Université Libre de Bruxelles – Département de Mathématique

Titulaire: Paul Godin

Assistants: Julie Distexhe et Robson Nascimento

Exercices de Calcul Différentiel et Intégral 2 - 2013/2014

Séance 8 - Systèmes différentiels linéaires

Exercice 1. Résoudre les systèmes différentiels suivants :

a)

$$\begin{cases} x' + x + y = 0, \\ y' - 2x - y = 0. \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x' + x + y = 0, \\ y' - x + 3y = 0. \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} x' = x - y + e^t, \\ y' = x + y + e^{2t}. \end{cases}$$

Exercice 2. Résoudre par la méthode de variation des constantes le système

$$\begin{cases} x' &= ay - 2a, \\ y' &= -ax + a, \end{cases}$$

où a est une constante réelle.

Exercice 3. Résoudre les systèmes différentiels suivants :

a)

$$\begin{cases} x' = 8y, \\ y' = -2z, \\ z' = 2x + 8y - 2z. \end{cases}$$

Déterminer la solution telle que x(0) = -4, y(0) = 0 et z(0) = 1.

b)

$$\begin{cases} x' = 2x - y + z, \\ y' = x + 2y - z, \\ z' = x - y + 2z. \end{cases}$$

Déterminer la solution telle que x(0) = y(0) = 0 et z(0) = -1.

c)

$$\begin{cases} x' &= x - 5y + 7z, \\ y' &= 6x - 8y + 10z, \\ z' &= 3x - 5y + 5z. \end{cases}$$

Déterminer la solution telle que x(0) = 1, y(0) = -3 et z(0) = -4.

Exercice 4. Résoudre

$$\begin{cases} y'' &= y - z - z', \\ z'' &= -y + y' + z. \end{cases}$$