Forecasting Methods

예측방법론
Forecasting Methods

05 강

시계열모형(1)

통계·데이터과학과 **이긍희** 교수

한국방송통신대학교

Forecasting Methods

목차

CONTENTS

chapter 01

시계열모형의 개요

Forecasting Methods

1 시계열모형

- **시계열모형 : 생성된 일련의 통계적 현상을 수학함수로 나타낸 확률과정**(stochastic process)

  » <u>관측된 시계열</u>
  : 특정한 확률과정이 실현된 값

- **시계열모형 : 선형 시계열모형과 비선형 시계열모형으로 구분**

2 선형 시계열모형

- 선형 시계열모형 : 시계열의 시차변수와 오차의 시차변수의 선형결합

» 안정시계열모형
: 기댓값과 자기공분산이 시간에 의존하지 않는 확률과정

- 시계열분석 이론 : 안정시계열모형을 중심으로 정리됨

2 선형 시계열모형

- 시계열의 표본자기상관계수, 표본부분자기상관계수 및 스펙트럼의 추정값이 특정 시계열모형의 이론값과 유사
  → 동 시계열이 특정 선형 시계열모형으로부터 생성되었다고 유추
- 선형 시계열모형은 이해하기 쉽고 분석 및 예측 결과가 안정적, 시계열을 충분히 표현하지 못한다는 한계가 있음

3 비선형 시계열모형

- **비선형 시계열모형** : TAR**모형**, Bilinear **모형**, GARCH**모형 등 시계열의 시차변수와 비선형적으로 움직이는 모형 등**

» **장 점**
: 실제 현상을 반영할 수 있도록 다양하게 설계

» **단 점**
: 최적 시계열모형 선택 어렵고, 선택 모형 설명하기 어려움
초깃값에 따라 예측결과가 크게 달라짐

Forecasting Methods

chapter 02

안정시계열모형

1 안정시계열모형의 개요

- 월드(Wold) 표현정리 : 안정시계열은 백색잡음계열 ε_t 시차변수의 선형결합과 t 의 함수인 확정적 확률과정 d_t의 합으로 표현

$$Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \theta_j \varepsilon_{t-j} + d_t \qquad \theta_0 = 1, \ \sum_{j=1}^{\infty} |\theta_j|^2 < \infty$$

- 안정시계열모형 : 백색잡음모형, 자기회귀(AR)모형, 이동평균(MA)모형, 자기회귀이동평균(ARMA)모형

2 백색잡음모형

- 백색잡음모형 : 서로 독립이고 동일한 분포를 따르는 확률과정
  → 평균 0, 분산 σ^2, 서로 독립적인 정규분포 산출 계열

$$E(Y_t) = 0, \quad Var(Y_t) = \sigma^2$$

$$\rho(h) = 0, \ \phi(h) = 0, \quad h > 0$$

$$f(\omega) = \frac{\sigma^2}{\pi}$$

3 AR(자기회귀) 모형

- **자기회귀**(Auto–Regress: AR)**모형 :**
  현재 시계열을 과거 시차 시계열로 설명한 확률과정

» AR(1) 모형 : $Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$

» AR(p) 모형 : $Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p) Y_t = \phi_0 + \varepsilon_t$$

$$\Phi_p(B) Y_t = \phi_0 + \varepsilon_t$$

3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) **모형의 월드 표현정리에 따른 표현**

$$Y_t = \frac{1}{1-\phi_1 B}\varepsilon_t = (1+\phi_1 B+\phi_1^2 B^2+\cdots)\,\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty}\phi_1^j\,\varepsilon_{t-j}$$

- AR(1) **모형이 안정시계열모형이 되기 위한 조건** :

$$|\phi_1| < 1$$

3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) **모형의 기댓값**

$$E(Y_t) = E\left(\sum_{j=0}^{\infty}\phi_1^j \varepsilon_{t-j}\right) = \sum_{j=0}^{\infty}\phi_1^j E(\varepsilon_t) = 0$$

3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) **모형의 분산**

$$Var(Y_t) = \frac{\sigma_w^2}{1-\phi_1^2}$$

3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) **모형의 자기공분산**

$$\gamma(h) = \phi_1^h \frac{\sigma_w^2}{1-\phi_1^2}$$

3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) **모형의 자기상관계수**

$$\rho(h) = \phi_1^h \qquad h \geq 1$$

3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) 모형의 부분자기상관계수

$$\phi(h) = \begin{cases} \phi_1, & h = 1 \\ 0, & h \geq 2 \end{cases}$$

3 AR(자기회귀) 모형

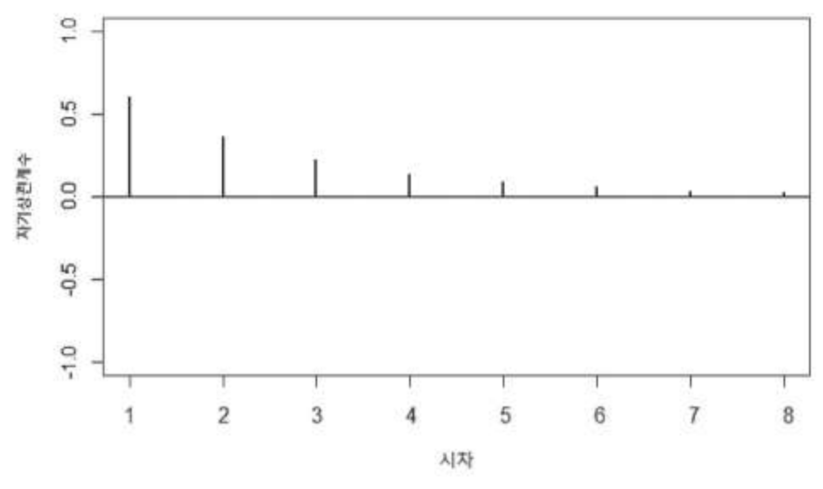
- AR(1) **모형의 이론적 스펙트럼**

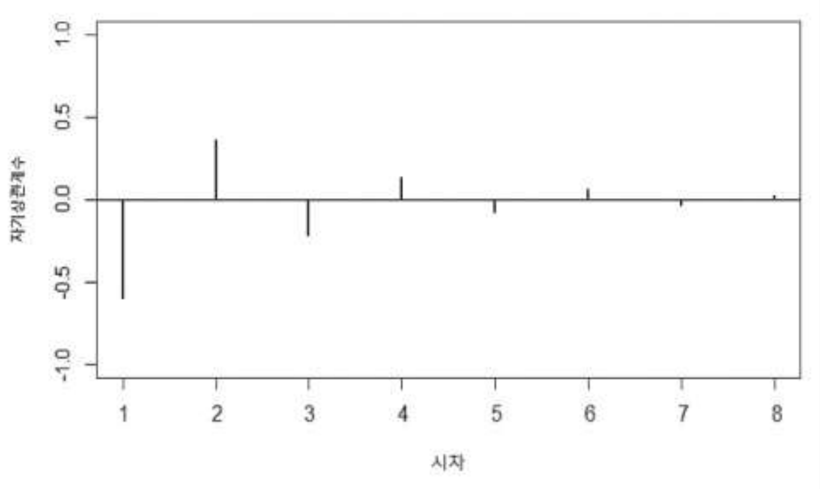
$$f(\omega)=\frac{\sigma_w^2}{\pi(1-2\phi_1\cos\omega+\phi_1^2)}$$

3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) **모형의 이론적 상관도표**

$\phi_1 = 0.6$	$\phi_1 = -0.6$

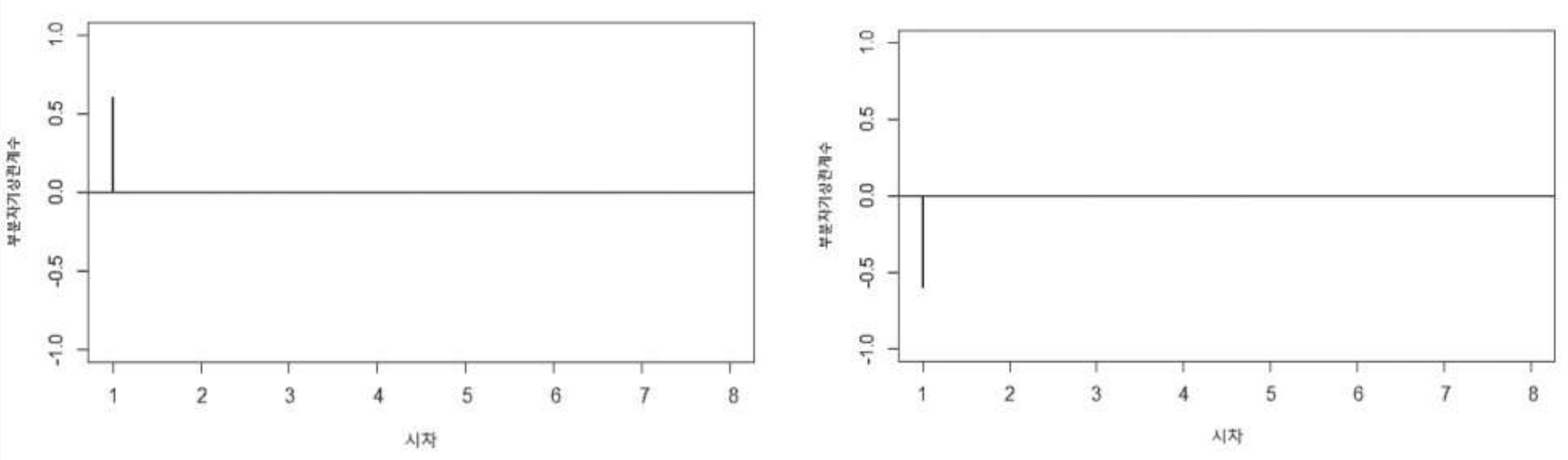




3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) **모형의 이론적 부분상관도표**

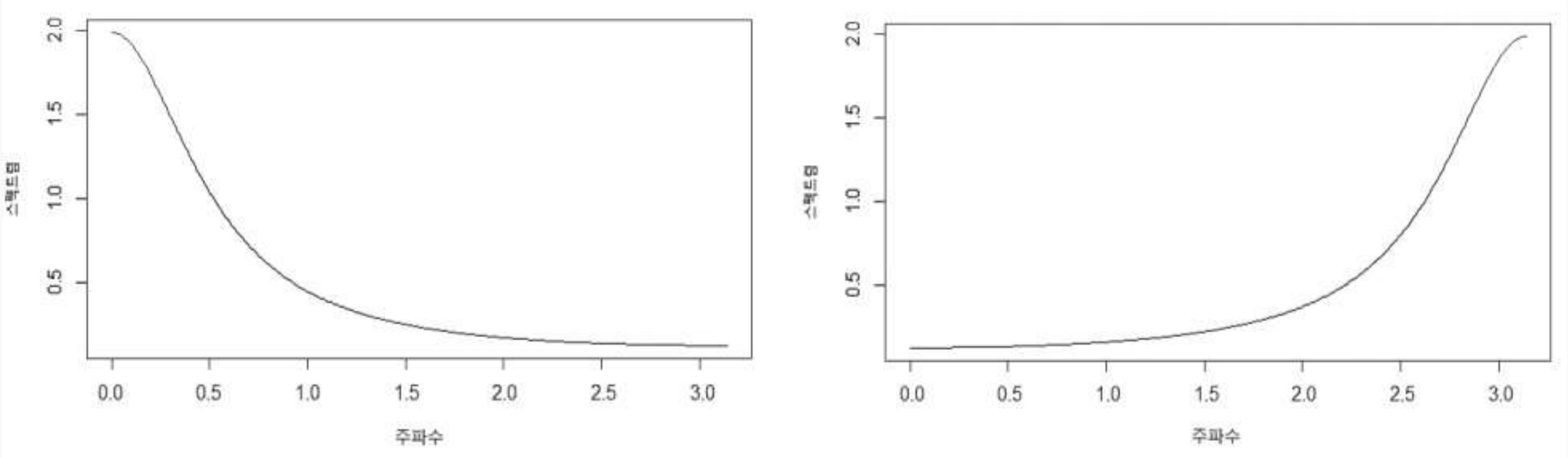
$\phi_1 = 0.6$	$\phi_1 = -0.6$



3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) **모형의 이론적 스펙트럼**

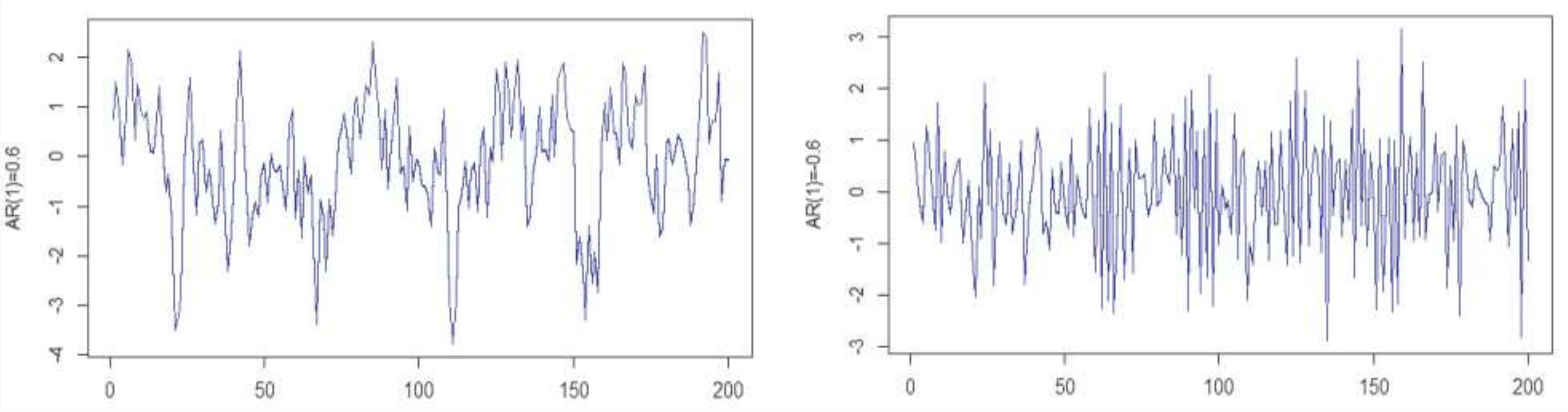
$\phi_1 = 0.6$	$\phi_1 = -0.6$



3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) **모형의 생성 시계열**

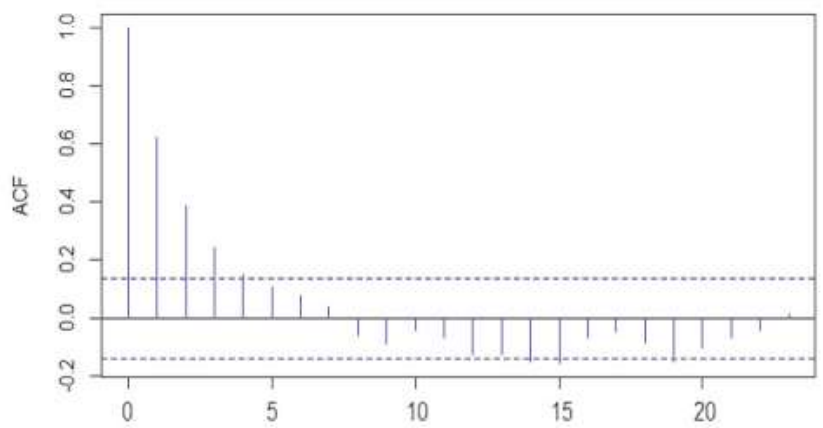
$\phi_1 = 0.6$	$\phi_1 = -0.6$

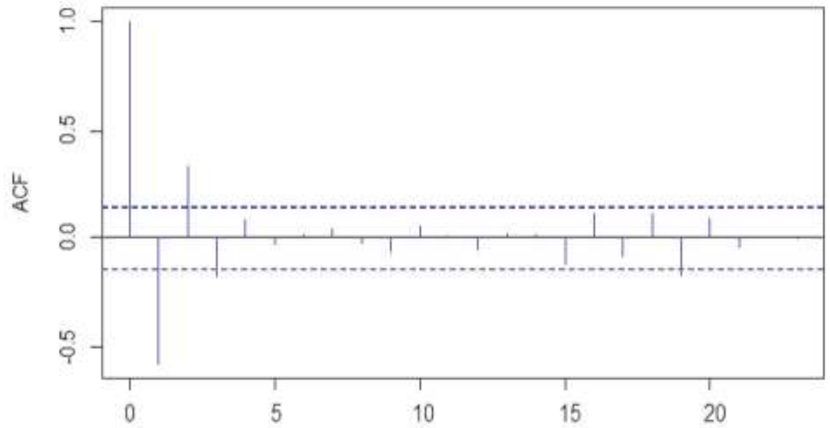


3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) **모형의 상관도표**

$\phi_1 = 0.6$	$\phi_1 = -0.6$

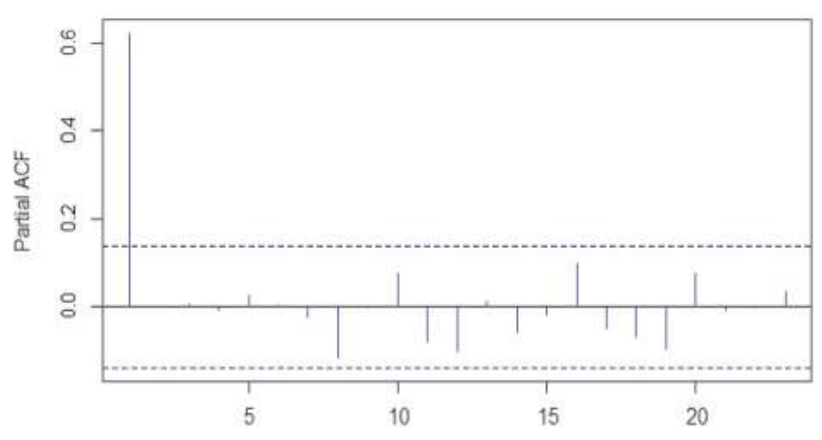


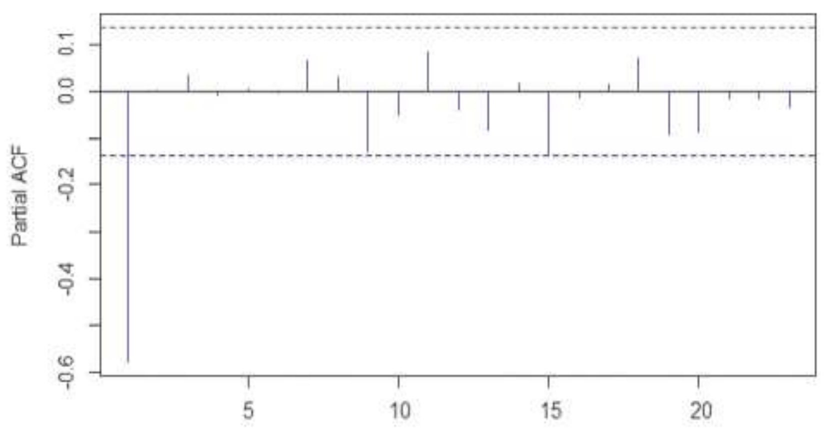


3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) **모형의 부분상관도표**

$\phi_1 = 0.6$	$\phi_1 = -0.6$

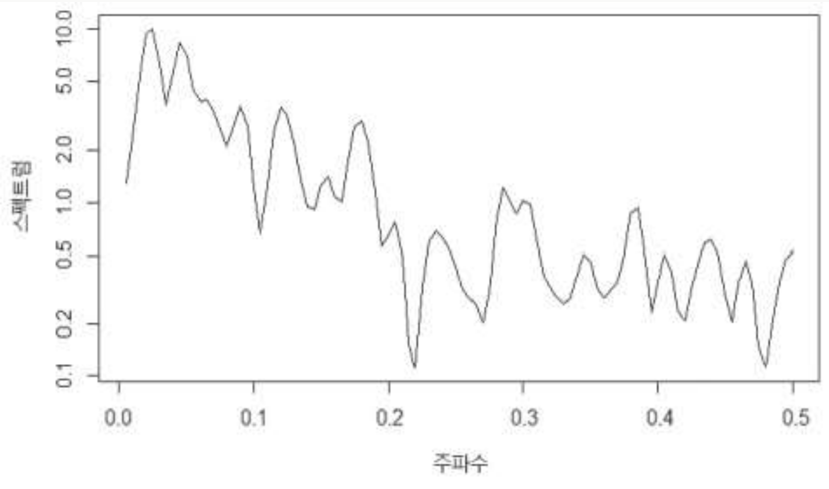


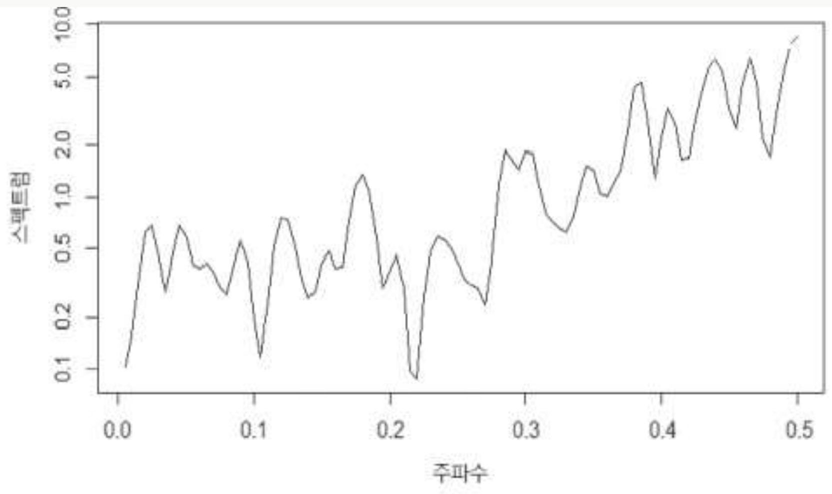


3 AR(자기회귀) 모형

- AR(1) **모형의 스펙트럼**

$\phi_1 = 0.6$	$\phi_1 = -0.6$





4 MA(이동평균) 모형

- **이동평균**(Moving Average: MA)**모형 :**
  시계열을 과거의 오차(또는 충격)들의 선형결합으로 표현

» MA(1) 모형 : $Y_t = \theta_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$

» MA(q) 모형 : $Y_t = \theta_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t = \theta_0 + \Theta_q(B)\varepsilon_t$

4 MA(이동평균) 모형

- MA(1) **모형의 가역성 조건** :

$$|\theta_1| < 1$$

4 MA(이동평균) 모형

- MA(1) **모형의 기댓값과 분산**

$$E(Y_t) = 0, \qquad Var(Y_t) = (1 + \theta_1^2)\sigma_w^2$$

3 MA(이동평균) 모형

- MA(1) **모형의 이론적 자기상관계수, 부분자기상관계수와 스펙트럼**

$$\rho(h) = \begin{cases} \dfrac{\theta_1}{1+\theta_1^2}, & h=1 \\ 0, & h \geq 2 \end{cases}$$

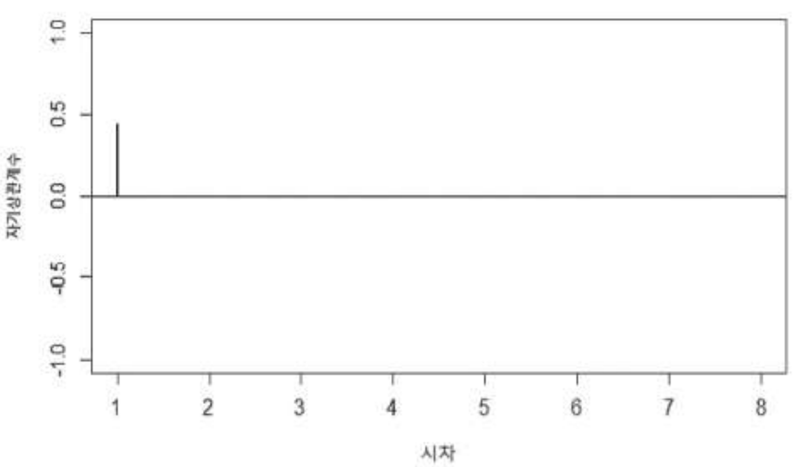
$$\phi(h) = \frac{\theta_1^h (1-\theta_1^2)}{1-\theta_1^{2(h+1)}}, \quad h \geq 1$$

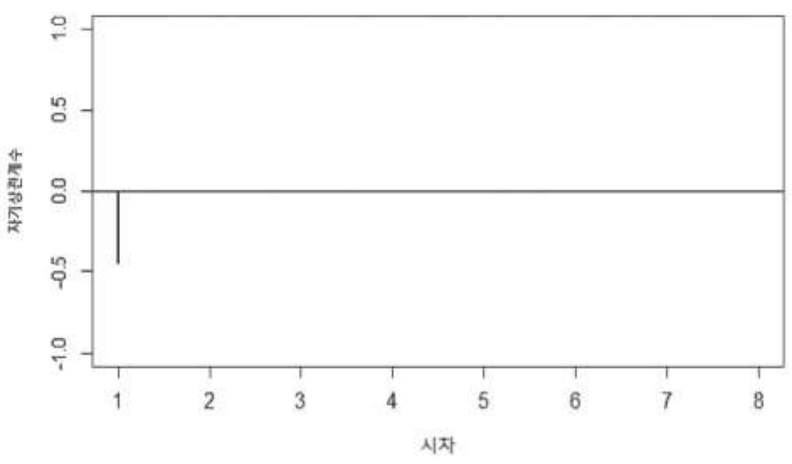
$$f(\omega) = \frac{\sigma_w^2}{\pi}\left[1 + \frac{2\theta_1}{1+\theta_1^2}\cos\omega\right]$$

4 MA(이동평균) 모형

- MA(1) **모형의 이론적 상관도표**

$\theta_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6$

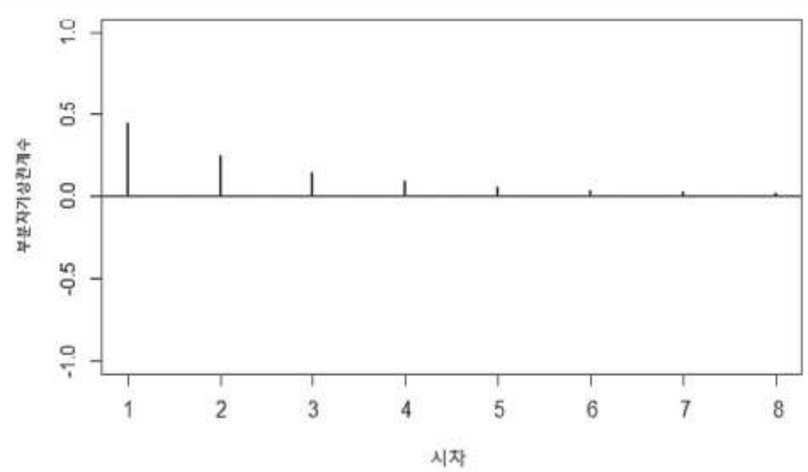


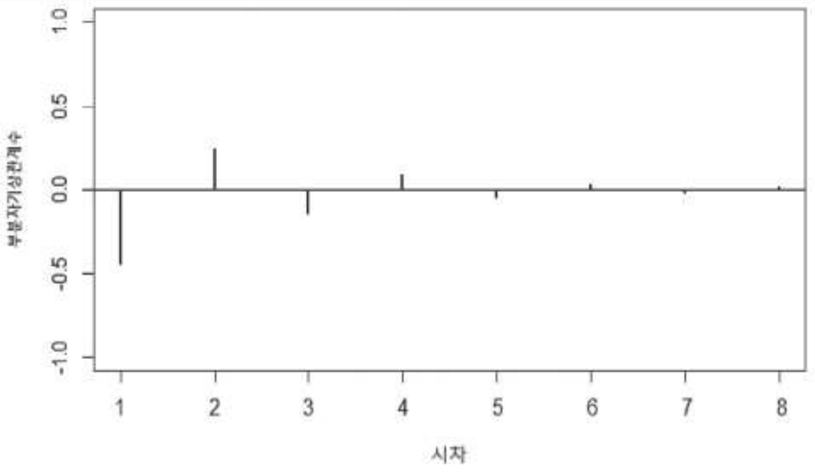


4 MA(이동평균) 모형

- MA(1) **모형의 이론적 부분상관도표**

$\theta_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6$

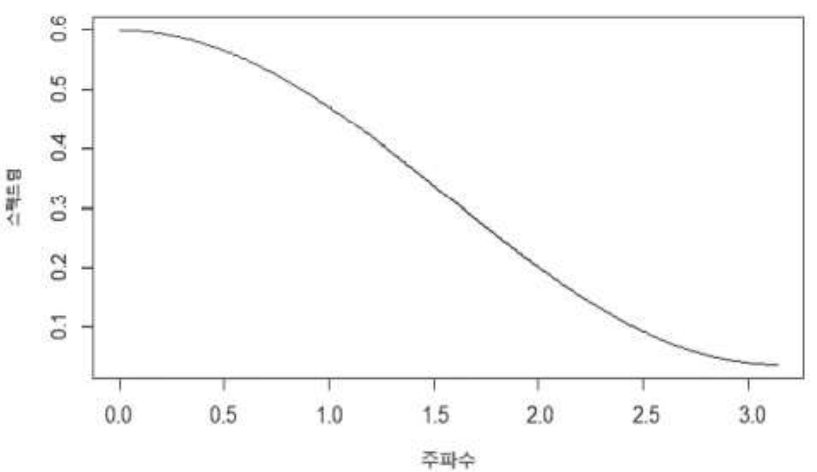


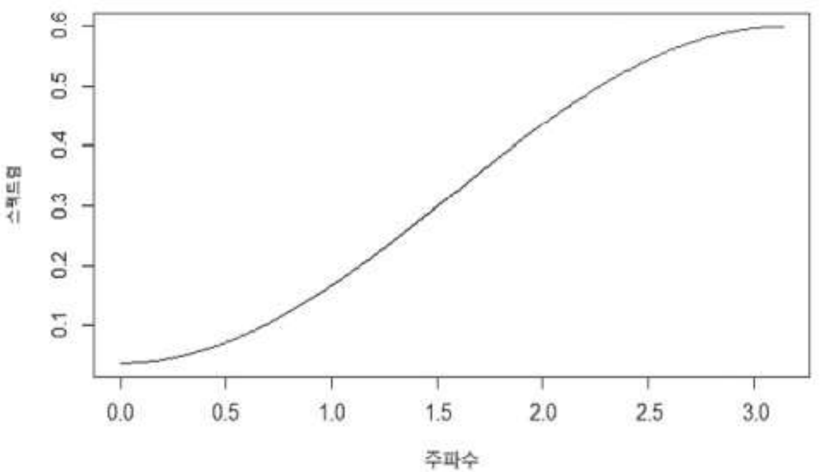


4 MA(이동평균) 모형

- MA(1) **모형의 이론적 스펙트럼**

$\theta_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6$

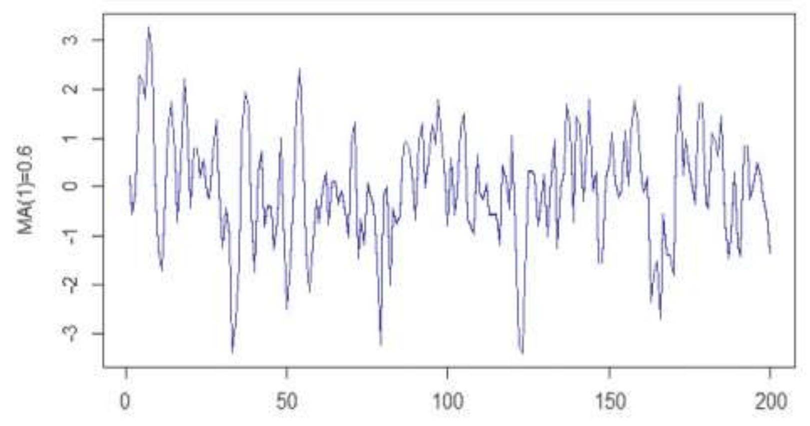


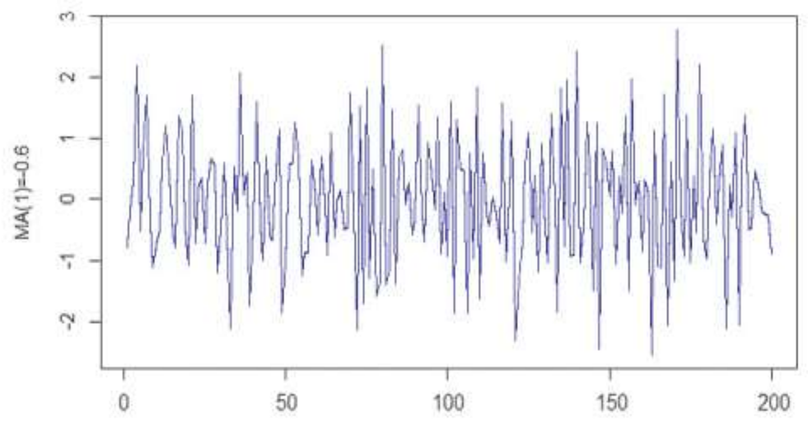


4 MA(이동평균) 모형

- MA(1) **모형의 생성 시계열**

$\theta_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6$

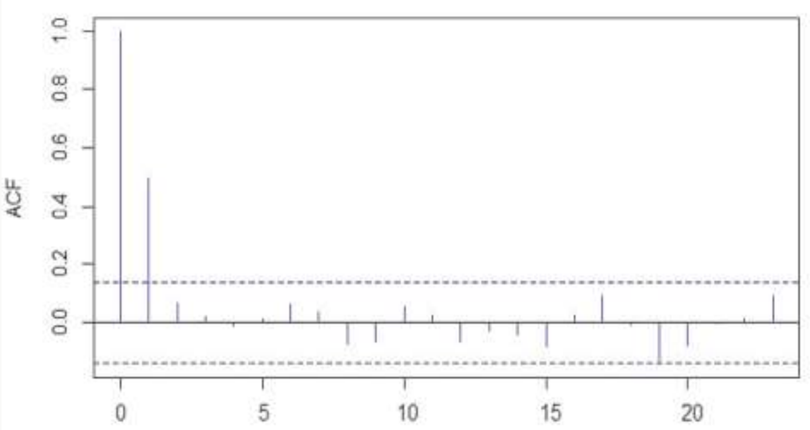


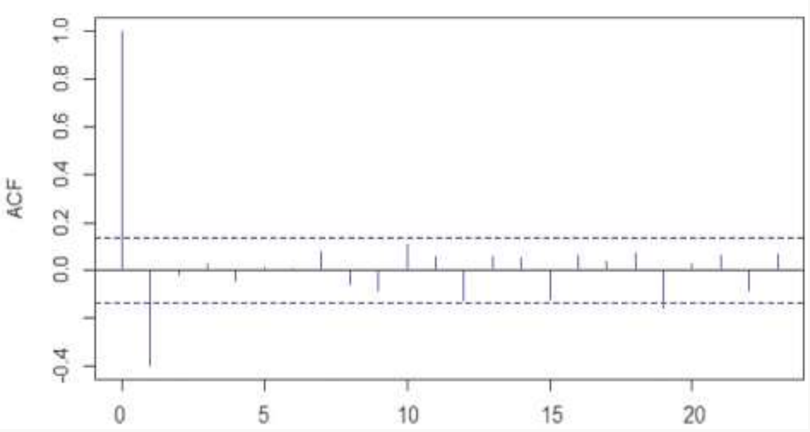


4 MA(이동평균) 모형

- MA(1) **모형의 상관도표**

$\theta_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6$

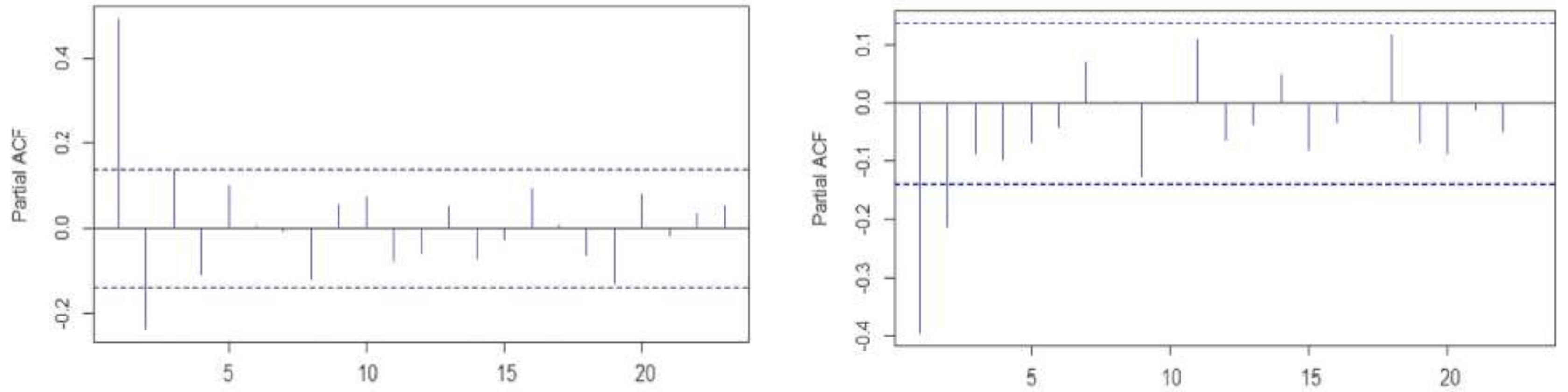




4 MA(이동평균) 모형

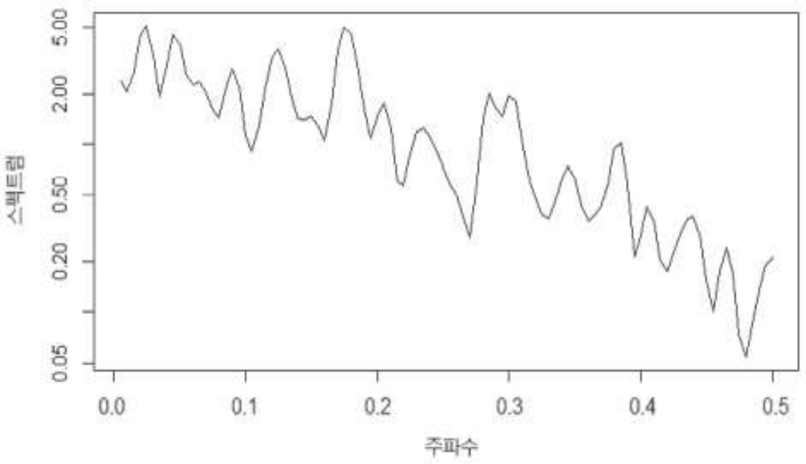
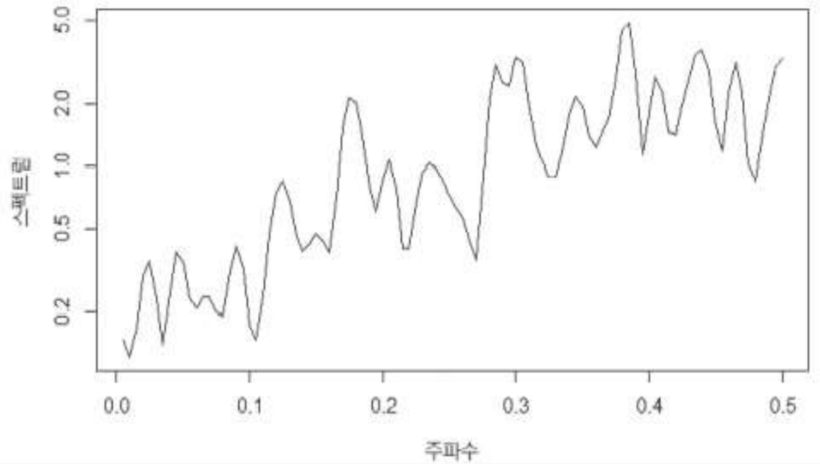
- MA(1) **모형의 부분상관도표**

$\theta_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6$



4 MA(이동평균) 모형

- MA(1) **모형의 스펙트럼**

$\theta_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6$
	

5 ARMA(자기회귀이동평균) 모형

- **자기회귀이동평균**(Auto-Regressive Moving Average, ARMA)**모형 :**
  AR **모형과** MA **모형 동시에 포함하는 시계열모형**

- AR **모형**, MA **모형 동시에 이용 → 시계열모형 모수의 수를 줄여서 좀 더 효율적 시계열모형 작성 가능**

5 ARMA(자기회귀이동평균) 모형

- 자기회귀이동평균(ARMA)모형

» ARMA(1,1) 모형 : $Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$

» ARMA(p,q) 모형 : $Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$

$$\Phi_p(B) Y_t = \Theta_q(B) \varepsilon_t$$

$$\Phi_p(B) = 1 - \sum_{j=1}^{p} \phi_j B^j, \;\; \Theta_q(B) = 1 + \sum_{j=1}^{q} \theta_j B^j$$

5 ARMA(자기회귀이동평균) 모형

- ARMA(1,1) **모형의 안정성과 가역성 조건** :

$$|\phi_1| < 1, \quad |\theta_1| < 1.$$

5 ARMA(자기회귀이동평균) 모형

- ARMA(1,1) 모형의 기댓값, 분산과 이론적 자기상관계수

$$E(Y_t) = \frac{\phi_0}{1-\phi_1}$$

$$Var(Y_t) = \frac{1+\theta_1^2+2\phi_1\theta_1}{1-\phi_1^2}\sigma_w^2$$

$$\rho(h) = \begin{cases} \dfrac{(\phi_1+\theta_1)(1+\phi_1\theta_1)}{1+\theta_1^2-2\phi_1\theta_1}, & h=1 \\ \phi_1^{h-1}\rho(1), & h \geq 2 \end{cases}$$

5 ARMA(자기회귀이동평균) 모형

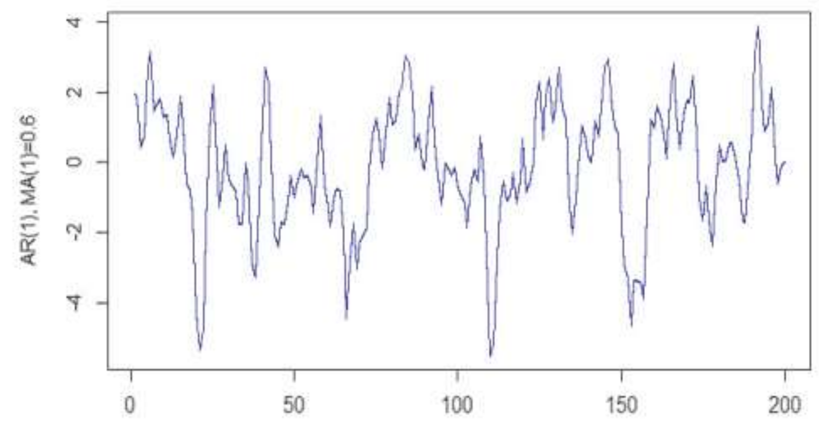
- ARMA(p,q) **모형의 자기상관계수 및 부분 자기상관계수**

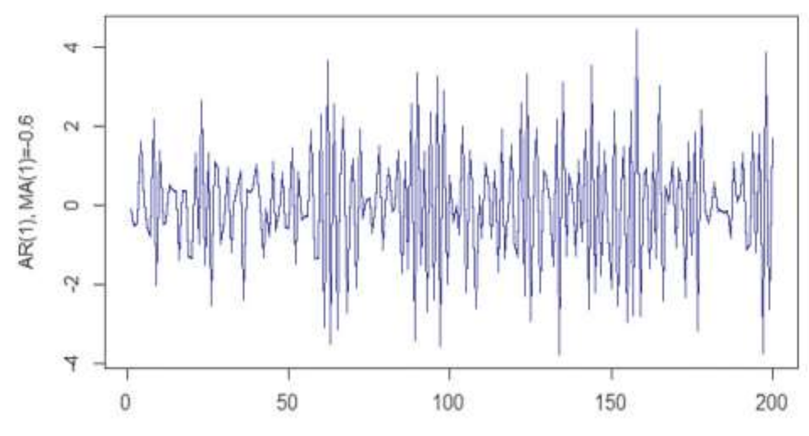
구분	자기상관계수	부분자기상관계수
AR(p)	지수적으로 감소하거나 진동하면서 소멸	p 시차 이후에는 0으로 절단
MA(q)	q 시차 이후에는 0으로 절단	지수적으로 감소하거나 진동하면서 소멸
ARMA(p,q)	q 시차 이후부터 소멸	p 시차 이후부터 소멸

5 ARMA(자기회귀이동평균) 모형

- ARMA(1,1) **모형의 생성 시계열**

$\theta_1 = 0.6,\ \phi_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6,\ \phi_1 = -0.6$

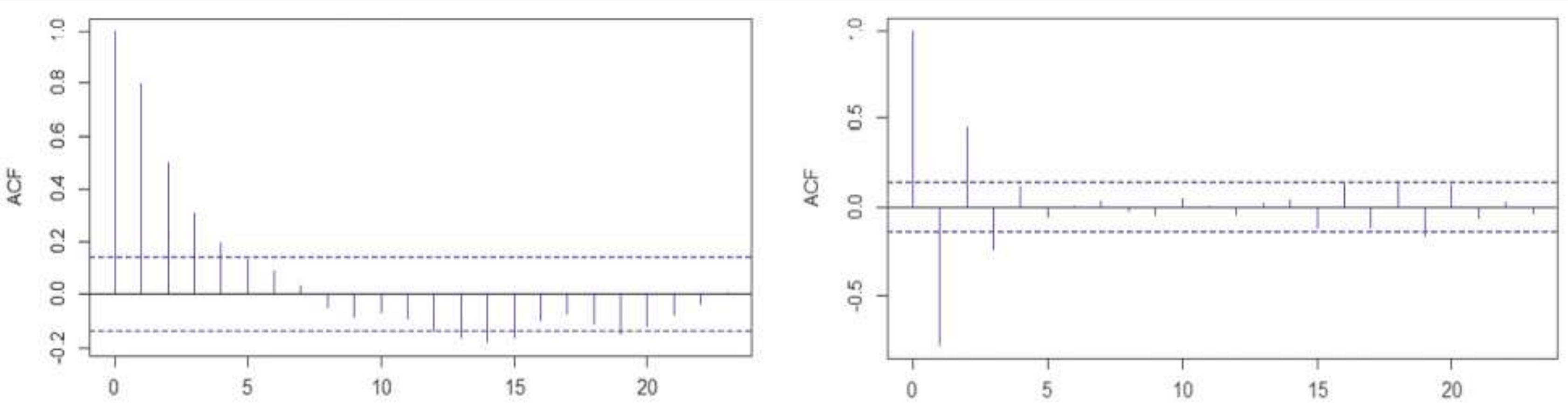




5 ARMA(자기회귀이동평균) 모형

- ARMA(1,1) **모형의 상관도표**

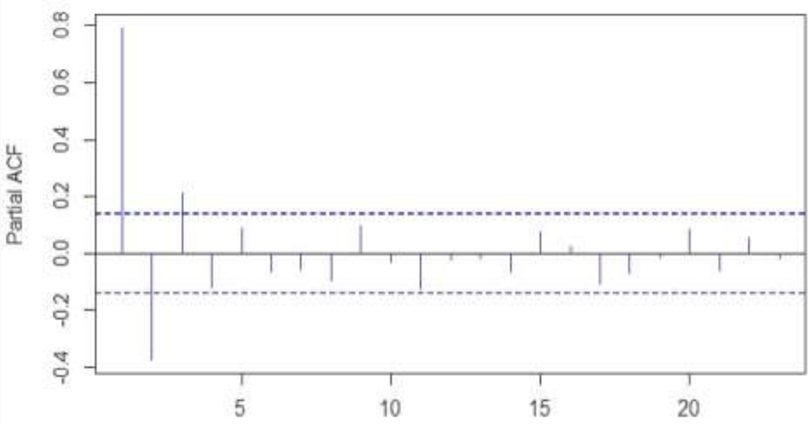
$\theta_1 = 0.6,\ \phi_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6,\ \phi_1 = -0.6$

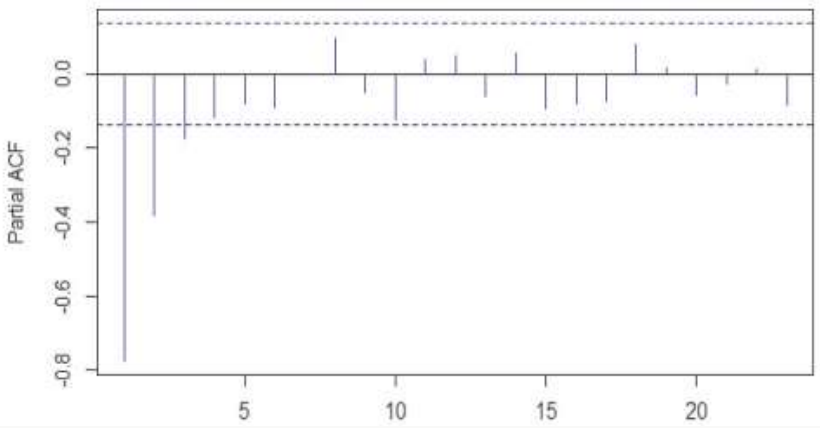


5 ARMA(자기회귀이동평균) 모형

- ARMA(1,1) **모형의 부분상관도표**

$\theta_1 = 0.6,\ \phi_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6,\ \phi_1 = -0.6$

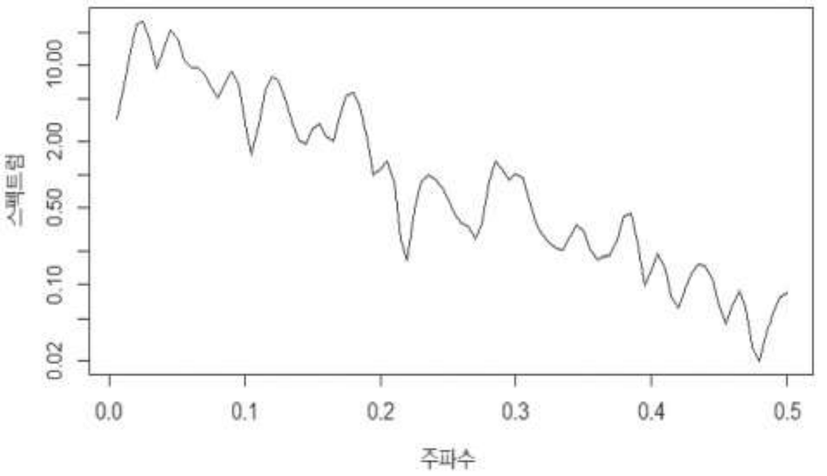


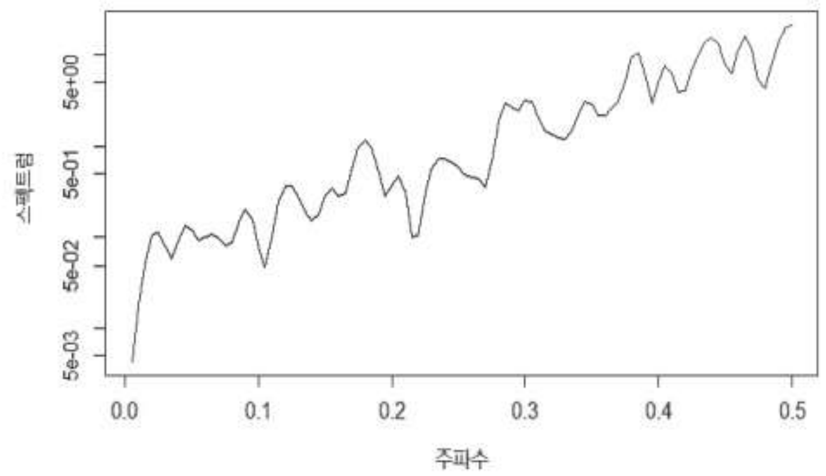


5 ARMA(자기회귀이동평균) 모형

- ARMA(1,1) **모형의 스펙트럼**

$\theta_1 = 0.6,\ \phi_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6,\ \phi_1 = -0.6$





Forecasting Methods

chapter 03

R을 이용한 실습

Forecasting Methods

다음시간안내

06 | 시계열모형(2)

Forecasting Methods

한국방송통신대학교