Local Frequency Estimation

Calandrini Roberto
Pintus Alessandro

12 aprile 2011

Obiettivo

- valutazione di attributi sismici dipendenti dalla frequenza con particolare attenzione alla frequenza locale
- valutazione del fattore di assorbimento (*forward modeling*)

Indice

Terminologia

- la traccia sismica reale sarà indicata con il termine $x(t)$
- la traccia sismica complessa sarà indicata con il termine $c(t)$ ottenuto mediante la trasformata di *Hilbert*

$$c(t) = x(t) + iH\{x(t)\} = x(t) + ih(t) = A(t)e^{i\phi(t)}$$

Tecniche di stima della Frequenza Locale

- Barnes: derivazione della fase istantanea mediante filtro derivatore

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi(t)}{dt} = \mathsf{unwrap}(\phi(t)) * [1 - 1] f_c$$

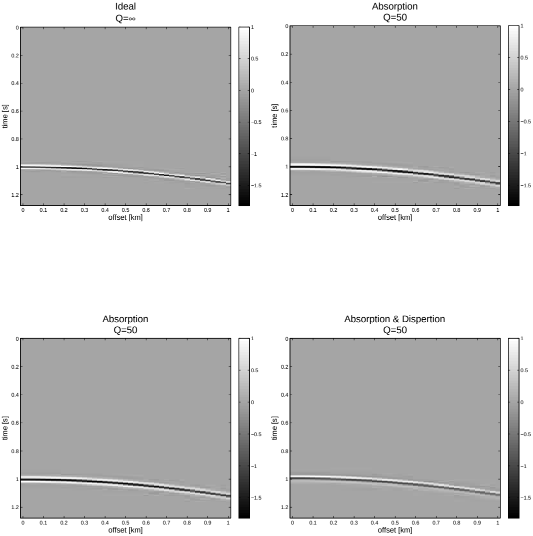
- Fomel:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi}\frac{x(t)h^{'}(t) - x(t)^{'}h(t)}{x(t)^2 + h(t)^2} \Longrightarrow \mathbf{f} = \frac{1}{2\pi}(\mathbf{D} - \varepsilon \mathbf{I})^{-1}\mathbf{n}$$

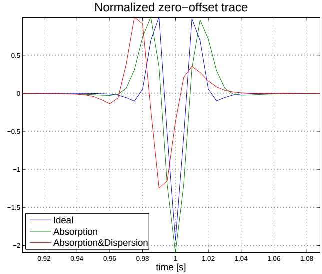
  dove **D** è una matrice che contiene sulla diagonale principale il denominatore e **n** è il vettore del numeratore

- Shaping by Fomel $\Longrightarrow$ non compreso e quindi non utilizzabile...
- STFT (*Short Time Fourier Transform*)
  - inseguimento del massimo intra-*slice*
  - inseguimento del massimo intra-*slice* previa pesatura con finestra gaussiana centrata sulla frequenza dominante
  - calcolo del baricentro intra-*slice*

Sintetico REMO



Sintetico REMO



- tutte le tracce sono state normalizzate al valore massimo presente nella traccia (come nella slide precedente)
- dal sintetico ottenuto mediante il software *REMO* non si capisce quale sia lo spettro della sorgente
- effetti di bordo sempre presenti (in particolare con riflettori poco profondi)

Si è deciso di costruire un nuovo sintetico descritto nelle slide seguenti

Modello di Kjartansson

Kjartansson assume il fattore Q come:

- perdita frazionale di energia per ciclo di sollecitazione:

$$Q = \frac{4 * \pi * W}{\Delta W}$$

- costante in frequenza
- variabile nello spazio $Q(x, y, z)$

Filtro di Assorbimento (1)

Filtro di Assorbimento:

- $|A(\omega,\vec{x})| = e^{-\frac{|\omega|}{2Q(\vec{x})}\int\limits_{ray} s(\vec{x})d\vec{x}}$

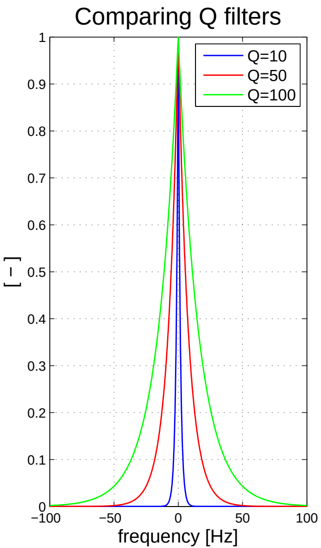
- $\measuredangle A(\omega,\vec{x}) = \frac{H(|\omega|)}{2Q(\vec{x})}\int\limits_{ray} s(\vec{x})d\vec{x}$

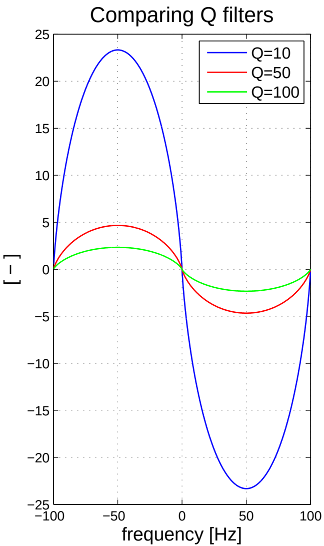
Approssimazioni:

- $Q(\vec{x}) = Q(z)$

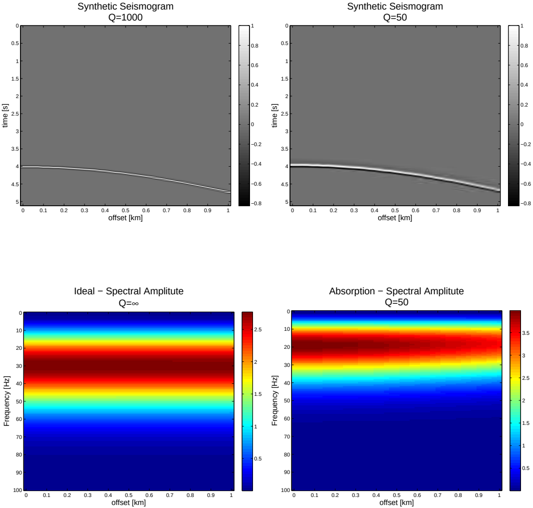
- strati piani paralleli $\Longrightarrow \int\limits_{ray} s(\vec{x})d\vec{x} = 2\left[\sum_{i}^{strati} raypath_i \cdot s_i\right]$

Filtro di Assorbimento (2)





Sintetici con il modello di Kjartansson



decadimento delle ampiezze spettrali e frequency down-shift ottenuto mediante il filtro di assorbimento

Conclusioni e Intenzioni Future

- proporre un algoritmo di stima del fattore Q
- tentare di inferire una relazione tra frequenza e fattore Q dai dataset che saranno disponibili (a breve) da eni
- valutare le potenzialità della scomposizione in basi ortogonali con ampiezze tempo varianti proposte da Priestly

Modello di Kjartansson

Assume che il fattore di qualità Q sia un parametro del materiale **indipendente dalla frequenza**, ed in questo senso costante. Il parametro Q resta comunque funzione delle coordinate spaziali, l'unica assunzione fatta da questo modello (sostenuta anche sperimentalmente in laboratorio da Kjartansson), è l'invarianza della perdita frazionale media di energia per ciclo, rispetto alla frequenza di sollecitazione (sforzo), ovvero:

$$Q(w) = Q = \frac{4 * \pi * W}{\Delta W}$$

Kjartansson arriva ad ottenere la forma del filtro di assorbimento e dispersione corrispondente ad un assunzione di questo tipo attraverso una serie di passaggi logici che si sviluppano dal legame sforzi-deformazioni, imponendo solamente i vincoli di:

- Causalità della risposta del sistema fisico
- Linearità del comportamento del materiale sottoposto a sollecitazioni di piccola ampiezza

Il legame sforzi-deformazioni in un materiale viscoelastico lineare può essere espresso attraverso un legame convolutivo:

$$\sigma(t) = m(t) * \varepsilon(t)$$
$$\varepsilon(t) = s(t) * \sigma(t)$$

dove:

- $\sigma(t) \Longrightarrow$ sforzi
- $\varepsilon(t) \Longrightarrow$ deformazioni
- $m(t) \Longrightarrow$ risposta ad una deformazione impulsiva, dello stress
- $s(t) \Longrightarrow$ risposta ad uno stress impulsivo, della deformazione

Ottengo le corrispondenti relazioni in frequenza:

$$\sigma(w) = M(w) * \varepsilon(w)$$
$$\varepsilon(w) = S(w) * \sigma(w)$$

dove:

- $M(w) \Longrightarrow$ risposta in frequenza dello stress, chiamata Modulo Complesso
- $S(w) \Longrightarrow$ risposta in frequenza della deformazione

Valgono dunque le relazioni:

$$m(t) * s(t) = \delta(t) \Longrightarrow M(w) \cdot S(w) = 1$$

E vengono definite due funzioni (la definizione di queste deriva da prove sperimentali di sollecitazione) dalle quali sono poi derivate le rispettive risposte all'impulso:

- $\Upsilon(t) \Longrightarrow$ risposta allo scalino dello stress
- $\Psi(t) \Longrightarrow$ risposta allo scalino della deformazione