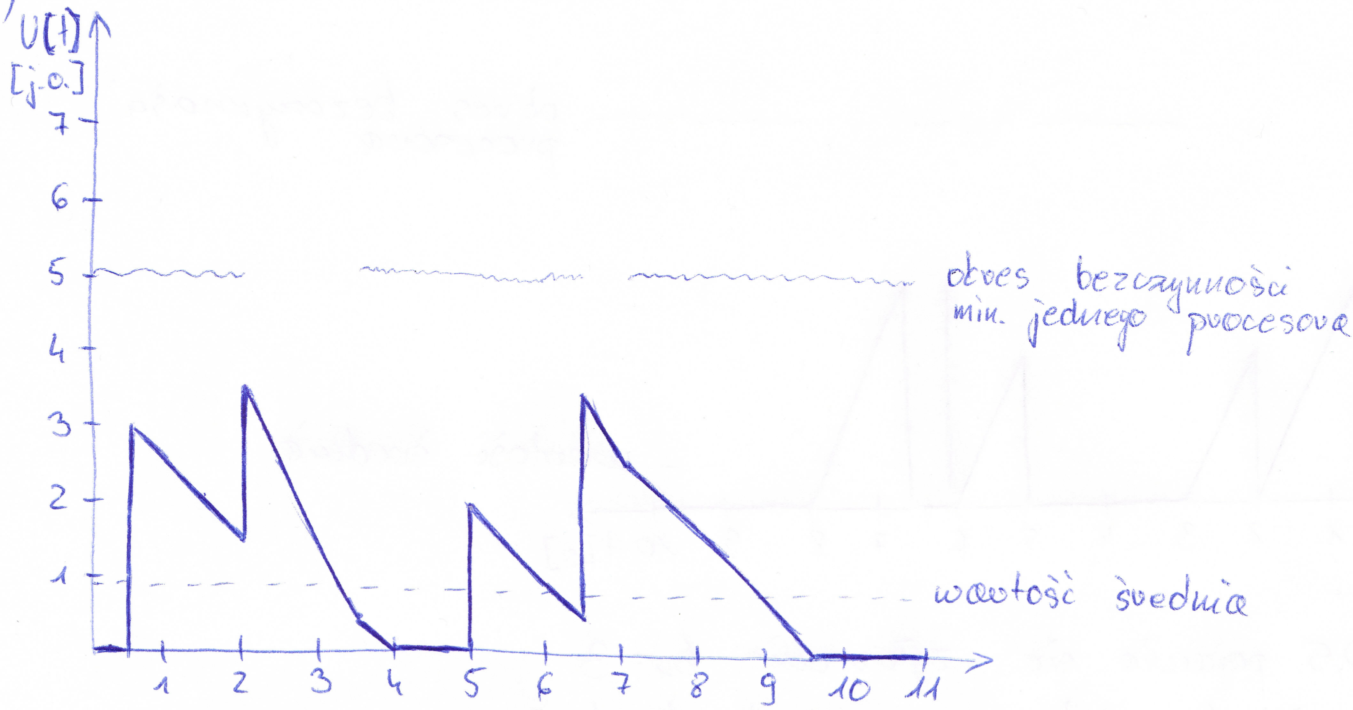
Zadanie 1 Ćwiczenia 1

a)



(1) w t=0.5 pojawia się zgłoszenie $b_1 = 3$

(2) do t=2 wykonywane jest zgłoszenie b_1 (pozostaje 1,5)

(3) w t=2 pojawia się zgłoszenie $b_2 = 2$, które zostaje wykonane przez drugi procesor

(4) do t ~~4~~ 3,5 równoległe wykonywane są oba zgłoszenia, gdzie b_1 się kończy a $b_2 = 0,5$

(5) w t=4 kończy się wykonywanie b_2 i do t=5 procesory pozostają bezczynne

(6) w t=5 pojawia się zgłoszenie $b_3 = 2$

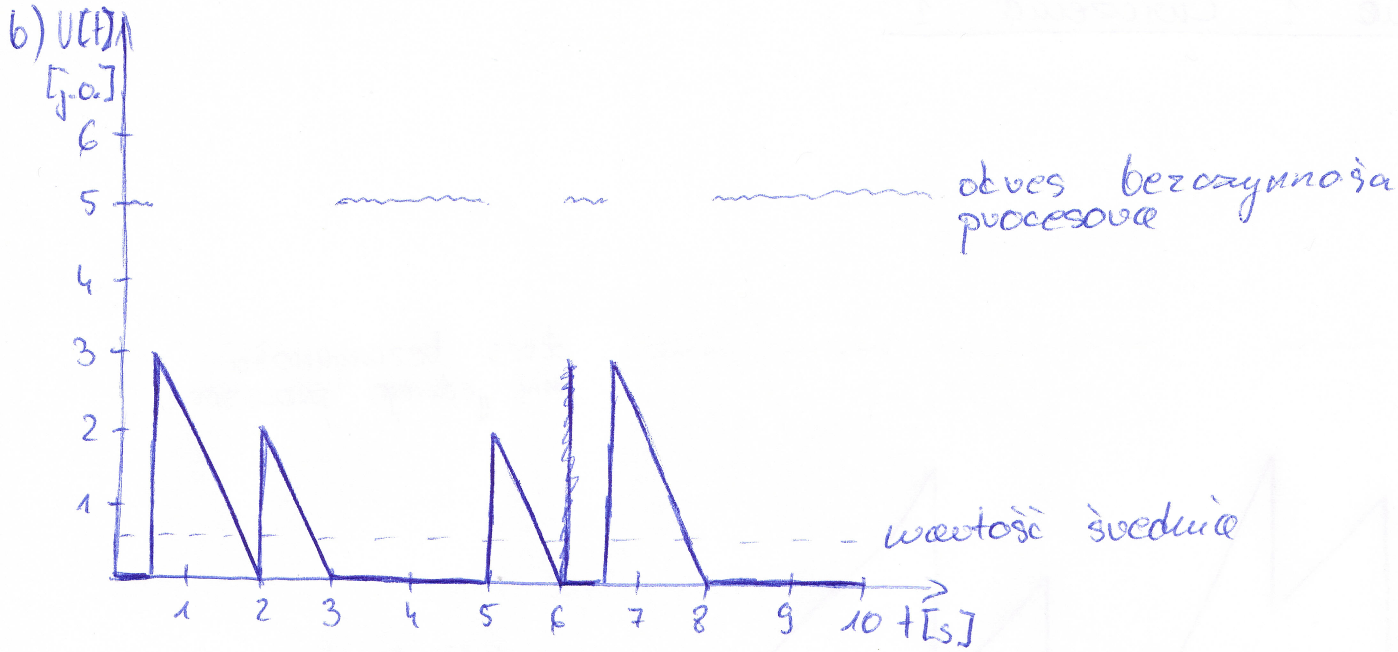
(7) do t=6,5 wykonywane jest b_3 (pozostaje 0,5)

(8) w t=6,5 pojawia się zgłoszenie $b_4 = 3$

(9) do t=7 wykonywane równolegle są b_3 i b_4

(10) do t=9,5 wykonywane jest b_4

b)



1) w t=0.5 pojawia się zgłoszenie $b_1=3$
2) zgłoszenie b_1 wykonywane jest do t=2
3) w t=2 pojawia się zgłoszenie $b_2=2$
4) zgłoszenie b_2 wykonywane jest do t=3
5) w t=5 pojawia się zgłoszenie $b_3=2$
6) zgłoszenie b_3 wykonywane jest do t=6
7) w t=6,5 pojawia się zgłoszenie $b_4=3$
8) zgłoszenie b_4 wykonywane jest do t=8

Co jest podstawą porównania obu przypadków?
Wartość średnia.
Czy S=2 pod jakimś względem góruje nad S=1?
Lepiej wykorzystuje procesor (krótszy czas bezczynności).

Zadanie 2 ćwiczenia 1

Dla FIFO wykonujemy/obsługujemy zgłoszenia po kolei.
W Round Robin każde zgłoszenie obsługiwane jest w kolejności ale tylko przez pewien czas.

a) FIFO:

(1) wykonujemy X w 7 s
(2) wykonujemy Y w 1 s ale kończymy obsługę w 8 sekundzie
(3) kończymy obsługę Z w 11 sekundzie

$$\text{średnia} = \frac{7+8+11}{3} = \frac{26}{3}\ s$$

b) Round Robin:

(1) dwa kwanty czasu dla X (pozostaje X = 5)
(2) jeden kwant czasu dla Y (zakończenie obsługi) → 3 s
(3) dwa kwanty czasu dla Z (pozostaje Z = 1)
(4) – || – X (– || – X = 3)
(5) jeden kwant czasu dla Z (zakończenie obsługi) → 8 s
(6) dwa kwanty czasu dla X (pozostaje X = 1)
(7) jeden kwant czasu dla X (zakończenie obsługi) → 11 s

$$\underset{\substack{\uparrow\\3}}{XXY}ZZXX\underset{\substack{\uparrow\\8}}{Z}XX\underset{\substack{\uparrow\\11}}{X}$$

$$\text{średnia} = \frac{3+8+11}{3} = \frac{22}{3}\ s$$

b) FIFO:

Y: 1 s
Z: 4 s
X: 11 s

$$\text{średnia} = \frac{1+4+11}{3} = \frac{16}{3}\ s$$

Round Robin:

$$\underset{\substack{\uparrow\\1}}{Y}ZZXX\underset{\substack{\uparrow\\6}}{Z}XXXX\underset{\substack{\uparrow\\11}}{X}$$

$$\text{średnia} = \frac{1+6+11}{3} = \frac{18}{3}\ s$$

c) FIFO:

X: 7 s
Z: 10 s
Y: 11 s

$$\text{średnia} = \frac{7+10+11}{3} = \frac{28}{3}\ s$$

Round Robin:

$$XXZZ\underset{\substack{\uparrow\\5}}{Y}XX\underset{\substack{\uparrow\\8}}{Z}XX\underset{\substack{\uparrow\\11}}{X}$$

$$\text{średnia} = \frac{5+8+11}{3} = \frac{24}{3}\ s$$

Wniosek:
Round Robin jest mniej wrażliwe na przypadek.

Zadanie 3 ćwiczenie 1

Sposób 1:

Prawo Little'a

średnia populacja = (średnia cyrkulacja) × (średni czas życia)

średnia cyrkulacja = 800 $\frac{\text{transakcji}}{s}$

średni czas życia = $\frac{5000 \text{ operacji}}{4000000 \frac{\text{operacji}}{s}} = \frac{1}{800}$ s

średnia populacja = 800 $\frac{\text{transakcji}}{s} \times \frac{1}{800}$ s = 1 transakcja

Sposób 2:

Prawo Little'a:

$$N_{śr} = \frac{1-L}{a_{śr}} \cdot d_{śr} \text{, gdzie } d_{śr} = \frac{b_{śr}}{v}$$

N - liczba zgłoszeń w systemie
d - opóźnienie systemowe
a - interwał
L - frakcja utraconych transakcji wskutek przepełnienia bufora
b - wymaganie zgłoszenia [j.o.]
v - wydajność procesora

Przyjmujemy, że bufor jest nieskończony, czyli L = 0 (z treści zadania nie wynika inaczej).

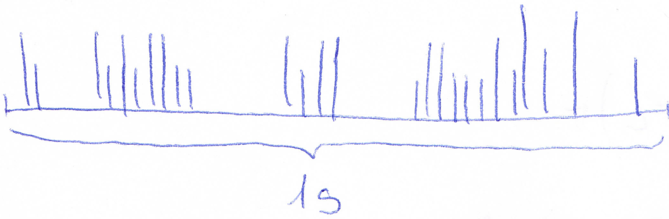
$$d_{śr} = \frac{5000 \text{ operacji}}{4000000 \frac{\text{operacji}}{s}} = \frac{1}{800} s$$

$$a_{śr} = \frac{1 s}{800 \text{ operacji}}$$

$$N_{śr} = \frac{1-0}{\frac{1}{800}} \times \frac{1}{800} = 1$$

Odp. Średnia liczba transakcji w systemie wynosi 1.

Zadanie 1 ćwiczenia 2



$\tau_n = \frac{b_n}{v}$ - wymagany czas obsługi zgłoszenia n

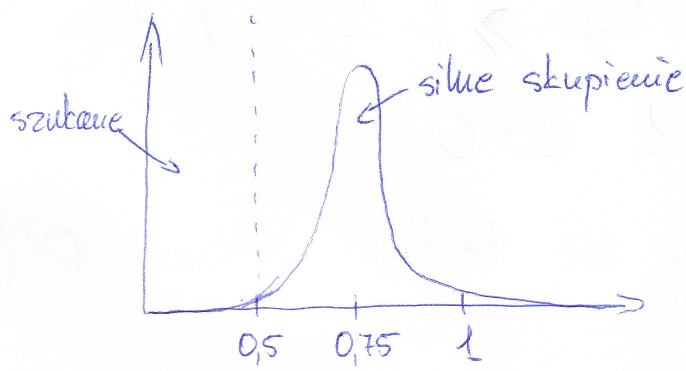
$B = \sum_{n=1}^{dużo} \tau_n$ - popyt zgłoszony w czasie 1s (suma wysokości słupków)

$\overline{B} = v = 75\%$ z treści zadania

$\sigma_B = 0{,}1\,s$ odchylenie standardowe

$P(B \leq 0{,}5)$ - szukane prawdopodobieństwo

Z centralnego twierdzenia granicznego B ma rozkład normalny (Gaussa).



$P(a \leq X_{(v,\sigma)} \leq b) = P(0 \leq X_{(0.75,0.1)} \leq 0.5) =$

$= \Phi\left(\frac{b-v}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-v}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{0.5-0.75}{0.1}\right) - \Phi\left(\frac{0-0.75}{0.1}\right) =$

$= \Phi(-2{,}5) - \Phi(-7{,}5) = \Phi(7{,}5) - \Phi(2{,}5) \approx 0.5 - 0.4938 =$

$= 0.0062 = 0{,}62\%$

Odp. Szanse wynoszą 6,2‰, czyli taka sytuacja wystąpi raz na około 162 sekundy.

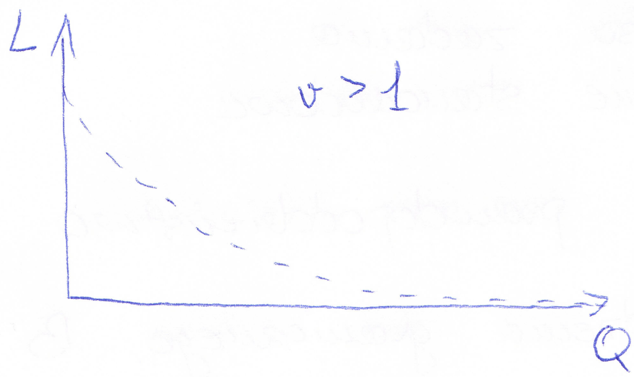
Zadanie 2 ćwiczenie 2

Równanie ciągłości przepływu:

$$1 - p_0 = \frac{1-L}{a_{30}} \tau_{30} = (1-L)v$$

p_0 - współczynnik bezczynności procesora

$Q \to \infty$, procesor „się nie wyrabia" $(v > 1)$, można więc przyjąć, że współczynnik bezczynności procesora wynosi 0 $(p_0 \to 0)$.

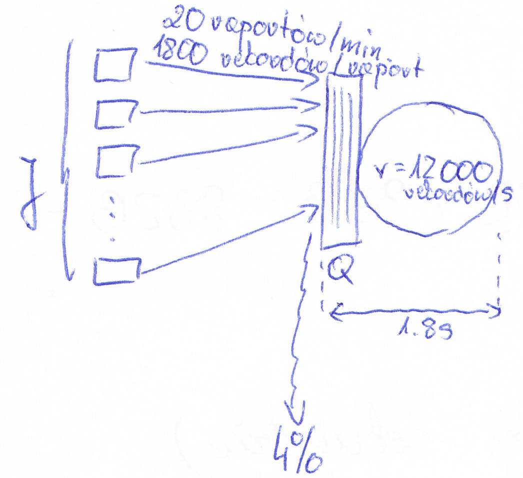


$$L = 1 - \frac{1-p_0}{v} \gg 1 - \frac{1-0}{v} = 1 - \frac{1}{v}$$

dla $v > 1$ $L > 0$

Ponieważ $v > 1$ L nigdy nie będzie równe 0 (jest to szukany próg).

Zadanie 3 ćwiczenie 2



$$\tau_{30} = \frac{b_{30}}{V} = \frac{1800 \ \frac{\text{rekordów}}{\text{raport}}}{12000 \ \frac{\text{rekordów}}{\text{s}}} = 0{,}15 \ \text{s/raport}$$

$$\frac{1{,}8 \ \text{s}}{0{,}15 \ \frac{\text{s}}{\text{raport}}} = 12 \ \text{raportów}$$

~~system stabilny => v~~

frakcja raportów utraconych $\leq 4\% \Rightarrow v < 1$

średnie opóźnienie systemowego raportu ≤ 12 i maksymalna liczba końcówek $\Rightarrow Q = 22 \vee Q = 23$

$$v = \frac{b_{30}}{a_{30} \cdot V} = \frac{1800 \ \text{rekordów}}{3\text{s} \cdot 12000 \ \frac{\text{rekordów}}{\text{s}}} = \frac{1800 \ \text{rekordów}}{36000 \ \text{rekordów}} = 0{,}05 = 5\%$$

raport co 3s

dla jednej końcówki

$$J \cdot v \leq 1 \Rightarrow J \leq 20$$

Odp. Maksymalna liczba końcówek to 20, a niezbędna ~~pam~~ pojemność pamięci buforowa wynosi 22.

Zadanie 1 ćwiczenie 3

$J = 50$

$a_{śr} = \frac{2}{3}\,s$

$b_{śr} = 80\% \cdot 1000B + 20\% \cdot 160B = 800B + 32B = 832B =$
$= 6656$ bitów

$v = 1\,Mb/s$

$p_o = 75\%$ (750 ms przełączania w każdej sekundzie)

Równanie ciągłości przepływu:

$$1 - p_o = J \cdot \frac{1-L}{a_{śr}} \tau_{śr} = J(1-L)\varrho$$

$$L = 1 - \frac{(1-p_o)\cdot a_{śr}}{J \cdot \tau_{śr}}$$

$$\tau_{śr} = \frac{b_{śr}}{v} = \frac{6656\,b}{1000\,b/s} = 0{,}006656\,s$$

$$L = 1 - \frac{0.25 \cdot \frac{2}{3}s}{50 \cdot 0.006656\,s} = 0.4992$$

Odp. Średnio frakcja utraconych zgłoszeń wynosi 0.4992.

Zadanie 2 ćwiczenia 3

$Q = 2$

$p_0 \geq p_1 \geq p_2$

$v = 0.75$

$$(1-p_0)+(1-p_1)+(1-p_2) = Q$$

$$\frac{1-p_0}{1-p_2} = 0.75 = \frac{3}{4}$$

$1-p_0$	$1-p_1$	$1-p_2$
3	x	4

$$\frac{1-p_1}{2} = \frac{x}{3+x+4} \Rightarrow p_1 = 1 - \frac{2x}{x+7}$$

$$p_0 \geq p_1 \geq p_2 \Rightarrow (1-p_0) \leq (1-p_1) \leq (1-p_2)$$

$$x \in (3,4)$$

dla $x=3$:

$$p_1 = 1 - \frac{2\cdot 3}{3+7} = 1 - \frac{6}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

dla $x=4$:

$$p_1 = 1 - \frac{2\cdot 4}{4+7} = 1 - \frac{8}{11} = \frac{3}{11}$$

$$p_1 \in \left(\frac{3}{11}, \frac{2}{5}\right)$$

$$p_0+p_1+p_2 = 1$$

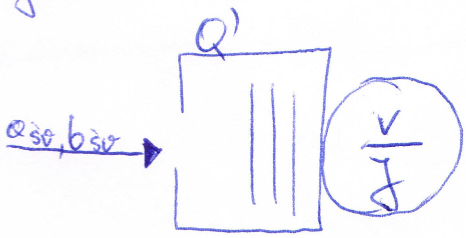
$$1-p_0 = \frac{1-L}{a_{3v}} \cdot \tau_{3v} = (1-L)v$$

$$L = p_2$$

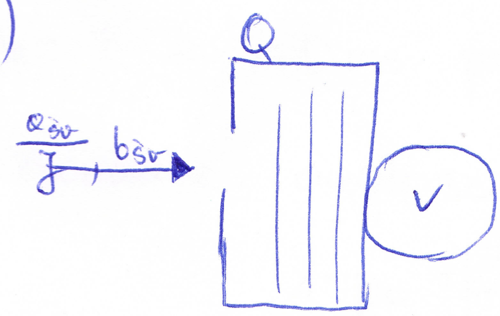
$$1-p_0 = (1-p_2)\cdot 0.75$$

Zadanie 3 ćwiczenie 3

a) System można interpretować w ten sposób:



b)



W obu przypadkach wykorzystując przykładowe dane należy obliczyć J_{max} oraz Q (lub Q') dla takiej liczby użytkowników.

$$L \leq L_{max}$$

$$d_{sv} \leq c \cdot \frac{b_{sv}}{v}$$

$$\rho = \frac{b_{sv}}{a_{sv} \cdot v}$$

$$L = \begin{cases} \frac{1-\rho}{1-\rho^{Q+1}} \cdot \rho^{Q} & \text{dla } \rho \neq 1 \\ \frac{1}{Q+1} & \text{dla } \rho = 1 \end{cases}$$

$$d_{sv} = \frac{N_{sv}}{\frac{1-L}{a_{sv}}}$$

system M/M/1/

Zadanie 1 ćwiczenia 4

Prawo Little'a:

$$\overline{\text{populacja}} = \overline{\text{cyrkulacja}} \times \overline{\text{czas życia}}$$

$\overline{\text{populacja}}$ = J zgłoszeń = 10

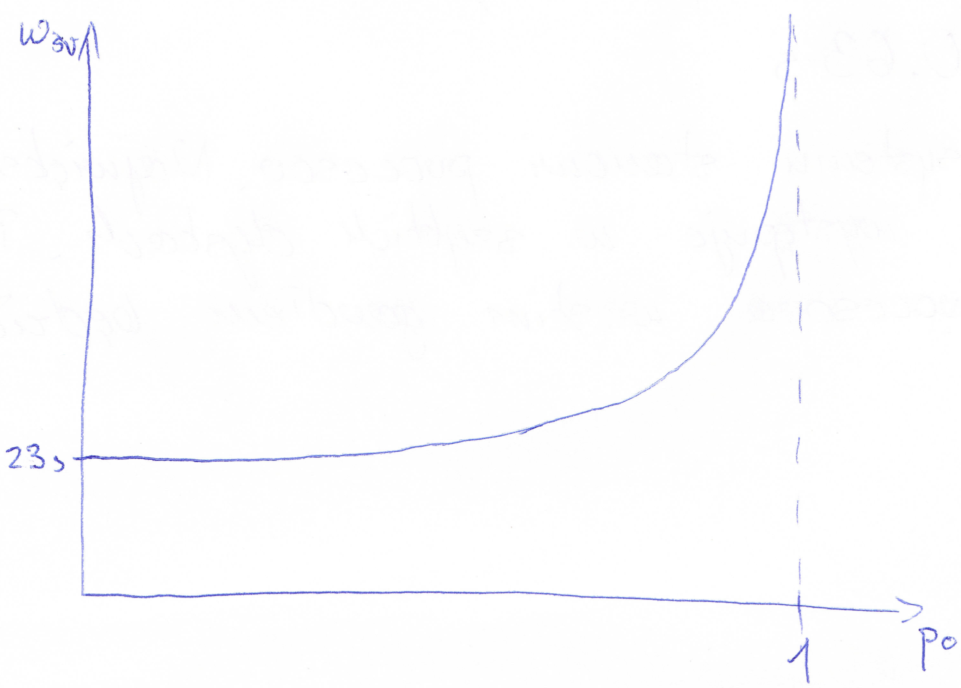
$\overline{\text{czas życia}} = h_{sv} + \frac{b_{sv}}{v} + w_{sv} = 4s + \frac{15000}{500}s + w_{sv} = 7s + w_{sv}$

$\overline{\text{cyrkulacja}} = \frac{1}{b_{sv}/v} \cdot (1-p_o) = \frac{1}{a_{sv}}$

$$10 = \frac{1-p_o}{\underbrace{\frac{b_{sv}}{v}}_{3s}} \times (7s + w_{sv})$$

$$30s = (1-p_o) \times (7s + w_{sv})$$

$$w_{sv} = \frac{30s}{1-p_o} - 7s$$ ← szukana zależność



Zadanie 2 ćwiczenie 4

$l_p = 21$ $\tau_p = 0.05\,s$ → procesor

$l_{wd} = 12$ $\tau_{wd} = 0.07\,s$ → wolne dyski

$l_{sd} = 8$ $\tau_{sd} = 0.02\,s$ → szybkie dyski

$J = 30$

$a_{śr} = 15\,s$

$$v_x = \frac{\tau_x}{a_{śr}/l_x} = \frac{1}{a_{śr}} \cdot \tau_x \cdot l_x$$

takie same ← $\frac{1}{a_{śr}}$ porównać ← $\tau_x \cdot l_x$

$\tau_p \cdot l_p = 1.05\,s$

$\tau_{wd} \cdot l_{wd} = 0.84\,s$

$\tau_{sd} \cdot l_{sd} = 0.16\,s$

po przyspieszeniu procesora ($\tau_p = 0.03\,s$)

$\tau_p \cdot l_p = 0.63\,s$

a) wąskie gardło systemu stanowi procesor. Największe przewymiarowanie występuje w szybkich dyskach. Po przyspieszeniu procesora wąskim gardłem będzie wolny dysk.

b)
$$\overline{\text{populacja}} = \overline{\text{cyrkulacja}} \times \overline{\text{czas życia}}$$
$$J = (h_{śr} + d_{śr}) \times \frac{1}{a_{śr}} \Rightarrow a_{śr} = \frac{h_{śr} + d_{śr}}{J}$$

$d_{śr} = 12\,s$

$a_{śr} = \frac{15s + 12s}{30} = 0.9s$

$\frac{1}{a_{śr}} = 1.11\,s$ ← cyrkulacja, którą trzeba wymusić

$v_p = 1.11 \cdot 1.05 = 1.166$ ← czy taką cyrkulację wytrzyma procesor?

Odp. Nie. Jest to ponad 116% możliwości procesora.

Zadanie 1 ćwiczenie 5

a) $M/M/1/2$ ← pojemność bufora (Q)

liczba procesorów (v)

średni interwał ($a_{śr}$)

średnie wymaganie ($b_{śr}$)

$a_{śr}$ = ~~40 zgłoszeń/sekundę~~ $\frac{1}{40}s = 0.025s$

$b_{śr} = 20\,ms = 0.02\,s$

$$\rho = \frac{b_{śr}}{a_{śr} \cdot v} = \frac{0.02s}{0.025s \cdot 1} = 0.8$$

dla $\rho \neq 1$ $\quad L = p_Q = \frac{1-\rho}{1-\rho^{Q+1}} \cdot \rho^Q$

$$L = \frac{1-0.8}{1-(0.8)^3} \cdot (0.8)^2 = \frac{0.2}{0.488} \cdot 0.64 = \frac{0.128}{0.488} = \frac{16}{61}$$

40 zgłoszeń/s $\cdot \underbrace{86400s}_{\text{doba}} \cdot \frac{16}{61} \approx 907492$ zgłoszenia

Odp. W ciągu doby zostaje utraconych średnio 907492 zgłoszeń.

b) $M/M/1/5$

$$\rho = \frac{b_{śr}}{a_{śr} \cdot v} = \frac{b_{śr}}{\frac{b_{śr}}{2} \cdot 1} = 2$$

dwa nowe zgłoszenia w trakcie obsługi jednego

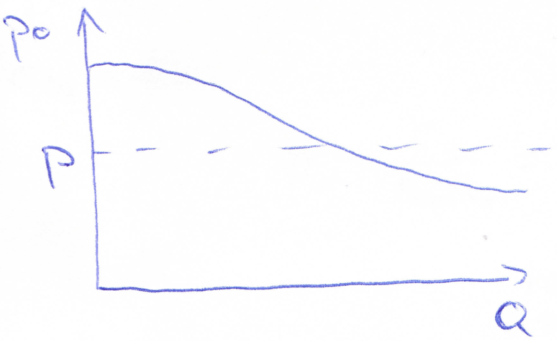
$$\rho \neq 1 \Rightarrow L = \frac{1-2}{1-2^6} \cdot 2^5 = \frac{(-1)}{(-63)} \cdot 32 = \frac{32}{63} \approx 50{,}8\%$$

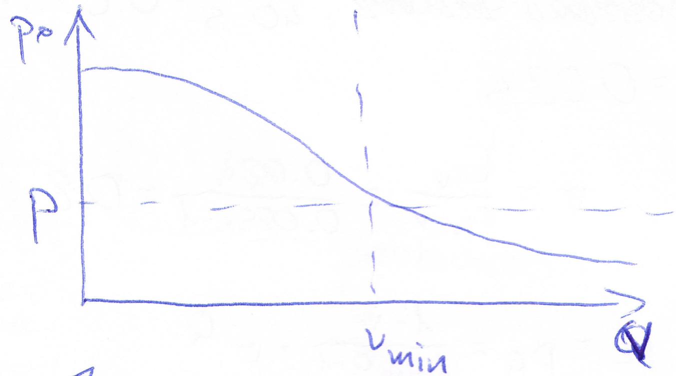
Odp. Frakcja utraconych zgłoszeń wynosi 50,8%.

c) M/M/1/Q

$$p_0 = \frac{1-v}{1-v^{Q+1}}, \text{ gdzie } v = \frac{b_{s0}}{a_{s0} \cdot v}$$

Szukamy zależności v_{min} i Q.





wykresy nie są dokładne
ilustrują tylko zależność p_0 od Q/v

Przy wzroście Q, aby zachować stałe p
v również musi rosnąć.

Zadanie 2 ćwiczenia 5

M/M/S/S

$b_{30} = 800$ operacji

$$a_{30} = \frac{1}{150 \text{ użytkowników} \cdot 10 \text{ transakcji/s}} = \frac{1}{1500} \text{ s}$$

$$v = \frac{b_{30}/a_{30}}{S \cdot V}, \quad S \geq 1$$

$$\rho = \frac{b_{30}}{a_{30} \cdot V}$$

procesory wolniejsze

$$v = \frac{800 \cdot \frac{1}{1500}}{500000} = 2.4$$

procesory szybsze

$$v = \frac{800 \cdot \frac{1}{1500}}{2000000} = 0.6$$

$L \leq 3\%$ (założenie)

$S_{min} = 6$ procesorów

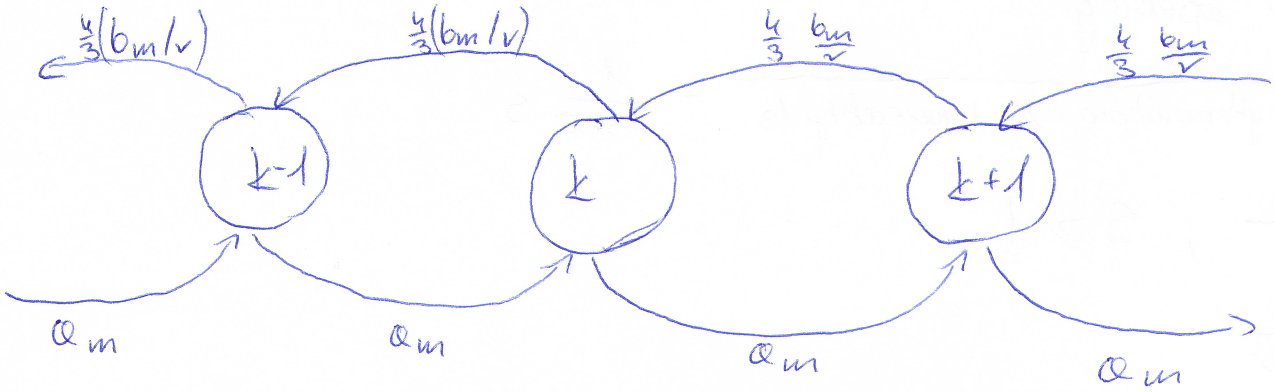
koszt $= 6 \cdot k$

$S_{min} = 3$ procesory

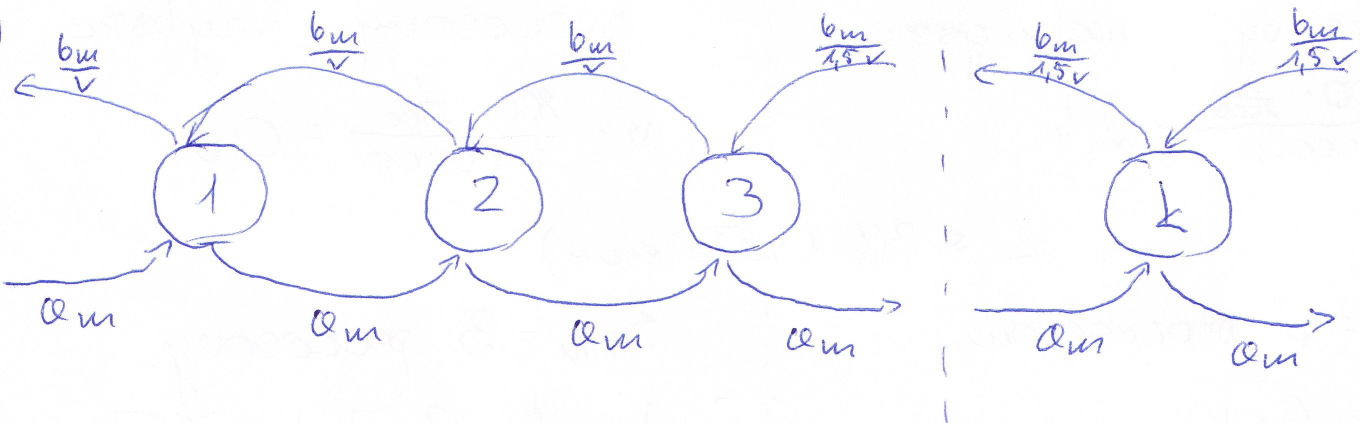
koszt $= 3 \cdot 2{,}5k = 7{,}5k$

Zadanie 3 ćwiczenia 5

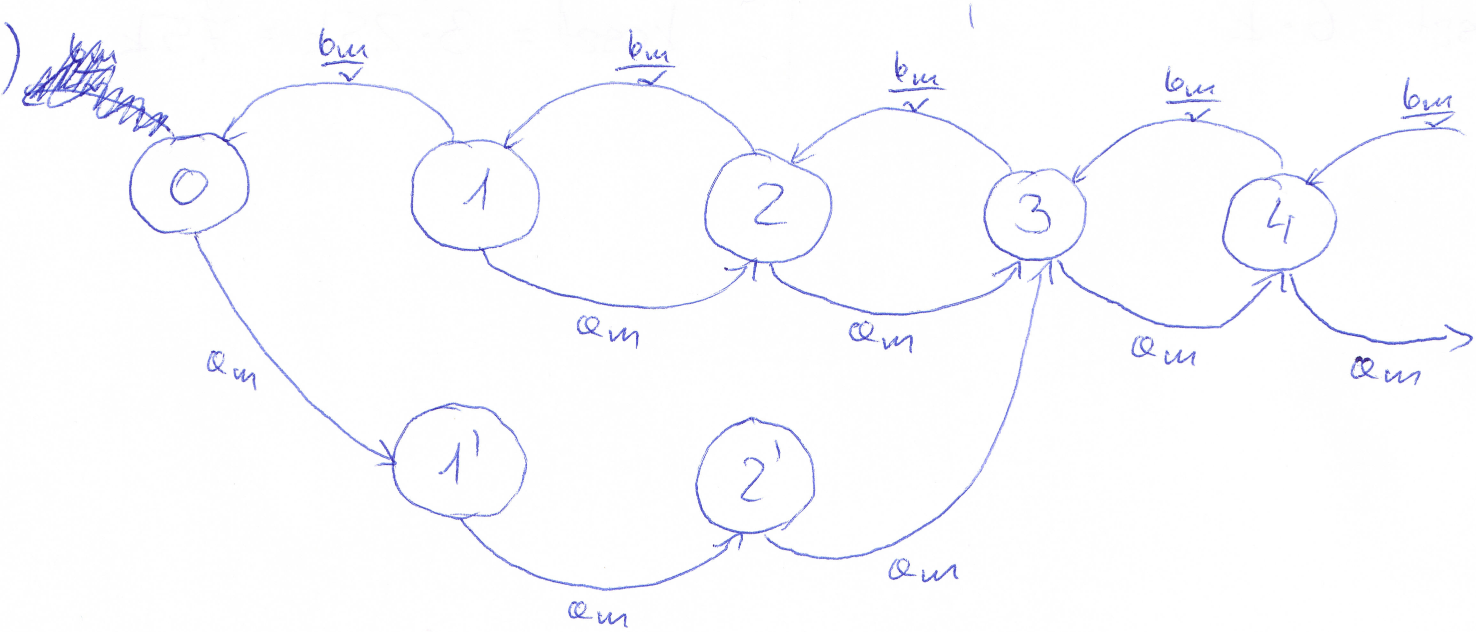
a) $v = \dfrac{b_{30}}{Q_{30}\cdot v} = \dfrac{10}{(10+25\%)\cdot v} = \dfrac{10}{0.75v} = \dfrac{4}{3}v$



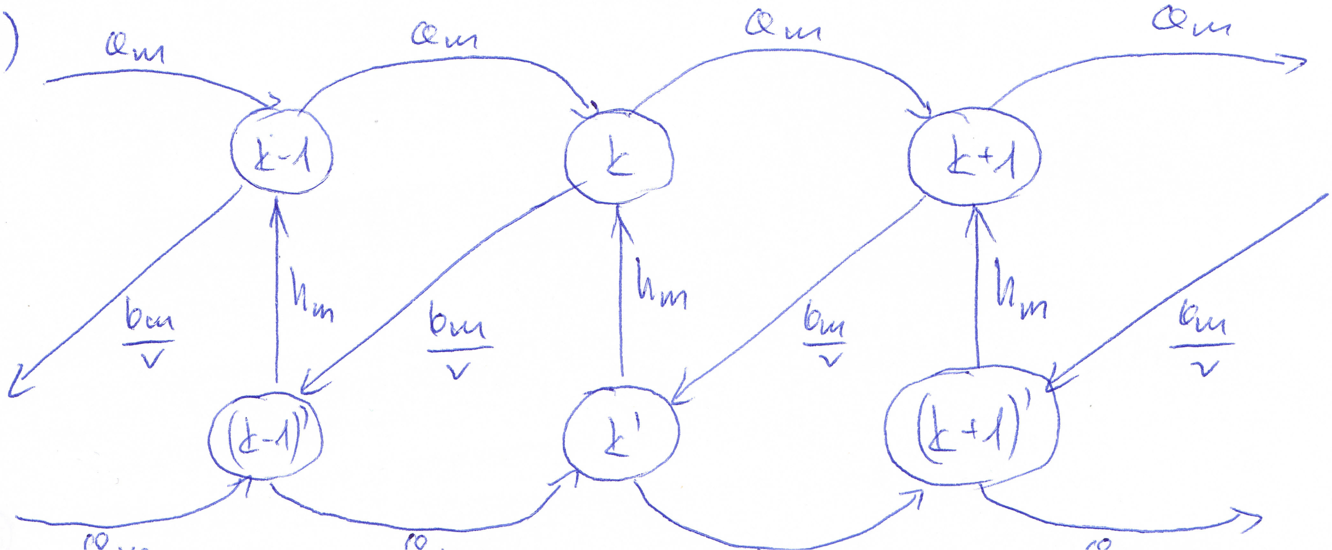
b)



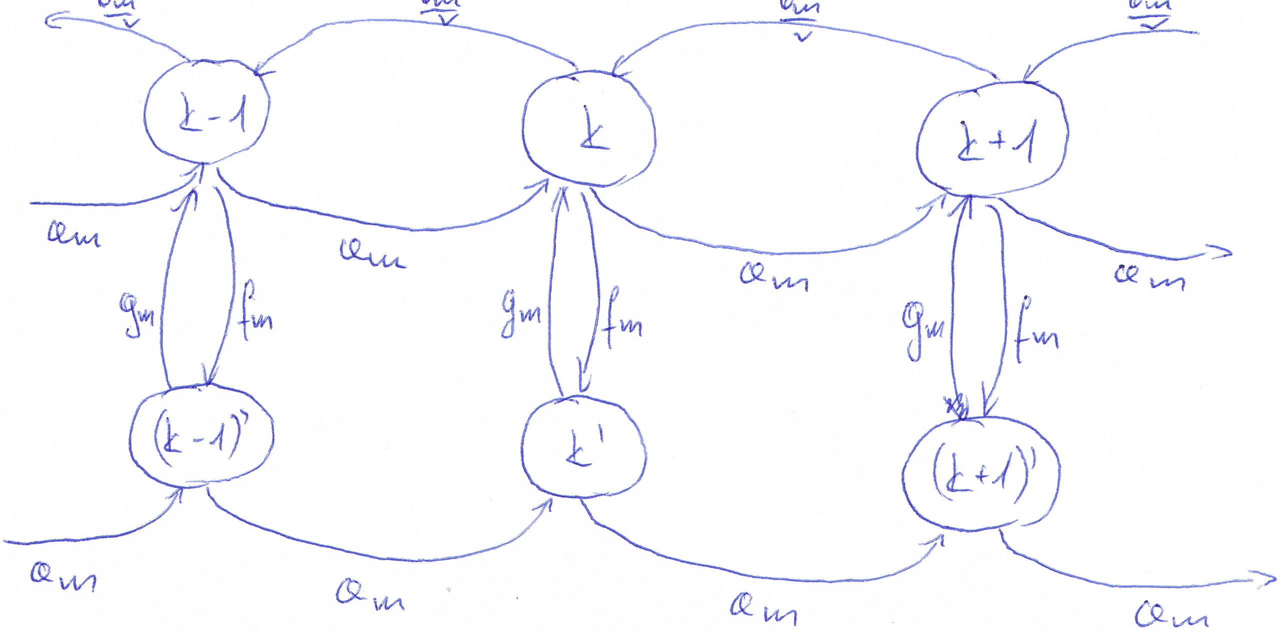
c)



d)



e)



f)