Tarea 1

Profesor: Jesús Rodríguez Viorato

IA & TC

Agosto-Diciembre 2021

Roberto Vásquez Martínez

Problema 1

(30 pts) Dibuja un autómata que acepte el lenguaje de todas las cadenas en $\{0,1\}^*$ que tengan un múltiplo de 3 de 1's

Solución: Sea L_1 el lenguaje que consiste en todas las cadenas en $\{0,1\}^*$ con un múltiplo de 3 de 1's.

Para cada cadena en $\{0,1\}^*$ tenemos que el número de $1's$ en la cadena puede ser congruente con $0, 1, 2$ módulo 3, los estados q_0, q_1 y q_2 representarán cada una de estas posibilidades.

Por lo que pide el problema, queremos que nuestro estado aceptor sea el q_0. Si estoy en q_0 para regresar a este camino por siguiente vez consecutiva se debió agregar exactamente tres 1's más. Con esta heurística el autómata finito deseado, que denotaremos por M_1, es el siguiente:

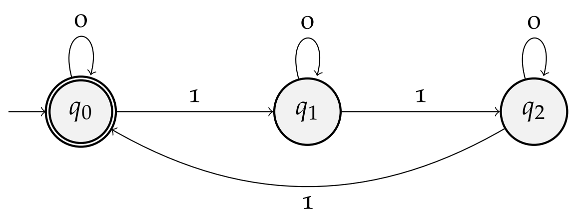

Figura 1: Diagrama que ilustra al autómata M_1

y esto es lo que queríamos. □

Problema 2

(40 pts) Dibuja un autómata que acepte el lenguaje de todas las cadenas de $\{0,1\}^*$ que representen números en binario divisibles por 3.

Solución: Sea L_2 el lenguaje de los números en expansión binaria divisibles por 3.

De manera similar al problema anterior, para cada número en expansión binaria este pertenece a una clase de equivalencia módulo 3. Los estados p_0, p_1 y p_2 representarán las clases de equivalencia $0, 1$ y 2 módulo 3.

Enlistando consecutivamente los números en su expansión binaria investigamos las transiciones posibles a cada uno de los estados. El estado aceptor es p_0 pues nos interesan los números múltiplos de 3; denotamos por M_2 al autómata que acepta el lenguaje L_2 y lo representamos en el siguiente diagrama:

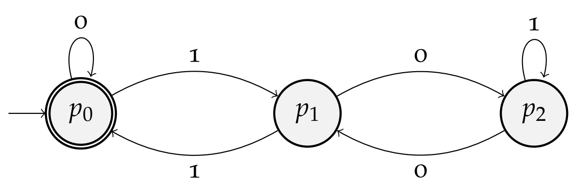

Figura 2: Diagrama que ilustra al autómata M_2

y este es el autómata buscado. □

Problema 3

(30 pts) Construye el autómata producto de los autómatas que encontraste en los problemas 1 y 2. Esto para obtener un autómada que reconozca el lenguaje de las cadenas de 0's y 1's que en binario sean divisibles por 3 pero que NO tengan un múltiplo de 3 de 1's.

Solución: Estamos buscando el autómata que acepte el lenguaje $L_2 - L_1$. Sean Q_1 y Q_2 los estados de los autómatas M_1 y M_2 construidos en los problemas anteriores. Además, sean A_1 y A_2 los estados aceptores correspondientes.

Construiremos el autómata producto, denotado por M, que acepte al lenguaje $L_2 - L_1$. Sea $Q = Q_2 \times Q_1$ el conjunto de estados del autómata producto, si A es el conjunto de estados aceptores entonces como estamos interesados en el lenguaje $L_2 - L_1$ se tiene que

$$A = \{(p,q) \in Q \ : \ p \in A_2 \quad \text{y} \quad q \notin A_1\} = \{(p_0,q_1),(p_0,q_2)\}.$$

Considerando el conjunto de estados aceptores A y la función de transición para el autómata producto, representamos a través del siguiente diagrama al autómata M que acepta el lenguaje $L_2 - L_1$:

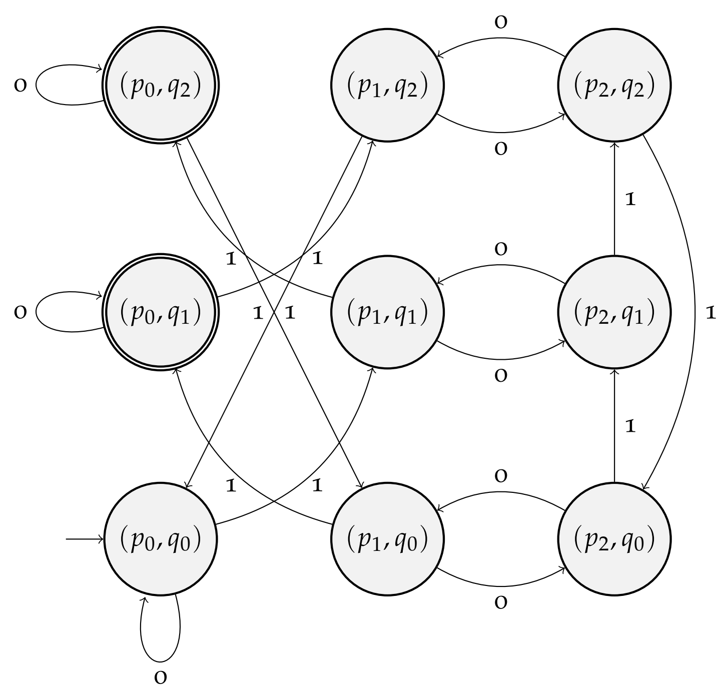

Figura 3: Diagrama que ilustra al autómata M

y este es el autómata deseado. $\square$