TP7 : Dérivées

1. Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

   1. $-3x^7$
   2. $x^2 + 15x$
   3. $x^5 + 3x^6$
   4. $(-2x^2 - 1)^5$
   5. $\frac{1}{(2x^2-1)^3}$
   6. $\frac{6x^2-x^5}{x^7+3}$
   7. $\left(\frac{2x-1}{2x^2-1}\right)^2$
   8. $\frac{x-3}{\sqrt{2x-1}}$
   9. $\cos^2 x$
   10. $\cos x^2$
   11. $\sin(2x^2 - 1)$
   12. $\cos\sqrt{1-2x}$
   13. $x^3 \cos 2x$
   14. $\sin^3 x$
   15. $\sin^2 x + \cos^2 x$
   16. $\cot 5x$
   17. $2\tan x - \tan 2x$
   18. $(x+1)(x+2)(x+4)$
   19. $\frac{\cos x}{x+\sin x}$
   20. $\frac{1+\sin x}{1-\sin x}$
   21. 3^x
   22. e^x
   23. $e^{\sqrt{2x-1}}$
   24. $2^{\sqrt{1-x}}$
   25. e^{1-x^2}
   26. $e^{\sin 2x}$
   27. $3^{\frac{2x-1}{2x+1}}$
   28. $\frac{e^x}{x}$
   29. $\log_{10} x$
   30. $\ln x$
   31. $\log_{10}(x^2+1)$
   32. $x^2 \log_{10} x$
   33. $\frac{\log_{10} x}{x}$
   34. $10^{\ln x^2}$
   35. $\ln \sin 2x$
   36. $\ln^2 x$
   37. $\ln(\ln x)$
   38. $\ln\left|\frac{x-a}{x-b}\right|$

2. Pour chacune des fonctions suivantes, (i) calculer la dérivée, (ii) déterminer les zones de croissance et de décroissance, (iii) déterminer les points qui annulent la dérivée première et déterminer leur nature et (iv) calculer les *coordonnées* des éventuels maxima, minima. Utiliser ces informations pour en esquisser le graphe.

   (a) $x(x-1)(x-2)$
   (b) $x^3 + 2x^2 - x - 2$
   (c) $x^4 + 2x^3 - 20x^2$
   (d) $1 - \ln(2 - x^2)$.
   (e) $x^2 + \sqrt{1-x^2}$
   (f) $x^3 + 2\sqrt{28 - x^3}$
   (g) $\sqrt{3 - 2^{-\cos(x)}}$

3. Calculer les dérivées partielles des fonctions de deux variables suivantes :

   (a) $f_1(x,y) = x^3 y$
   (b) $f_2(x,y) = x - 8y$.
   (c) $f_3(x,y) = \sin(xy)$.
   (d) $f_4(x,y) = (\cos(2x+3y))^3$.
   (e) $f_5(x,y) = (x+y)\ln(1+x) + y$.
   (f) $f_6(x,y) = \ln(y)\sin(x)$

4. Considérons la fonctions de deux variables :

$$f(x,y) = x^3 e^{xy} + \ln(\sin(x) + y).$$

   Calculer son vecteur gradient en le point $(\pi, 1)$.