

# Relatório 3º Projeto ASA 2024/2025

**Grupo:** AL063

**Alunos:** Madalena Mota (110355) e Ricardo Fonseca (109834)

---

## Identificação das variáveis

$\{F_j \mid j = (1,n)\}$  → fábricas

$\{P_p \mid p = (1,m)\}$  → países

$\{C_i \mid i = (1,t)\}$  → crianças

stock( $F_j$ ) - stock disponível da fábrica  $F_j$

país\_associado( $F_j$ ) - país onde se encontra a fábrica  $F_j$

exportação\_máxima( $P_p$ ) - máximo de exportações permitidas no país  $P_p$

mínimo\_presentes( $P_p$ ) - mínimo de presentes a ser distribuído no país  $P_p$

país\_residente( $C_i$ ) - país de residência da criança  $C_i$

desejos( $C_i$ ) - fábricas com os presentes desejados pela criança  $C_i$

Para cada criança  $C_i$ , e para cada fábrica  $F_j$  nos desejos de  $C_i$ , geramos um variável  $X_{ij}$ . Se  $C_i$  receber um presente da fábrica  $F_j$ ,  $X_{ij} = 1$ ; Caso contrário,  $X_{ij} = 0$ .

## Restrições do Problema

**Stock das fábricas:** A quantidade de presentes produzidos por cada fábrica está limitada pelo seu stock; assim, temos de restringir o número de presentes que foram produzidos por essa fábrica e atribuídos a uma criança; Para cada fábrica  $j$ :

$$\sum_{i=1}^t X_{ij} \leq \text{stock}(F_j)$$

**Exportações máximas:** Queremos restringir o número de exportações de um país, pelo que, para cada país  $P$ :

$$\sum_{i=1}^t \sum_{F_j \in \text{desejos}(C_i)} (X_{ij} \text{ if } \text{país\_residente}(C_i) \neq P \text{ and } \text{país\_associado}(F_j) == P) \leq \text{exportação\_máxima}(P)$$

## Mínimo de presentes por país

Para cada país  $P$ :

$$\sum_{i=1}^t \sum_{j \in \text{desejos}(C_i)} (X_{ij} \text{ if } \text{país\_residente}(C_i) == P) \geq \text{mínimo\_presentes}(P)$$

**Prendas por criança:** Cada criança pode receber, no máximo, um presente, pelo que, para cada criança  $C_i$ :

$$\sum_{j \in \text{desejos}(C_i)} X_{ij} \leq 1$$

## Modelação da Função Objetivo

Queremos maximizar o número de presentes atribuídos às crianças, tendo em conta os seus desejos. Logo, a função objetivo será:

$$\max \sum_{i=1}^t \sum_{j \in \text{desejos}(C_i)} X_{ij}$$

## Análise Teórica

- **Número de variáveis:** Temos uma variável  $X$  associada a cada desejo de cada criança; no máximo, cada criança pode ter  $n$  desejos e temos  $t$  crianças, pelo que o número de variáveis do programa linear é  $O(nt)$ .
- O **número de restrições** do programa linear é  $O(t+m+n)$ , pois existe uma restrição para cada fábrica, duas restrições para cada país e uma restrição para cada criança, e não sabemos a relação entre estas grandezas.

## Avaliação Experimental dos Resultados

Para a avaliação experimental, foram testados 50 inputs distintos e crescentes. O gráfico resultante apresenta o tempo de execução em função do número de variáveis, como calculado na análise teórica.

