# TP9 : Primitives et Intégrales Définies

1. Déterminer l'équation de la tangente aux courbes suivantes au point indiqué :
   a) $f(x) = \ln x$ au point $(e, 1)$,
   b) $g(x) = \cos^3(x) + 1$ au point $(\pi, 0)$,
   c) $h(x) = x^5 - x^3 + 2$ au point $(1, 2)$.
2. Le rayon d'une sphère augmente de $0,25$m/s. Lorsque le rayon vaut 3 m, quelle est la vitesse de variation de l'aire de la sphère ? Du volume de la sphère ?
3. Quel est le nombre positif qui, ajouté à son inverse, donne la plus petite somme possible ?
4. Quelles sont les dimensions de la boîte de conserve de forme cylindrique, de contenance 1 litre et dont l'aire totale est minimum ?
5. Calculer les intégrales définies suivantes :

$$\int_{-1}^{1} \sin^{15}(x)dx,$$

$$\int_{-2}^{2} x^{21}e^{x^2}dx.$$

6. Calculer l'aire de la région du plan située dans le premier quadrant limitée par la courbe $y = x^3$, l'axe $x$ et la droite d'équation $x = 3$.
7. Calculer l'aire de la région du plan comprise entre les courbes d'équation $y = x^2$ et $y^2 = x$.
8. Déterminer si les intégrales généralisées suivantes convergent. Dans l'affirmative, calculer leur valeur :

$$a) \int_0^{+\infty} e^{-x}dx, \quad b) \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}, \quad c) \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}, \quad d) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$

$$e) \int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}dx, \quad f) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{1+x^2}dx, \quad g) \int_0^{+\infty} xe^{-2x}dx$$

9. On peut montrer que l'intégrale généralisée

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}dx$$

est convergente. Sachant cela, classer les nombres suivants en ordre croissant. Justifier votre réponse !

$$a) \int_0^{+\infty} e^{-x^2}dx, \quad b) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}dx \quad c) \int_0^{1} e^{-x^2}dx, \quad d) \int_1^{2} e^{-x^2}dx, \quad e)\ 0.$$