

Pruebas de Normalidad: Pruebas Gráficas y Pruebas de Hipótesis.

1.- Crear QQ-Plot con bandas de confianza

2.- Prueba de Shapiro-Wilk.

Sean $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma)$. Afirmamos que bajo este supuesto

$$Y_i = F(X_{(i)}) \sim \text{Beta}(i, n+1-i)$$

(F es la f.d.).

Dem Si f es la densidad común de X_1, \dots, X_n entonces se puede probar (después de muchos intentos) que

$$f_{X_{(i)}}(x) = \frac{n!}{(n-i)!(i-1)!} [F(x)]^{i-1} f(x) [1-F(x)]^{n-i}$$

Ahora usamos T.C.V. Sea g la densidad de Y_i , subimos

$$g(y) = f_{(i)}(F^{-1}(y)) \cdot \frac{1}{F'(F^{-1}(y))} \quad F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

$$F'(x) = f(x).$$

$$= \frac{n!}{(n-i)!(i-1)!} y^{i-1} (1-y)^{n-i} \cancel{f(F^{-1}(y))} \cdot \frac{1}{\cancel{f(F^{-1}(y))}}$$

Y esta es la densidad $\text{Beta}(i, n+1-i)$