**Maestría en Probabilidad y Estadística**

**Modelos Estadísticos I**

**Examen Parcial #1.**

**13 de marzo de 2021**

**Nombre:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**Ejercicio 1**.-Se requiere ajustar un modelo de regresión de la forma

, ,

donde es un polinomio de segundo orden. Si , y , encuentre el polinomio tal que la matriz de diseño X tenga columnas mutuamente ortogonales.

**Ejercicio 2**.-Sean variables aleatorias independientes, y sea , para

a).-Encuentre el estimador de mínimos cuadrados ponderado de .

b).-Encuentre la varianza del estimador .

**Ejercicio 3**.-En el análisis gráfico de residuos, (del análisis de regresión lineal) se grafican los residuos contra y no contra , debido a que usualmente los residuos y los valores observados , están correlacionados, mientras que los residuos y los valores estimados , no están correlacionados. Esto último nos permite ver en la gráfica el patrón de variabilidad de los residuos sin la influencia del otro término (respuesta ajustada, ) de la gráfica.

a).- Pruebe que =0

b).-Obtenga . ¿En qué caso ?

Nota: Si tenemos las muestras aleatorias y , la correlación entre ambas variables es,

**Ejercicio 4**.-Sea **y** distribuido como , donde

, .

Responder lo siguiente:

a).-¿Cómo es la distribución de ?

b).-¿Cómo es la densidad condicional ?

c).-¿Cómo son y ?

d).-Pruebe que un conjunto de variables aleatorias normales mutuamente independientes, con medias y varianza común , permanecen como variables aleatorias normales mutuamente independientes, bajo una transformación ortogonal.

Entregar: