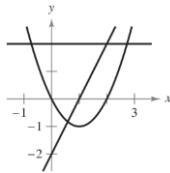


TAREA 3.1

Solución del examen muestra

1.- Las graficas de f , f' , f'' se muestran a continuación. Identifique cada función en la figura y determine cuál de los enunciados siguientes es verdadero.

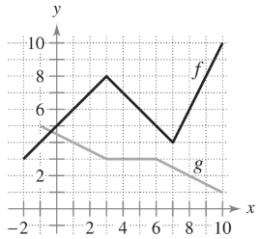


A. $f'(1) > f(1)$

B. $f(1) = f''(1)$

C. $f''(1) < f'(1)$

2.- Las graficas de f y g se muestran a continuación.



¿Cuál es el valor de $p'(4)$ si $p(x) = f(x)g(x)$?

A. $p'(4) = -3$

B. $p'(4) = -0$

C. $p'(4) = 21$

3.- Se da la tabla de los valores de f , g , f' y g'

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
1	3	2	4	6
2	1	8	5	7
3	7	2	7	9

Si $h(x) := f(g(x))$, ¿Cuál es el valor de $h'(1)$?

A. $h'(1) = 30$

B. $h'(1) = 36$

C. $h'(1) = 49$

4.- Suponga que $f(x) := (x - 6)^{\frac{2}{3}}$. Utilice la definición de la derivada en un punto para determinar si la derivada de f existe en $x=6$.

Respuestas: No existe

TAREA 3.1

Solución del examen muestra

Justificación:

Aplicamos la formula

$$\begin{aligned} & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(6 + \Delta x) - f(6)}{\Delta x} \\ & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(6 + \Delta x - 6)^{\frac{2}{3}} - (6 - 6)^{\frac{2}{3}}}{\Delta x} \\ & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^{\frac{2}{3}} - 0}{\Delta x} \\ & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x * \Delta x^{-\frac{2}{3}}} \\ & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x^{\frac{1}{3}}} \end{aligned}$$

Ahora evaluamos

$$\begin{aligned} & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{0^{\frac{1}{3}}} \\ & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{0} \\ & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \infty \end{aligned}$$

Entonces como da infinito no existe la derivada en ese punto por que no es un numero finito y este debe de ser un numero finito que en este caso es todo lo contrario

5.- Encuentre la ecuación de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ que pasa por el punto $(0,1)$ y es tangente a la recta $y = x - 1$ en $(1,0)$.

Respuesta: Fue una de las dos que deje al final y no me dio tiempo de responderla.

6.- Calcula la derivada de la función $f(x) = \frac{1+\csc(x)}{1-\csc(x)}$ y simplifica el resultado

Respuesta: Fue la otra que deje al final y tampoco me dio tiempo de responderla

7.- Obtenga la derivada de $g(x) := (2 + (x^2 + 1)^4)^3$

Respuesta: $g'(x) = 24x(2 + (x^2 + 1)^4)^2(x^2 + 1)^3$

Justificación:

Pues es una derivada simple entonces se realiza:

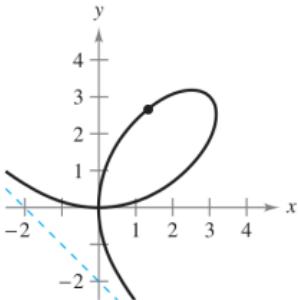
$$\begin{aligned} g'(x) &= 3(2 + (x^2 + 1)^3)^2 * 4(x^2 + 1)^3 * 2x \\ &= 24x(2 + (x^2 + 1)^3)^2(x^2 + 1)^3 \end{aligned}$$

TAREA 3.1

Solución del examen muestra

La deje en ese punto por que si lo desarrollo quedaría aun mas grande y siento que esta forma es la más simplificada

- 8.- Halle la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la curva $x^3 + y^3 - 6xy = 0$ en el punto $\left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$.



$$\text{Respuesta: } m = \frac{4}{5}$$

Justificación:

Pues es una derivada implícita creo se llama entonces pues se realiza la derivada

$$3x^2 + 3y^2 * y' - (6y + 6xy') = 0$$

$$3y^2 * y' - 6y - 6xy' = -3x^2$$

$$3y^2 * y' - 6xy' = -3x^2 + 6y$$

$$y'(3y^2 - 6x) = -3x^2 + 6y$$

$$y' = \frac{-3x^2 + 6y}{3y^2 - 6x}$$

Ahora ya podemos sustituir con el punto que nos dieron

$$m = \frac{-3\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 6\left(\frac{8}{3}\right)}{3\left(\frac{8}{3}\right)^2 - 6\left(\frac{4}{3}\right)}$$

$$m = \frac{-3\left(\frac{16}{9}\right) + 16}{3\left(\frac{64}{9}\right) - 8}$$

$$m = \frac{-\frac{16}{3} + 16}{\frac{64}{3} - 8}$$

$$m = \frac{-\frac{16}{3} + \frac{48}{3}}{\frac{64}{3} - \frac{24}{3}}$$

TAREA 3.1

Solución del examen muestra

$$m = \frac{\frac{32}{3}}{40}$$

$$m = \frac{32}{40}$$

$$m = \frac{4}{5}$$

9.- Utilice la derivación logarítmica para encontrar $\frac{dy}{dx}$ si $y = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$

Respuestas: $y' = \left(\frac{2x}{x^4-1}\right) \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$

Justificación:

Pues igual es algo simple ya que se aplican logaritmos y son solo reglas de los logaritmos y derivadas sencillas

$$\ln y = \ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\ln y = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$$

$$\ln y = \frac{1}{2} (\ln(x^2 - 1) - \ln(x^2 + 1))$$

Ahora derivamos

$$\frac{1}{y} y' = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x^2 - 1} * 2x - \frac{1}{x^2 + 1} 2x \right)$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{2} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} - \frac{2x}{x^2 + 1} \right)$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{x}{x^2 - 1} - \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{x(x^2 + 1) - x(x^2 - 1)}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{x^3 + x - x^3 + x}{x^4 - 1}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{2x}{x^4 - 1}$$

TAREA 3.1

Solución del examen muestra

$$y' = \frac{2x}{x^4 - 1} y$$

$$y' = \frac{2x}{x^4 - 1} \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$$