:

$$L = \frac{D}{2} \operatorname{ctg}\theta, \text{ где } \theta - \text{ угол дифракции:}$$

$$ds \sin\theta = \lambda$$

$$\lambda \ll d \rightarrow L \approx \frac{D}{2\theta} \approx \frac{Dd}{2\lambda}$$

На этом расстоянии число плоскостей саморепродукции составит:

$$N \sim \frac{L}{z_T} = \frac{D}{4d}$$

4 Ход работы

- 1) Поставим перед лазером решетку и определим период по ее спектру:

Ширина спектра $X = 12 \text{ cm}$, $m = 10$, $\lambda = 532 \text{ nm}$, $L_{\text{реш-экран}} = 1330 \text{ mm}$, $d = \frac{\lambda L}{X/2m} = 8.5 \text{ mm}^{-1}$

- 2) Приставим к решетке линзу и получим увеличенное изображение на плоскости саморепродукции на экране.
- 3) Используя формулу (4) определим примерную координату плоскости: $z_T = 52 \text{ mm}$.
- 4) Методом последовательных приближений, определим экспериментально координату линзы z (относительно решетки), на которой можно будет различить периодическую структуру. Результаты приведены в фотографиях.
- 5) Как видно из рисунков, картину периодической структуры можно различить в 6 случаях (на расстоянии $z = 28 \pm 1 \text{ cm}$ начинается наложение изображений друг на друга).
- 6) Таким образом получили 6 плоскостей саморепродукции, которые появляются до расстояния $L = 28 \pm 1 \text{ cm}$, что дает нам из формулы (5): $z'_T = 46 \pm 2 \text{ mm}$
- 7) Также можно примерно определить длину дифракционной решетки: $D = 4dN = 2.8 \text{ mm}$

5 Вывод

Таким образом было проведено наблюдение эффекта Талбота и определено количество плоскостей саморепродукции.

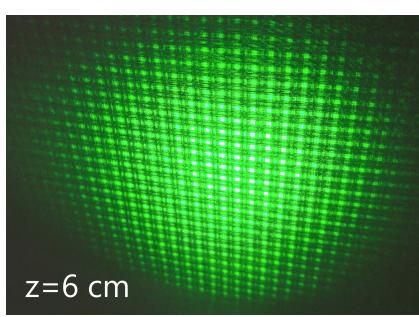


Рис. 1:

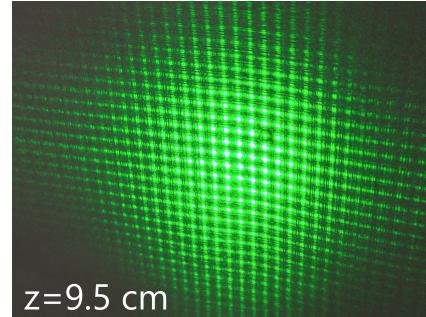
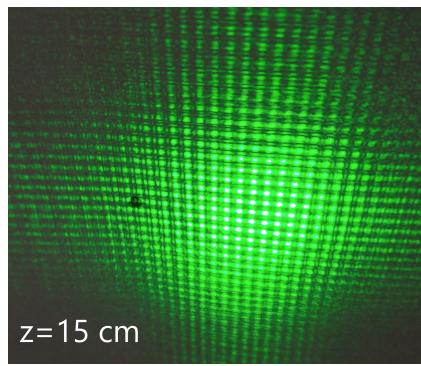
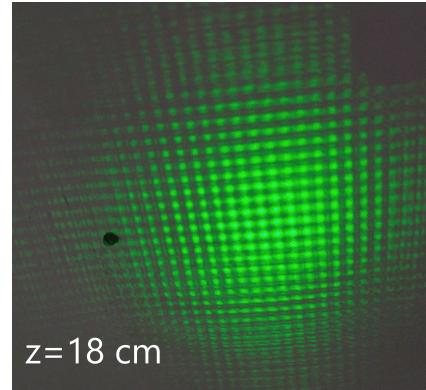


Рис. 2:



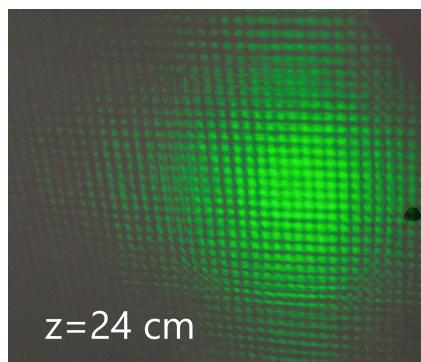
z=15 cm



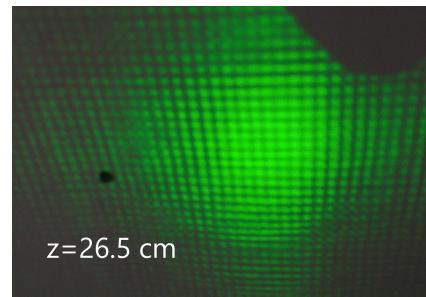
z=18 cm

Рис. 3:

Рис. 4:



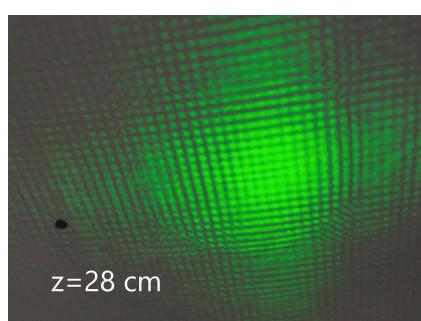
z=24 cm



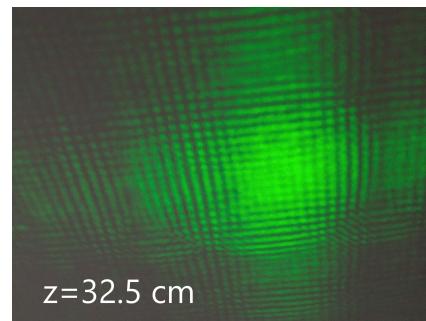
z=26.5 cm

Рис. 5:

Рис. 6:



z=28 cm



z=32.5 cm

Рис. 7:

Рис. 8: