한국방송통신대학교

Forecasting Methods

예측방법론
Forecasting Methods

06 강

시계열모형(2)

통계·데이터과학과 **이긍희** 교수

Forecasting Methods

한국방송통신대학교

목차

CONTENTS

Forecasting Methods

Forecasting Methods

chapter 01

불안정시계열모형

1 확률보행모형

- **확률보행(random walk)모형** :

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

- **확률보행모형의 평균, 분산과 자기상관계수**

$$E(Y_t) = 0$$

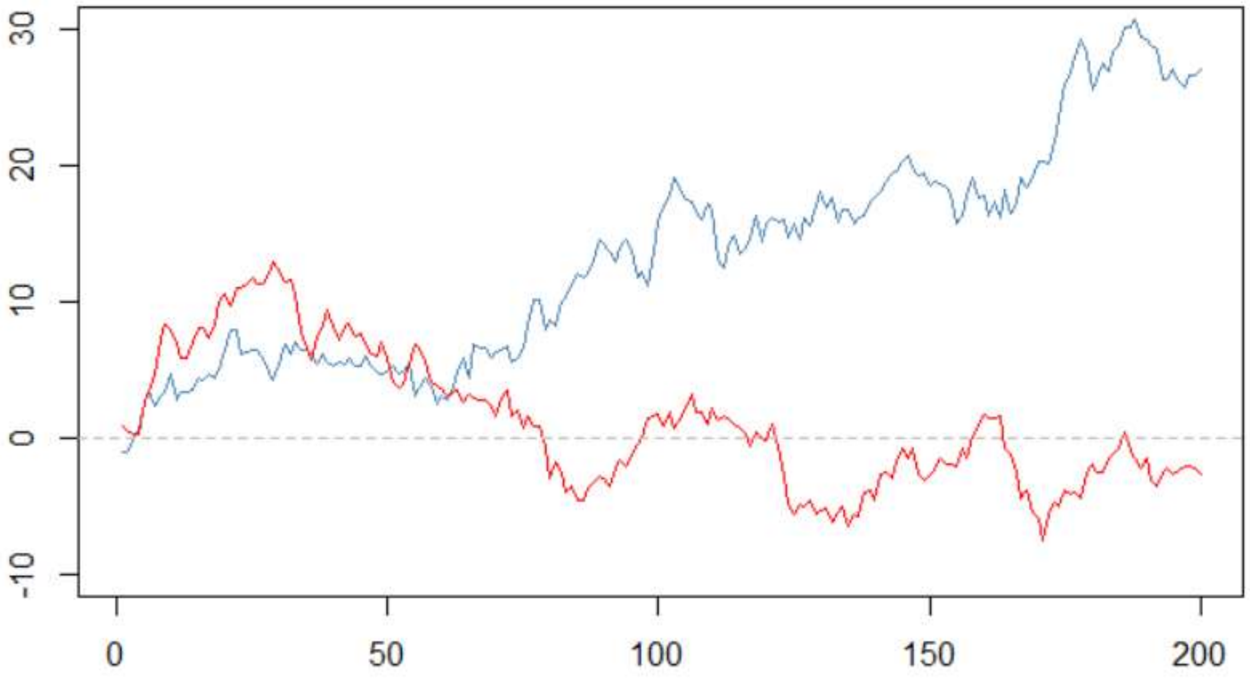
$$Var(Y_t) = t \cdot \sigma^2$$

$$\rho(h) = \frac{t \cdot \sigma^2}{\sqrt{t \cdot \sigma^2}\sqrt{(t+h)\sigma^2}} = \sqrt{\frac{t}{t+h}}$$

1 확률보행모형

- **확률보행**(random walk)**모형** :

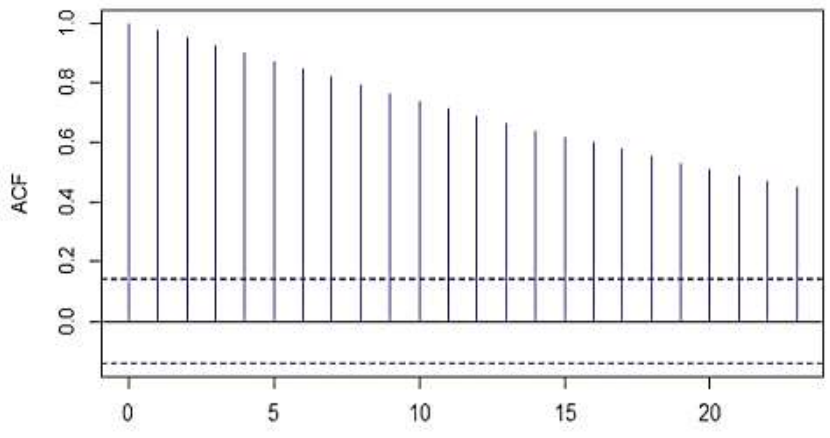
$$Y_t = \delta + Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad E(Y_t) = t \cdot \delta$$

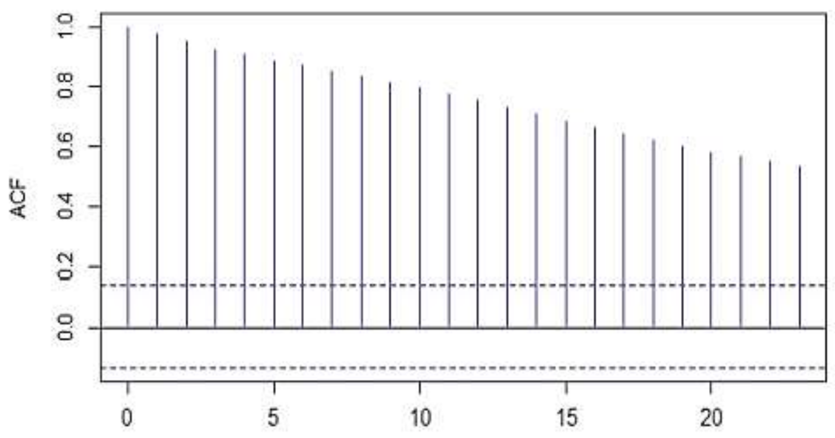


1 확률보행모형

- 확률보행모형 시계열의 상관도표

$\delta = 0$	$\delta = 0.05$

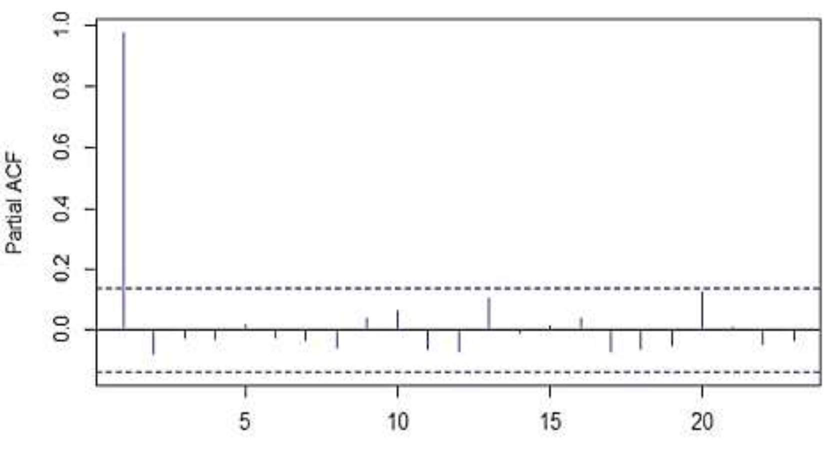


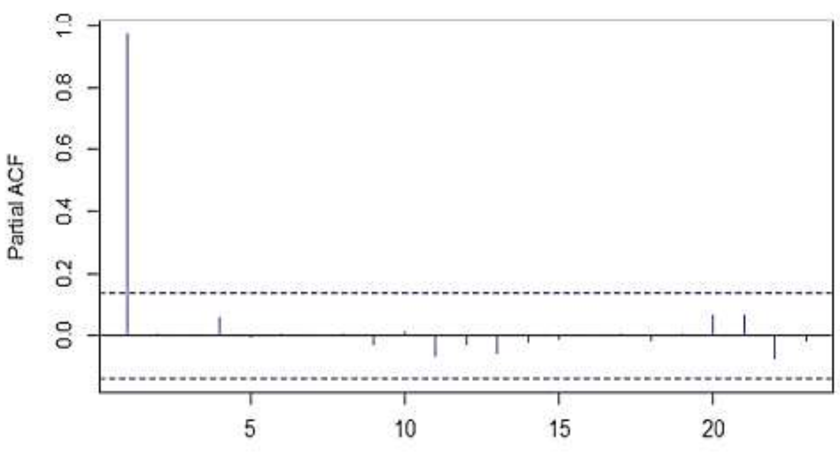


1 확률보행모형

- **확률보행모형 시계열의 부분상관도표**

$\delta=0$	$\delta=0.05$

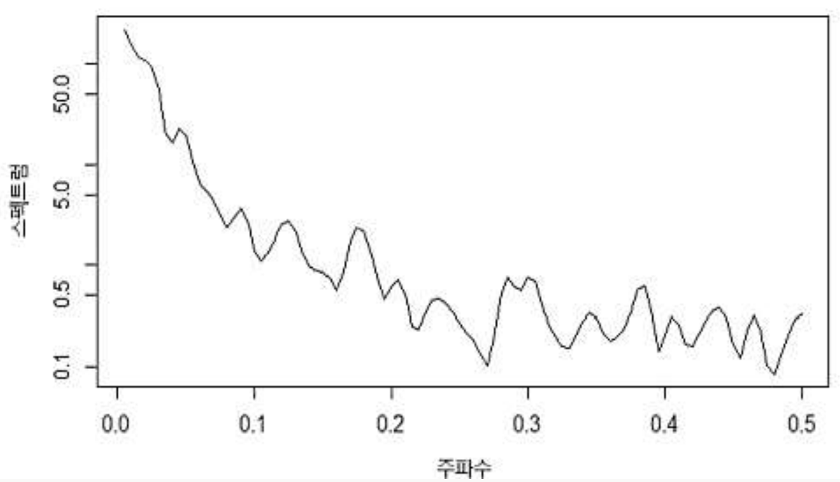


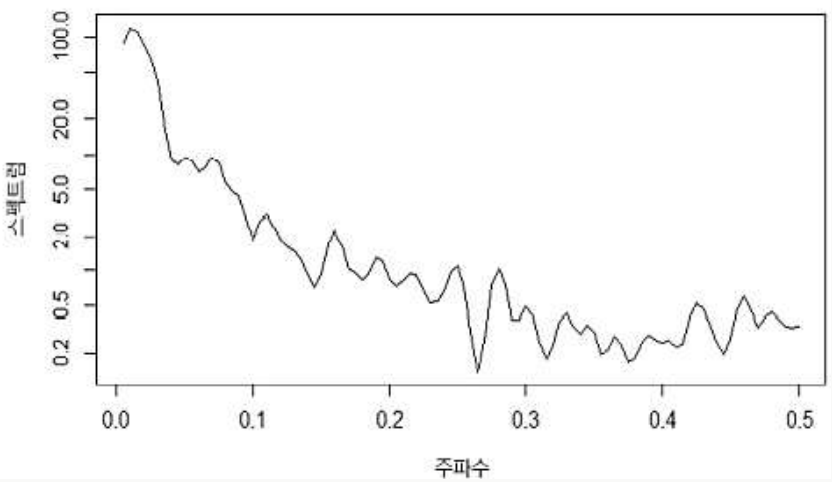


1 확률보행모형

- **확률보행모형 시계열의 스펙트럼**

$\delta=0$	$\delta=0.05$





2 차분

- 확률보행모형의 시계열 : 차분하면 백색잡음계열 → 안정시계열모형

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Rightarrow \Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = \varepsilon_t$$

» 2차 차분 $\Delta^2 Y_t = \Delta(\Delta Y_t) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}$

» 계절 차분 $\Delta^s Y_t = Y_t - Y_{t-s}$

3 ARIMA모형

- ARIMA(Auto–Regressive Integrated Moving Average) **모형** : **시계열을 차분해서** ARMA **모형이 되는 모형**

- ARIMA(p,d,q) :

$$W_t = \Delta^d Y_t$$

$$W_t = \phi_0 + \phi_1 W_{t-1} + \cdots + \phi_p W_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

$$\Phi_p(B) W_t = \phi_0 + \Theta_q(B)\varepsilon_t, \;\; \Phi_p(B) = 1 - \sum_{j=1}^{p} \phi_j B^j, \;\; \Theta_q(B) = 1 + \sum_{j=1}^{q} \theta_j B^j$$

3 ARIMA모형

- ARIMA(1,1,1) **모형** :

$$\Delta Y_t = \phi_0 + \phi \Delta Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

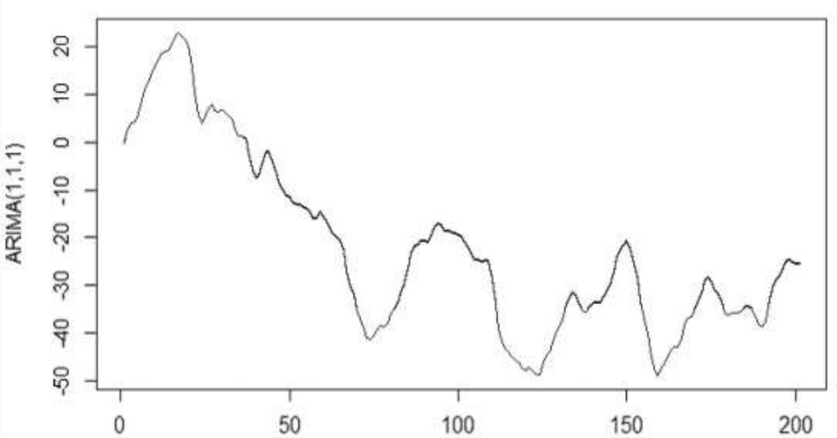
- ARIMA **표현**

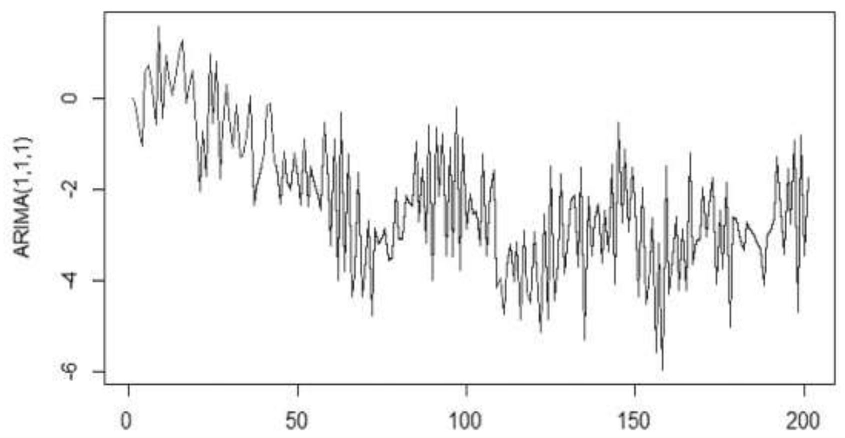
모형명	ARIMA 표현
확률보행모형	ARIMA(0,1,0)
AR(p) 모형	ARIMA(p,0,0)
MA(q) 모형	ARIMA(0,0,q)
ARMA(p,q) 모형	ARIMA(p,0,q)

3 ARIMA모형

- ARIMA(1,1,1) **모형의 시계열**

$\theta_1 = 0.6,\ \ \phi_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6,\ \ \phi_1 = -0.6$

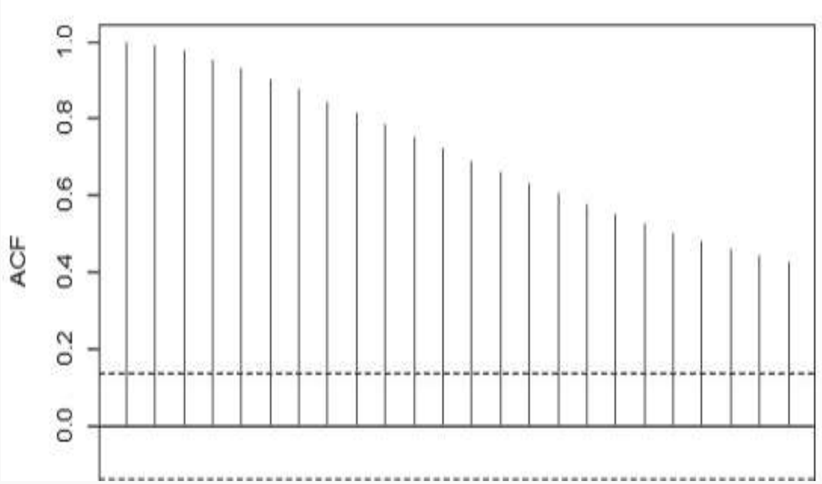


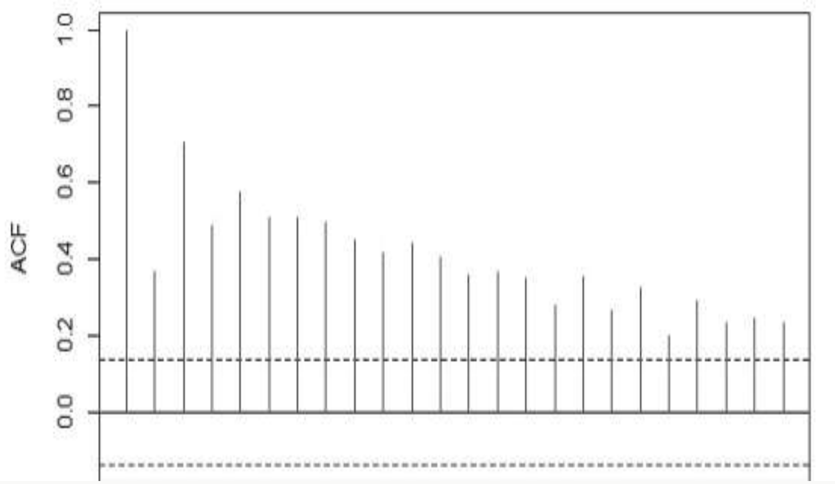


3 ARIMA모형

- ARIMA(1,1,1) **모형 시계열의 상관도표**

$\theta_1 = 0.6,\ \phi_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6,\ \phi_1 = -0.6$

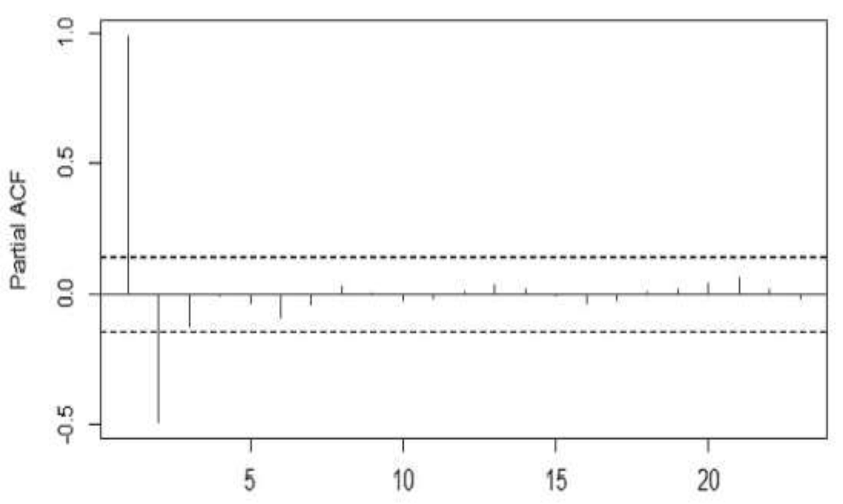


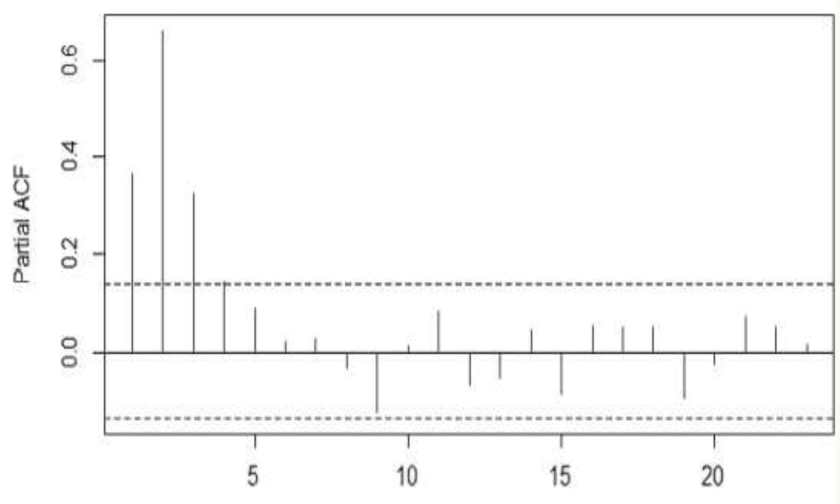


3 ARIMA모형

- ARIMA(1,1,1) **모형 시계열의 부분상관도표**

$\theta_1 = 0.6,\ \phi_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6,\ \phi_1 = -0.6$

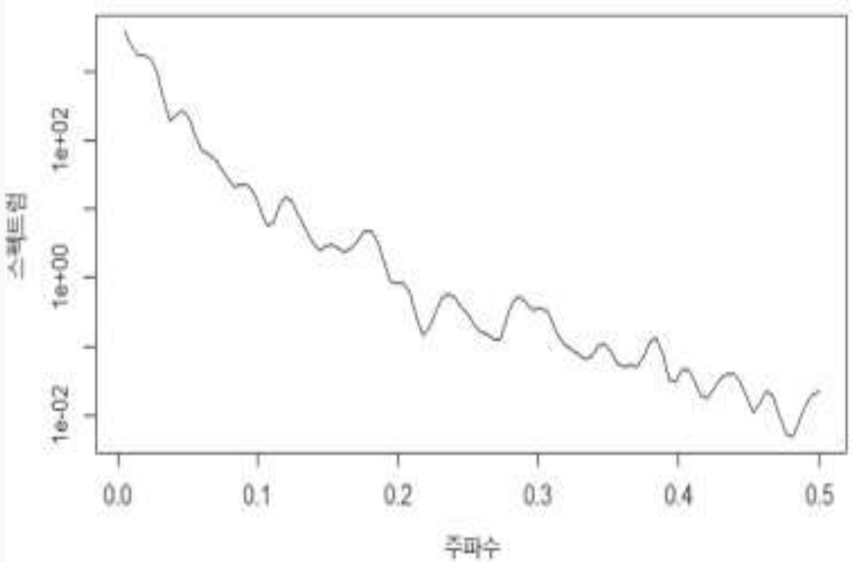


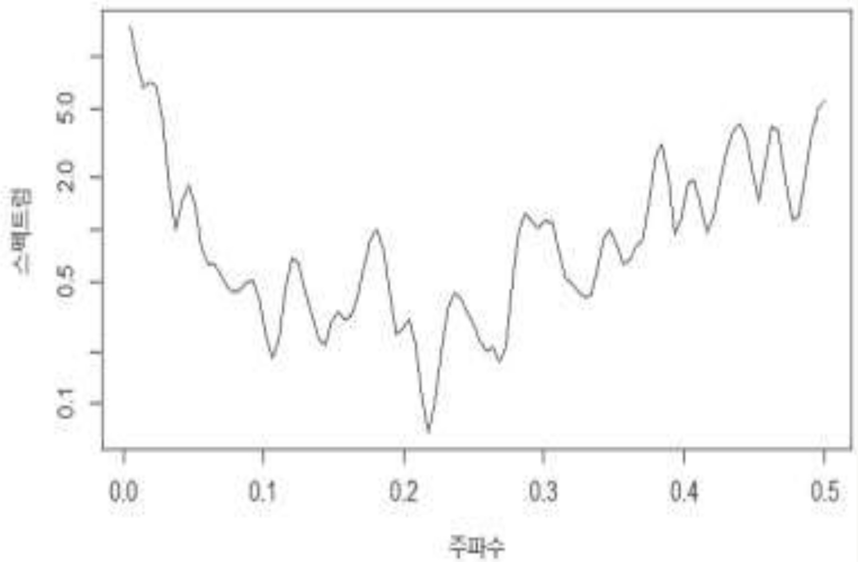


3 ARIMA모형

- ARIMA(1,1,1) **모형 시계열의 스펙트럼**

$\theta_1 = 0.6,\ \phi_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6,\ \phi_1 = -0.6$





4 계절 ARIMA모형

- **계절** ARIMA**모형** : **계절변동이 포함된** ARIMA**형태 모형**

» ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)s
: (p,d,q) 비계절변동 부분, (P,D,Q)s 계절변동 부분
월 S=12, 분기 S=4

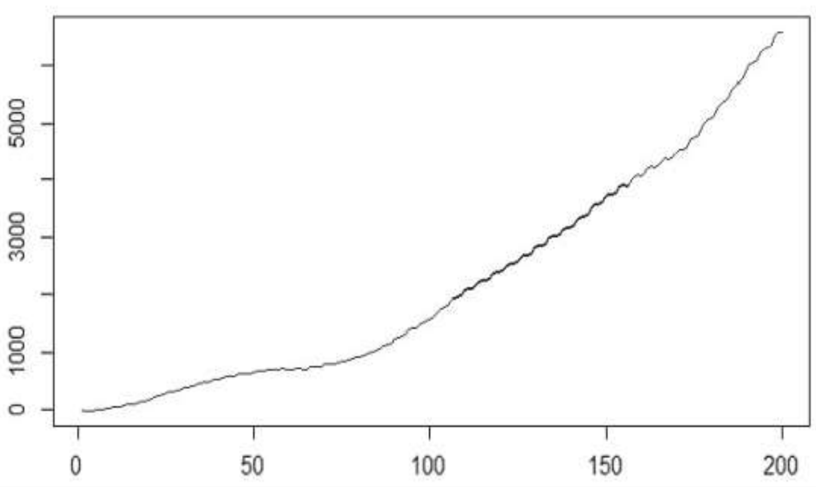
- ARIMA(1,1,1)(1,1,1)4 :

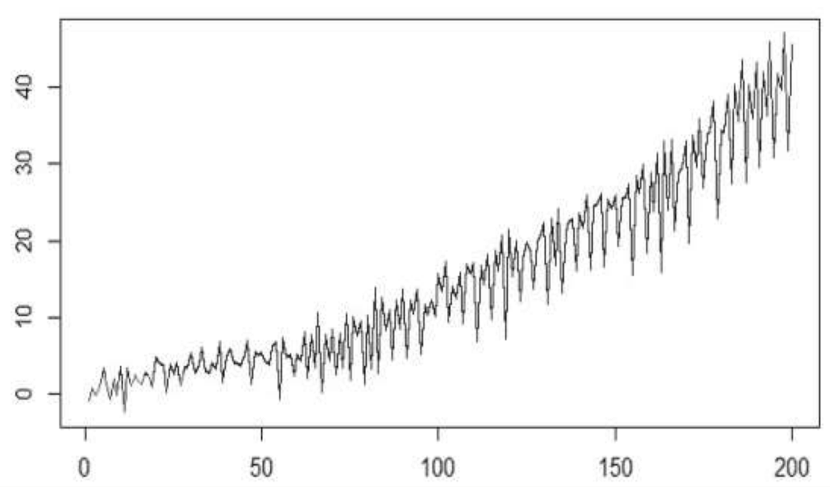
$$(1-\phi_1 B)(1-\Phi_1 B^4)(1-B)(1-B^4)Y_t$$
$$=(1+\theta_1 B)(1+\Theta_1 B^4)\varepsilon_t$$

4 계절 ARIMA모형

- ARIMA(1,1,1)(1,1,1)4 모형의 시계열

$\theta_1 = 0.6,\ \phi_1 = 0.6$ $\Theta_1 = 0.6,\ \Phi_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6,\ \phi_1 = -0.6$ $\Theta_1 = -0.6,\ \Phi_1 = -0.6$

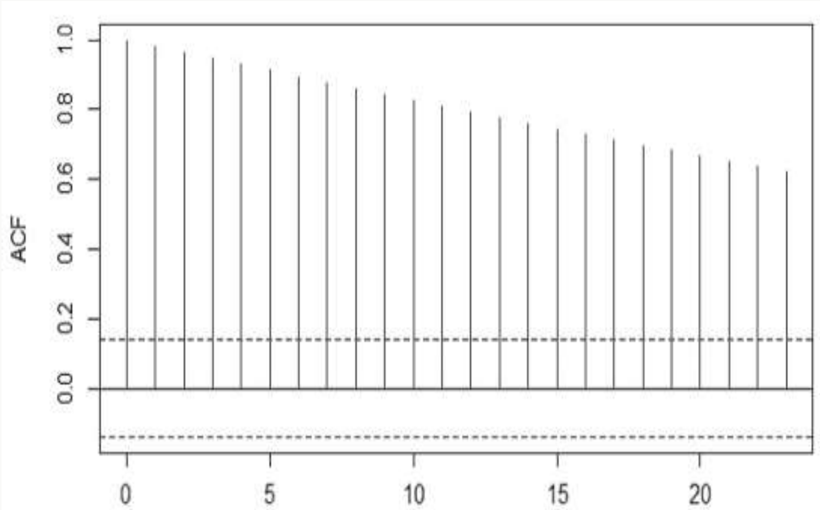


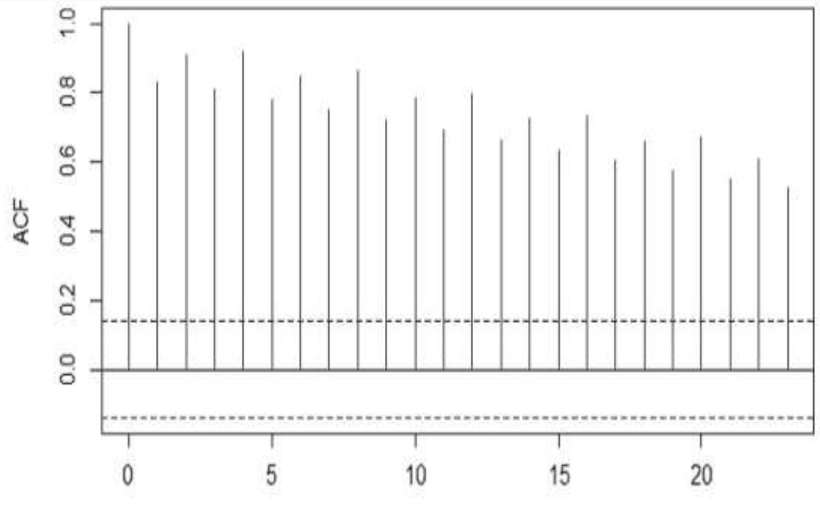


4 계절 ARIMA모형

- ARIMA(1,1,1)(1,1,1)4 **모형 시계열의 상관도표**

$\theta_1 = 0.6,\ \phi_1 = 0.6$ $\Theta_1 = 0.6,\ \Phi_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6,\ \phi_1 = -0.6$ $\Theta_1 = -0.6,\ \Phi_1 = -0.6$

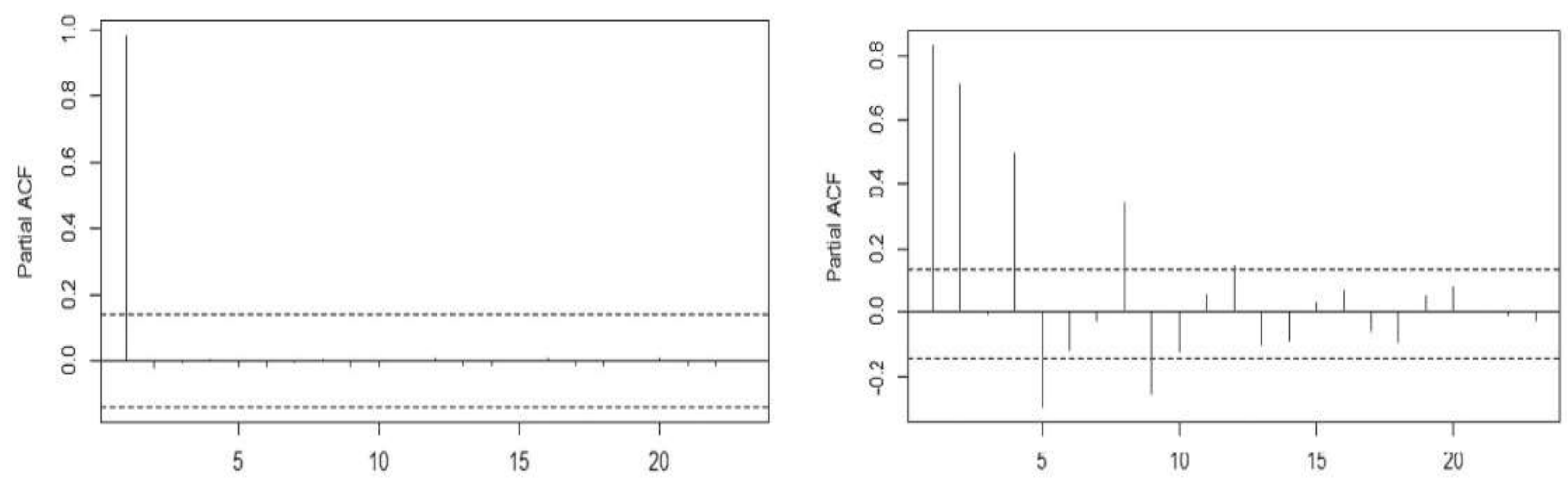




4 계절 ARIMA모형

- ARIMA(1,1,1)(1,1,1)4 **모형 시계열의 부분상관도표**

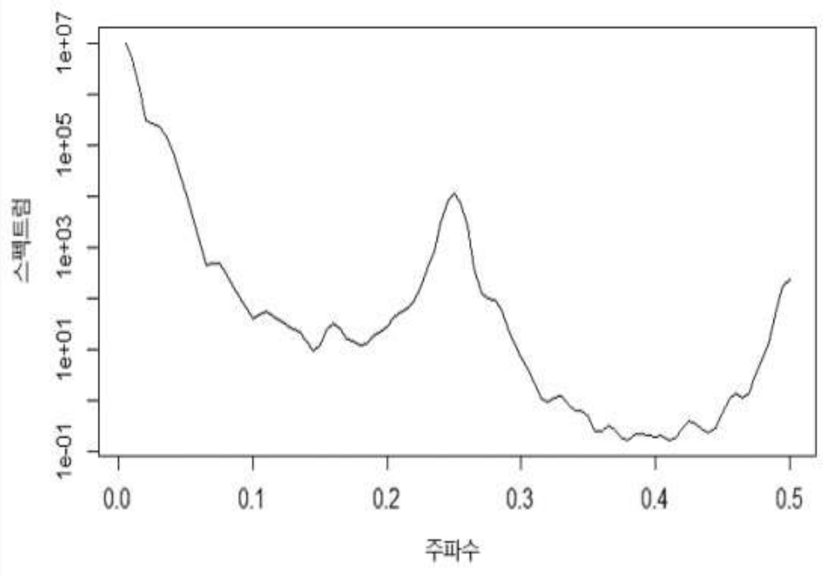
$\theta_1 = 0.6,\ \phi_1 = 0.6$ $\Theta_1 = 0.6,\ \Phi_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6,\ \phi_1 = -0.6$ $\Theta_1 = -0.6,\ \Phi_1 = -0.6$

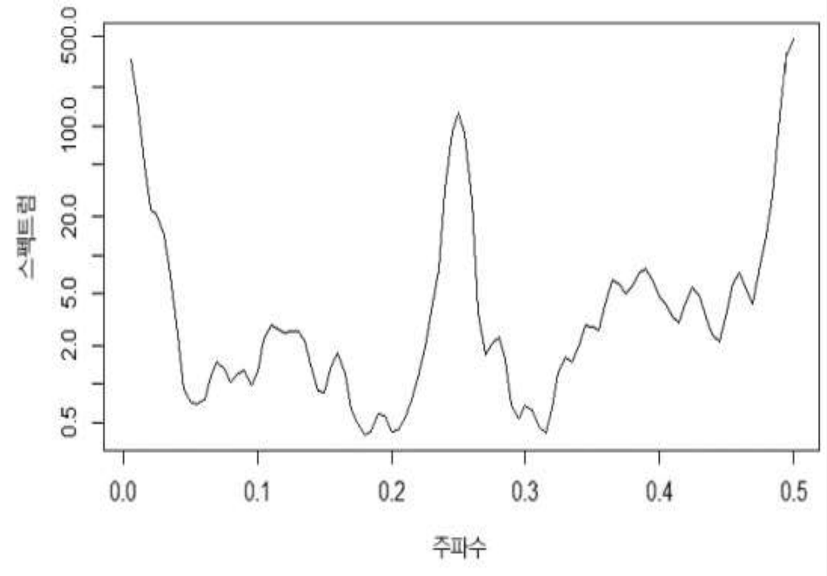


4 계절 ARIMA모형

- ARIMA(1,1,1)(1,1,1)4 **모형 시계열의 스펙트럼**

$\theta_1 = 0.6,\ \phi_1 = 0.6$ $\Theta_1 = 0.6,\ \Phi_1 = 0.6$	$\theta_1 = -0.6,\ \phi_1 = -0.6$ $\Theta_1 = -0.6,\ \Phi_1 = -0.6$





Forecasting
Methods

chapter 02

비선형 시계열모형

1 비선형 시계열모형의 개요

- 시계열은 선형적으로 움직이지 않고 비선형적으로 움직임
  → 비선형 시계열모형

$$Y_t = f(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \cdots, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \cdots) + h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \cdots)\varepsilon_t$$

- 비선형 모형 : 이선형 모형, TAR 모형,
  GARCH 모형

2 이선형 모형

- **비선형 시계열모형은 테일러 근사화를 통해 선형화**

$$Y_t = f(Y_{t-1}, \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t$$

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{q} \alpha_{kl} Y_{t-1}^{k} \varepsilon_{t-1}^{l} + \varepsilon_t$$

- **이선형 모형** : Granger and Andersen

$$Y_t = \mu + \sum_{i=1}^{p} \phi_i Y_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \varepsilon_{t-j} + \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{q} \alpha_{ij} Y_{t-i} \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$

3 TAR 모형

- TAR(Treshold Auto–Regressive) **모형 : 시차변수의 값을 임계값과 비교하여 AR 모형을 달리하는 시계열모형**

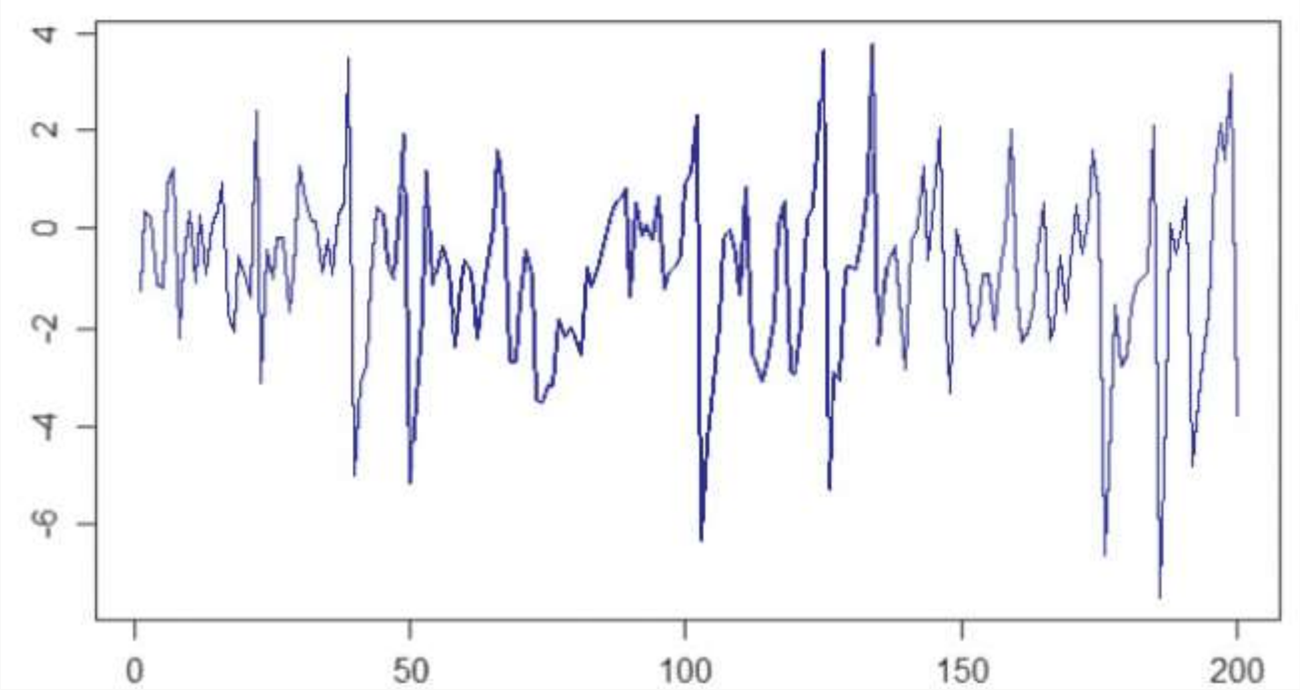
$$Y_t = \begin{cases} \phi_{1,0} + \sum_{j=1}^{p_1} \phi_{1,j} Y_{t-j} + \sigma_1 \varepsilon_{1,t}, & Y_{t-d} \le r \\ \phi_{2,0} + \sum_{j=1}^{p_2} \phi_{2,j} Y_{t-j} + \sigma_2 \varepsilon_{2,t}, & Y_{t-d} > r \end{cases}$$

- TAR(1)**모형**

$$Y_t = \begin{cases} 0.7Y_{t-1} + \varepsilon_{1,t}, & Y_{t-1} \le 0.5 \\ -0.9Y_{t-1} + 2\varepsilon_{2,t}, & Y_{t-1} > 0.5 \end{cases}$$

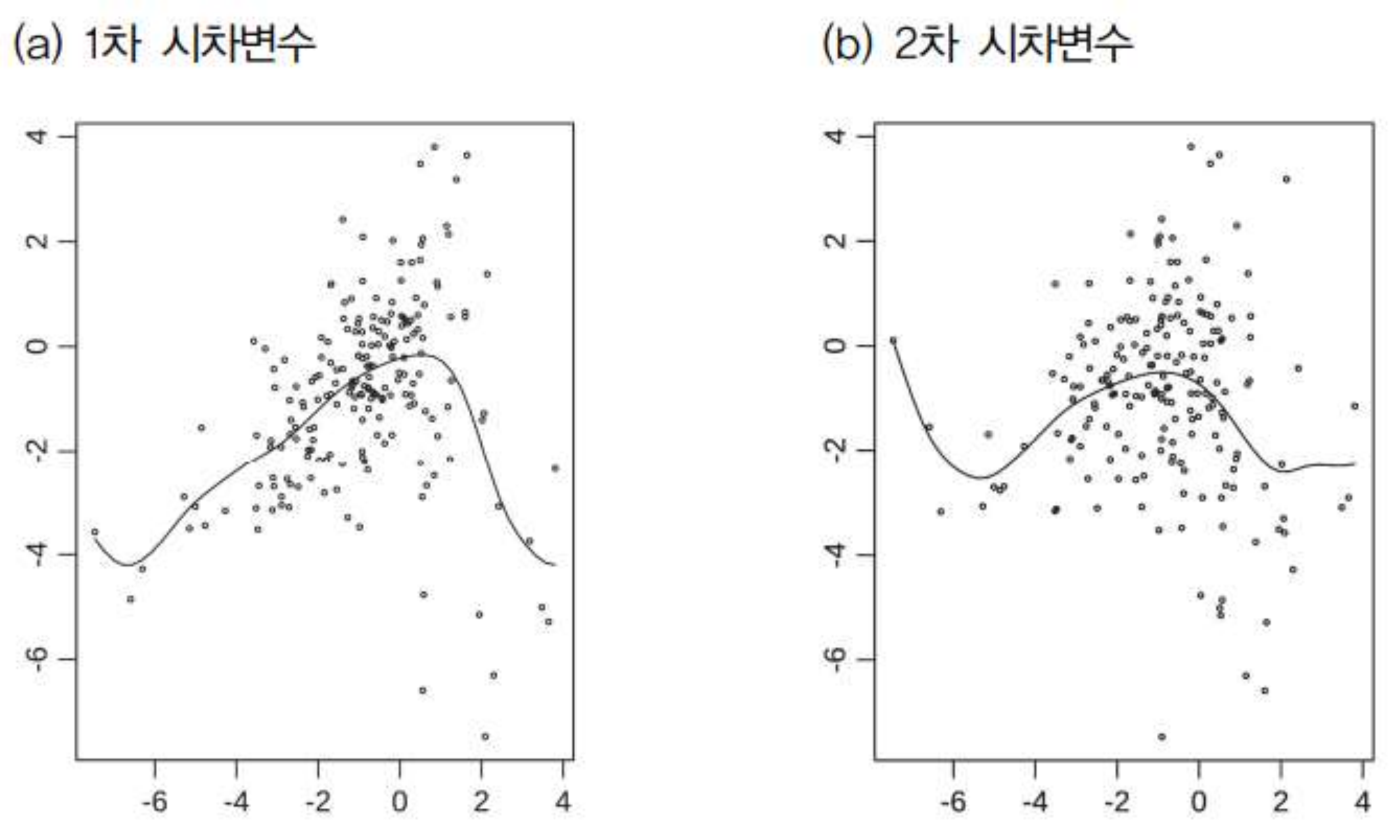
3 TAR 모형

- TAR(1) **모형의 시계열**



3 TAR 모형

- TAR(1) **모형 시계열의 시차변수의 산점도**



4 GARCH 모형

- 종합주가지수의 일별 수익률은 백색잡음계열처럼 보이나, 수익률의 제곱인 변동성에는 밀집현상과 지속성이 나타남
- 시계열의 변동성인 분산은 시간에 따라 특정 기간에는 커지거나 작아짐
  → 분산의 변화는 오차항의 제곱을 조건부로 파악
- 조건부 이분산의 움직임 분석 → 변동성이 시간의 흐름에 따라 달라지는 측면 포착 가능

4 GARCH 모형

- **자기회귀적 조건부 이분산**(Auto–Regressive Conditional Heteroscedasty: ARCH) **모형** : **엥글**(Engle, 1982) **개발**

→ **분산의 변화** : **오차항의 제곱을 조건부로 파악**

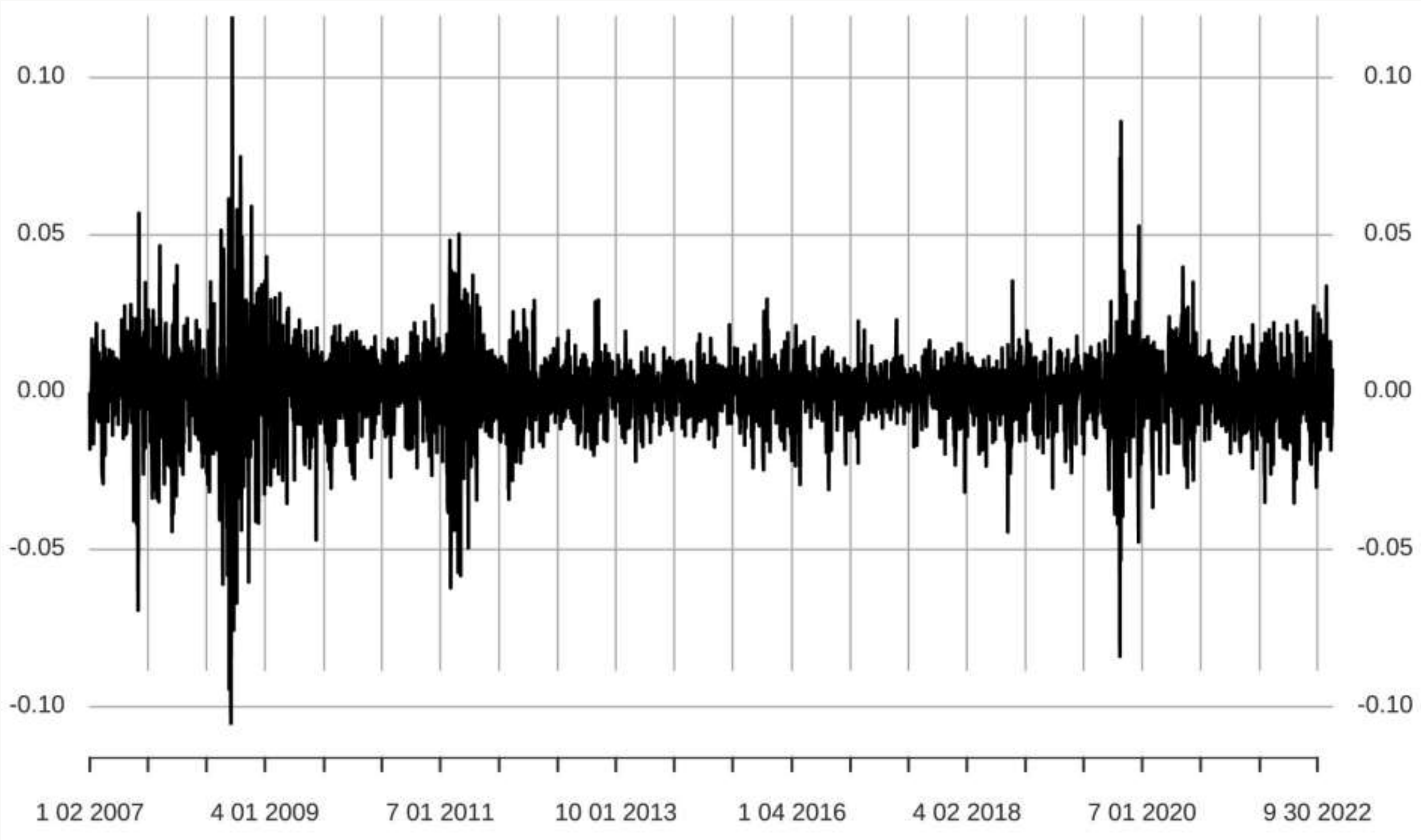
$$r_t \sim \mathrm{ARCH}(q)$$

$$r_t = \sigma_{t|t-1} \cdot \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim i.i.d.N(0,1)$$

$$\sigma^2_{t|t-1} = \alpha_0 + \alpha_1 r^2_{t-1} + \alpha_2 r^2_{t-2} + \cdots + \alpha_q r^2_{t-q}$$

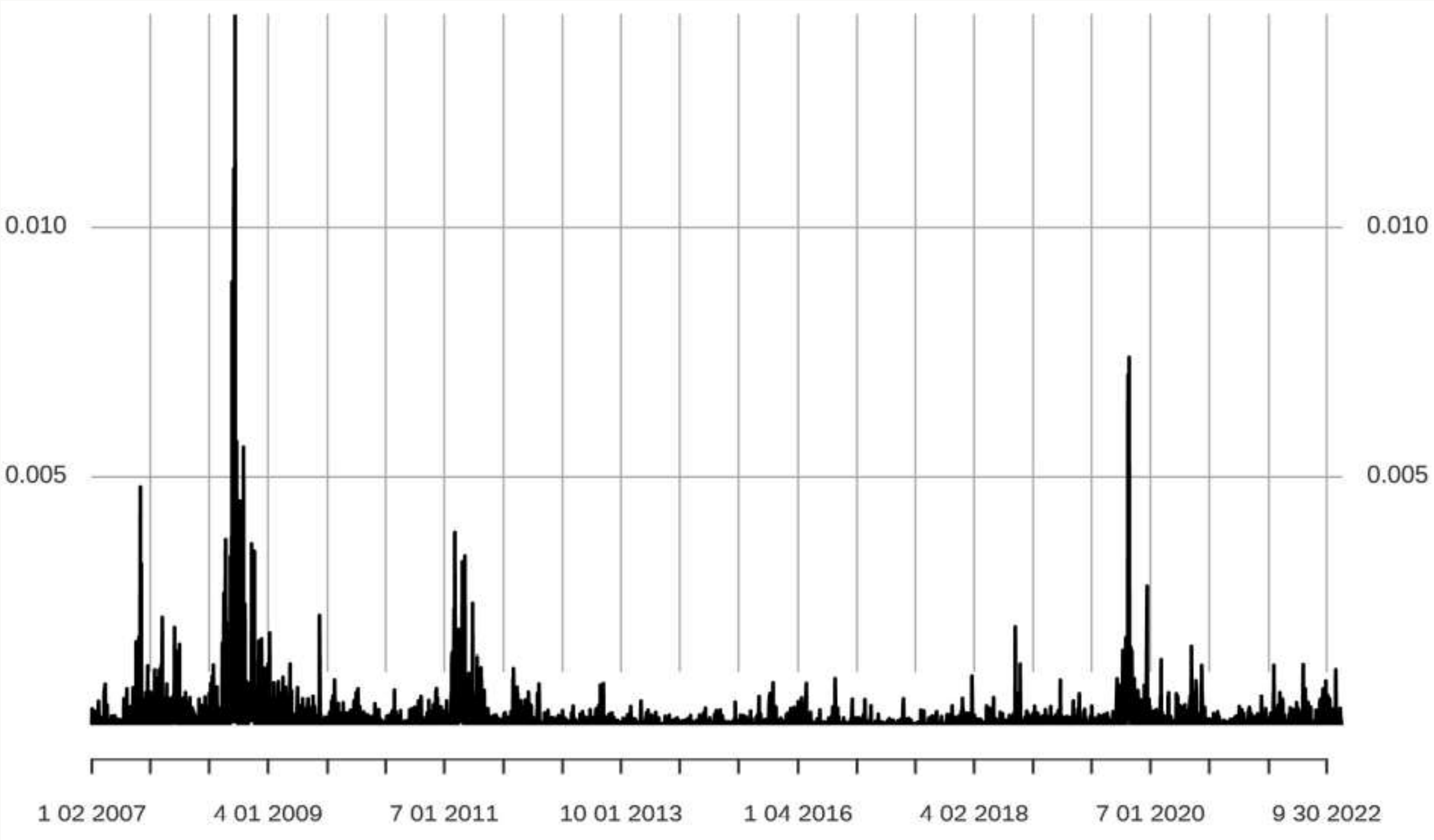
4 GARCH 모형

- KOSPI 수익률



4 GARCH 모형

- KOSPI 수익률의 변동성(수익률의 제곱)



4 GARCH 모형

- ARCH 모형의 기본적 특징

① 시계열 r_t의 조건부분산이 시간에 따라 변하며, r_t^2이 안정성의 조건을 충족시키는 경우 비조건부분산은 항상 일정

② 시계열 r_t는 정규분포보다 꼬리가 두꺼움

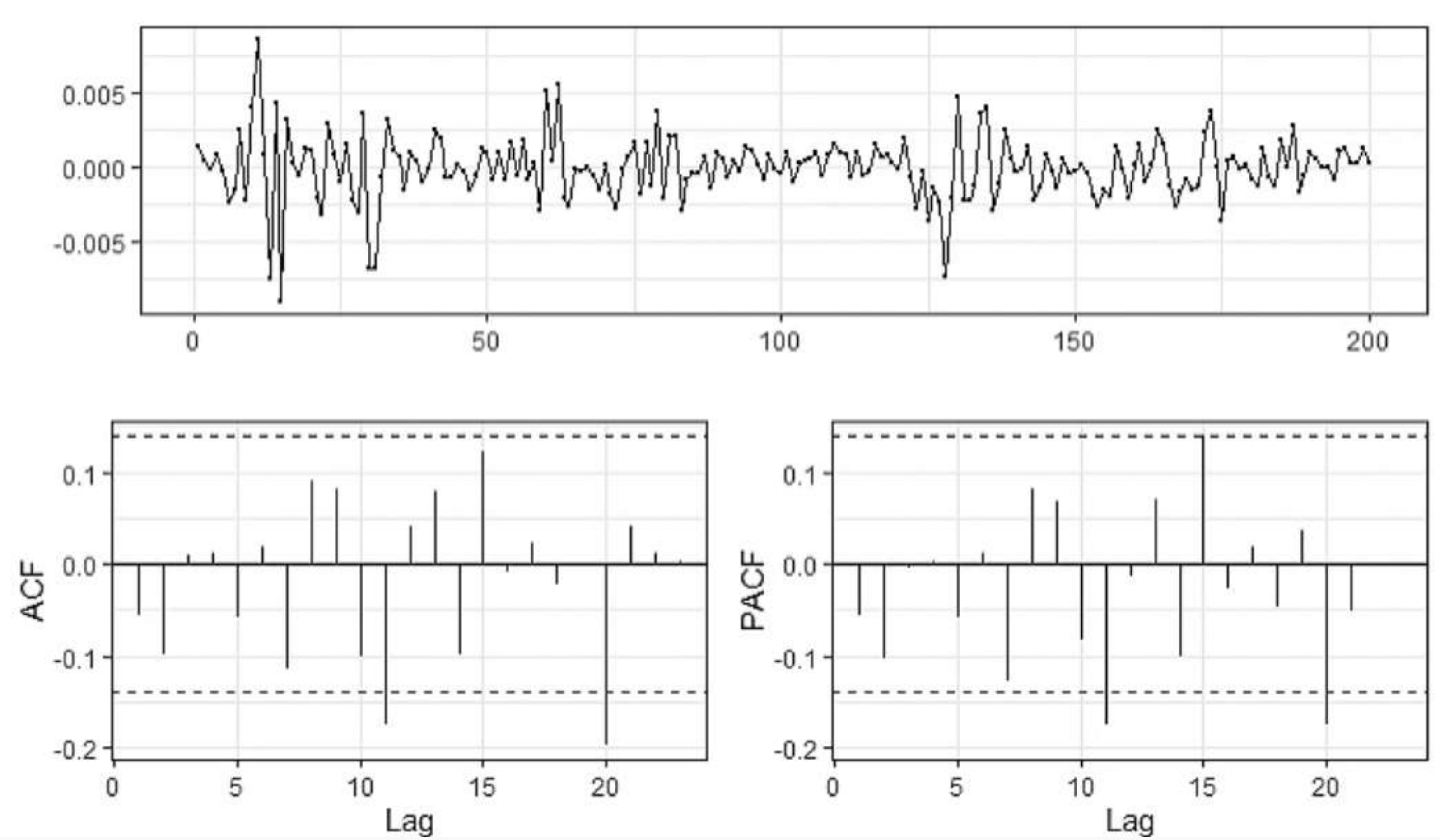
4 GARCH 모형

- GARCH **모형** : AR **모형 형태** ARCH **모형을** ARMA **모형 형태로 일반화**
- GARCH(p,q) **모형** :

$$\sigma^2_{t|t-1} = \alpha_0 + (\alpha_1 r^2_{t-1} + \cdots + \alpha_q r^2_{t-q}) + (\beta_1 \sigma^2_{t-1|t-2} + \cdots + \beta_p \sigma^2_{t-p|t-p-1})$$

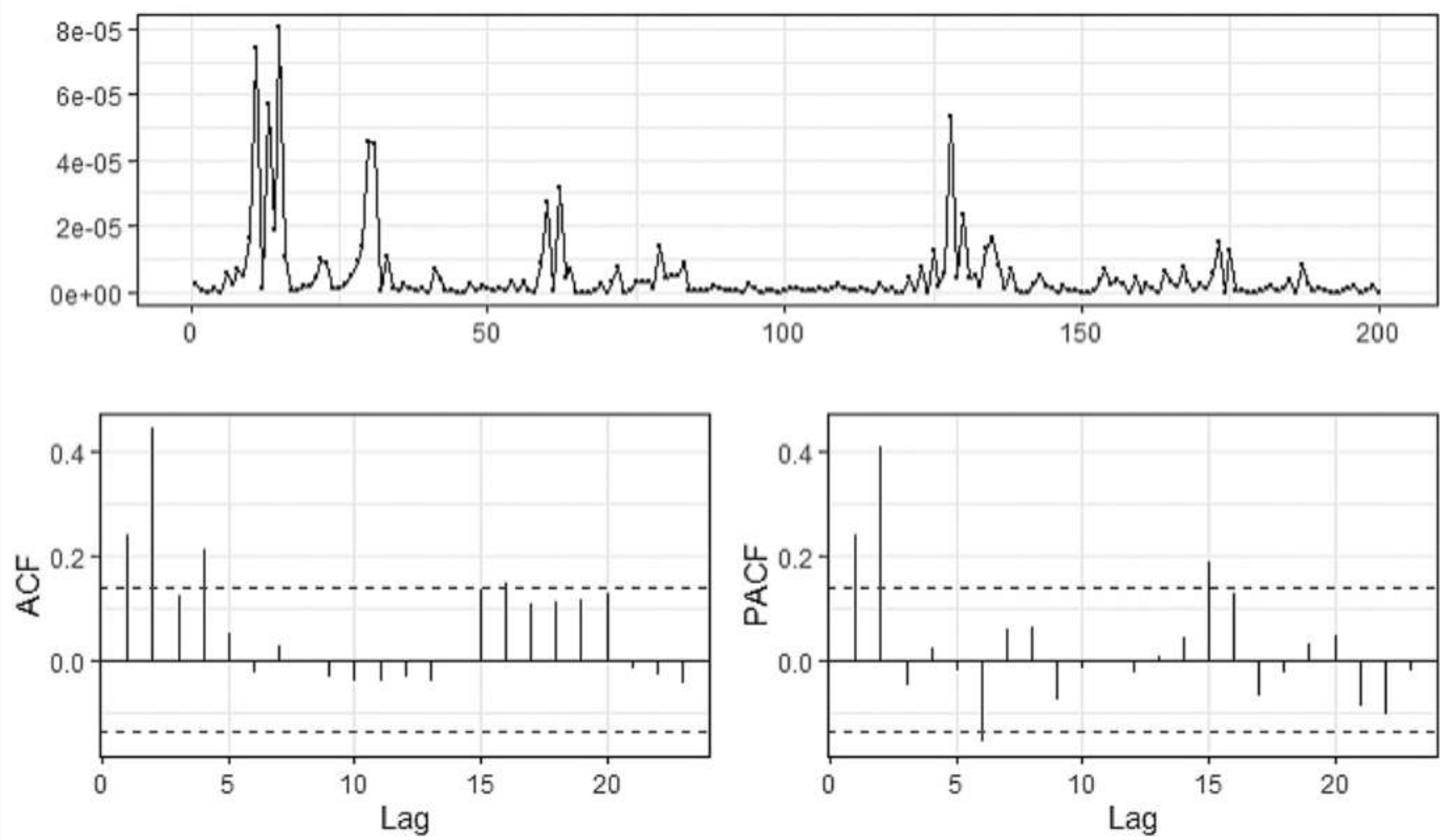
4 GARCH 모형

- ARCH(2) **모형 시계열**



4 GARCH 모형

- ARCH(2) **모형 시계열 제곱항**



Forecasting Methods

chapter 03

R을 이용한 실습

Forecasting Methods

한국방송통신대학교

다음시간안내

07 | 시계열모형을 이용한 예측(1)

Forecasting Methods