

Rapport du projet d'algorithmique: Les Hypergraphes

Génération de l'hypergraphe:

Lors de la génération de l'hypergraphe, un dictionnaire est utilisé.

D'abord, dans la fonction d'initialisation, trois valeurs, `max_aretes`, `max_noeuds` et `proba` sont reçues en paramètres. Elles vaudront respectivement le nombre maximum d'arêtes, de nœuds et la probabilité qu'un nœud appartienne à une arête.

La clef de chaque entrée du dictionnaire vaut le numéro du nœud qui lui est associée, et la valeur correspondant à cette clef est une liste comprenant toutes les arêtes auxquelles ce nœud appartient.

La méthode `__str__` implémentée sert uniquement à afficher une liste des nœuds et à signaler à quelles arêtes ces nœuds appartiennent.

La méthode `affiche_graphe_bipartie()` sert à afficher le graphe incident de l'hypergraphe, grâce aux librairies `networkX` et `matplotlib`, prend en paramètre un objet `Graph`.

La méthode `affiche_graphe_primal()` sert à afficher le graphe primal de l'hypergraphe, grâce aux librairies `networkX` et `matplotlib`, prend en paramètre un objet `Graph`.

Cyclicité au sens de Berge:

La méthode qui vérifie si le graphe est cyclique au sens de Berge est appelée `berge()`. Elle ne prend aucun paramètres (excepté le 'self' étant donné que c'est la méthode d'une classe), et le graphe qui est analysé est un attribut de la classe `Graph()`.

Lorsque la méthode `berge()` est appelée, une variable et trois attributs de la classe `Graph()` sont créés. La variable `point_de_depart` servira pour analyser tout les points du graphe un par un grâce à une boucle, l'attribut `points_de_depart_a_eviter[]` est une liste contenant tout les points qui ont été analysés, et à partir desquels il ne serait pas pertinent de faire une analyse complète du graphe, car elle a déjà été faite en partant d'un autre point. Ensuite, l'attribut `points_visites[]` stocke tous les nœuds qui ont été visités, l'attribut `aretes_a_eviter[]` stocke les arêtes par lesquelles l'algorithme est passé, et l'attribut `result` est un booléen qui vaut `True` uniquement si un cycle a été trouvé.

Ensuite, une boucle nettoie les différents attributs, et lance la méthode `cherche_aretes()` avec `point_de_depart` en paramètre, puis incrémente la variable `point_de_depart` pour passer à un autre point du graphe, et boucle jusqu'à ce que la valeur de `point_de_depart` soit plus grande que la taille du graphe, ou que l'attribut `result` vaille `True`.

Enfin, la méthode renvoie le statut de l'attribut `result`, qu'il soit vrai ou faux.

Puis, la méthode `cherche_aretes` prend en paramètre l'objet `self` et un point du graphe. La variable `arete` vaudra le numéro d'une des arêtes qui est connectée au point donné en paramètre. Ensuite une boucle vérifie si les arêtes connectées au point n'ont pas déjà été visitées (et exclut la dernière arête visitée, car elle sera forcément connectée au point). Si c'est le cas, alors le graphe est cyclique, et la boucle se termine. Si ce n'est pas le cas, l'arête est ajoutée dans la liste `self.aretes_a_eviter`, pour éviter que lors d'un appel récursif un peu plus loin, on ne repasse deux fois par la même arête, puis la fonction `cherche_points` est appelée, avec l'arête en question envoyée en paramètres. Enfin, l'arête est retirée de la liste `self.aretes_a_eviter` pour pouvoir y accéder de nouveau, et la variable `arete` est incrémentée. La boucle s'arrête lorsque l'attribut `result` vaut `True`, ou que toutes les arêtes connectées à ce point ont été visitées.

Enfin, la fonction `cherche_point` prend en paramètre l'objet `self` et une arête, et recherche tous les points connectés à cette arête, pour les comparer aux points déjà visités.

D'abord, la fonction recherche tout les points connectés à l'arête en regardant point par point s'il est connecté à l'arête entrée en paramètre. Si oui, alors le point est ajouté à la liste

points_connectes.

Ensuite, une boucle parcourt la liste points_connectes, et compare ces éléments à la liste points_visites, et si un élément de points_connectes fait partie de la liste points_visites, alors le graphe est cyclique. Sinon, le point est ajouté à la liste points_visites, la fonction cherche_aretes est appelée avec le point en paramètre, et enfin le point est retiré de la liste points_visites, et la boucle passe à l'élément suivant de points_connectes.

La boucle s'arrête si l'attribut result vaut vrai, ou que tous les éléments de points_connectes ont été visités.

La fonction cherche_aretes et cherche_points sont récursives entre elles, c'est à dire que dans certains cas, la fonction cherche_aretes appellera la fonction cherche_points, et réciproquement.

La fonction berge() est de complexité $O(n*m)$, n = nombre de nœuds de l'hypergraphe et m = nombre d'arêtes de l'hypergraphe. La fonction Berge appelle la fonction cherche_aretes sur un nœud, qui elle-même appelle la fonction cherche_noeuds sur toutes les arêtes, et c'est exécuté $n*m$ fois au total, parce que la fonction ne repasse pas deux fois par un même nœud et une même arête.

Alpha-Cyclicité:

La fonction find_clique (Complexité : $O(n*m^2)$, m = nombre de voisins à parcourir et n = nombre de nœuds) prends en paramètre la taille maximum des cliques qu'on veut trouver (par défaut elle est réglée à "l'infini"). La fonction va parcourir tout le graphe et pour chaque nœuds vérifie que ces voisins ont au moins les mêmes voisins que lui si c'est le cas c'est ce nœuds fait partie d'une clique. Si plusieurs clique de même taille sont trouvées elle sont renvoyées sous forme de liste.

La fonction voisin (Complexité $O(n*m)$, m = nombre d'hyper arête dans laquelle le nœuds se trouve) va simplement regarder dans toutes les hyper-arête auxquelles le nœuds donnée en paramètre est connecté et en faire une liste de nœuds voisins.

La fonction is_chordal (Complexité : $O(n^n)$) vérifie que le graphe est bien cordal. Elle va d'abord chercher les plus grandes cliques du graphe et pour chaque clique trouvée les sommets simpliciaux si il y en a et les supprimer. Si aucun sommet simplicial n'est trouvé on réduit la taille maximum des prochaines clique à chercher et on recommence. Si aucun sommet simplicial n'est trouvé une fois que la taille max est égale à 1 le graphe n'est pas cordal. Si le graphe fini par se vider de tous ses nœuds il est cordal.

La fonction clean_graph (Complexité : $O(n)$) , supprime tous les nœuds qui n'ont pas de voisins