**8-1** 系统的开环动力学方程是

由下面的控制规律控制

其中，，试给出表述系统闭环行为特征的微分方程。

**解：**

将、代入开环动力方程有：

**8-2** 考虑重力场中的一个单摆，。单摆由1m长的无质量杆与其端部重2kg的摆体组成。单摆关节处的粘性摩擦系数为。

（1）写出单摆的运动方程，将其表示为的函数，其中对应于“垂直向下”位形；

（2）在稳定的“垂直向下”平衡点处，对运动方程进行线性化处理。将任何关于的三角函数项替换为泰勒展开中的线性项。给出线性化动力学中的有效质量m和弹簧常数k。在稳定平衡点处，阻尼比是多少？系统属于欠阻尼、临界阻尼或过阻尼中的哪种情形？

**解：**

(1)转动惯量为

重力矩

粘性阻尼力矩

根据

有

(2)在附近有：

代入非线性方程得：

可以计算阻尼比

由于ζ≪1，因此系统为欠阻尼状态。

**8-3** 单旋转关节机器人的动力学方程为,其中，和分别是关节力矩、关节角，设和可测量获得，关节角的期望轨迹、轨迹一阶导数和轨迹二阶导数分别为、 和,试设计控制器实现轨迹渐近跟踪，使闭环极点均为-10,并画出控制系统框图。

**解：**

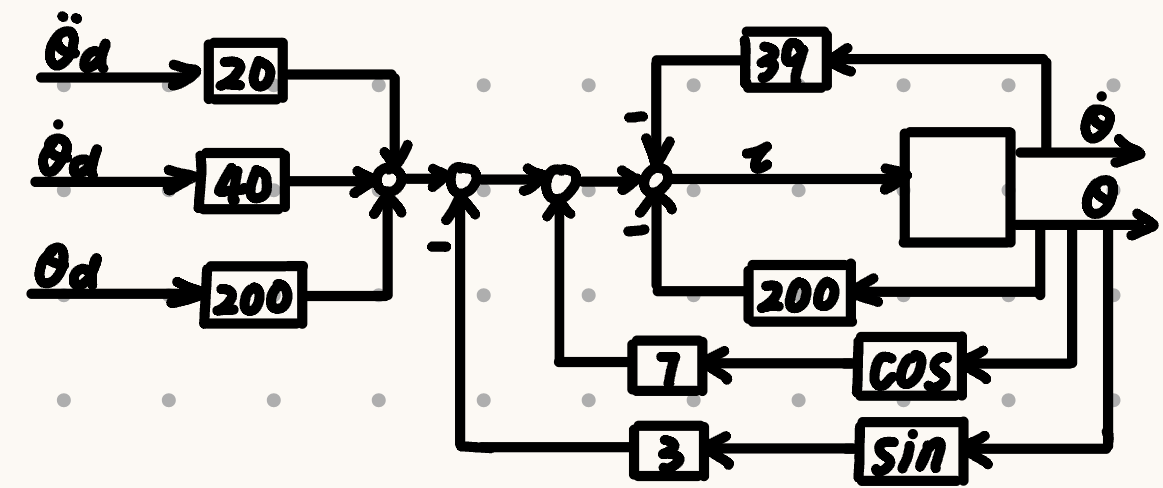
首先补偿非线性项和阻尼项：

代入原动力学方程得：

对线性系统，定义跟踪误差，设计控制输入使误差动态满足：

即极点均为-10，由此得：

将代入反馈线性化表达式：



**8-4** 对于习题 8-3 的机器人，试设计控制器实现轨迹渐近跟踪，使得闭环系统为临界阻尼模式且自然频率等于

**解：**

由题，对线性系统，定义跟踪误差，需要设计控制输入使误差动态满足临界阻尼特性：

由此推导出控制输入：

将代入反馈线性化表达式展开并整理得：

**8-5** 考虑图8-16中所示RP机械臂，关节1是转动关节，关节2是移动关节，假设每个连杆的质量都集中在连杆的末端，其质量分别为和。

（1）试推导该机械臂的动力学方程；

（2）已知二阶可导的和分别是关节1和关节2的期望轨迹。试设计控制律使得：关节1的2个闭环极点均为-1，关节2的2个闭环极点均为-3。

**解：**

（1）m1的动能:

m2的动能:

势能

拉格朗日函数:

关节1动力学

关节2动力学

（2）关节1的特征方程

关节2特征方程

关节1动力学化为

关节1控制输入：

关节2动力学化为

关节2控制输入：

**8-6** 为形式的单自由度质量-弹簧-阻尼系统开发一个控制器，其中是控制力，，，。

（1）不受控系统的阻尼比是多少？不受控系统处于过阻尼、欠阻尼或临界阻尼中的哪种？

（2）选择一个P控制器，其中为位置误差，。为何值时能产生临界阻尼？

（3）选择一个D控制器，其中。何值能产生临界阻尼？

（4）选择一个PD控制器，和分别按(2)和(3)取值，如果且，那么当时间趋于无穷大时，对应的稳态误差是多少？

**解：**

1. 不受控系统的阻尼比计算如下:

由于阻尼比大于1，系统处于过阻尼状态。

1. 选择P控制器时，系统方程变为：

临界阻尼条件为：

解得：

1. 选择D控制器 时，系统方程变为：

临界阻尼条件为：

解得：

1. 选择PD控制器 时，稳态误差计算如下：

当 时，系统方程为：

解得稳态位置 ，稳态误差为：

**8-7** 对于机器人动力学方程，假设。证明控制规律

得到的是渐近稳定的非线性系统，其中是正定矩阵，是正实数。

**解：**

代入

消去后整理得：

选取Lyapunov函数：

将闭环动力学方程代入得到：

利用机器人动力学性质为反对称矩阵可得：

因此，化简为：

由于 正定且 ，有 ，当且仅当 时 。

**8-8** 两关节机器人的动力学模型为：

式中，和分别是关节1和关节2的关节变量；和分别是关节1的力矩和关节2的力；其余是参数。设，试完成机器人动力学参数的线性化，即求和，使得

**解：**

令 = =

=

**8-9** 试推导误差方程式(8-123)。

**解：**

被控对象模型

内环控制律

外环控制律

联立有：

由于：

**8-10** 试验证式(8-127)中的表达式。

**解：**

闭环系统模型

其中和为正定矩阵，即

Lyapunov函数