TAREA 2.2
Solución del examen

3.- Encuentre el limite o demuestre que no existe.

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx}\right)$$

Respuesta: $\lim_{x \to +\infty} \frac{a-b}{2}$

Justificación:

Primero multiplico por 1 de manera que se complete la diferencia de cuadrados

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx} * \frac{\sqrt{x^2 + ax} + \sqrt{x^2 + bx}}{\sqrt{x^2 + ax} + \sqrt{x^2 + bx}}\right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2 + ax - x^2 - bx}{\sqrt{x^2 + ax} + \sqrt{x^2 + bx}}\right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{ax - bx}{\sqrt{x^2 + ax} + \sqrt{x^2 + bx}}\right)$$

Ahora factorizamos x arriba y abajo factorizamos $\sqrt{x^2}$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x(a-b)}{\sqrt{x^2}(\sqrt{1 + \frac{a}{x}} + \sqrt{1 + \frac{b}{x}})}\right)$$

Y como $\frac{x}{\sqrt{x^2}}$ $\mathit{Es\ la\ funcion\ sgn(x)\ entonces\ seria\ el\ limite\ final\ y\ ya\ sustituimos}$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(sgn(x) * \frac{a-b}{\sqrt{1 + \frac{a}{x}} + \sqrt{1 + \frac{b}{x}}}\right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{a-b}{\sqrt{1 + \frac{a}{\infty}} + \sqrt{1 + \frac{b}{\infty}}}\right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{a-b}{\sqrt{1+0} + \sqrt{1+0}}\right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{a-b}{1+1}\right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{a-b}{2}$$

4.- Evalúe el siguiente limite si existe $\lim_{t \to 0} \left(\frac{1}{t\sqrt{1+t}} - \frac{1}{t}\right)$

#25 – 6A
Orduña Suárez Favian

TAREA 2.2
Solución del examen

Respuesta: $\lim_{t\to 0} -\frac{1}{2}$

Justificación:

Aquí primero se desarrolla la resta para poder hacerlo

$$\lim_{t\to 0}\left(\frac{t - t\sqrt{1+t}}{t^2\sqrt{1+t}}\right)$$

$$\lim_{t\to 0}\left(\frac{1-\sqrt{1+t}}{t\sqrt{1+t}}\right)$$

Ahora completamos la diferencia de cuadrados de arriba

$$\lim_{t\to 0}\left(\frac{1-\sqrt{1+t}}{t\sqrt{1+t}} * \frac{1+\sqrt{1+t}}{1+\sqrt{1+t}}\right)$$

$$\lim_{t\to 0}\left(\frac{-t}{t\sqrt{1+t} * (1+\sqrt{1+t})}\right)$$

$$\lim_{t\to 0}\left(\frac{-1}{\sqrt{1+t} * (1+\sqrt{1+t})}\right)$$

$$\lim_{t\to 0}\left(\frac{-1}{\sqrt{1+t}+1+t}\right)$$

Ahora ya podemos evaluar en 0

$$\lim_{t\to 0}\left(\frac{-1}{\sqrt{1+0}+1+0}\right)$$

$$\lim_{t\to 0}\left(\frac{-1}{1+1}\right)$$

$$\lim_{t\to 0} -\frac{1}{2}$$

5.- Encuentre el siguiente limite si existe. Si el limite no existe, explique por qué. $\lim_{x\to 0^-}(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|})$

Respuesta: $\lim_{x\to 0^-} -\infty$

Justificación:

Primero hacemos la resta

$$\lim_{x\to 0^-}(\frac{|x|}{x|x|} - \frac{x}{x|x|})$$

$$\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{|x|-x}{x|x|}\right)$$

Ahora factorizamos ya sea x o valor absoluto de x

TAREA 2.2
Solución del examen

$$\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{|x|(1-\frac{x}{|x|})}{x|x|}\right)$$

Ahora vemos que esta la función sgn() presente 2 veces

$$\lim_{x\to 0^-}\left(sgn(x)\frac{1-sgn(x)}{|x|}\right)$$

Ya podemos evaluar

$$\lim_{x\to 0^-}\left(-1\frac{1-(-1)}{|-0|}\right)$$

$$\lim_{x\to 0^-}\left(-\frac{1+1}{0}\right)$$

$$\lim_{x\to 0^-}\left(-\frac{2}{0}\right)$$

$$\lim_{x\to 0^-}-\infty$$

6.- Encuentre las asíntotas horizontales y verticales de la curva dada. $y=\frac{2x^2+x-1}{x^2+x-2}$

Respuesta: $A.V=\begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$ $\quad A.H=\{y=2$

Justificación:

Primero factorizamos el denominador para ver los puntos críticos y así poder saber las asíntotas verticales

$$\frac{2x^2+x-1}{(x+2)(x-1)}$$

Se puede ver que los puntos críticos van a ser -2 y 1 entonces sacamos los limites en cuando x se acerca a esos números para comprobar y sacar las asíntotas verticales

$$\lim_{x\to 1}\frac{2(1)^2+1-1}{(1+2)(1-1)}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{2(1)^2+1-1}{(3)(0)}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{2(1)^2+1-1}{0}$$

$$\lim_{x\to 1}\infty$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{2(-2)^2+(-2)-1}{(-2+2)(-2-1)}$$

TAREA 2.2
Solución del examen

$$\lim_{x\to 1}\frac{2(-2)^2+(-2)-1}{(0)(-3)}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{2(-2)^2+(-2)-1}{0}$$

$$\lim_{x\to 1}\infty$$

Ahora para la asíntota horizontal antes debemos factorizar x cuadra de arriba y abajo haciendo el límite al infinito

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2(2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2})}{x^2(1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2})}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}$$

Evaluamos

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{1}{\infty}-\frac{1}{\infty^2}}{1+\frac{1}{\infty}-\frac{2}{\infty^2}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2+0-0}{1+0-0}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2}{1}$$

$$\lim_{x\to\infty}2$$

7.- Encuentre los valores de a y b que hacen a f continua para toda x

$$f(x) \coloneqq \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & si\ x<2 \\ ax^2-bx+3 & si\ 2\leq x<3 \\ 2x-a+b & si\ x\geq 3 \end{cases}$$

Respuesta: $a=\frac{1}{2}$ $b=\frac{1}{2}$

Justificación:

Primero tenemos que hacer las igualaciones sustituyendo en los puntos de cambio que serían x=2 y x=3

Empezamos cuando x=2

$$\frac{x^2-4}{x-2}=ax^2-bx+3$$

TAREA 2.2
Solución del examen

$$\frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = a(2)^2 - b(2) + 3$$

$$x + 2 = 4a - 2b + 3$$

$$2 + 2 = 4a - 2b + 3$$

$$4 = 4a - 2b + 3$$

$$1 = 4a - 2b$$

Ya tenemos la primera ecuación ahora sigue cuando está en 3

$$ax^2 - bx + 3 = 2x - a + b$$

$$a3^2 - b3 + 3 = 2(3) - a + b$$

$$9a - 3b + 3 = 6 - a + b$$

$$9a - 3b + a - b = 6 - 3$$

$$10a - 4b = 3$$

Ahora realizamos el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 4a - 2b = 1 \\ 10a - 4b = 3 \end{cases}$$

$$-8a + 4b = -2$$
$$10a - 4b = 3$$

$$2a = 1$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{1}{2}\right) - 4b = 3$$

$$5 - 4b = 3$$

$$-4b = -2$$

$$b = \frac{-2}{-4}$$

$$b = \frac{1}{2}$$

#25 – 6A
Orduña Suárez Favian