

TP6 : FONCTIONS

1. Tracer le graphe des fonctions suivantes :

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $f_1(x) = x$, | f) $f_6(x) = \sqrt{x}$, |
| b) $f_2(x) = x^2$, | g) $f_7(x) = \sqrt[3]{x}$, |
| c) $f_3(x) = x^3$, | h) $f_8(x) = \sin(x)$, |
| d) $f_4(x) = x $, | i) $f_9(x) = \cos(x)$, |
| e) $f_5(x) = \frac{1}{x}$, | j) $f_{10}(x) = \tan(x)$. |

2. Même question pour les fonctions suivantes :

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a) $g_1(x) = x^2 + 2$, | c) $g_3(x) = 2 \sin(x)$, |
| b) $g_2(x) = (x + 2)^3$, | d) $g_4(x) = \cos(2x)$. |

3. Tracer le graphe de la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{si } x < 0, \\ 2x + 1 & \text{si } 0 \leq x < 1, \\ x^2 + 2 & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

En quels points cette fonction est-elle continue ?

4. Tracer les graphes des fonctions $f(x) = a^x$ et $g(x) = \log_a x$ (i) si $a > 1$; (ii) si $0 < a < 1$.
 5. Pour quelles valeurs de a et x a-t-on $\log_a x < 0$?
 6. Que valent $\log_2 32$, $\log_3 81$, $\log_8 16$, $\log_{16} 8$?
 7. En utilisant l'approximation $\log_{10} 2 = 0.30103$, calculer

$$\log_{10} 5, \quad \log_{10} 125, \quad \log_{10} 8, \quad \log_2 0.001, \quad \log_2 1.6.$$

8. Résoudre les équations et inéquations suivantes :

- | | |
|---|---|
| a) $\log_5 x = -1$ | f) $\ln(\ln x) = 0$ |
| b) $\log_3 x^3 = 2$ | g) $\log_{10}(x + 4) > \log_{10} 4 + \log_{10} x$ |
| c) $\log_x 5 = \frac{1}{2}$ | h) $(0.5)^x > 10$ |
| d) $\log_2(\log_x 81) = 2$ | i) $e^{x^2} \geq 10^x$ |
| e) $\arctan(\log_{10} x) = \frac{\pi}{4}$ | j) $\ln\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{2x}\right) > 0$ |

9. Quel est le nombre de chiffres de 2^{56} (dans le système décimal) ?
 10. Simplifier les expressions suivantes :

(a) $\ln e^{4x^2}$

(b) $10^{4 \log \sqrt{x}}$

11. On obtient un graphique logarithmique en portant en abscisse $X = \log_{10} x$ et en ordonnée $Y = \log_{10} y$. Quelle est la fonction $y = f(x)$ dont le graphique logarithmique est la droite d'équation $Y = aX + b$?

12. Tracer, dans un repère bien choisi, le graphique logarithmique des fonctions

$$y = x^2; \quad y = 10x^2; \quad y = x^3; \quad y = \sqrt{x}; \quad y = \frac{1}{x}.$$

13. Nous supposons, dans les exercices suivants, que dans une culture de bactéries, toute bactérie donne, après un certain temps T_g , 2 bactéries “filles”. Le temps T_g écoulé entre 2 divisions est appelé “durée d’une génération”. On suppose que toutes les bactéries présentes dans le milieu de culture se divisent en même temps.

- (a) Soit N_0 le nombre de bactéries présentes à l’instant initial $t = 0$.
 - a) Quel est le nombre de bactéries présentes à la n ème génération ?
 - b) Si T_g est la durée d’une génération, quel est le nombre $N(t)$ de bactéries présentes à l’instant t ?
- (b) Le nombre initial de bactéries d’une culture est $N_0 = 2 * 10^3$ et $T_g = 45$ minutes.
 - a) Quel est le nombre de bactéries présentes au bout de 9 heures ?
 - b) Quel est le nombre de bactéries $N(t)$ présentes dans la culture à l’instant t (exprimé en heures) ?
- (c) Dans un milieu de culture, on introduit un certain nombre de bactéries. Après 3 heures, le nombre de ces bactéries est $64 * 10^9$ et après 5 heures il est $1024 * 10^9$. Quel est le nombre initial de bactéries qui a été introduit ?