

BCSP-X 2024 第一轮编程能力测评（小学高年级组）

T1. 最小质因子

时间限制 1s，空间限制 512MB

题目描述

给定一个正整数 n ，设 $n = p_1 \times p_2 \times \dots \times p_k$ ，其中 p_i 均为质数，对 $1 \leq i < k$ ， $p_i \leq p_{i+1}$ 。

给定 n ，请你计算其最小的质因子 p_1 。

例如：

- $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ ，最小质因子是 2
- $49 = 7 \times 7$ ，最小质因子是 7
- $89 = 89$ ，最小质因子是 89
- $967217 = 37 \times 26141$ ，最小质因子是 37

输入格式

第一行 1 个整数 T ，代表有 T 组数据

接下来 T 行，每行 1 个整数 n

输出格式

输出 T 行，每行 1 个整数 p_1 代表答案

样例 #1

样例输入 #1

```
14
36
2
3
49
81
35
12
89
16
```

100
967217
917597
185971
43607027731

样例输出 #1

2
2
3
7
3
5
2
89
2
2
37
571
185971
43607027731

数据范围

对于所有数据， $1 \leq T \leq 50, 1 < n \leq 10^{12}$

对于测试点 1~8: $n \leq 1000$

对于测试点 9~14: $n \leq 10^5$

对于测试点 15~17: $n \leq 10^9$

对于测试点 18~20: $n \leq 10^{12}$

T2. 选择排序

时间限制 1s，空间限制 512MB

题目描述

选择排序（Selection sort）是一种简单直观的排序算法。它的工作原理是每趟找出第 i 小的元素（也就是 $A[i \sim n]$ 中最小的元素），然后将这个元素与数组第 i 个位置上的元素 $A[i]$ 交换；在 $n - 1$ 趟之后序列 A 变为升序。

例如 $A = [3, 4, 1, 5, 2]$ ：

- 第 1 趟交换 $A[1], A[3]$ ，序列变为 $[1, 4, 3, 5, 2]$
- 第 2 趟交换 $A[2], A[5]$ ，序列变为 $[1, 2, 3, 5, 4]$
- 第 3 趟交换 $A[3], A[3]$ ，序列不变
- 第 4 趟交换 $A[4], A[5]$ ，序列变为 $[1, 2, 3, 4, 5]$

现在给定初始序列 $A[1 \sim n]$ （保证 A 是排列，即 $1 \sim n$ 每个数恰好出现一次）和 m 个询问 $q[1, 2, \dots, m]$ （保证 $q[i] < q[i + 1]$ ），请你依次输出第 $q[i]$ 趟之后的序列 A 。

输入格式

第一行 2 个整数 n, m

第二行 n 个整数 $A[1 \sim n]$ ，保证 A 是排列

第三行 m 个整数 $q[1 \sim m]$ ，保证 $q[i] < q[i + 1]$

输出格式

输出 m 行，第 i 行包含 n 个整数代表第 $q[i]$ 趟之后的序列 A

样例 #1

样例输入 #1

```
5 4
3 4 1 5 2
1 2 3 4
```

样例输出 #1

```
1 4 3 5 2
1 2 3 5 4
1 2 3 5 4
1 2 3 4 5
```

样例 #2

样例输入 #2

```
6 3
6 4 2 3 1 5
1 3 5
```

样例输出 #2

```
1 4 2 3 6 5
1 2 3 4 6 5
1 2 3 4 5 6
```

数据范围

对于所有数据，满足 $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq m \leq 10, 1 \leq A[i] \leq n, 1 \leq q[i] < q[i + 1] < n$ ，保证 A 是排列。

对于测试点 1~8: $n \leq 10$

对于测试点 9~13: $n \leq 2000$

对于测试点 14~20: $n \leq 10^5$

T3. 学习计划

时间限制 1s，空间限制 512MB

题目描述

暑假共有 n 天，第 i 天的精力指数为 $a[i]$ ，你想要利用假期依次（按 $1, 2, \dots, m$ 顺序）复习 m 门功课，第 i 门功课的重要程度为 $b[i]$ ，且每门功课的复习时段必须连续，并且不能有某天不干事。

假设第 i 门功课的复习时段为第 $l \sim r$ 天，那么第 i 门功课的收益为 $b[i] \times (a[l] + a[l+1] + \dots + a[r])$ ，你的总收益为 m 门功课收益的总和。

请你制订一个复习计划，使得总收益最大。

形式化地，给定序列 $a[1 \sim n], b[1 \sim m]$ ，你需要把 $1, 2, \dots, n$ 这个序列分成首尾相连且非空的 m 段，假设每段的 a 之和为 $s[1 \sim m]$ ，最大化 $\sum_{i=1}^m b[i] \times s[i]$ 的值。

例如 $a = [-3, 6, -1, -8, 7, -6], b = [-3, 2]$ ，最优策略是第 $1 \sim 4$ 天复习第 1 门功课，收益为 $-3 \times (-3 + 6 - 1 - 8) = 18$ ；第 $5 \sim 6$ 天复习第 2 门功课，收益为 $2 \times (7 - 6) = 2$ ；总收益为 $18 + 2 = 20$ 。

例如 $a = [6, 3, 5, 10, 5], b = [-8, -5, -5]$ ，最优策略是分成 $[1], [2, 3, 4], [5]$ 三段，总收益为 $-8 \times 6 - 5 \times (3 + 5 + 10) - 5 \times 5 = -163$ 。

输入格式

第一行 1 个整数 T ，代表有 T 组数据

每组数据第一行 2 个整数 n, m ，第二行 n 个整数 $a[1 \sim n]$ ，第三行 m 个整数 $b[1 \sim m]$

输出格式

输出 T 行，每行 1 个整数代表答案

样例 #1

样例输入 #1

```
5
6 2
-3 6 -1 -8 7 -6
-3 2
5 4
-9 -6 -6 -7 -8
-5 7 -9 -3
7 7
7 2 3 0 -2 4 2
```

```
-9 -2 -5 0 -7 9 -1
5 3
10 4 6 7 4
-1 -9 2
5 3
6 3 5 10 5
-8 -5 -5
```

样例输出 #1

```
20
144
-34
-12
-163
```

数据范围

对于所有数据，满足 $1 \leq T \leq 20, 1 \leq m \leq n \leq 2000, -10^3 \leq a[i], b[i] \leq 10^3$

对于测试点 1~7: $n \leq 10$

对于测试点 8~12: $n \leq 500$

对于测试点 13~16: 所有 $a[i], b[i]$ 为正整数

对于测试点 17~20: $n \leq 2000$

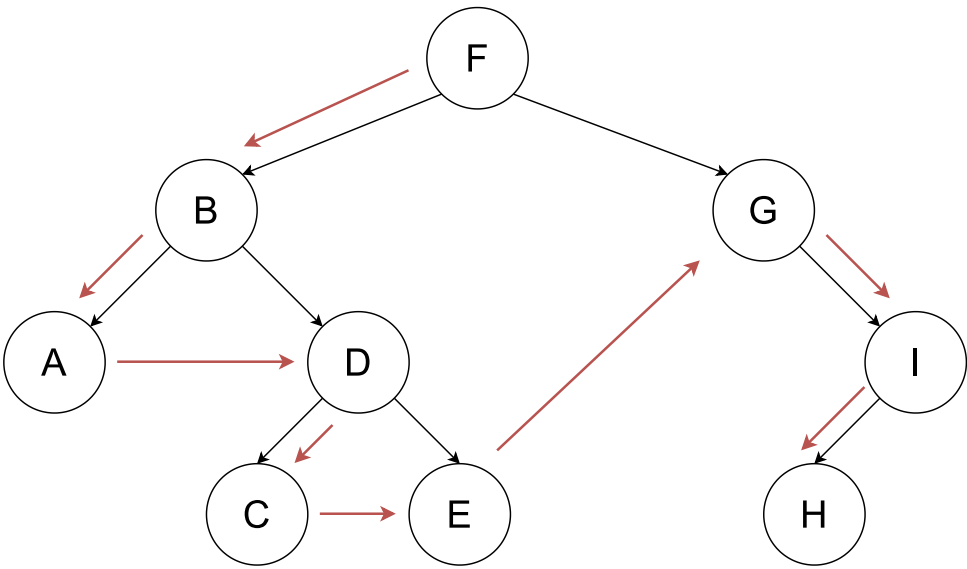
T4. 先序遍历

时间限制 1s，空间限制 512MB

题目背景

按照根-左-右的顺序遍历二叉树：

- 先序遍历 = 根 + 左子树先序遍历 + 右子树先序遍历
- 空树的先序遍历 = 空



Preorder:

F	B	A	D	C	E	G	I	H
---	---	---	---	---	---	---	---	---

题目描述

给一棵 n 个点的二叉树（根节点为 1），你可以进行以下操作至多 1 次：

- 选择 1 个（除了根之外的）点 u ，断开 u 和其父节点之间的边；然后重新选择另一个点作为 u 的父节点、将 u 接上去，需要保证操作之后仍然是一棵以 1 为根的二叉树。

你想要操作之后的二叉树有字典序最小的先序遍历序列，输出这个序列。

输入格式

第一行 1 个整数 T ，代表有 T 组数据

每组数据第一行 1 个整数 n ；接下来 n 行，第 i 行 2 个整数 $ls[i], rs[i]$ 代表 i 号结点的左右儿子编号，没有左右儿子的话用 0 表示

输出格式

对于每组数据，输出一行 n 个整数，代表字典序最小的二叉树先序遍历

样例 #1

样例输入 #1

```
12
4
2 3
0 4
0 0
0 0
5
2 3
0 4
0 5
0 0
0 0
6
5 2
3 6
4 0
0 0
0 0
0 0
6
2 3
6 4
0 5
0 0
0 0
0 0
6
5 2
3 0
4 0
6 0
0 0
0 0
6
3 2
4 6
0 0
5 0
0 0
```


0 0
6
4 2
5 3
0 0
0 0
0 6
0 0
6
3 2
0 0
5 4
0 6
0 0
0 0
6
2 3
0 0
5 4
0 6
0 0
0 0
6
3 2
4 5
0 0
0 6
0 0
0 0
6
2 3
0 4
0 0
0 5
0 6
0 0
6
2 5
3 4
0 0
0 0
6 0
0 0

样例输出 #1

1 2 3 4
1 2 3 4 5
1 2 3 4 5 6
1 2 4 3 5 6
1 2 3 4 6 5

```
1 2 4 5 3 6
1 2 5 4 6 3
1 2 3 5 4 6
1 2 3 4 5 6
1 2 4 3 6 5
1 2 3 4 5 6
1 2 3 4 5 6
```

样例解释 #1

对于第一个样例，可以把 3 号结点连在 2 号结点的左儿子处。

对于第二个样例，可以把 4 号结点连在 3 号结点的左儿子处。

数据范围

对于所有数据，令 $\sum n$ 代表每组数据中 n 的和， $1 \leq T \leq 100, 1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq \sum n \leq 3 \times 10^5$ ，保证输入是一棵以 1 为根的二叉树

对于测试点 1~3: $n \leq 10$

对于测试点 4~8: $n \leq 200$

对于测试点 9~11: $n \leq 1000$

对于测试点 12~14: $n \leq 10^5$ 且所有 $ls[i] = 0$

对于测试点 15: $n \leq 10^5$ 且所有 $rs[i] = 0$

对于测试点 16~20: $n \leq 10^5$