

Corps non commutatifs

Exercice 1. Calculer dans \mathbb{H}

- (a) $i^2 j^3 k j i^5$
- (b) $(i + 3j)(4 + 2j - k)$
- (c) $(i + j)^{-1}$
- (d) $[(1 + 3i)(5j + 2k)]^{-1}$.

Exercice 2. Résoudre dans \mathbb{H} les équations suivantes (on demande de trouver toutes les solutions de chacune d'elles)

- (a) $(1 + i + 2j + 3k)x = i + k$
- (b) $ix + xi = 1$.

Exercice 3. Si x et y sont des éléments d'un corps K et si $xy = 0$, alors $x = 0$ ou $y = 0$. Vrai ou faux ?

Exercice 4. Soient K et K' deux corps commutatifs tels que $K' \subseteq K$. Est-il vrai que

- (a) K est un espace vectoriel sur K' ?
- (b) K' est un espace vectoriel sur K ?

Exercice 5. Trouver un opérateur linéaire A de \mathbb{R}^2 et deux bases E et F de \mathbb{R}^2 telles que $\det(m_{E,E}(A)) \neq \det(m_{F,E}(A))$.