# Tarea 3

Profesor: Jesús Rodríguez Viorato

IA & TC

Agosto-Diciembre 2021

Roberto Vásquez Martínez

**Problema 1**

Usa el método visto en clase para convertir los siguientes autómatas finitos en expresiones regulares.

*Solución:* El método visto en clase fue el método de reducción de estados. Denotaremos por $S$ y $F$ al estado inicial y final del GFNA que construimos a partir del DFA dado.

Lo que haremos por simplicidad es ir definiendo en cada paso la función de transición $\delta$ del GFNA considerando la eliminación del estado especificado. Al quedar con sólo dos estados especificaremos la expresión regular correspondiente al DFA.

*a)* Primero procederemos a la eliminación del estado 1, entonces la función transición $\delta$ considerando esta eliminación es

$$\begin{aligned}\delta(S,2) =& a^*b \\ \delta(2,2) =& a \cup ba^*b \\ \delta(2,F) =& \varepsilon,\end{aligned}$$

y las transiciones no especificadas que completan al GFNA son $\emptyset$.

Ahora eliminando al estado 2 obtenemos el GFNA con estados $S$ y $F$, y la expresión regular correspondiente al autómata DFA original es

$$\delta(S,F) = a^*b(a \cup ba^*b)^*,$$

que es lo que queríamos hallar.

*b)* De la misma forma que en el inciso anterior consideremos el GFNA con los estados inicial $S$ y final $F$ equivalente al DFA proporcionado.

En primer lugar, eliminamos el estado 1, las transiciones en este caso serían

$$\begin{aligned}\delta(S,2) =& a \cup b \\ \delta(S,F) =& \varepsilon \\ \delta(2,2) =& a \\ \delta(2,3) =& b \\ \delta(3,2) =& b \cup a(a \cup b) \\ \delta(3,F) =& a \cup \varepsilon,\end{aligned}$$

las que completan el GNFA son $\emptyset$.

Ahora eliminando el estado 2 tenemos que

$$\begin{aligned}\delta(S,3) =& (a \cup b)a^*b \\ \delta(S,F) =& \varepsilon \\ \delta(3,3) =& (b \cup a(a \cup b))a^*b \\ \delta(3,F) =& a \cup \varepsilon.\end{aligned}$$

Finalmente, de eliminar el estado 3 se tiene que la expresión correspondiente al DFA original es

$$\delta(S,F) = \{(a \cup b)a^*b[(b \cup a(a \cup b))a^*b]^*(a \cup \varepsilon)\} \cup \varepsilon,$$

que es lo que queríamos hallar. □

**Problema 2**

Convierte las siguientes expresiones regulares en autómatas finitos no deterministas usando el método visto en clase. Para todos los casos usa $\Sigma = \{a, b\}$.

*A)* $a(abb)^* \cup b$

*B)* $a^+ \cup (ab)^+$

*C)* $(a \cup b^+)a^+b^+$

*Solución:*

*A)* Utilizando el algoritmo para de concatenamiento y la operación estrella para autómatas no deterministas se tiene que

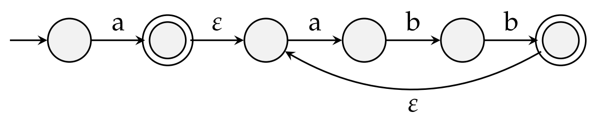


Figura 1: Autómata correspondiente a la expresión regular $a(abb)^*$

Uniendo con la expresión regular $b$ se tiene que el autómata no determinista deseado es

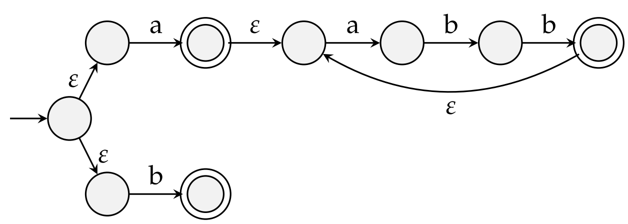


Figura 2: Autómata correspondiente a la expresión regular $a(abb)^* \cup b$

*B)* Recordamos que

$$a^{+} = aa^{*} \quad \text{y} \quad (ab)^{+} = (ab)ab^{*}$$

Primero obteniendo los autómata con la operación estrella, luego concatenando con la expresión regular correspondiente y al final haciendo la unión construimos el siguiente autómata y este es el

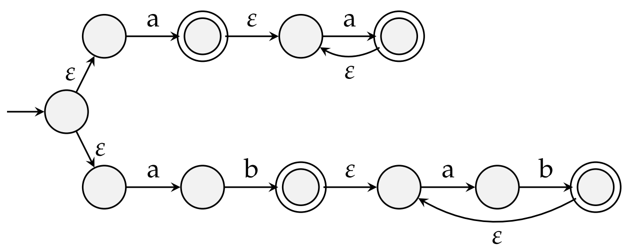


Figura 3: Autómata correspondiente a la expresión regular $a^{+} \cup (ab)^{+}$

diagrama buscado.

*C)* Primero obtendremos $a \cup b^{+}$ y $a^{+}b^{+}$.

El primer autómata correspondiente a la expresión regular $a \cup b^{+}$ es

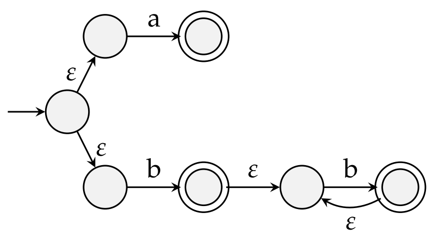


Figura 4: Autómata correspondiente a la expresión regular $a \cup b^{+}$

Por otro lado, obteniendo los autómatas correspondientes a $a^{+}$ y $b^{+}$ y luego concatenando se tiene que el autómata correspondiente a la expresión regular $a^{+}b^{+}$ es

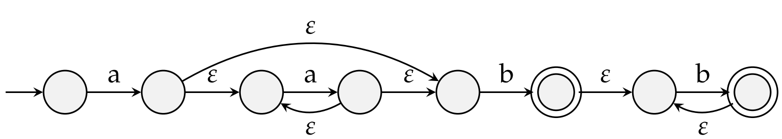


Figura 5: Autómata correspondiente a la expresión regular $a^{+}b^{+}$

Finalmente se obtiene el NFA correspondiente a $(a \cup b^{+})a^{+}b^{+}$ concatenando los NFA representados en las figuras 4 y 5.

El diagrama del NFA final que equivale a la expresión regular $(a \cup b^+)a^+b^+$ es

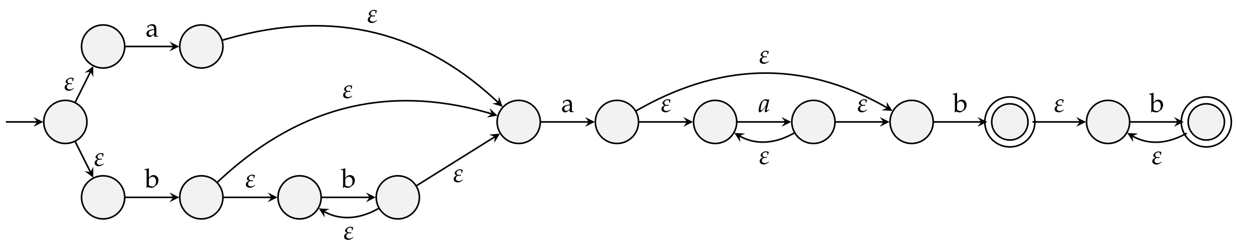


Figura 6: Autómata correspondiente a la expresión regular $(a \cup b^+)a^+b^+$

que es lo que estábamos buscando. $\square$

**Problema 3**

En cierto lenguaje de programación, los comentarios aparecen deliminatos entre $I\#$ y $\#I$. Sea $C$ el lenguaje de todos los comentarios delimitados válidos. Un elemento de $C$ debe empezar en $I\#$ y terminar con $\#I$ pero en medio no debe intervenir ningún $\#I$. Por simplicidad, asume que el alfabeto de $C$ es $\Sigma = \{a, b, I, \#\}$.

*A)* Da un autómata finito no determinista que reconozca $C$.

*B)* Da una expresión regular que genere $C$.

*Solución:*

*A)* El autómata propuesto que reconoce el lenguaje de todos los comentarios válidos $C$ es

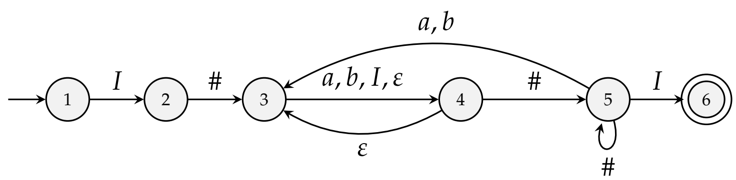


Figura 7: Autómata propuesto que reconoce el lenguaje $C$

Veamos que el autómata descrito en la figura 7 reconoce a $C$.

En primer lugar, las transiciones por los estados 1 y 2 aseguran que la cadena aceptada por el autómata iniciará con $I\#$ lo que es necesario para todos los elementos en $C$.

En segundo lugar, la relación entre los estados 3 y 4 permite leer cualquier cadena constituida por $a, b, I$ e incluso la cadena vacía $\varepsilon$. Dada cualquier cadena (incluyendo la vacía) conformada por los caracteres $a, b, I$ se puede pasar al estado 5 si se lee un #, y el bucle en ese estado permite insertar una cantidad arbitraria de caracteres #.

Estando en 5 se puede leer también después de un caracter # otra cadena formada por $a, b, I, \varepsilon$, sin embargo si se lee un $I$ necesariamente se debe terminar la cadena y ser aceptada lo que se consigue en la transición al estado 6, en otro caso se debe leer un caracter $a$ o $b$ por lo que se regresaría al estado 3 y de nueva cuenta se puede leer una cadena formada por $a, b, I$ o incluso $\varepsilon$.

Con estos razonamientos concluimos que el autómata representado en la figura 7 reconoce al lenguaje $C$.

*B)* A través del autómata no determinístico anterior construimos el equivalente GNFA, ya no es necesario agregar estado inicial y final pues el autómata representado en la figura 7 sólo tine un estado inicial y final que son 1 y 6, además estos estados cumplen las condiciones de un GNFA.

Procederemos a obtener la expresión regular a través de eliminación de estados. Consideremos la expresión regular $R = a \cup b \cup I \cup \varepsilon$.

De la misma manera que en el *Problema 1*, eliminando el estado 2 se tienen las siguientes transiciones

$$\begin{aligned}\delta(1,3) =& I\#\\ \delta(3,4) =& R\\ \delta(4,5) =& \#\\ \delta(5,5) =& \#\\ \delta(5,6) =& I\\ \delta(4,3) =& \varepsilon\\ \delta(5,3) =& a\cup b,\end{aligned}$$

y las demás transiciones que completan el GNFA son $\emptyset$.
Ahora eliminando el estado 3 se tienen las siguientes transiciones

$$\begin{aligned}\delta(1,4) =& I\#R\\ \delta(4,4) =& R\\ \delta(4,5) =& \#\\ \delta(5,4) =& (a\cup b)R\\ \delta(5,5) =& \#\\ \delta(5,6) =& I.\end{aligned}$$

Posteriormente, eliminando el estado 4 se tienen las siguientes transiciones

$$\begin{aligned}\delta(1,5) =& I\#R^{+}\#\\ \delta(5,5) =& (a\cup b)R^{+}\#\cup\#\\ \delta(5,6) =& I.\end{aligned}$$

Finalmente, eliminando el estado 5 obtenemos la expresión regular correspondiente al autómata en la figura 7 la cual es

$$\delta(1,6) = I\#R^{+}\#[(a\cup b)R^{+}\#\cup\#]^{*}I,$$

que es lo que queríamos hallar. □