한국방송통신대학교

Forecasting
Methods

예측방법론
Forecasting Methods

07 강

시계열모형을 이용한 예측(1)

통계·데이터과학과 **이긍희** 교수

Forecasting Methods

목차

CONTENTS

Forecasting Methods

한국방송통신대학교

Forecasting
Methods

chapter 01

시계열모형 관련 검정

1 단위근검정

- **시계열의 추세변동 : 확률적 추세변동과 확정적 추세변동으로 구분**

» **확률적 추세변동**

: 순수한 확률적 충격 결과 서서히 위 또는 아래로 움직이는 추세변동

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

» **확정적 추세변동**

: 시계열모형(확률과정)의 평균 자체가 시간의 함수

$$Y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t$$

» **확정적, 확률적 추세변동**

$$Y_t = \alpha + \beta t + Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

1 단위근검정

- **AR(1) 모형으로 단위근 검정 검토**

» AR(1) 모형
: 단위근(unit root) 존재 → $Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$, $\phi_1 = 1$

» AR(1) 모형의 분산
: 단위근 존재 → 분산 ∞

» 단위근 존재에 따른 시계열 움직임

$|\phi_1| < 1$ → 시계열 평균수준 수렴

$\phi_1 = 1$ → 시계열 평균수준 수렴하지 않음

- **단위근을 가지는 시계열은 차분 → 단위근 사라짐**

1 단위근검정

- **적분(integrated) 계열 : 차분해서 안정시계열이 되는 시계열**

» I(1) 적분계열
: 시계열은 단위근 존재, 1차 차분 시계열 단위근 없음

» I(d) 적분계열

: 시계열, d-1 차 차분까지 단위근 존재,
d차 차분 시계열 단위근 없음

» I(0) 적분계열
: 단위근 없는 안정시계열

1 단위근검정

- 단위근 검정 방법 : 디키-풀러(Dickey-Fuller : DF)검정,
  ADF(Augmented Dickey-Fuller) 검정,
  필립스-페론(Phillips-Perron) 검정 등

1 단위근검정

- **디키-풀러(DF) 검정**

» $H_0 : \delta = 0$ 검정
: 최소제곱법으로 추정한 후 t검정 → 통상의 t분포 아님

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = \phi_0 + \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

1 단위근검정

- 디키-풀러(DF) 검정 : 아래 기준으로 검정

① 상수항과 확정적 추세를 포함

② 상수항만 포함

③ 상수항과 확정적 추세를 포함하지 않음

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

1 단위근검정

- ADF(Augmented Dickey–Fuller) 검정

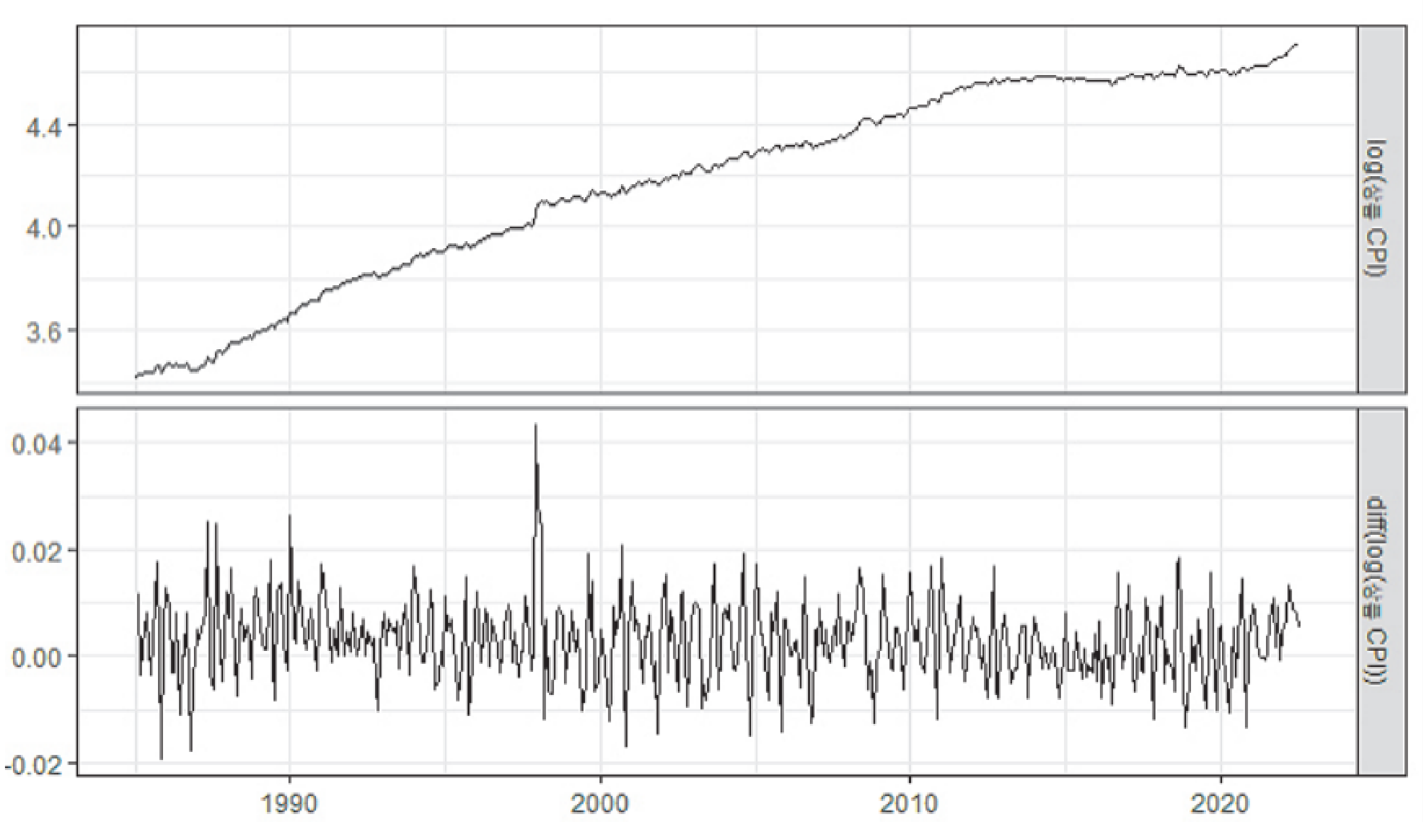
» 오차항의 자기상관

: 시차항 p : AIC, BIC 등으로 정함

$$\Delta Y_t = \gamma_0 + \delta Y_{t-1} + \gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \gamma_2 \Delta Y_{t-2} + \cdots + \gamma_{p-1} \Delta Y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

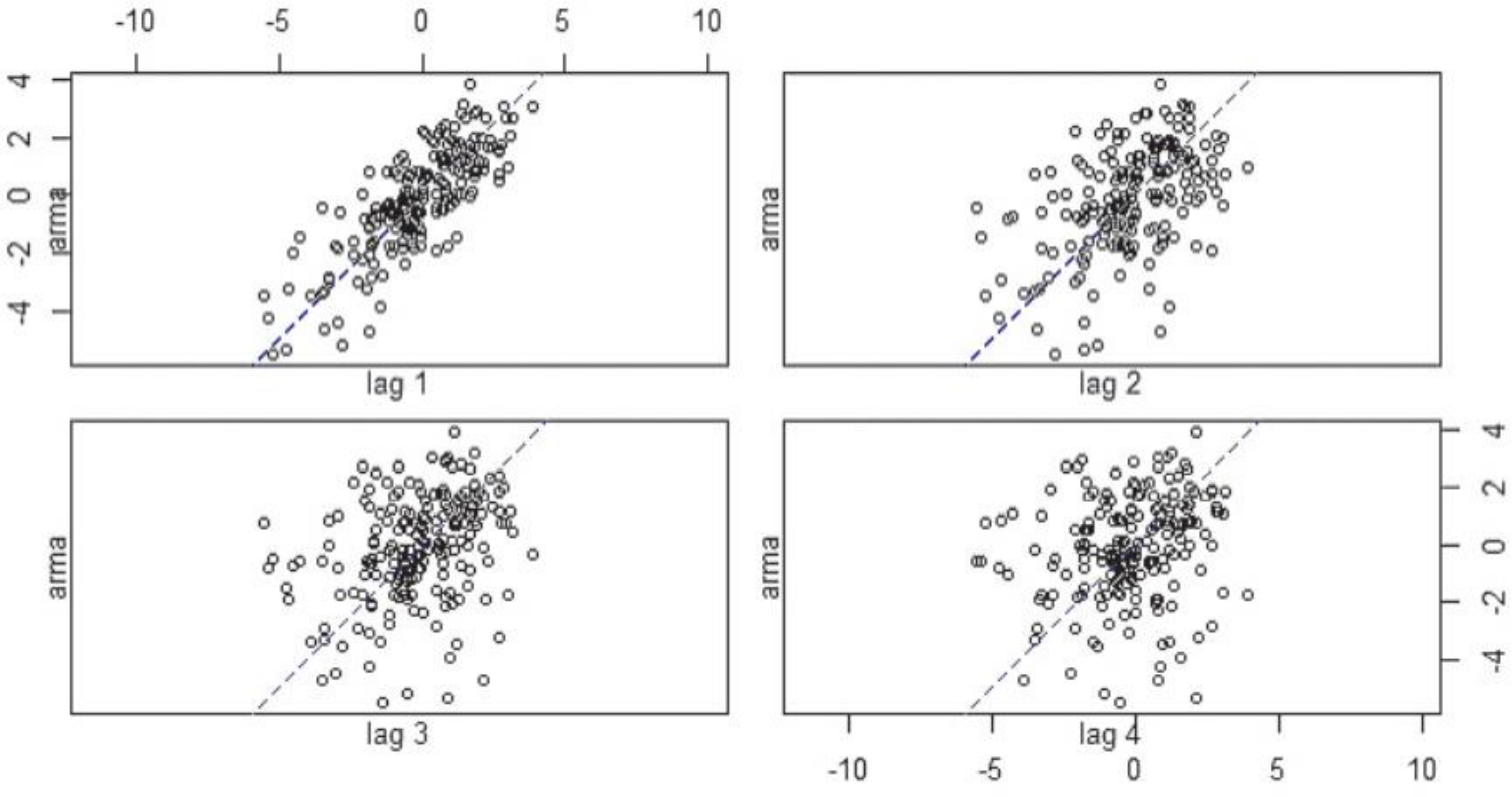
1 단위근검정

- **상품 소비자물가지수 ADF 검정**



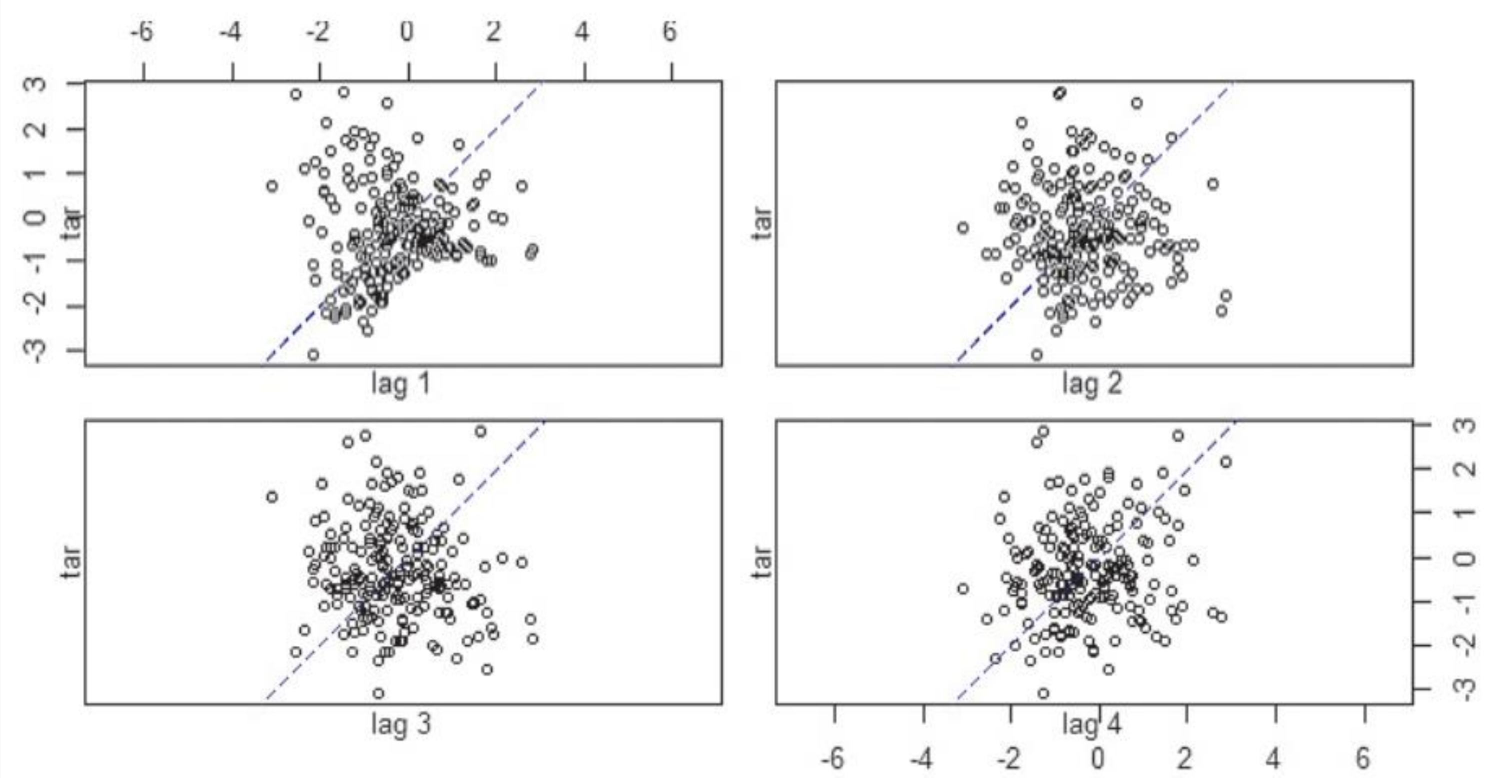
2 비선형성 검정

- ARMA(1,1) 모형의 시차도표



2 비선형성 검정

- TAR(1) 모형의 시차도표



2 비선형성 검정

- 키넌(Keenan)의 검정 : $\eta = 0$ 여부 F검정

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \eta \hat{Y}_t^2 + \varepsilon_t$$

- 체이(Tsay)의 검정 : 키넌의 검정을 확장
- BDS 검정 : 혼돈 동학을 파악하는 검정

구분	ARMA 시계열		TAR 시계열	
	검정통계량값	유의확률	검정통계량값	유의확률
키넌 검정	0.973	0.325	4.027	0.046
체이 검정	1.764	0.070	2.903	7.594e-05

3 이분산성 검정

- ARCH-LM 검정 : ARCH 형태 이분산성 검정

  » $\varepsilon_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \beta_q \varepsilon_{t-q}^2 + v_t$

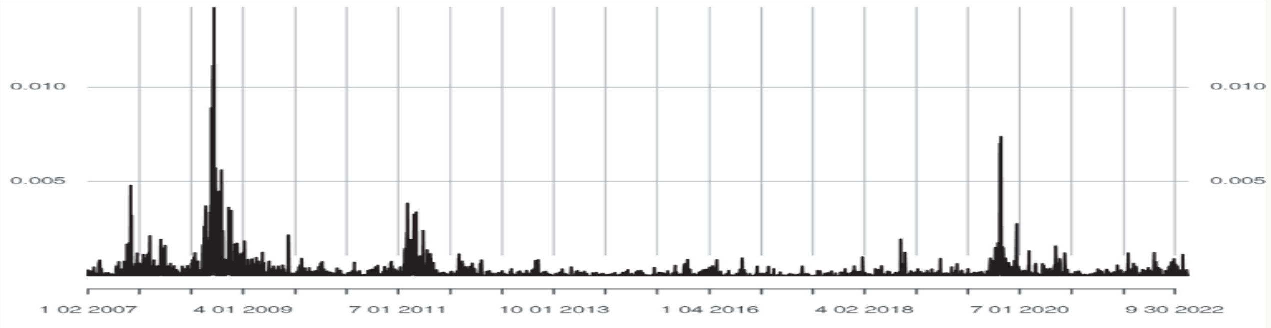
  » 귀무가설 : $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_q = 0$

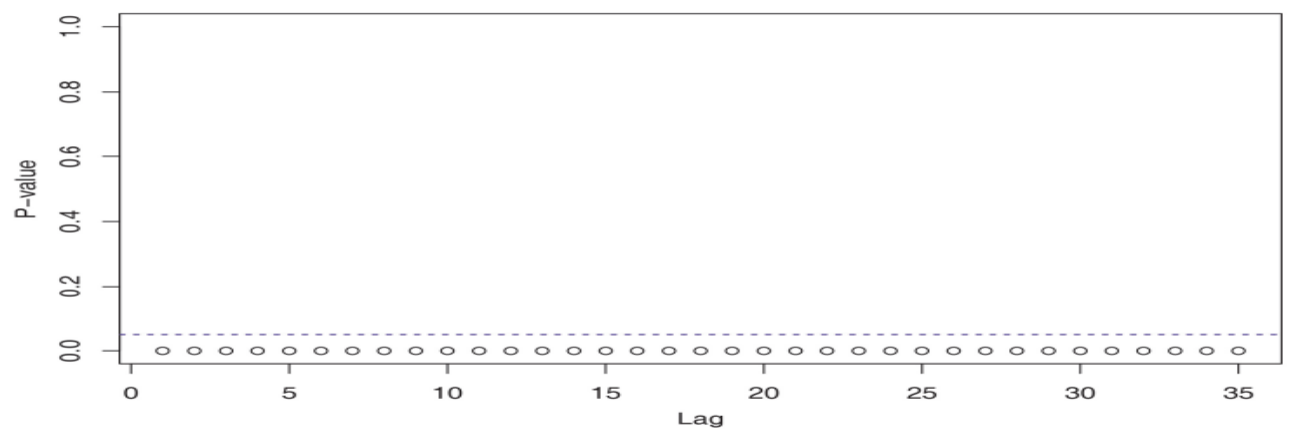
  » 검정통계량 : $nR^2 \sim \chi^2(q)$

- McLeod and Li 검정 : 오차의 제곱항에 대한 륭-박스 검정

3 이분산성 검정

- McLeod and Li 검정





Forecasting Methods

chapter 02

ARIMA 모형의 식별

1 ARIMA 모형 작성의 개요

- ARIMA(p,d,q) 모형

$$W_t = \mu + \phi_1 B W_t + \phi_2 B^2 W_t + \cdots + \phi_p B^p W_t - \theta_1 B \varepsilon_t - \cdots - \theta_q B^q \varepsilon_t + \varepsilon_t$$

$$\rightarrow \Phi(B) W_t = \mu + \Theta(B)\varepsilon_t \quad W_t = \Delta^d Y_t$$

- $\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p, \quad \Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q$

1 ARIMA 모형 작성의 개요

- 박스와 젠킨스(Box and Jenkins, 1976)의 ARIMA(p,d,q) 모형 작성

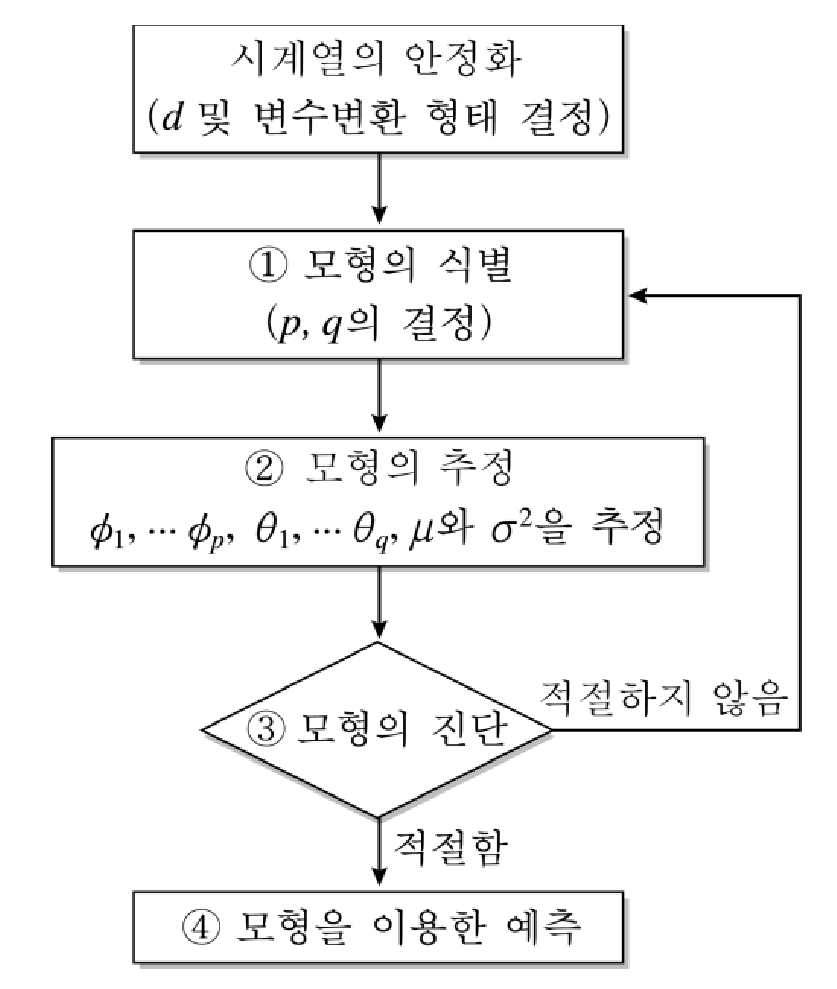
  ① **모형의 식별** : p, d, q를 정하는 것

  ② **모형의 추정** : 미지의 모수를 구함

  ③ **모형의 진단** : 잔차의 임의성 검토

- ARIMA(p,d,q) 모형 작성 → 이 모형으로 예측

1 ARIMA 모형 작성의 개요



2 ARIMA 모형의 식별

- 모형의 식별 : ARIMA(p,d,q)에서 p,d,q를 정하는 것
- 모형간결의 원칙(principle of parsimony)

» 추천 모형 : 저차의 ARIMA 모형

3 불안정시계열의 안정화

- **안정화 : 변수변환, 차분**

» **변수변환**

: 시계열의 분산이 시간에 따라 다를 때, 로그변환, 박스-콕스 변환 등

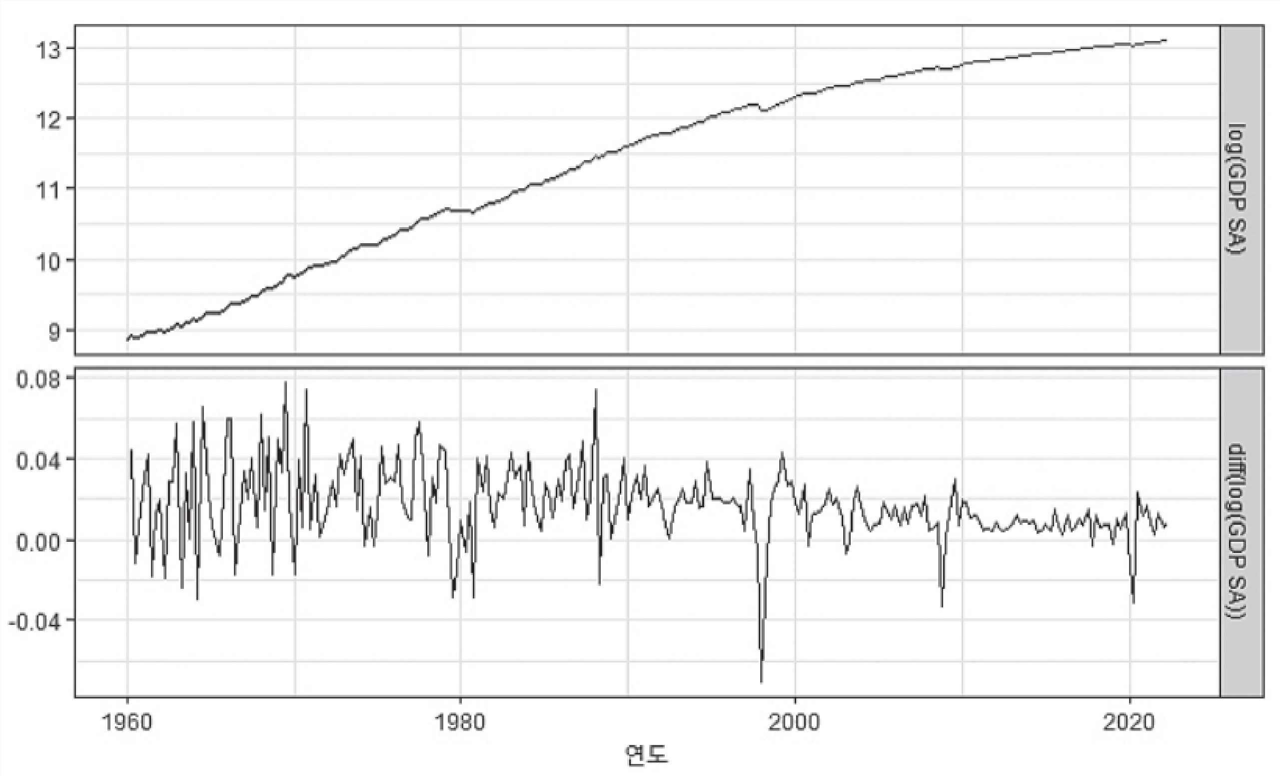
» **차분** : 추세변동과 계절변동 → 일반적 차분과 계절차분

$$\Delta\Delta_s Y_t = \Delta(Y_t - Y_{t-s})$$
$$= (Y_t - Y_{t-s}) - (Y_{t-1} - Y_{t-s-1})$$

- **안정시계열 차분(과대차분) : 구조 복잡하게, 분산 크게**

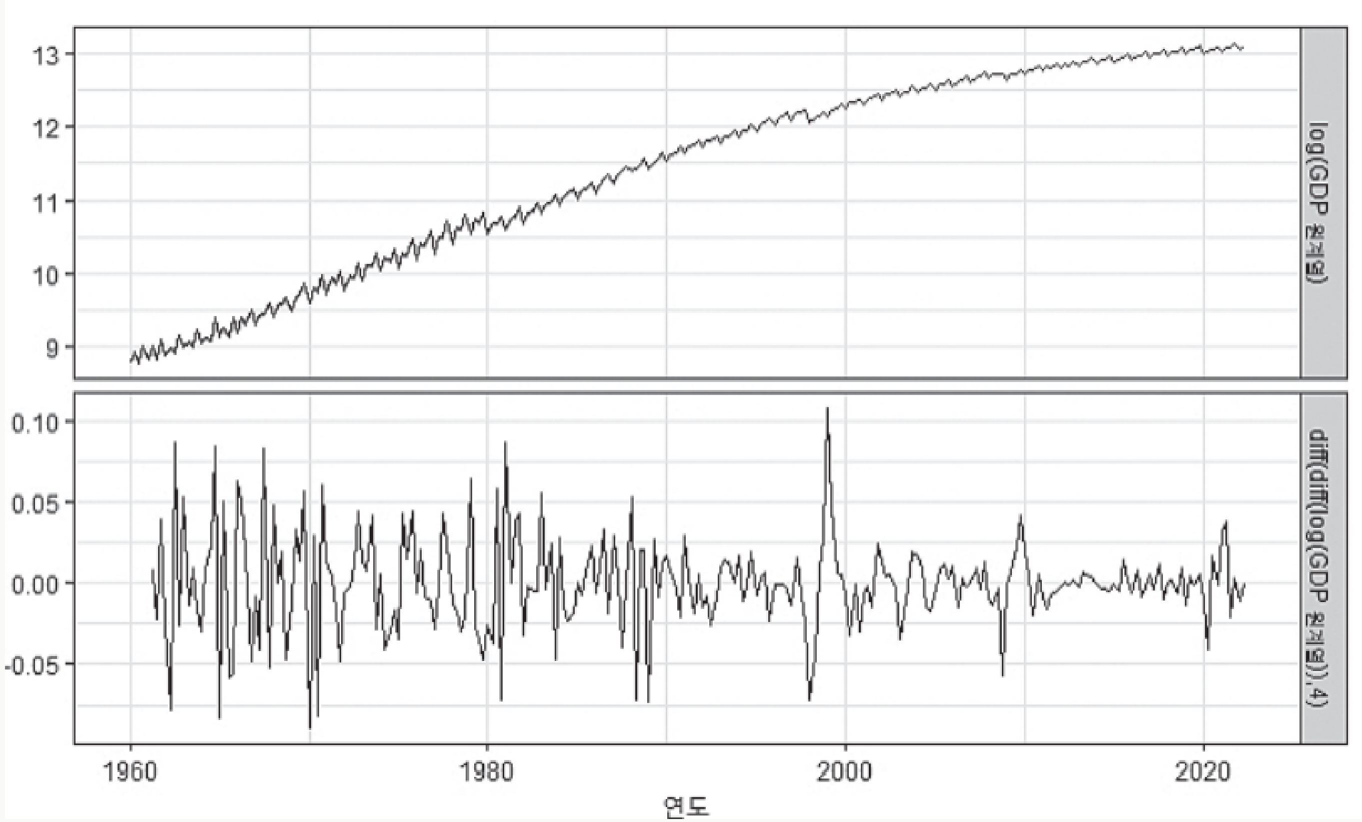
3 불안정시계열의 안정화

- 로그변환된 계절조정 GDP와 1차 차분



3 불안정시계열의 안정화

- 로그변환된 GDP와 4차 차분



4 ARMA 모형의 식별

- 차분하여 안정화된 시계열은 ARMA(p,q) 모형으로 표현 가능
- p, q는 표본자기상관계수와 표본부분자기상관계수를 이용해 정함

구분	자기상관계수	부분자기상관계수
AR(p)	지수적으로 감소하거나 진동하면서 소멸	p 시차 이후에는 0으로 절단
MA(q)	q 시차 이후에는 0으로 절단	지수적으로 감소하거나 진동하면서 소멸
ARMA(p, q)	q 시차 이후부터 소멸	p 시차 이후부터 소멸

4 ARMA 모형의 식별

- AR(p) 모형의 식별 : 표본부분자기상관계수 $\hat{\phi}(h)$로 식별

» 부분상관도표

: $|\hat{\phi}(h)| > \frac{1.96}{\sqrt{n}}, h \le p; |\hat{\phi}(h)| < \frac{1.96}{\sqrt{n}}, h > p \rightarrow AR(p)$

» 상관도표

: $\hat{\rho}(h)$ 지수적으로 감소 또는 진동하면서 소멸

4 ARMA 모형의 식별

- **MA(q) 모형의 식별 : 표본자기상관계수 $\hat{\rho}(h)$로 식별**

» 상관도표

: $|\hat{\rho}(h)| > \frac{1.96}{\sqrt{n}}, h \le q \,; |\hat{\rho}(h)| \le \frac{1.96}{\sqrt{n}}, h > q \rightarrow MA(q)$

» 부분상관도표

: $\hat{\phi}(h)$ 지수적으로 감소 또는 진동하면서 소멸

4 ARMA 모형의 식별

- **ARMA(p,q) 모형의 식별 : 모형선택기준 이용하여 최적의 모형**

» **모형선택방법**

: 후보 모형 중 모형선택기준(AIC, BIC)을 최소로 하는 p와 q 선정

→ '모형 간결의 원칙'에 부합, 적합도가 높은 모형 찾음

$$\mathrm{AIC} = n\ln(\hat{\sigma}^2) + 2(p+q)$$

$$\mathrm{BIC} = n\ln(\hat{\sigma}^2) + \ln(n)\cdot(p+q)$$

» **후보모형**

: AR(1), AR(2), AR(3), MA(1), MA(2), MA(3),

ARMA(1,1), ARMA(1,2), ARMA(2,1)

4 ARMA 모형의 식별

- **계절형 ARIMA 모형 : ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)s**

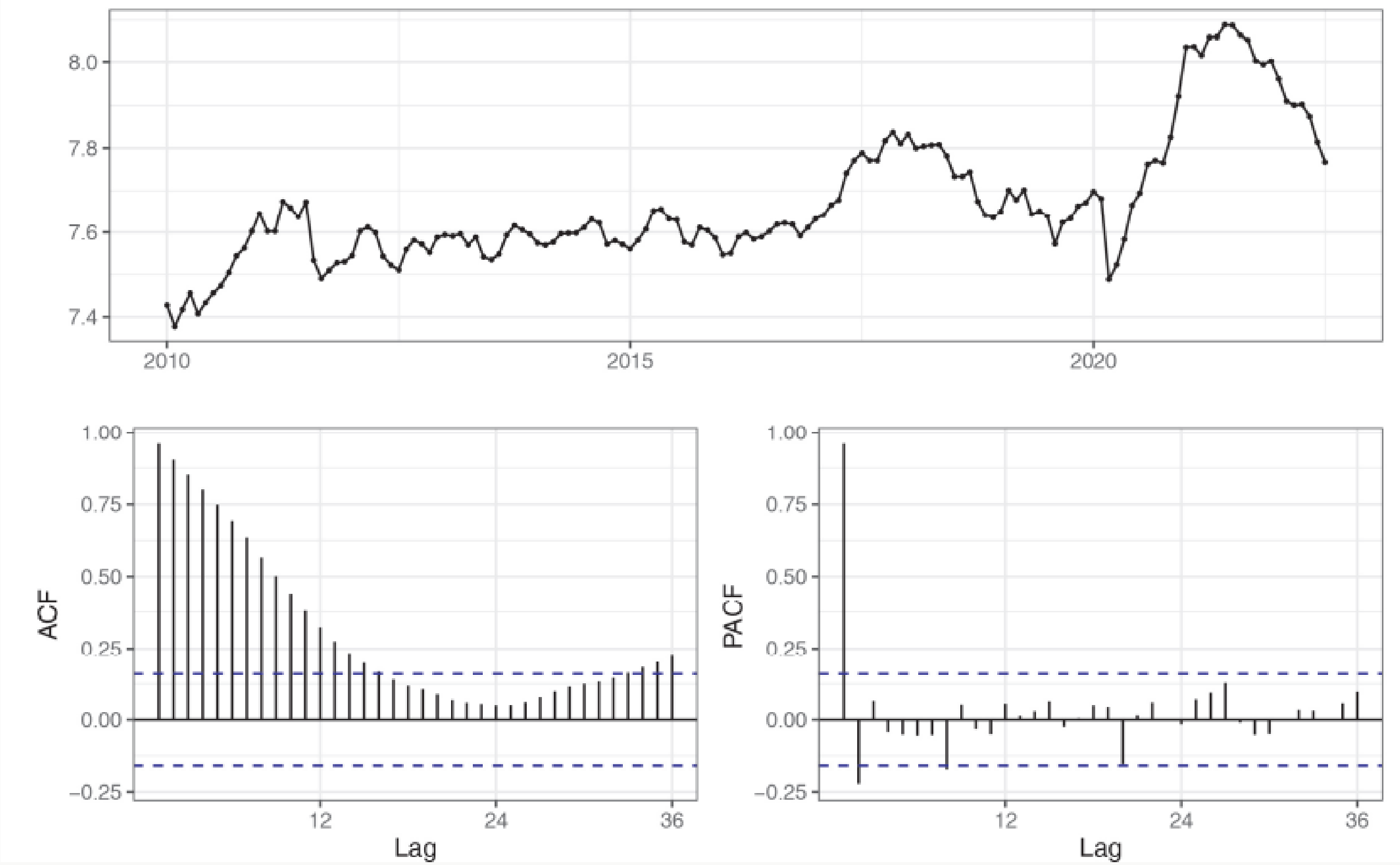
$$\phi_p(B)\Phi_P(B^S)\Delta_S^D\Delta^d Y_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^S)\varepsilon_t$$

» **식별방법**

: 계절시차의 표본자기상관계수 및 부분자기상관계수의 움직임으로 P, D, Q를 정함

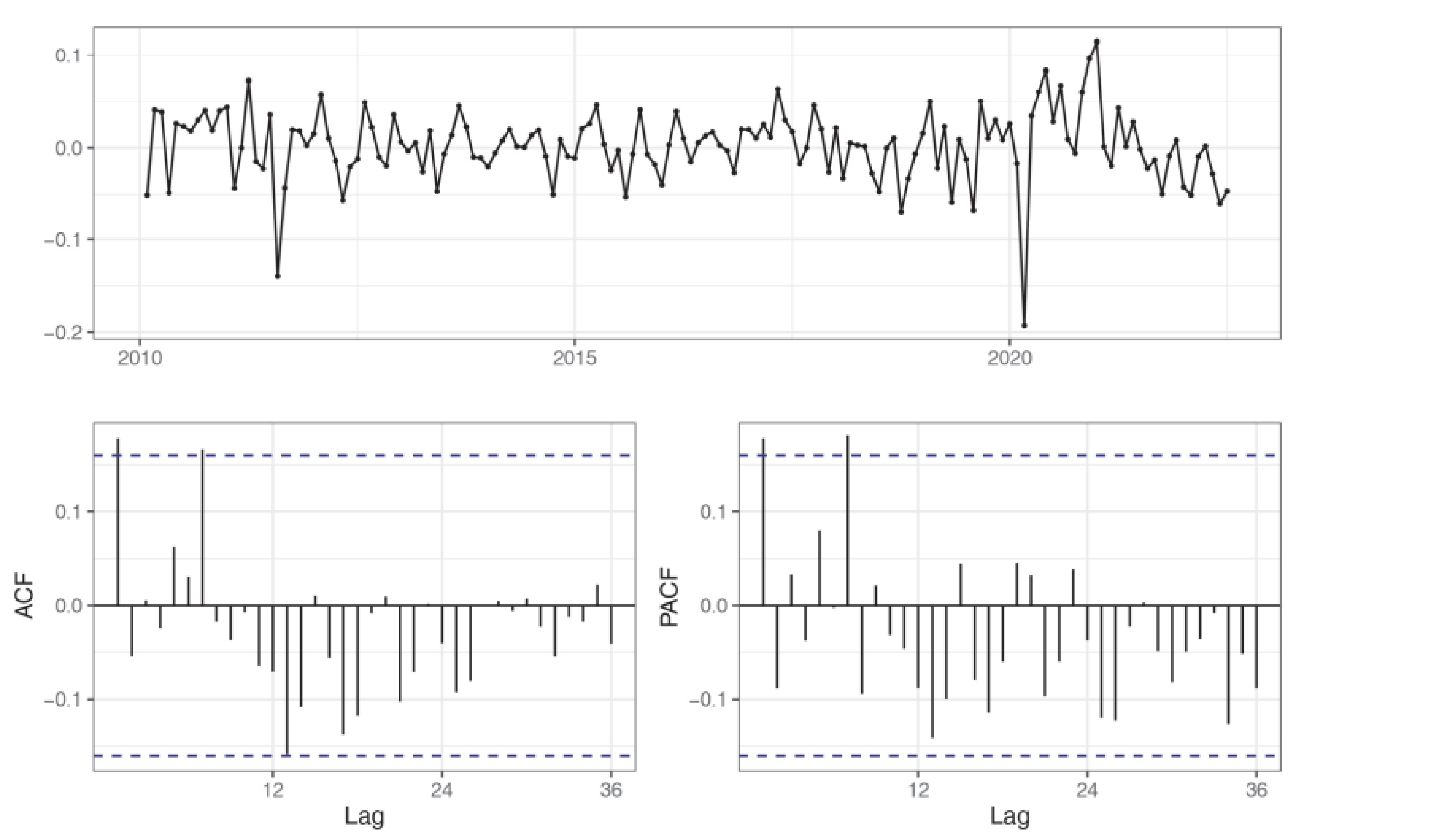
4 ARMA 모형의 식별

- 로그변환된 종합주가지수의 식별



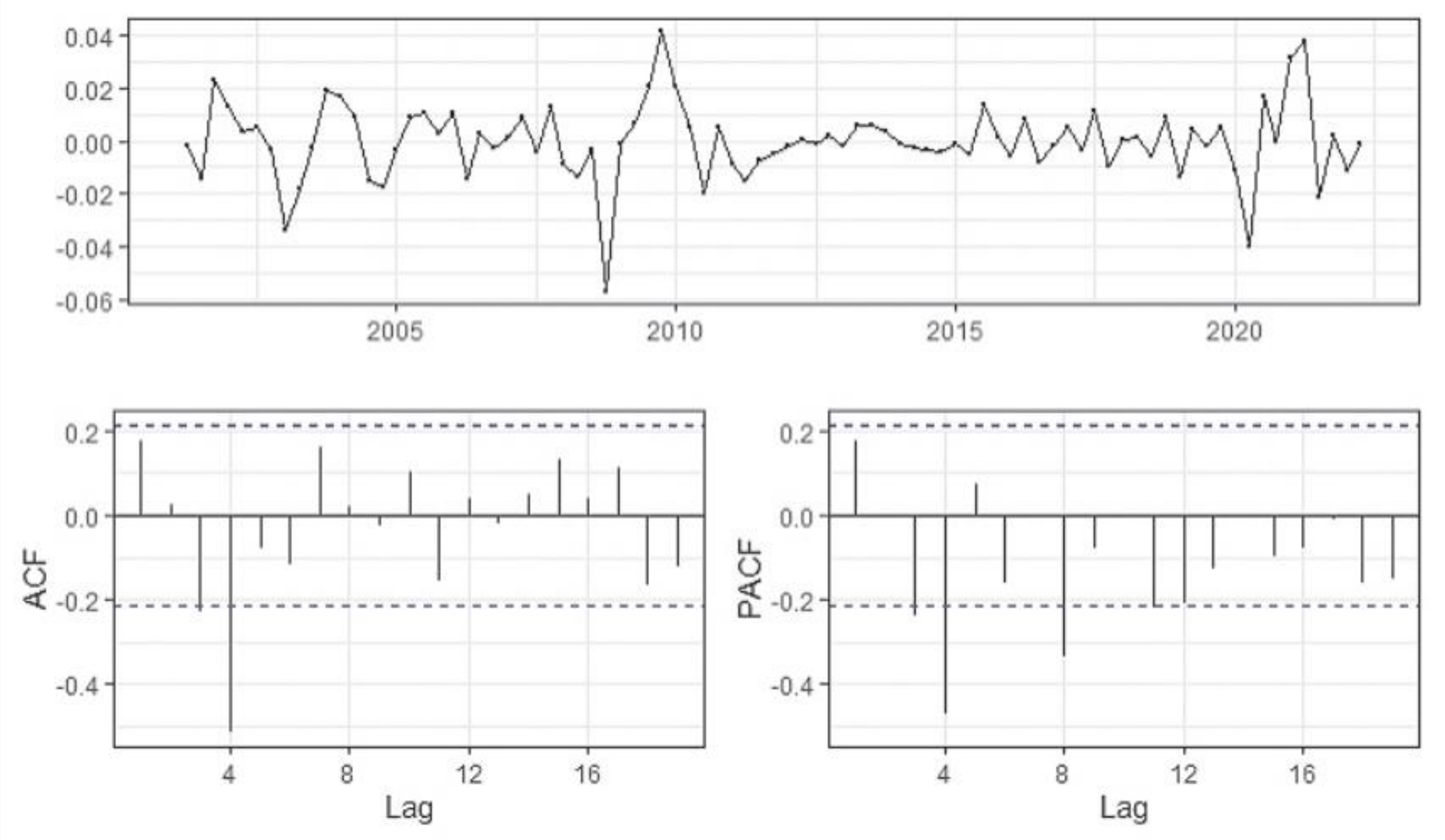
4 ARMA 모형의 식별

- 로그변환된 종합주가지수의 1차 차분계열의 식별



4 ARMA 모형의 식별

- 로그변환된 GDP 1차, 4차 차분계열의 식별



Forecasting
Methods

chapter
03

R을 이용한 실습

Forecasting Methods

한국방송통신대학교

다음시간안내

08 | 시계열모형을 이용한 예측(2)

Forecasting Methods