

Семинар 1. Производная.

**YOUR FOCUS DETERMINES
YOUR REALITY**

Qui-Gon Jinn

1. По графику функции $y = f(x)$ нарисуй график функции ее производной $y = f'(x)$ (см. вниз¹)
2. Найди производные функций по определению, используя предел:
 - (a) $y(x) = C = const$
 - (b) $y(x) = x$
 - (c) $y(x) = x^2 + 10$ в точке $x = 3$
 - (d) $y(x) = \sin x$
 - (e) $y(x) = x^3$ в точке $x = 5$
 - (f) $y(x) = \frac{1}{x}$ в точке $x = 1$
 - (g) $y(x) = \sqrt{x}$
 - (h) $y(x) = \tan x$
3. Вычисли производные, но уже не используя предел:
 - (a) $y(x) = 2\sqrt[3]{x^2} - \frac{3}{\sqrt{x}}$
 - (b) $y(x) = \sin x - \cos x$
 - (c) $y(x) = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$
 - (d) $y(x) = \cos^2 x \cdot x^2$
 - (e) $y(x) = e^{2x} \sin x$
 - (f) $y(x) = \frac{x^2 - 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$
 - (g) $y(x) = \sin x \cos x \cdot x$
 - (h) $y(x) = \sin[\sin[\sin x]]$
4. Найди производную функций $f(x) = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ и $g(x) = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ (см. вниз²). Каким соотношением связаны $f(x)$ и $g(x)$? Какое значение принимает $f(0)$ и $g(0)$? Какое значение принимают производные этих функций в нуле?
5. Напиши формулы, задающие координаты точки, равномерно движущейся по окружности, как функции времени. Найди производные этих функций. Что характеризуют эти производные? Как увидеть из полученных формул, что скорость движения направлена по касательной к окружности?
6. Найди следующее:
 - (a) Силу тока I , если $q = Ae^{-\gamma t} \cos t$
 - (b) Силу F_x , если $x(t) = x_0 \cos \omega t$

¹придумай график сам и нарисуй

²такие функции называются **гиперболическими**

(с) Силу F , если импульс равен $p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

(d) * Найди силы F_x, F_y, F_z , если $W = \frac{m(x^2 + e^2 y + z^3)}{2}$

7. * Покажи, что $\ln x = \lim_{n \rightarrow \infty} n(x^{1/n} - 1)$ (см. вниз ¹)

8. ** Найди предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{4} \dots \cos \frac{x}{2^n}$ (см. вниз ²)

9. *** Камень бросили со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Найди модуль радиус-вектора $r(t)$ (вектор смотрит на траекторию из начала полета). Какова скорость изменения $r(t)$?

¹Этот предел поможет вам разгадать загадку задачи с первого занятия

²Эта задача была на вступительных экзаменах в ШАД Яндекса