

 **eKampus**
anadolum
e K a m p ü s
ve
anadolu mobil
dilediğin yerden,
dilediğin zaman,
öğrenme fırsatı!



(ekampus.anadolu.edu.tr)



(mobil.anadolu.edu.tr)

ekampus.anadolu.edu.tr

 Takvim	 Duyurular	 Ders Kitabı (PDF)	 Epub	 Html5
 Video	 Canlı Ders	 Sesli Kitap	 Ünite Özeti	 Sesli Özeti
 Sorularla Öğrenelim	 Alıştırma	 Deneme Sınavı	 İnfografik	 Etkileşimli İçerik
 Bilgilendirme Panosu	 Çıkmış Sınav Soruları	 Sınav Giriş Bilgisi	 Sınav Sonuçları	 Öğrenci Toplulukları



aosdestek.anadolu.edu.tr

444 10 26

www.anadolu.edu.tr

T.C. ANADOLU ÜNİVERSİTESİ YAYINI NO: 2769
AÇIKÖĞRETİM FAKÜLTESİ YAYINI NO: 1727

FİNANS MATEMATİĞİ

Yazarlar

Prof.Dr. Metin COŞKUN (Ünite 1, 2)

Doç.Dr. Murat ERTUĞRUL (Ünite 3, 4, 5, 6, 7, 8)

Editörler

Prof.Dr. Nurhan AYDIN

Prof.Dr. Mehmet BAŞAR

Bu kitabın basım, yayım ve satış hakları Anadolu Üniversitesi'ne aittir.
“Uzaktan Öğretim” teknüğine uygun olarak hazırlanan bu kitabı bütün hakları saklıdır.
İlgili kuruluştan izin almadan kitabı tümü ya da bölümleri mekanik, elektronik, fotokopi, manyetik kayıt
veya başka sekillerde çoğaltılamaz, basılamaz ve dağıtılamaz.

Copyright © 2013 by Anadolu University
All rights reserved

No part of this book may be reproduced or stored in a retrieval system, or transmitted
in any form or by any means mechanical, electronic, photocopy, magnetic tape or otherwise, without
permission in writing from the University.

Öğretim Tasarımcıları
*Dr.Öğr.Uyesi Seçil Banar
Öğr.Gör.Dr. Mediha Tezcan*

Grafikerler
*Gülşah Karabulut
Kenan Çetinkaya
Özlem Çayırlı*

Kapak Düzeni
Prof.Dr. Halit Turgay Ünalan

Dizgi ve Yayıma Hazırlama
Kitap Hazırlama Grubu

Finans Matematiği

E-ISBN
978-975-06-3484-0

Bu kitabı tüm hakları Anadolu Üniversitesi'ne aittir.
ESKİŞEHİR, Şubat 2019
2456-0-0-0-2302-V01

İçindekiler

Önsöz	vii
-------------	-----

Yüzde, Maliyet ve Kâr Hesaplamaları, Oran ve Oranti	2	1. ÜNİTE
GİRİŞ	3	
YÜZDE VE BİNDE KAVRAMI	3	
BASIT YÜZDE HESAPLAMALARI	4	
İÇ YÜZDE HESAPLAMALARI	6	
Yüzde Tutarının Hesaplanması	6	
Esas Değerin Hesaplanması	6	
Yüzde Payının Hesaplanması	7	
DIŞ YÜZDE HESAPLAMALARI	7	
Yüzde Tutarının Hesaplanması	7	
Esas Değerin Hesaplanması	8	
Yüzde Payının Hesaplanması	8	
ORAN	9	
Oranların Özellikleri	9	
ORANTI	10	
Orantının Özellikleri	10	
Doğru Oranti	11	
Ters Oranti	12	
Bileşik Oranti	13	
ALIŞ, MALİYET, SATIŞ VE KÂR	13	
MALİYET ÜZERİNDEN KÂR (ZARAR) HESAPLAMALARI	13	
SATIŞ ÜZERİNDEN KÂR (ZARAR) HESAPLAMALARI	18	
MALİYET YÜZDESİNİN SATIŞ YÜZDESİNE ÇEVRİLMESİ	22	
SATIŞ YÜZDESİNİN MALİYET YÜZDESİNE ÇEVRİLMESİ	22	
CÖZÜLMÜŞ ÖRNEKLER	22	
Özet	29	
Kendimizi Sınayalım	31	
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarları	31	
Sıra Sizde Yanıt Anahtarları	32	
Yararlanılan Kaynaklar	33	
Basit Faiz ve Basit İskonto	34	2. ÜNİTE
GİRİŞ	35	
BASIT FAİZ	36	
Basit Faizde Faiz Tutarının Hesaplanması	36	
Basit Faizde Balığın (Anapara+Faiz Tutarı) Hesaplanması	38	
Basit Faizde Anaparanın Hesaplanması	39	
Basit Faizde Faiz Oranının Hesaplanması	40	
Basit Faizde Sürenin Hesaplanması	42	
İki Tarih Arasındaki Gün Sayısına Göre Basit Faiz İşlemleri	43	
BASIT İSKONTO	44	
Basit İç İskonto	45	
Basit Dış İskonto	46	
Eşdeğer Senetler	46	
Senetlerin Birleştirilmesi	47	

DIŞ FAİZ (PEŞİN FAİZ)	48
ÇÖZÜLMÜŞ ÖRNEKLER	50
Özet	58
Kendimizi Sınayalım	59
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı	60
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	60
Yararlanılan Kaynaklar	61

3. ÜNİTE

Bileşik Faiz ve Bileşik İskonto	62
BİLEŞİK FAİZ	63
Nominal Faiz ve Efektif Faiz	68
Bileşik Faizde Faiz Oranının Hesaplanması	71
Bileşik Faizde Devre Sayısının Bulunması	74
Faizlendirme Süresi İçinde Faiz Oranlarının Değişmesi	75
Bileşik Faizin Diğer Kullanım Alanları	75
BİLEŞİK İSKONTO	76
Bileşik Dış İskonto	76
Bileşik İç İskonto	76
Eşdeğer Senetlerin Değerinin Bileşik İskonto ile Bulunması	78
Enflasyon ve Faiz	80
Özet	81
Kendimizi Sınayalım	82
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı	83
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	83
Yararlanılan Kaynaklar	83

4. ÜNİTE

Anüitelerde Gelecek Değer	84
GİRİŞ	85
ANÜİTE KAVRAMI	85
ANÜİTE TÜRLERİ	86
ANÜİTELERDE GELECEK DEĞERİN HESAPLANMASI	86
Normal Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması	86
Peşin Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması	92
Geciktirilmiş Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması	95
Daimi (Devamlı) Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması	97
Özet	98
Kendimizi Sınayalım	99
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı	100
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	100
Yararlanılan Kaynaklar	101

5. ÜNİTE

Anüitelerde Bugünkü Değer.....	102
GİRİŞ	103
NORMAL ANÜİTELERDE BUGÜNKÜ DEĞERİN HESAPLANMASI	103
PEŞİN ANÜİTELERDE ŞİMDİKİ DEĞER	111
GECİKTİRİLMİŞ ANÜİTELERDE BUGÜNKÜ DEĞER	116
DAİMİ ANÜİTELERDE BUGÜNKÜ DEĞER	120

Özet	122
Kendimizi Sınayalım	123
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı	124
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	124
Yararlanılan Kaynaklar	125
Borç Ödemeleri	126
GİRİŞ	127
HER DEVRE FAİZİN, VADE SONUNDA ANAPARANIN BİR DEFADA ÖDENDİĞİ BORÇLANMALAR	127
ANAPARA VE FAİZİN VADE SONUNDA BİR DEFADA ÖDENDİĞİ BORÇLANMALAR	129
EŞİT TAKSİTLERLE ÖDENEN BORÇLANMALAR	130
Periyodik Ödemelerin (Eşit Taksitlerin) Hesaplanması	131
Kalan Borç Miktarının Bulunması	132
Herhangi Bir Taksitteki Anapara Payının Bulunması	136
Herhangi Bir Taksitteki Faiz Payının Bulunması	138
Bir Devrenin Sonuna Kadar Yapılan Anapara Ödemeleri Toplamının Bulunması	138
EŞİT ANAPARA PAYLI OLARAK ÖDENEN BORÇLANMALAR	139
Özet	141
Kendimizi Sınayalım	142
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı	143
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	143
Yararlanılan Kaynaklar	143
Tahvillerde Değerleme	144
GİRİŞ	145
TAHVİL KAVRAMI VE TÜRLERİ	145
Tahvil Terminolojisi	146
Tahvil Türleri	146
TAHVİL DEĞERLEMESİ	148
Faiz Ödeme Dönemi Başında Değerleme	149
Faiz Ödeme Dönemleri Arasında Değerleme	155
Basit Faiz Esasına Göre Değerleme	155
Günlük Bileşik Faiz Esasına Göre Değerleme	156
TAHVİLLERDE GETİRİ TÜRLERİ	158
Nominal Getiri Oranı	158
Cari Getiri (Verim) Oranı	158
Vadeye Kadar Getiri Oranı ya da Vade Getirisи	159
Geri Çağırma Getiri Oranı	163
Gerçekleşen Verim Oranı	164
Özet	165
Kendimizi Sınayalım	166
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı	167
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	167
Yararlanılan Kaynaklar	167

6. ÜNİTE**7. ÜNİTE**

8. ÜNİTE

Hisse Senetlerinde Değerleme	168
GİRİŞ	169
HİSSE SENEDİ KAVRAMI VE TÜRLERİ	169
Hisse Senedinin Tanımı ve İçeriği	169
Hisse Senedi Türleri	170
HİSSE SENETLERİNİ DEĞERLEME	171
İmtyiazlı Hisse Senetlerini Değerleme	172
Adı Hisse Senetlerini Değerleme	173
Kâr Payı (Dividant) İskonto Modeli	173
Bir Dönem Kâr Payı Ödemeli Adı Hisse Senedini Değerleme	174
Çok Dönem Kâr Payı Ödemeli Adı Hisse Senedini Değerleme	175
Fiyat/Kazanç Oranı Yaklaşımı	180
Piyasa Değeri/Defter Değeri Oranı Yaklaşımı	181
Özet	182
Kendimizi Sınayalım	183
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı	184
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı	184
Yararlanılan Kaynaklar	184
Ekler	185

Önsöz

Finansman kararları; para ya da kredinin nereden, ne zaman, ne miktarda ve nasıl sağlanacağıyla ilgilidir. Diğer taraftan finansal ya da reel varlıklara, ne zaman, ne miktarda ve nasıl yatırılacağı ile ilgili kararlar ise yatırım kararlarıdır. Günümüzde kredi ve yatırım piyasası faaliyetlerinden uzak kişi ya da kurum düşünmek olanaksızdır. Bugün pek çok kişi ve kurum sadece ulusal piyasalara değil, uluslararası piyasalara fon sunan ya da fon talep eden ya da yatırım yapan bir birim olarak faaliyette bulunmaktadır. Matematiksel ve analitik düşünme becerileri geliştirilmeden finansal kararlarda başarıyı yakalamak artık çok mümkün görülmemektedir. Finans Matematiği; hem finansman hem de yatırımlarla ilgili finansal kararlarda gerekli olan matematiksel bilgileri kapsamına almaktır ve kişilerin matematiksel ve analitik düşünme becerilerini geliştirmeye odaklanmaktadır.

Bu kitap, birbirini tamamlayan ve finans matematiğinin temel konularını kapsayan sekiz üiteden oluşmaktadır. İşletme, iktisat öğrencilerinin yanı sıra finans sektöründe yer alan uygulamacıların da faydalanaceği şekilde hazırlanan bu kitapta, konular çok sayıda çözümü örneklere yardımıyla açıklanmaya çalışılmıştır. Kitabın ilk bölümlerinde, temel matematik bilgileri verilerek sonraki ünitelerde yer alan faiz hesaplamaları, iskonto hesaplamaları ve anuiteler gibi konuların öğrenciler tarafından özümsenmesi amaçlanmıştır.

Kitap, başta değerli yazarlarımız olmak üzere tasarım, dil ve görsel iletişim uzmanlarından oluşan çok geniş bir grubun ortak bir eseridir. Bu nedenle bu ortak çalışmanın akademik yapısını oluşturan değerli yazarlarımız Prof.Dr. Metin COŞKUN'a ve Doç.Dr. Murat ERTUĞRUL'a ayrıca emeği geçen tüm uzmanlarımıza çok teşekkür ederiz. Kitabın tüm kullanıcılarına faydalı olması dileklerimizle.

Editörler

Prof.Dr. Nurhan AYDIN

Prof.Dr. Mehmet BAŞAR

1

Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Yüzde ve binde kavramını açıklayabilecek,
 - 🕒 Oran ve orantıyı ayırt edebilecek,
 - 🕒 Alış, maliyet, satış ve kâr hesaplamalarını çözümleyebilecek bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Yüzde Hesaplamaları
- Binde Hesaplamaları
- Oran
- Oranti
- Maliyet
- Satış
- Kâr
- Zarar
- Esas Değer
- Yüzde Değer

İçindekiler

Finans Matematiği

Yüzde, Maliyet ve Kâr
Hesaplamaları, Oran ve Oranti

- GİRİŞ
- YÜZDE VE BİNDE KAVRAMI
- BASIT YÜZDE HESAPLAMALARI
- İÇ YÜZDE HESAPLAMALARI
- DİŞ YÜZDE HESAPLAMALARI
- ORAN
- ORANTI
- ALIŞ, MALİYET, SATIŞ VE KÂR
- MALİYET ÜZERİNDEN KÂR (ZARAR) HESAPLAMALARI
- SATIŞ ÜZERİNDEN KÂR (ZARAR) HESAPLAMALARI
- MALİYET YÜZDESİNİN SATIŞ YÜZDESİNE ÇEVİRİLMESİ
- SATIŞ YÜZDESİNİN MALİYET YÜZDESİNE ÇEVİRİLMESİ
- ÇÖZÜLMÜŞ ÖRNEKLER

Yüzde, Maliyet ve Kâr Hesaplamaları, Oran ve Orantı

GİRİŞ

İşletme çalışanları, günlük işlemlerini yerine getirirken bir takım hesaplamalar yapmak zorundadır. Fatura düzenlerken, müşterilerine indirim yaparken, mal ve hizmet satın alırken pazarlık yapmak gerekmektedir. Bu işlemlerde bir bağıntı, ilişki bulunmaktadır. Bu ilişkilerin belirlenmesinde oran ve orantının uygulanması hesaplamalarda kolaylıklar sağlar. Aynı şekilde, yüzde hesaplamalarını bilmek ve uygulamak işletme çalışanlarına büyük avantajlar sağlar.

Alış fiyatı, masraf, maliyet fiyatı, satış fiyatı, kâr, zarar gibi terimleri günlük hayatımızda sık sık duyuyoruz. Bu kavramlar ticari hayatın da temelini teşkil etmektedir. İşletmelerin kârlı çalışabilmesi, verimli, etkin çalışabilmesi, gelişip büyüyebilmesi doğru maliyet hesaplamaları yapmalarına, doğru ve rekabetçi satış fiyatı belirlemesine bağlıdır. Bu nedenle işletme sahip ve yöneticilerinin bu kavramları iyi anlamaları ve hesaplama yöntemlerini bilmeleri gereklidir.

Bu ünitede alış, maliyet, satış ve kâr kavramları açıklanarak, yüzde, maliyet ve kâr hesaplamaları tanıtılacak; oran ve oranti kavramları açıklanarak, uygulama alanları hakkında bilgiler verilecektir.

YÜZDE VE BİNDE KAVRAMI

Yüzde, bir bütünü yüz eş parçaya ayırip o eş parçaların kaçını aldığımızı ifade eden bir kavramdır. Mesela bir bütünün yüzde 30'u demek o bütünün 100 eş parçasından 30'unu ifade eder. Yüzdeler kesirleri yazmanın bir başka yoludur. Yüzde sözcüğü 100 eşit parçaya bölünен bir büyülüğün o sayı kadarlık parçası anlamına gelir. Yüzde işaretini olan "%", 100 sayısının rakamlarından oluşur.

Binde ise bir bütünü bin eşit parçaya ayırdığımızda o eş parçaların kaçını aldığımızı ifade eden bir kavramdır. Mesela bir bütünün binde 70'i demek o bütünün 1.000 eş parçasından 70'ini ifade eder. Binde işaretini olan "%o", 1000 sayısının rakamlarından oluşur.

Yapılan ticari işlemler dolayısıyla herhangi bir miktarın kıymeti veya ağırlığı üzerinden yüzde veya binde bir kısmının hesaplanması gerekebilir. İşte bu gibi konularda uygulanan kurala yüzde veya binde kuralı denir. Komisyon, vergi, kâr, zarar gibi problemlerin çözümünde bu kurallan faydalanan.

Paydası 100 olan sayılarla yüzde oranı denir. Yüzde 30 aşağıdaki şekillerden biri ile yazılabilir:

$$\frac{30}{100} = \frac{1 * 30}{100} = 0,30 = \%30$$

Her oran genişletilebilir ya da sadeleştirilebilir.

$$\frac{210}{300} = \frac{210 : 3}{300 : 3} = \frac{70}{100} = 0,70 = \%70$$

Her yüzde oran, ondalık kesir veya rasyonel sayı olarak yazılabilir.

$$\%40 = \frac{40}{100} = 0,40$$

Paydası 1.000 olan sayılara binde oranı denir. Binde 10 aşağıdaki şekillerden biri ile yazılabilir:

$$\frac{10}{1000} = 0,010 = \%10$$

Her oran genişletilebilir ya da sadeleştirilebilir.

$$\frac{40}{20.000} = \frac{40 : 20}{20.000 : 20} = \frac{2}{1000} = 0,002 = \%2$$

Her binde oran, ondalık kesir veya rasyonel sayı olarak yazılabilir.

$$\%5 = \frac{5}{1000} = 0,005$$

Yüzde ile yazılıan bir değeri binde olarak ifade etmek için 10 ile çarpılır. Örneğin; %4, binde şeklinde söylemek istenirse; 4, 10 ile çarpılarak binde 40 olarak ifade edilir. Tersine, binde ile yazılıan bir değer yüzde olarak ifade edilmek istenirse 10'a bölünür. Örneğin; binde 60, yüzde şeklinde söylemek istenirse; 60, 10'a bölünerek %6 olarak ifade edilir.

BASIT YÜZDE HESAPLAMALARI

Yüzde tutarı T , esas değeri A ve yüzde oranı Y ile gösterilirse, bunlardan ikisi bilindiğinde bilinmeyen aşağıda verilen eşitlikle rahatlıkla bulunabilir.

$$\begin{array}{ccc} \text{Yüzde Tutarı} & \text{Esas Değer} & \text{Yüzde Oranı} \\ \searrow & \downarrow & \swarrow \\ T = A * Y & & \end{array}$$

Örnek 1.1: ₺50.000 'lik bir fatura üzerinden %3 oranında iskonto yapılrsa bu iskonto-nun tutarı ne olur?

Cözüm:

$$A = ₺50.000$$

$$Y = \%3$$

$$T = ?$$

₺100'de ← → ₺3 iskonto yapılmış ise
₺50.000'de ← → X ₺ iskonto yapılır.

$$T = A * Y$$

$$T = 50.000 * 0,03 = ₺1.500$$

%3'ü yazarken dikkat ediniz. Sıkça yapılan hatalar; 0,3, 3, 0,003 şeklinde olmaktadır. Doğrusu 0,03'dür.



DİKKAT

Örnek 1.2: 300 metrelük bir top kumaşın %40'i satılmışsa, kaç metre kumaş satılmıştır?

Çözüm:

$$A = 300 \text{ metre}$$

$$Y = \%40$$

$$T = ?$$

100 metrenin \longleftrightarrow 40 metresi satılmış ise
300 metrenin \longleftrightarrow X metresi satılır.

$$T = A * Y$$

$$T = 300 * 0,40 = 120 \text{ metre}$$

Bir öğrenci, 350 sayfalık bir kitabın %30'unu okumuşsa, geriye kaç sayfa kalmıştır?



SIRA SİZDE

Örnek 1.3: Bir fatura üzerinden %10 oranında yapılan indirimin tutarı T450'dir. Faturanın esas değeri nedir?

Çözüm:

$$Y = \%10$$

$$T = \text{₺}450$$

$$A = ?$$

₺10 indirim \longleftrightarrow ₺100 için yapılmış ise
₺450 indirim \longleftrightarrow X ₺ için yapılmıştır.

$$T = A * Y$$

$$450 = A * 0,10$$

$$A = \frac{450}{0,10}$$

$$A = \text{₺}4.500$$

Örnek 1.4: Bir tüccar, satın aldığı nohuttan %4 oranında 40 kg. taş ayırmıştır. Tüccarın satın aldığı nohut kaç kg'dır?

Çözüm:

$$T = 40 \text{ kg taş}$$

$$Y = \%4$$

$$A = ?$$

4 kg taş \longleftrightarrow 100 kg nohuttan ayrılmış ise
40 kg taş \longleftrightarrow X kg nohuttan ayrılmıştır.

$$T = A * Y$$

$$40 = A * 0,04$$

$$A = \frac{40}{0,04}$$

$$A = 1.000 \text{ kg.}$$

Bir işletme sahibi, müşterisinden olan alacaklarının %14'ünden vazgeçmiştir. Vazgeçilen alacak tutarı ₺350 olduğuna göre toplam alacak tutarı ne kadardır?



SIRA SİZDE

Örnek 1.5: ₺34.000'lik bir fatura üzerinden % X oranında yapılan indirimin tutarı T680'dir. İndirim oranı nedir?

Çözüm:

$$T = \text{₺}680$$

$$A = \text{₺}34.000$$

$$Y = ?$$

$$\text{₺}34.000\text{'de}$$

$$\text{₺}100\text{'de}$$



$$\text{₺}680 \text{ indirim yapılmışsa}$$

X ₺ indirim yapılmıştır.

$$T = A * Y$$

$$680 = 34.000 * Y$$

$$Y = \frac{680}{34.000}$$

$$Y = 0,02 = \%2$$

İÇ YÜZDE HESAPLAMALARI

Bildirilen değerde yüzde tutarı da dâhilse, bu tür yüzde hesaplarına **İç yüzde hesapları** denir. Yüzde tutarını da içine alan değeri A_1 ile gösterirsek, esas değer ve yüzde tutarın toplamı aşağıdaki gibi gösterilir:

$$A_1 = A + T$$

Yüzde Tutarının Hesaplanması

Bazı ticari işlemlerde toplam maliyet içerisinde satın alma maliyeti dışında yapılan diğer maliyet unsurları da olabilir. Toplam maliyet ve diğer maliyet unsurlarının esas maliyete oranı biliniyorsa, diğer maliyet unsurları aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanabilir:

$$T = \frac{A_1 * Y}{1 + Y}$$

Örnek 1.6: Bir malın maliyetine, %3 oranında hesaplanan nakliye giderleri de dâhil edilince, fatura tutarı ₺12.360'ye yükselmiştir. Nakliye giderleri kaç ₺dir?

Çözüm: $A_1 = \text{₺}12.360$ $Y = \%3$ $T = ?$

$$T = \frac{A_1 * Y}{1 + Y}$$

$$T = \frac{12.360 * 0,03}{1 + 0,03}$$

$$T = \text{₺}360$$

Esas Değerin Hesaplanması

Esas değere yapılan ilavelerle birlikte toplam değer ve ilavelerin esas değere oranı biliniyorsa, esas değer aşağıdaki gibi formül yardımıyla bulunabilir:

$$A = \frac{A_1}{1 + Y}$$

Örnek 1.7: Bir faturaya %3 oranında gider katıldıktan sonra, fatura tutarı ₺12.360'ye yükselmiştir. Faturanın esas değeri nedir?

$$\text{Çözüm:} \quad A_1 = ₺12.360 \quad Y = \%3 \quad A = ?$$

$$A = \frac{A_1}{1+Y}$$

$$A = \frac{12.360}{1+0,03}$$

$$A = ₺12.000$$

Yüzde Payının Hesaplanması

Esas değer ve esas değer ile yüzde tutarın toplamı biliniyorsa yüzde payı aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$Y = \frac{A_1}{A} - 1$$

Örnek 1.8: ₺12.000'lik bir faturaya %X oranında bir miktar gider katılarak fatura tutarı ₺12.360'a yükselmiştir. Gider oranı nedir?

$$\text{Çözüm:} \quad A_1 = ₺12.360 \quad A = ₺12.000 \quad Y = ?$$

$$Y = \frac{A_1}{A} - 1$$

$$Y = \frac{12.360}{12.000} - 1$$

$$Y = 0,03$$

₺720'e alınan bir mal ₺850'e satılmıştır. Bu malın kâr yüzdesi kaçtır?



SIRA SİZDE

DIŞ YÜZDE HESAPLAMALARI

Bildirilen miktardan yüzde tutarı indirilmişse bu tür yüzde hesaplarına Dış Yüzde Hesapları denir. Yüzde tutarın indirildiği değeri A_2 ile gösterirsek, esas değerden yüzde tutarın farkı aşağıdaki gibi gösterilir:

$$A_2 = A - T$$

Yüzde Tutarının Hesaplanması

Ticari hayatı malın satış fiyatı üzerinden bazı indirimler yapılabılır. Genellikle iskonto olarak nitelendirilen indirim oranı ve iskonto edilmiş değer biliniyorsa, indirim tutarı aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanabilir:

$$T = \frac{A_2 * Y}{1 - Y}$$

Örnek 1.9: Bir fatura üzerinden %3 oranında iskonto yapıldıktan sonra fatura tutarı ₺27.160'a düşmüştür. İndirim tutarı ne kadardır?

Çözüm: $A_2 = ₺27.160$ $Y = \%3$ $T = ?$

$$T = \frac{A_2 * Y}{1 - Y}$$

$$T = \frac{27.160 * 0,03}{1 - 0,03}$$

$$T = ₺840$$

DİKKAT



İç yüzde hesaplamalarında eşitliğin paydasında $(1+Y)$ yer alıyordu. Dış yüzde hesaplamalarında ise $(1-Y)$ olmaktadır.

Esas Değerin Hesaplanması

Esas değerden yapılan indirimler sonucu elde edilen değer ve indirimlerin esas değere oranı biliniyorsa, esas değer aşağıdaki gibi formül yardımıyla bulunabilir:

$$A = \frac{A_2}{1 - Y}$$

Örnek 1.10: Bir fatura üzerinden %3 oranında iskonto yapıldıktan sonra, fatura tutarı ₺27.160 olmuştur. Faturanın esas değeri nedir?

Çözüm: $A_2 = ₺27.160$ $Y = \%3$ $A = ?$

$$A = \frac{A_2}{1 - Y}$$

$$A = \frac{27.160}{1 - 0,03}$$

$$A = ₺28.000$$

DİKKAT



Eşitliğin akılda kalabilmesi için artırımlarda eşitliğin paydasında $(1+Y)$, indirimlerde eşitliğin paydasında $(1-Y)$ olmasına dikkat ediniz.

Yüzde Payının Hesaplanması

Esas değer ve esas değerden yüzde tutarın farkı biliniyorsa, yüzde payı aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$Y = \frac{A - A_2}{A}$$

Örnek 1.11: ₺28.000'lük bir fatura üzerinden %X oranında hesaplanan gider düşüldükten sonra fatura tutarı ₺27.160 olmuştur. Gider oranı nedir?

Çözüm: $A_2 = ₺27.160$ $A = ₺28.000$ $Y = ?$

$$Y = \frac{A - A_2}{A}$$

$$Y = \frac{28.000 - 27.160}{28.000}$$

$$Y = 0,03$$

Bir malin %30 indirimli fiyatı ₺120'dır. Bu malin indirimden önceki fiyatı kaç ₺'dır?



SIRA SİZDE

4

ORAN

Aynı cinsten iki kıymetin birinin diğerine bölünmesinden elde edilen sonuca oran denir. Örneğin, a sayısının b sayısına oranı demek, a sayısının b sayısına bölünmesi (a/b) demektir. 3 sayısının 4 sayısına oranı demek ($3/4$) demektir. ($3/4$) kesrinde 3 sayısına pay, 4 sayısına da payda denir.

Oranların Özellikleri

1. Bir kesrin pay ve paydası aynı sayı ile çarpılır veya bölündürse değeri değişmez.

$$\frac{a}{b} = \frac{a * k}{b * k} = \frac{a : k}{b : k}$$

Örnek 1.12: $2/4$ kesrinin pay ve paydasını 3 ile çarptığımızda;

$$\frac{2 * 3}{4 * 3} = \frac{6}{12} = \frac{2}{4}$$

Örnek 1.13: $4/6$ kesrinin pay ve paydasını 2'e böldüğümüzde;

$$\frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

2. Kesirlerde toplama veya çıkarma işlemlerinden önce paydalar eşitlenir, sonra işlem yapılır.

$$\frac{a}{k} + \frac{b}{k} + \frac{c}{k} = \frac{(a+b+c)}{k}$$

Örnek 1.14: $2/5$ kesri ile $4/7$ kesirleri toplandığında;

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{7} = \frac{2 * 7}{5 * 7} + \frac{4 * 5}{7 * 5} = \frac{14}{35} + \frac{20}{35} = \frac{34}{35} \text{ elde edilir.}$$

3. İki kesri birbirile çarparken, bu kesirlerin payları ve paydaları birbiriyle ayrı ayrı çarpılır.

$$\frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \frac{a * c}{b * d}$$

Örnek 1.15: $2/5$ kesri ile $4/7$ kesirleri çarpıldığında;

$$\frac{2}{5} * \frac{4}{7} = \frac{2 * 4}{5 * 7} = \frac{8}{35} \text{ elde edilir.}$$

4. İki kesri birbiriyle bölmek için, ikinci kesrin aksı alınarak, birinci kesirle çarpılır.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} * \frac{d}{c}$$

Örnek 1.16: $\frac{2}{5}$ kesri, $\frac{4}{7}$ kesrine bölündüğünde;

$$\frac{2}{5} : \frac{4}{7} = \frac{2}{5} * \frac{7}{4} = \frac{14}{20} \text{ elde edilir.}$$

SIRA SİZDE



3/4 kesrini $\frac{2}{5}$ kesri ile toplayınız; 6/8 kesrini $\frac{4}{9}$ kesrine bölünüz.

ORANTI

İki oranın eşitliğine **oranti** denir. $\frac{a}{b}$ oranı $\frac{c}{d}$ oranına eşitse, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ye orantı denir. Örneğin; $\frac{10}{20}$ oranı ile $\frac{5}{10}$ oranı bir orantı teşkil eder.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında a ve d sayılarına **yan terimler - içler**, c ve b sayılarına **orta terimler - dışlar** denir.

Orantının Özellikleri

- Her orantıda içler çarpımı dışlar çarpımına eşittir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a * d = b * c$$

Bu özellik sayesinde; a, b, c, d sayılarından üçü bilinirken, biri bilinmiyorsa, bu bilinmeyen kolayca bulunabilir.

Örnek 1.17:

$$\frac{4}{3} = \frac{2}{x}$$

$$4 * x = 3 * 2$$

$$x = \frac{3 * 2}{4} = \frac{6}{4} = 1,5$$

- İkişer ikişer çarpımları birbirine eşit olan dört sayıdan bir orantı kurmak mümkün olur.

$$a * d = c * b \text{ ise } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ olur.}$$

Örnek 1.18:

$$3 * 6 = 2 * 9 \quad \frac{3}{9} = \frac{2}{6}$$

- Her orantıda, birinci oranın paydasını, aynı oranın payına eklenir veya çıkarılırsa yine bir orantı elde edilir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ buradan } \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d} \text{ elde edilir.}$$

Örnek 1.19:

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \frac{2+4}{4} = \frac{3+6}{6}$$

4. Bir orantıda içler ve dışlar, sıralarına göre değiştirilebilirler.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}; \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

Örnek 1.20:

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \quad \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \quad \frac{6}{3} = \frac{4}{2}$$

5. Her orantıda, birinci terimlerle ikinci terimler toplamları ve farkları yine oranti teşkil eder.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

Örnek 1.21:

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \frac{2+4}{2-4} = \frac{3+6}{3-6}$$

6. Her orantıda, paylar toplamının kendi farklarına oranı, paydalar toplamının kendi farklarına oranına eşittir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$$

Örnek 1.22:

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \frac{2+3}{2-3} = \frac{4+6}{4-6}$$

7. Her orantıda, her dört terimin aynı dereceden kuvveti veya kökü alınırsa, oranti yine mevcuttur.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \frac{a^m}{b^m} = \frac{c^m}{d^m} \quad \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \frac{\sqrt[m]{c}}{\sqrt[m]{d}}$$

Örnek 1.23:

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \frac{2^3}{4^3} = \frac{3^3}{6^3} \quad \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{6}}$$

Doğru Oranti

Oranti çokluklarından biri artarken diğerinin de aynı oranda artarsa veya biri azalırken diğerinin de aynı oranda azalsrsa bu çokluklar **doğru orantılıdır** denir.

Birbirleri ile doğru orantılı olan iki değerin birbirlerine bölünmelerinin sonucu daima sabit bir değerdir. x ile y doğru orantılı ise $x = k \cdot y$ ya da $k = \frac{x}{y}$ dir.

Örnek 1.24: Bir araç 60 dakikada 80 km. hızla gidiyorsa 15 dakikada kaç km. yol gider?

Çözüm:

$$\begin{array}{ccc} 60 \text{ dk.} & \longleftrightarrow & 80 \text{ km. yol gidiyorsa} \\ & \nearrow \searrow & \\ 15 \text{ dk.} & & x \text{ km. yol gider} \end{array}$$

$$x = \frac{15 * 80}{60} = 20 \text{ km.}$$

Örnek 1.25: Bir makine 8 saatte 500 kutu üretiliyorsa 160 saatte kaç kutu üretir?

Çözüm:

$$\begin{array}{ccc} 8 \text{ saat} & \longleftrightarrow & 500 \text{ kutu üretiliyorsa} \\ & \nearrow \searrow & \\ 160 \text{ saat} & & x \text{ kutu üretilir} \end{array}$$

$$x = \frac{160 * 500}{8} = 10.000 \text{ kutu}$$

SIRA SİZDE

6

15 metre kumaş $\text{₺}75$ 'dir. Aynı kumaşın 49 metresinin değeri kaç ₺ 'dir?

Ters Oranti

Oranti çöklüklerinden biri artarken diğer azalırsa veya biri azalırken diğer artarsa bu çöklükler ters orantılıdır denir.

x ile y ters orantılı ise $x = \frac{k}{y}$ dir.

Örnek 1.26: 2 işçi bir kamyon kömürü 6 saatte depoya taşımaktadır. 5 işçi aynı kömürü kaç saatte depoya taşıyabilir?

Çözüm:

$$\begin{array}{ccc} 2 \text{ işçi} & \longleftrightarrow & 6 \text{ saatte taşıyorsa} \\ & \nearrow \searrow & \\ 5 \text{ işçi} & & x \text{ saatte taşıır} \end{array}$$

$$2 * 6 = 5 * x \text{ ise } x = \frac{2 * 6}{5} = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ saat}$$

Örnek 1.27: Aynı hızla çalışan 4 işçi bir işi 10 günde bitirebilmektedir. Bu işin 4 günde bitirilebilmesi için kaç işçiye ihtiyaç vardır?

Çözüm:

$$\begin{array}{ccc} 4 \text{ işçi} & \longleftrightarrow & 10 \text{ günde bitiriyorsa} \\ & \nearrow \searrow & \\ x \text{ işçi} & & 4 \text{ günde bitirir} \end{array}$$

$$4 * 10 = 4 * x \text{ ise } x = \frac{4 * 10}{4} = \frac{40}{4} = 10 \text{ işçi}$$

SIRA SİZDE

7

8 işçi bir işi 5 saate yaparsa, aynı çalışma kapasitesindeki 10 işçi aynı işi kaç saatte yapar?

Bileşik Orantı

Birden fazla orandan oluşan orantıya **bileşik orantı** denir.

Örnek 1.28: 3 işçi içinde 8 saat çalışarak 100 metre kanal kazabilmektedir. 5 işçi içinde 10 saat çalışarak kaç metre kanal kazabilir?

Çözüm:

3 işçi 8 saat 100 metre kazıyorsa

5 işçi 10 saat x metre kazar

$$\frac{100}{3 * 8} = \frac{x}{5 * 10} \quad \frac{100}{24} = \frac{x}{50} \quad 24 * x = 100 * 50 \quad x = 208 \text{ metre}$$

Örnek 1.29: 5 bilgisayar 1.000 öğrencinin sınav kâğıdını 2 saatte okumaktadır. 7 bilgisayar 5.000 öğrencinin sınav kâğıdını kaç saatte okur?

Çözüm:

5 bilgisayar 2 saat 1.000 kâğıt okuyorsa

7 bilgisayar x saat 5.000 kâğıt okur

$$\frac{1.000}{5 * 2} = \frac{5.000}{7 * x} \quad \frac{1.000}{10} = \frac{5.000}{7 * x} \quad 7.000 * x = 10 * 5.000 \quad x = 7,14 \text{ saat}$$

Bir fabrikada verilen bir işte 6 işçi 15 ay çalışmış ve ₺72.000 kazanmışlardır. Buna benzer fakat daha büyük bir işte aynı gündelikle ₺224.000 alan 14 işçi ne kadar zaman çalışmıştır?



SIRA SİZDE

8

ALIŞ, MALİYET, SATIŞ VE KÂR

Alış, maliyet, satış ve kâr hesaplamalarına geçmeden önce bu kavramların açıklanması faydalı olacaktır.

Alış Fiyatı = Alınan mallar için ödenen bedel

Masraf = Alınan malların satış yerine getirilmesi için ödenen taşıma, sigorta, benzeri giderler

Maliyet Fiyatı = Alış Fiyatı + Masraflar

Maliyet Fiyatı = Satış Fiyatı - Kâr

Maliyet Fiyatı = Satış Fiyatı + Zarar

Satış Fiyatı = Maliyet Fiyatı + Kâr

Satış Fiyatı = Maliyet Fiyatı - Zarar

Brüt Kâr = Satış Fiyatı - Alış Fiyatı

Net Kâr = Satış Fiyatı - Maliyet Fiyatı

MALİYET ÜZERİNDEN KÂR (ZARAR) HESAPLAMALARI

Maliyet üzerinden kâr hesaplamaları, malın maliyet fiyatı esas alınarak yapılan hesaplamalıdır. Hesaplamalarda satılan malın maliyet fiyatı 100 kabul edilir; kâr payı eklenip, zarar payı çıkarılarak satış fiyatı bulunur. Satış fiyatı ile maliyet fiyatı arasındaki olumlu fark kâr, olumsuz fark tutarı ise zarardır.

Maliyet üzerinden %y kazanmak demek, ₺100'ye mal olan bir malı (100 + y) fiyatına satmak demektir.

İşlemlerde kullanılan semboller şunlardır:

M = Maliyet fiyatı

F = Satış fiyatı

K = Kâr tutarı

Z = Zarar tutarı

Y = Kâr veya zarar yüzdesi

$$\text{Satış Kârlı ise} \quad F = M * (1 + Y)$$

$$\text{Satış Zararına ise} \quad F = M * (1 - Y)$$

Örnek 1.30: ₺560'ye mal olan bir maldan, maliyet üzerinden %25 kazanmak için bu mal kaç ₺'ye satılmalıdır?

$$\text{Çözüm:} \quad M = ₺560 \quad Y = \%25 \quad F = ?$$

$$F = M * (1 + Y)$$

$$F = 560 * (1 + 0,25) = 560 * 1,25 = ₺700$$

Örnek 1.31: ₺1.500 maliyetli mal, maliyet üzerinden %20 kârla satılırsa, malın satış fiyatı ne olur?

$$\text{Çözüm:} \quad M = ₺1.500 \quad Y = \%20 \quad F = ?$$

$$F = M * (1 + Y)$$

$$F = 1.500 * (1 + 0,20) = 1.500 * 1,20 = ₺1.800$$

Örnek 1.32: Maliyet fiyatı ₺800 olan bir mal %10 zararla satılmıştır. Malın satış fiyatını bulunuz.

$$\text{Çözüm:} \quad M = ₺800 \quad Y = \%10 \quad F = ?$$

$$F = M * (1 - Y)$$

$$F = 800 * (1 - 0,10) = 800 * 0,90 = ₺720$$

Örnek 1.33: Maliyet üzerinden %25 kazanılarak ₺700'ye satılan bir malın maliyeti kaç ₺'dir?

$$\text{Çözüm:} \quad F = ₺700 \quad Y = \%25 \quad M = ?$$

$$F = M * (1 + Y)$$

$$M = \frac{F}{(1 + Y)}$$

$$M = \frac{700}{(1 + 0,25)} = \frac{700}{1,25} = ₺560$$

Örnek 1.34: Maliyet üzerinden %20 zararla ₺400'e satılan bir malın maliyeti kaç ₺'dir?

$$\text{Çözüm:} \quad F = ₺400 \quad Y = \%20 \quad M = ?$$

$$F = M * (1 - Y)$$

$$M = \frac{F}{(1 - Y)}$$

$$M = \frac{400}{(1 - 0,20)} = \frac{400}{0,80} = ₺500$$

Kârlı işlemlerde $(1+Y)$ 'nin, zararlı işlemlerde $(1-Y)$ 'nin kullanıldığına dikkat ediniz.



DİKKAT

Örnek 1.35: Maliyeti ₺560 olan bir mal, maliyet üzerinden %Y kazanılarak ₺700'e satılmıştır. Kâr yüzdesi kaçtır?

$$\text{Çözüm: } F = ₺700 \quad M = ₺560 \quad Y = ?$$

$$F = M * (1 + Y)$$

$$Y = \frac{F}{M} - 1$$

$$Y = \frac{700}{560} - 1 = 0,25 = \%25$$

Örnek 1.36: Maliyeti ₺250 olan bir mal, maliyet üzerinden %Y zararla ₺200'e satılmıştır. Zarar yüzdesi kaçtır?

$$\text{Çözüm: } F = ₺200 \quad M = ₺250 \quad Y = ?$$

$$F = M * (1 - Y)$$

$$Y = \frac{F}{M} - 1$$

$$M = 1 - \frac{200}{250} = 0,20$$

Kârlı işlemlerde (F/M) 'den 1'in çıkarıldığını, zararlı işlemlerde ise 1'den, (F/M) 'nin çıkarıldığına dikkat ediniz.



DİKKAT

Örnek 1.37: Maliyeti ₺560 olan bir mal, maliyet üzerinden %25 kazanılarak satılırsa kâr miktarı ne olur?

$$\text{Çözüm: } M = ₺560 \quad Y = \%25 \quad K = ?$$

$$K = M * Y$$

$$K = 560 * 0,25 = ₺140 \text{ kâr}$$

Örnek 1.38: ₺800 maliyetindeki mal, maliyet fiyatı üzerinden %10 zararla satılmıştır. Zarar tutarını hesaplayın?

$$\text{Çözüm: } M = ₺800 \quad Y = \%10 \quad Z = ?$$

$$Z = M * Y$$

$$Z = 800 * 0,10 = ₺80 \text{ zarar}$$

Örnek 1.39: Maliyet üzerinden %25 kazanılarak ₺140 kâr elde edilen bir malın maliyeti kaç ₺dir?

$$\text{Çözüm: } K = ₺140 \quad Y = \%25 \quad M = ?$$

$$K = M * Y$$

$$M = \frac{K}{Y}$$

$$M = \frac{140}{0,25} = ₺560$$

SIRA SİZDE

9

Maliyet fiyatı ₺8.000 olan bir malin, %40 kârlı fiyatını ve %40 zararla satılan fiyatını hesaplayın.

Örnek 1.40: Maliyet üzerinden %30 zararla ₺280'ye satılan bir malin maliyeti kaç ₺dir?

$$\text{Çözüm: } F = ₺280 \quad Y = \%30 \quad M = ?$$

$$F = M * (1 - Y)$$

$$M = \frac{F}{(1 - Y)}$$

$$M = \frac{280}{(1 - 0,30)} = \frac{280}{0,70} = ₺400$$

Örnek 1.41: Maliyeti ₺560 olan bir maldan ₺140 kâr elde edilmiştir. Kâr yüzdesi nedir?

$$\text{Çözüm: } M = ₺560 \quad K = ₺140 \quad Y = ?$$

$$K = M * Y$$

$$Y = \frac{K}{M}$$

$$Y = \frac{140}{560} = 0,25 = \%25$$

Örnek 1.42: Maliyeti ₺300 olan bir maldan ₺60 zarar edilmiştir. Zarar yüzdesi nedir?

$$\text{Çözüm: } M = ₺300 \quad Z = ₺60 \quad Y = ?$$

$$Z = M * Y$$

$$Y = \frac{Z}{M}$$

$$Y = \frac{60}{300} = 0,20 = \%20 \text{ zarar}$$

Örnek 1.43: Maliyet üzerinden %25 kazanılarak ₺700'ye satılan bir maldan elde edilen kâr miktarı nedir?

$$\text{Çözüm: } F = ₺700 \quad Y = \%25 \quad K = ?$$

$$K = F - M$$

$$K = F - \frac{M}{(1 + Y)}$$

$$K = 700 - \frac{700}{1,25} = ₺140$$

Örnek 1.44: Maliyet üzerinden %15 zarar edilerek ₺680'ye satılan bir maldan ne kadar zarar edilmiştir?

$$\text{Çözüm: } F = ₺680 \quad Y = \%15 \quad Z = ?$$

$$Z = M - F$$

$$Z = \frac{F}{(1 - Y)} - F$$

$$Z = \frac{680}{(1 - 0,15)} - 680 = ₺120$$

₺50 maliyeti olan bir ceket önce %20 indirime giriyor. Daha sonra indirimli fiyat üzerinden %30 daha indirim yapılarak ₺60'e satılıyor. Bu ceketin indirimsiz satış fiyatı nedir?



SIRA SİZDE

Örnek 1.45: Maliyet üzerinden %25 kazanılarak ₺140 kâr elde edilen bir malın satış fiyatı kaç ₺'dir?

$$\text{Çözüm:} \quad K = ₺140 \quad Y = \%25 \quad F = ?$$

$$K = F - M$$

$$F = K + \frac{M}{Y}$$

$$F = 140 + \frac{140}{0,25} = ₺700$$

Kârlı işlemlerde, maliyet (M)'in kâr bölümü yüzde oranı (K/Y) olduğunu hatırlayınız.



DİKKAT

Örnek 1.46: Maliyet üzerinden %30 zararla satılan bir maldan ₺150 zarar edilmiştir. Bu malın satış fiyatı kaç ₺'dir?

$$\text{Çözüm:} \quad Z = ₺150 \quad Y = \%30 \quad F = ?$$

$$Z = M - F$$

$$F = \frac{Z}{Y} - Z$$

$$F = \frac{150}{0,30} - 150 = ₺350$$

Zararlı işlemlerde ise maliyet (M), zarar bölümü yüzde oranı (Z/Y)'dır.



DİKKAT

Örnek 1.47: Maliyet üzerinden ₺140 kâr elde edilerek ₺700'e satılan maldan, maliyet üzerinden % kaç kazanılmıştır?

$$\text{Çözüm:} \quad F = ₺700 \quad K = ₺140 \quad Y = ?$$

$$K = F - M$$

$$Y = \frac{K}{F - K}$$

$$Y = \frac{140}{700 - 140} = 0,25 = \%25$$

Örnek 1.48: Maliyet üzerinden ₺80 zarar edilerek ₺720'e satılan maldan maliyet üzerinden % kaç zarar edilmiştir?

$$\text{Çözüm:} \quad F = ₺720 \quad Z = ₺80 \quad M = ?$$

$$M = F - Z$$

$$Y = \frac{Z}{F + Z}$$

$$Y = \frac{80}{720 + 80} = 0,10 = \%10 \text{ zarar}$$

SIRA SİZDE

11

₺50'dan alınan pantolondan %40 kâr, ₺20'den alınan gömlekten %10 zarar edilmiştir. Bu iki satış sonunda ne kadar kâr (zarar) edilmiştir? Toplam kâr (zarar) yüzdesi nedir?

SATIŞ ÜZERİNDEN KÂR (ZARAR) HESAPLAMALARI

Satış fiyatı üzerinden %y kazanmak demek, $(100 - y)$ fiyatına mal olan bir malı ₺100'e satmak demektir.

$$\text{Satış Kârlı ise} \quad F = \frac{M}{(1-Y)}$$

$$\text{Satış Zararına ise} \quad F = \frac{M}{(1+Y)}$$

Örnek 1.49: Satış fiyatı üzerinden %20 kazanmak için ₺480 maliyetli bir malı kaç satmalıdır?

$$\text{Çözüm:} \quad M = ₺480 \quad Y = \%20 \quad F = ?$$

$$F = \frac{M}{(1-Y)}$$

$$F = \frac{480}{(1-0,20)} = \frac{480}{0,80} = ₺600$$

Örnek 1.50: Maliyet fiyatı ₺500 olan bir mal satış üzerinden %10 zararla satılmıştır. Satış fiyatı kaç ₺'dır?

$$\text{Çözüm:} \quad M = ₺500 \quad Y = \%10 \quad F = ?$$

$$F = \frac{M}{(1+Y)}$$

$$F = \frac{500}{(1+0,10)} = \frac{500}{1,10} = ₺454,55$$

Örnek 1.51: Satış fiyatı üzerinden %20 kazanılarak ₺30.000'e satılan bir malın maliyeti nedir?

$$\text{Çözüm:} \quad F = ₺30.000 \quad Y = \%20 \quad M = ?$$

$$F = \frac{M}{(1-Y)}$$

$$M = F * (1 - Y)$$

$$M = 30.000 * (1 - 0,20) = ₺24.000$$

Örnek 1.52: Satış fiyatı üzerinden %15 zarar edilerek ₺20.000'e satılan bir malın maliyeti nedir?

$$\text{Çözüm:} \quad F = ₺20.000 \quad Y = \%15 \quad M = ?$$

$$F = \frac{M}{(1+Y)}$$

$$M = F * (1 + Y)$$

$$M = 20.000 * (1 + 0,15) = ₺23.000$$

Bir bakkal satın aldığı yumurtaları ₺2'den satarsa ₺75 kâr elde ederken, ₺1,3'dan satarsa ₺30 zarar etmektedir. Bakkal kaç adet yumurta satın almıştır? Yumurtaların maliyeti nedir?



SIRA SİZDE

Örnek 1.53: ₺480 maliyetli bir mal satış fiyatı üzerinden bir miktar kazanılarak ₺600'e satılmış ise kâr yüzdesi ne olur?

$$\text{Çözüm:} \quad M = ₺480 \quad F = ₺600 \quad Y = ?$$

$$F = \frac{M}{(1 - Y)}$$

$$Y = 1 - \frac{M}{F}$$

$$Y = 1 - \frac{480}{600} = 0,20 = \%20$$

Örnek 1.54: ₺15.000 maliyetli bir mal ₺12.000'e satılmış ise satış fiyatı üzerinden zarar yüzdesi ne olur?

$$\text{Çözüm:} \quad M = ₺15.000 \quad F = 12.000 \quad Y = ?$$

$$F = \frac{M}{(1 + Y)}$$

$$12.000 = \frac{15.000}{(1 + Y)}$$

$$(1 + Y) = 1,25$$

$$Y = 0,25 \text{ zarar}$$

Örnek 1.55: ₺480 maliyetli bir mal, satış fiyatı üzerinden %20 kârla satılırsa kâr ne olur?

$$\text{Çözüm:} \quad M = ₺480 \quad Y = \%20 \quad K = ?$$

$$K = F - M$$

$$K = \frac{M}{(1 - Y)} - M$$

$$K = \frac{M * Y}{(1 - Y)}$$

$$K = \frac{480 * 0,20}{(1 - 0,20)} = \frac{96}{0,80} = ₺120$$

Örnek 1.56: ₺5.000 maliyetli bir mal, satış fiyatı üzerinden %30 zararla satılırsa zarar ne olur?

$$\text{Çözüm:} \quad M = ₺5.000 \quad Y = \%30 \quad Z = ?$$

$$Z = M - F$$

$$Z = M - \frac{M}{(1 - Y)}$$

$$Z = 5.000 - \frac{5.000}{(1 - 0,30)}$$

$$Z = ₺1.153,84$$

SIRA SİZDE

13

? **₺20'den alınan bir mal ₺25'den satılmıştır. Bu işlemde satış fiyatı üzerinden % kaç kâr elde edilmiş olur?**

Örnek 1.57: Satış fiyatı üzerinden %20 kazanılarak ₺120 kâr elde edilen bir malın maliyeti kaç ₺'dir?

$$\text{Çözüm:} \quad K = ₺120 \quad Y = \%20 \quad M = ?$$

$$M = \frac{K * (1 - Y)}{Y}$$

$$M = \frac{120 * (1 - 0,20)}{0,20} = ₺480$$

Örnek 1.58: Satış fiyatı üzerinden %15 zararla, ₺105 zarar edilen bir malın maliyeti kaç ₺'dir?

$$\text{Çözüm:} \quad Z = ₺105 \quad Y = \%15 \quad M = ?$$

$$M = \frac{Z * (1 + Y)}{Y}$$

$$M = \frac{105 * (1 + 0,15)}{0,15} = ₺805$$

Örnek 1.59: Maliyeti ₺480 olan bir malın satış fiyatı üzerinden ₺120 kâr elde edilmiştir. Kâr yüzdesi nedir?

$$\text{Çözüm:} \quad M = ₺480 \quad K = ₺120 \quad Y = ?$$

$$Y = \frac{K}{M + K}$$

$$Y = \frac{120}{480 + 120} = 0,20 = \%20$$

Örnek 1.60: Maliyeti ₺2.000 olan bir malın satış fiyatı üzerinden ₺500 zarar edilmiştir. Zarar yüzdesi nedir?

$$\text{Çözüm:} \quad M = ₺2.000 \quad Z = ₺500 \quad Y = ?$$

$$Y = \frac{Z}{M - K}$$

$$Y = \frac{500}{2.000 - 500} = 0,33 = \%33,3 \text{ zarar}$$

SIRA SİZDE

14

? **Bir manav domateslerin %80'ini %40 kârla, kalanını %20 zararla satmıştır. Bu ticaretten toplam kâr (zarar) yüzdesi ne olmuştur?**

Örnek 1.61: ₺600'a satılan bir maldan, satış fiyatı üzerinden %20 kazanılmıştır. Kâr miktarı nedir?

Cözüm: $F = ₺600$ $Y = \%20$ $K = ?$
 $K = F * Y$
 $K = 600 * 0,20 = ₺120$

Örnek 1.62: ₺3.000'a satılan bir maldan, satış fiyatı üzerinden %30 zarar edilmiştir. Zarar miktarı nedir?

Cözüm: $F = ₺3.000$ $Y = \%30$ $Z = ?$
 $Z = F * Y$
 $Z = 3.000 * 0,30 = ₺900$ zarar

Örnek 1.63: Bir mal, satış fiyatı üzerinden %20 kârla satılarak ₺120 kâr elde edilmiştir. Satış fiyatı kaç ₺'dir?

Cözüm: $K = ₺120$ $Y = \%20$ $F = ?$
 $F = \frac{K}{Y}$
 $F = \frac{120}{0,20} = ₺600$

Örnek 1.64: Bir mal, satış fiyatı üzerinden %10 zararla satılarak ₺50 zarar edilmiştir. Satış fiyatı kaç ₺'dir?

Cözüm: $Z = ₺50$ $Y = \%10$ $F = ?$
 $F = \frac{Z}{Y}$
 $F = \frac{50}{0,10} = ₺500$

Satış fiyatı üzerinden %40 kazanılarak ₺500 kâr elde edilen bir malın maliyeti kaç ₺'dir?



SIRA SİZDE

Örnek 1.65: Satış fiyatı üzerinden yüzde bir miktar kârla ₺600'e satılan maldan ₺120 kazanılmıştır. Kâr yüzdesi nedir?

Cözüm: $F = ₺600$ $K = ₺120$ $Y = ?$
 $Y = \frac{K}{F}$
 $Y = \frac{120}{600} = 0,20 = \%20$

Örnek 1.66: Satış fiyatı üzerinden yüzde bir miktar zararla ₺1.200'e satılan maldan ₺360 zarar edilmiştir. Zarar yüzdesi nedir?

Cözüm: $F = ₺1.200$ $Z = ₺360$ $Y = ?$
 $Y = \frac{Z}{F}$
 $Y = \frac{360}{1.200} = 0,30 = \%30$ zarar

MALİYET YÜZDESİNİN SATIŞ YÜZDESİNE ÇEVRİLMESİ

Maliyet üzerinden %Y kazanmak $\text{₺}100$ 'e mal olan bir malı $(100+Y)$ $\text{₺}'e$ satmak anlamına gelir. $\text{₺}100$ 'e mal edilip, $(100+Y)$ satılan bir malın satış fiyatı üzerinden kâr yüzdesini bulmak için aşağıdaki eşitlikten faydalанılır:

Satış	Kâr
$100 + Y_m$	Y_m
100	Y_s

$$Y_s = \frac{Y_m}{(1 + Y_m)}$$

Eşitlikte;

Y_m = Maliyet üzerinden kâr yüzdesi,

Y_s = Satışlar üzerinden kâr yüzdesi anlamına gelmektedir.

Örnek 1.67: Maliyet üzerinden %25 kazanan bir tüccar satış üzerinden % kaç kazanmış olur?

$$y_s = \frac{0,25}{(1 + 0,25)} = 0,20 = \%20$$

SIRA SİZDE

16

Bir mal maliyetinin %20 eksigine alınıp, %5 eksigine satıldığında bu satıştan % kaç kâr elde edilir?

SATIŞ YÜZDESİNİN MALİYET YÜZDESİNE ÇEVRİLMESİ

Satış fiyatı üzerinden %Y kazanmak, $(100-Y)$ $\text{₺}'e$ mal olan bir malı $\text{₺}100$ 'e satmak demektedir. Satış fiyatı üzerinden kâr yüzdesi bilinen bir malın, maliyet üzerinden kâr yüzdesi aşağıdaki gibi hesaplanır:

Maliyet	Kâr
$100 - Y_s$	Y_s
100	Y_m

$$Y_m = \frac{Y_s}{(1 - Y_s)}$$

Örnek 1.68: Satış fiyatı üzerinden %20 kazanan bir tüccar, maliyet üzerinden % kaç kazanmış olur?

$$y_m = \frac{0,20}{(1 - 0,20)} = 0,25 = \%25$$

ÇÖZÜLMÜŞ ÖRNEKLER

1. Bir fabrikanın aylık elektrik gideri $\text{₺}985$ 'dir. Bu gider, fabrikanın aylık genel giderlerinin %11'i kadardır. Fabrikanın aylık genel giderlerinin bulunuz.

Çözüm:

$$A = \frac{T}{Y}$$

$$A = \frac{985}{0,11} = \text{₺}8.955$$

2. Bir malın ağırlığı 2.000 kg'dır. Mal depoda bir senede ağırlığından %2 kaybetmiştir. Malın fire sonrası ağırlığı ne olmuştur?

Çözüm:

$$T = A * Y$$

$$T = 2.000 * 0,02 = 40 \text{ kg.}$$

$$\text{Malın Fire Sonrası Ağırlığı} = 2.000 - 40 = 1.960 \text{ kg.}$$

3. Bir işyerinde çalışanlara günlük ₺270 ödenmektedir. Bu işyerinin günlük satışları ₺3.000 olduğuna göre, günlük ücretlerin günlük satışlara oranı % kaçtır?

Çözüm:

$$Y = \frac{T}{A}$$

$$Y = \frac{270}{3.000} = 0,09 = \%9$$

4. ₺500'e alınan bir mal %30 kârla satılırsa satış fiyatı ne olur?

Çözüm:

$$F = M * (1 + Y)$$

$$F = 500 * (1 + 0,30) = 500 * 1,30 = ₺650$$

5. ₺1.000'ye alınan bir mal ₺800'e satılırsa % kaç zarar edilmiş olur?

Çözüm:

$$F = M * (1 - Y)$$

$$Y = 1 - \frac{M}{F}$$

$$Y = 1 - \frac{800}{1.000}$$

$$Y = 0,20 = \%20$$

6. Bir tüccar %35 kârla bir malı ₺250'e satmıştır. Bu malın alış fiyatı kaç ₺'dır?

Çözüm:

$$M = \frac{F}{1 + Y}$$

$$A = \frac{250}{1 + 0,35} = ₺185,19$$

7. ₺720'e alınan bir mal ₺850'e satılmıştır. Bu malın kâr yüzdesi kaçtır?

Çözüm:

$$F = M * (1 - Y)$$

$$Y = \frac{F}{M} - 1$$

$$Y = \frac{850}{720} - 1$$

$$Y = 0,18 = \%18$$

8. Satış fiyatı ₺250 olan bir mal %20 indirime girmiştir. Bir süre sonra indirimli fiyatı üzerinden %25 daha indirim yapılmıştır. İkinci indirim sonrası malın satış fiyatı kaç ₺’dır?

Çözüm:

$$\text{İndirimli Fiyat} = 250 - (250 * 0,20) = ₺200$$

$$\text{İkinci İndirimli Fiyat} = 200 - (200 * 0,25) = ₺150$$

9. Bir top kumasın önce $\frac{1}{5}$ i, sonra da kalanın $\frac{3}{4}$ ü satılmıştır. Geriye 32 metre kumaş kaldığına göre, kumasın tümü kaç metredir?

Çözüm:

Soruda bulunan kesirler $\frac{1}{5}$ ve $\frac{3}{4}$ tür. Paydaları çarpalım. $5 \cdot 4 = 20$ dir. Öyleyse kumasın tamamına $20x$ diyelim.

$$\frac{1}{5} * 20x = 4x \text{ satıldı. } 20x - 4x = 16x \text{ kaldı.}$$

$$\frac{3}{4} * 16x = 12x \text{ satıldı. } 16x - 12x = 4x \text{ kaldı.}$$

Geriye 32 metre kumaş kaldığına göre, $4x = 32$ ise $x = 8$ olur. Kumasın tamamı $20x$ olduğuna göre $20 \cdot 8 = 160$ metre olur.

10. Işık, parasının $\frac{1}{2}$ ini ev kirasına, $\frac{1}{5}$ ini kredi kartı borçlarına ayırdığında geriye ₺180’i kalmıyor. Buna göre Işık’ın başlangıçtaki parası kaç ₺’dır?

Çözüm:

Işık’ın parası x ₺ olsun. Işık, parasının $\frac{1}{2}$ ini yani $\frac{x}{2}$ ₺’yi ev kirasına, parasının $\frac{1}{5}$ ini yani $\frac{x}{5}$ ₺’yi ise kredi kartı borçlarına ayırmıştır. Buna göre Işık, borçlarını ödemek için $\frac{x}{2} + \frac{x}{5} = \frac{5x+2x}{10} = \frac{7x}{10}$ ₺ ayırmıştır. Bu durumda kalan parası $x - \frac{7x}{10} = \frac{10x - 7x}{10} = \frac{3x}{10}$ ₺’dir. Işık’ın kalan parası ₺180 ise $\frac{3x}{10} = 180$ ise $3x = 1.800$, $x = ₺600$ olur. Işık’ın başlangıçtaki parası ₺600’dır.

11. 15 metre kumaş ₺75’dir. Aynı kumasın 49 metresinin değeri nedir?

Çözüm:

$$15 \text{ metre kumaş} \quad ₺75$$

$$49 \text{ metre kumaş} \quad x \text{₺}$$

$$x = \frac{75 * 49}{15} = ₺245$$

12. 3 ortağı olan bir işletme ₺60.000 kâr elde etmiştir. Elde edilen kârı, birinci ortağın kâr payı ikinci ortağın kâr payının $\frac{2}{3}$ ü, ikinci ortağın kâr payı üçüncü ortağın kâr payının $\frac{2}{5}$ i olacak şekilde ortaklara paylaştırınız.

Çözüm:

Ortakların kâr paylarını sırasıyla x, y ve z ile gösterelim. Birinci ortağın kâr payı ile ikinci ortağın kâr payının oranı $\frac{2}{3}$ olacak ise

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$$

İkinci ortağın kâr payı ile üçüncü ortağın kâr payının oranı $\frac{2}{5}$ olacak ise

$$\frac{y}{z} = \frac{2}{5}$$

Orantıları yazılabilir. Birinci orantıyı 2 ile ikinci orantıyı 3 ile genişletelim.

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{y}{z} = \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

Buna göre ortakların kâr payları sırasıyla 4, 6 ve 15 sayıları ile orantılı olacaktır.

$$x = 4k, y = 6k, z = 15k$$

Toplam kâr ₺60.000 olduğuna göre

$$x + y + z = 60.000 \quad 4k + 6k + 15k = 60.000 \quad k = 2.400$$

bulunur. Ortakların kâr payları ise

$$x = 4k = 9.600 \quad y = 6k = 14.400 \quad z = 15k = 36.000$$

13. Bir fabrikada verilen bir işte 6 işçi 15 ay çalışmış ve ₺72.000 kazanmışlardır. Buna benzer fakat daha büyük bir işte aynı gündelikle ₺224.000 alan 14 işçi ne kadar zaman çalışmıştır?

Çözüm:

6 işçi	₺72.000	15 ay
14 işçi	₺224.000	x ay

$$x = \frac{6 * 224.000 * 15}{14 * 72.000} = 20 \text{ ay}$$

14. 35 metre uzunluğunda, 0,95 metre genişliğinde bir kumaşı dokumak için 17,9 kg. iplik kullanılmıştır. Aynı cins 14,5 kg. iplik kullanılarak 0,65 metre genişliğinde bir kumaştan kaç metre dokunabilir?

Çözüm:

17,9 kg.	0,95 mt.	35 mt.
14,5 kg	0,65 mt	x mt

$$x = \frac{35 * 0,95 * 14,5}{0,65 * 17,9} = 41,4 \text{ mt.}$$

15. ₺2.200'i 3 kişi arasında 7, 9, 15 sayılarına göre oranlı olarak böölüştürünüz.

Çözüm:

Böülünen sayı = $7 + 9 + 15 = 31$ olsaydı. Paylar; 7, 9, 15 olacaktı.

Bölünecek değer ₺2.200 olduğuna göre, paylar sırasıyla

$$\frac{7 * 2.200}{31} = 496,76 \quad \frac{9 * 2.200}{31} = 638,71 \quad \frac{15 * 2.200}{31} = 1.064,53$$

16. ₺160.000'luk bir mirası 5, 7, 19 yaşlarında olan üç çocuk arasında yaşlarına göre ters orantılı olarak bölünüz.

Çözüm:

Mirası yaşlara göre ters orantılı olarak bölmek;

$$\frac{1}{5}, \quad \frac{1}{7}, \quad \frac{1}{19}$$

Değerlerine göre oranlı olarak bölmek demektir.

Bu kesirlerin paydalarını eşitleyelim.

$$\frac{133}{5 * 7 * 19}, \quad \frac{95}{5 * 7 * 19}, \quad \frac{35}{5 * 7 * 19}$$

Şimdi ₺160.000'ı, 133, 95 ve 35 sayılarına göre oranlı olarak bölelim.

5 yaşındaki çocuğun mirastan alacağı pay:

$$\frac{160.000 * 133}{133 + 95 + 35} = 608,365 * 133 = 80.912,546$$

7 yaşındaki çocuğun mirastan alacağı pay:

$$\frac{160.000 * 95}{133 + 95 + 35} = 608,365 * 95 = 57.794,677$$

19 yaşındaki çocuğun mirastan alacağı pay:

$$\frac{160.000 * 35}{133 + 95 + 35} = 608,365 * 35 = 21.292,777$$

17. Üç işçi birlikte yapmış oldukları iş için ₺800 almışlardır. Gündeliği üçüncü işçinin gündeliğinin $6/5$ i olan birinci işçi 40 gün çalışmıştır. İkinci işçi üçüncü işçinin gündeliğinin $8/9$ u oranı üzerinde gündelik alarak 48 gün çalışmıştır. Üçüncü işçi ise 50 gün çalışmıştır. Her işçinin ayrı ayrı hisse nedir?

Çözüm:

İşçilerin payları:

$$\frac{6}{5} * 40 = 48 \quad \frac{9}{8} * 48 = 54 \quad 1 * 50 = 50$$

sayılarına oranlıdır.

Aranılan hisseler şunlardır:

$$\text{Birinci işçinin hissesi: } \frac{800 * 48}{152} = \text{₺}252,63$$

$$\text{İkinci işçinin hissesi: } \frac{800 * 54}{152} = \text{₺}284,21$$

$$\text{Üçüncü işçinin hissesi: } \frac{800 * 50}{152} = \text{₺}263,16$$

18. Bir ambalaj fabrikasında çalışan işçi ekibi şu şekilde oluşmuştur:

₺70 gündelikle çalışan: 1 ekip şefi

₺60 gündelikle çalışan: 4 usta

₺50 gündelikle çalışan: 3 işçi

₺15 gündelikle çalışan: 4 çırak

Bu işçi ekibine, ayrıca fabrikanın aylık kârına da bir iştiraki olduğundan, ay sonunda ₺5.250 ödenmiştir. Kâra iştirak hakkı yalnız ekip şefi ve usta işçilere verilmiştir. İşçi ve çıraklar teşvik mahiyetinde gündelik iş ücretlerine oranlı olarak bölünmek üzere kârin ₺1.500'i ayrılmıştır. Kalan tutar üzerinden ekip şefine %5 oranında kâr payı ödenmiş, kalan kısım da gündelik tutarlarına göre oranlı olarak dağıtılmıştır. Her işçinin aldığı kâr payını hesaplayınız.

Cözüm:

Çırak ve işçilerin hissesi:

$$\text{Her işçi için: } \frac{1.500 * (50 * 3)}{[(50 * 3) + (15 * 4)] * 3} = \text{₺}357$$

$$\text{Her çırak için: } \frac{1.500 * (15 * 4)}{[(50 * 3) + (15 * 4)] * 4} = \text{₺}107$$

$$\text{Ekip şefinin fazla hissesi: } \frac{(5.250 - 1.500) * 5}{100} = \text{₺}187,5$$

Bölünmek üzere geriye kalan kısım: $5.250 - 1.500 - 187,5 = \text{₺}3.562,5$

$$\text{Tekrar şefin hissesine düşen miktar: } \frac{3.562,5 * 70}{70 + (60 * 4)} = \text{₺}804,4$$

$$\text{İşçilerin hissesi: } \frac{3.562,5 * (60 * 4)}{(70 + 60 * 4) * 4} = \text{₺}689,5$$

Dağıtılan kâr payları:

1 Ekip şefi : $187,5 + 804,4 = 991,900$

4 usta : $4 * 689,5 = 2.758$

3 işçi : $3 * 357 = 1.071$

4 çırak : $4 * 107 = 428$

TOPLAM ₺5.250

19. Bir ayakkabı %60 kârla ₺55 'ye satılıyorsa, bu ayakkabının maliyeti kaç ₺'dir?

Çözüm:

$$M = \frac{F}{1+Y}$$

$$M = \frac{55}{1,60} = ₺34,375$$

20. ₺15'ye satın alınan bir tişört ₺12'e satılırsa % kaç zarar edilmiş olur?

Çözüm:

$$Y = 1 - \frac{F}{M}$$

$$Y = 1 - \frac{12}{15} = 0,20 = \%20$$

Özet

Yüzde, bir bütünü yüz eş parçaya ayırıp o eş parçaların kaçını aldığımımızı ifade eden bir kavramdır. Örneğin; bir bütünün yüzde 25'i demek o bütünün 100 eş parçasından 25'ini ifade eder. Yüzdeler kesirleri yazmanın bir başka yoludur. Yüzde sözcüğü 100 eşit parça bölünen bir büyülügün o sayı kadarlık parçası anlamına gelir. Yüzde işaretini olan "%" 100 sayısının rakamlarından oluşur.

Yüzde tutarı T , esas değer A ve yüzde payı y ile gösterilirse, verilerden ikisi bilindiğinde bilinmeyen rahatlıkla bulunur.

$$\text{Yüzde tutarı} \quad A * y$$

$$\text{Esas değer} \quad \frac{T}{y}$$

$$\text{Yüzde payı} \quad \frac{T}{A}$$

formülleri ile hesaplanır.

Bildirilen değerde yüzde tutarı da dahilse, bu tür yüzde hesaplarına iç yüzde hesapları, esas değerden belli bir değer indirilmişse bu tür yüzde hesaplarına dış yüzde hesapları denir. İç yüzde hesaplamalarında;

$$\text{Yüzde tutarı bulmak için} \quad \frac{A_1 * y}{(1+y)}$$

$$\text{Esas değeri bulmak için} \quad \frac{A_1}{(1+y)}$$

$$\text{Yüzde payı bulmak için} \quad \frac{(A_1 - A)}{A}$$

Dış yüzde hesaplamalarında;

$$\text{Yüzde tutarı bulmak için} \quad \frac{A_2 * y}{(1-y)}$$

$$\text{Esas değeri bulmak için} \quad \frac{A_2}{(1-y)}$$

$$\text{Yüzde payı bulmak için} \quad \frac{A_2}{A}$$

formülleri kullanılır.

Aynı cinsten iki kıymetin birinin diğerine bölünmesinden elde edilen sonuca **oran** denir. Örneğin, a sayısının b sayısına oranı demek, a sayısının b sayısına bölünmesi ($\frac{a}{b}$) demektir. $\frac{2}{3}$ sayısının 3 sayısına oranı demek ($\frac{2}{3}$) demektir. ($\frac{2}{3}$) kesrine 2 sayısına **pay**, 3 sayısına da **payda** denir. Bir oranda a ve b sayılarının sıfırdan farklı olması gereklidir.

İki oranın eşitliğine **orantı** denir. $\frac{a}{b}$ oranı $\frac{c}{d}$ oranına eşitse,

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ye orantı denir. Örneğin; $\frac{10}{20}$ oranı ile $\frac{5}{10}$ oranı bir orantı teşkil eder.

$$\frac{10}{20} = \frac{5}{10}$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında a ve d sayılarına **yan terimler - içler**, b ve c sayılarına **orta terimler - dışlar** denir.

Bir orantının özellikleri aşağıdaki gibidir:

1. Her orantıda içler çarpımı dışlar çarpımına eşittir.
2. İkişer ikişer çarpımları birbirine eşit olan dört sayıdan bir orantı kurmak mümkün olur.
3. Her orantıda, birinci oranın paydasını, aynı oranın payına katar veya çıkarırsak yine bir orantı elde edilir.
4. Bir orantıda içler ve dışlar, sıralarına göre değiştirilebilirler.
5. Her orantıda, birinci terimlerle ikinci terimler toplamları ve farkları yine orantı teşkil eder.
6. Her orantıda, paylar toplamının kendi farklarına oranı, paydalar toplamının kendi farklarına oranına eşittir.
7. Her orantıda, her dört terimin aynı dereceden kuvveti veya kökü alırsa, orantı yine mevcuttur.

Alış, maliyet, satış ve kâr hesaplamalarında geçen kavramlar aşağıdaki gibidir:

Alış Fiyatı = Alınan mallar için ödenen bedel

Masraf = Alınan malların satış yerine getirilmesi için ödenen taşıma, sigorta, benzeri giderler

Maliyet Fiyatı = Alış Fiyatı + Masraflar,

Maliyet Fiyatı = Satış Fiyatı - Kâr

Maliyet Fiyatı = Satış Fiyatı + Zarar

Satış Fiyatı = Maliyet Fiyatı + Kâr

Satış Fiyatı = Maliyet Fiyatı - Zarar

Brüt Kâr = Satış Fiyatı - Alış Fiyatı

Net Kâr = Satış Fiyatı - Maliyet Fiyatı

Kâr, maliyet fiyatı veya satış fiyatı üzerinden hesaplanabilir.

Maliyet üzerinden kâr hesaplanırken, maliyet fiyatı ve kâr yüzdesinin bilinmesi yeterlidir. Maliyeti M , kâr yüzdesini y , satış fiyatını F , kârı K ile gösterecek olursak, maliyet üzerinden kâr hesaplamalarında aşağıdaki formüller kullanılır.

Maliyet ve Kâr Yüzdesi Belli İken Satış Fiyatı

$$F = M * (1 + y)$$

Satış Fiyatı ve Maliyet Belli İken Kâr Yüzdesi

$$y = \frac{(F - M)}{M}$$

Maliyet ve Kâr Yüzdesi Belli İken Kâr Miktarı

$$K = M * y$$

Kâr Miktarı ve Kâr Yüzdesi Belli İken Maliyet

$$M = \frac{K}{y}$$

Maliyet ve Kâr Miktarı Belli İken Kâr Yüzdesi

$$y = \frac{K}{M}$$

Satış Fiyatı ve Kâr Belli İken Kâr Miktarı

$$K = \frac{F * y}{(1+y)}$$

Kâr Miktarı ve Kâr Yüzdesi Belli İken Satış Fiyatı

$$F = \frac{K * (1+y)}{y}$$

Kâr Miktarı ve Satış Fiyatı Belli İken Kâr Yüzdesi

$$y = \frac{K}{F - K}$$

Maliyeti M, zarar yüzdesini y, satış fiyatını F, zararı Z ile gösterecek olursak, maliyet üzerinden zarar hesaplamalarında aşağıdaki formüller kullanılır.

Satış Fiyatı ve Zarar Yüzdesi Belli İken Maliyet

$$M = \frac{F}{(1-y)}$$

Satış Fiyatı ve Maliyet Belli İken Zarar Yüzdesi

$$y = \frac{(M - F)}{M}$$

Maliyet ve Zarar Yüzdesi Belli İken Zarar Miktarı

$$Z = M * y$$

Zarar Miktarı ve Zarar Yüzdesi Belli İken Maliyet

$$M = \frac{Z}{(1-y)}$$

Maliyet ve Zarar Miktarı Belli İken Zarar Yüzdesi

$$y = \frac{Z}{M}$$

Satış Fiyatı ve Zarar Belli İken Zarar Miktarı

$$Z = \frac{F * y}{(1-y)}$$

Zarar Miktarı ve Zarar Yüzdesi Belli İken Satış Fiyatı

$$F = \frac{Z * (1-y)}{y}$$

Zarar Miktarı ve Satış Fiyatı Belli İken Zarar Yüzdesi

$$y = \frac{Z}{F + Z}$$

Kendimizi Sınayalım

- 1.** 5.250'nin %12,5'u kaçtır?
- 712,54
 - 684,65
 - 656,25
 - 624,78
 - 602,38
- 2.** Sabun üreten bir işletme sabunların %5 fire verdiğiini saptamıştır. Depoda 500 kg. sabun olduğuna göre sabunların fire öncesi kaç kg. olduğunu bulunuz.
- 554
 - 526
 - 504
 - 498
 - 487
- 3.** Satın alınan bir mal için %12 iskonto yapılmıştır. İskontolu fiyat ₺220.000 olduğuna göre kaç ₢ iskonto yapılmıştır?
- 20.000
 - 25.000
 - 30.000
 - 35.000
 - 40.000
- 4.** Üç ortaktan A; ₺1.500, B; ₺8.000 ve C; ₺11.500 tutarındaki sermayelerini bir işe yatırılmışlardır. Yapılan iş, ortaklara ₩9.000 kâr getirmiştir. Ortak A'ya bu kârdan düşen pay nedir?
- 642,7
 - 897,15
 - 1.224,56
 - 3.428,60
 - 4.928,70
- 5.** Bir işletme 15 erkek, 8 kadın ve 12 çocuk işçi çalıştmaktadır. Bu işçilere ödenen 6 günlük ücret 5.076 dir. 3 günlük erkek ücretinin 4 günlük kadın ücretine ve 5 günlük kadın ücretinin 18 gün çocuk ücretine eşit olduğu bilindiğine göre çocuk ücretlerini hesaplayınız.
- ₺36
 - ₺30
 - ₺27
 - ₺7,5
 - ₺5
- 6.** Bir tüccar ₺4.675 değerinde 255 metre birinci ve ikinci sınıf kumaş almıştır. 3 metre birinci kalite kumaşın değeri 5 metre ikinci kumaşın değerine eşittir. Tüccarın ikinci sınıf kumaştan birinci sınıf kumaşa göre bir misli daha fazla aldığı bilindiğine göre ikinci sınıf kumaşın metresi kaç ₢dir?
- 15
 - 13
 - 11
 - 9
 - 7
- 7.** Bir malın $\frac{1}{3}$ ü %25, geri kalanı da %30 kârla satılıyor. Eğer malın tamamı %35 kârla satılsaydı, ₺200 daha fazla kâr edilmiş olacaktı. Bu malın maliyet fiyatı kaç liradır?
- 2.500
 - 3.000
 - 3.500
 - 4.000
 - 5.000
- 8.** %20 kârla ₺540'a satılan bir malın %10 zararla kaç liraya satıldığını bulunuz.
- 440
 - 425
 - 405
 - 395
 - 380
- 9.** Bir kırtasiyeci farklı iki tükenmez kalemin birini %25 kârla ₺6'a diğerini de %25 zararla ₺6'a satıyor. Bu kırtasiyecinin bu iki tükenmez kalemin satışındaki kâr zarar durumu nasıldır?
- 0,95
 - 0,90
 - 0,85
 - 0,80
 - 0,75
- 10.** ₺450'e alınan bir ürün kaç ₢'e satılırsa satış fiyatının %2'i kadar zarar edilir?
- 390
 - 385
 - 380
 - 375
 - 370

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı

1. c Yanınız doğru değilse “Basit Yüzde Hesaplamaları” bölümünü gözden geçiriniz.
2. b Yanınız doğru değilse “Dış Yüzde Hesaplamaları” bölümünü gözden geçiriniz.
3. c Yanınız doğru değilse “Dış Yüzde Hesaplamaları” bölümünü gözden geçiriniz.
4. a Yanınız doğru değilse “Oran” bölümünü gözden geçiriniz.
5. d Yanınız doğru değilse “Oranti” bölümünü gözden geçiriniz.
6. a Yanınız doğru değilse “Oran” bölümünü gözden geçiriniz.
7. b Yanınız doğru değilse “Maliyet Üzerinden Kâr (Zarar) Hesaplamaları” bölümünü gözden geçiriniz.
8. c Yanınız doğru değilse “Maliyet Üzerinden Kâr (Zarar) Hesaplamaları” bölümünü gözden geçiriniz.
9. d Yanınız doğru değilse “Maliyet Üzerinden Kâr (Zarar) Hesaplamaları” bölümünü gözden geçiriniz.
10. d Yanınız doğru değilse “Satış Üzerinden Kâr (Zarar) Hesaplamaları” bölümünü gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

$$T = A * y$$

$$T = 350 * 0,70$$

$$T = 245$$

Sıra Sizde 2

$$T = A * y$$

$$350 = A * 0,14$$

$$A = \frac{350}{0,14}$$

$$A = \text{₺}2.500$$

Sıra Sizde 3

$$F = M * (1 + Y)$$

$$Y = \frac{F}{M} - 1$$

$$Y = \frac{850}{720} - 1 = 0,18 = \%18$$

Sıra Sizde 4

$$A = \frac{120 * 100}{100 - 30} = \text{₺}171,4$$

Sıra Sizde 5

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} + \frac{2}{5} &= \frac{3 * 5}{4 * 5} + \frac{2 * 4}{5 * 4} = \frac{15 + 8}{20} = \frac{23}{20} \\ \frac{6}{8} : \frac{4}{9} &= \frac{6 * 9}{8 * 4} = \frac{54}{32} \end{aligned}$$

Sıra Sizde 6

$$\begin{array}{ccc} 15 \text{ mt. kumaş} & \longleftrightarrow & \text{₺}75 \text{ ise} \\ 49 \text{ mt. kumaş} & & x \text{ ₺'dir.} \end{array}$$

$$X = \frac{49 * 75}{15} = \text{₺}245$$

Sıra Sizde 7

$$\begin{array}{ccc} 8 \text{ işçi} & \longrightarrow & 5 \text{ saatte yaparsa} \\ 10 \text{ işçi} & \longrightarrow & X \text{ saatte yapar.} \end{array}$$

$$X = \frac{8 * 5}{10} = 4 \text{ saat}$$

Sıra Sizde 8

$$\begin{array}{ccc} 6 \text{ işçi} & \text{₺}72.000 & 15 \text{ ay} \\ 14 \text{ işçi} & \text{₺}224.000 & x \text{ ay} \end{array}$$

$$x = \frac{6 * 224.000 * 15}{14 * 72.000} = 20 \text{ ay}$$

Sıra Sizde 9

$$F = 8.000 * 1,40 = \text{₺}11.200$$

$$F = 8.000 * (1 - 0,40) = \text{₺}4.800$$

Sıra Sizde 10

Malin ilk satış fiyatına x diyelim. Bu durumda indirimli satış fiyatı:

$$x - \frac{20x}{100} = \frac{4x}{5}$$

Sonra indirimli fiyat üzerinden %30 daha indirim yapılarak ₺60'e satılıyor.

$$\begin{aligned} \frac{4x}{5} - \frac{4x}{5} * \frac{30}{100} &= 60 \\ \frac{400x}{500} - \frac{120x}{500} &= 60 \\ x &= ₺107 \end{aligned}$$

Sıra Sizde 11

$$\begin{aligned} 50 * \frac{400}{100} - 20 * \frac{10}{100} &= 20 - 2 = ₺18 \text{ kâr} \\ \frac{18}{70} &= 0,257 = \%25,7 \text{ kâr} \end{aligned}$$

Sıra Sizde 12

Bakkal x adet yumurta satın almış olsun.

$$2x - 75 = 1,3x + 30$$

$x = 150$ adet yumurta alınmıştır.

$(2 * 150) - 75 = ₺225$ yumurtaların toplam maliyeti. 1 adet yumurta fiyatı $225 / 150 = ₺1,5$

Sıra Sizde 13

$$\text{Kâr} = 25 - 20 = ₺5$$

Maliyet üzerinden kâr yüzdesi $= 5 / 20 = \%25$

$$y_s = \frac{100 * 25}{100 + 25} = 20 = \%20$$

Sıra Sizde 14

$$100 * \frac{80}{100} * \frac{40}{100} = ₺32 \text{ kâr}$$

$$100 * \frac{20}{100} * \frac{20}{100} = ₺4 \text{ zarar}$$

$$\text{Toplam Kâr} = 32 - 4 = ₺28$$

Sıra Sizde 15

$$M = \frac{500 * (100 - 40)}{40} = ₺750$$

Sıra Sizde 16

Malin maliyeti 100 olsun. Maliyetinin %20 eksigine alınırsa, alış fiyatı $100 - 100 * 0,20 = ₺80$ olur.

Maliyetinin %5 eksigine satılıyorsa, satış fiyatı $100 - (100 * 0,05) = ₺95$ olur. Bu durumda $(95 - 80 = ₺15)$ kâr elde edilir. Kâr yüzdesi $15/80 = \%18,75$ olur.

Yararlanılan Kaynaklar

Akbora, Rıza (1971). **Çözülmüş Ticaret Matematiği Problemleri**, Tan Matbaası, İstanbul.

Arslan, Süddik (2006). **Ticari Matematik**, Nobel Yayınevi Dağıtım, Ankara.

Aydın, Nurhan ve Metin Coşkun (2009). **Ticari Matematik**, Detay Yayıncılık, 1. Baskı, Ankara.

Bakır, Hasan (2006). **Temel Finansal Matematik**, Detay Yayıncılık, Ankara.

Başkaya, Zehra (1998). **Finans Matematiği**, Ekin Kitabevi, Bursa.

Cartledge, Peter C (2000). **The Handbook of Financial Mathematics**, Euromoney Books, 3. Edition, London.

Çetinel, Ertuğrul (2004). **Ticari ve Mali Matematik**, Gazi Kitabevi, Ankara.

Devrez, Güney (1976). **Ticari Hesap**, Türkiye ve Ortadoğu Amme İdaresi Yayın No: 155.

İşçil, Necati (1984). **Ticaret Aritmatiği ve Mali Cebir**, İşin Yayıncılık, Ankara.

Parlak, Sıdika (2004). **Ticari Matematik**, Ekin Kitabevi, Bursa.

Steven Karris T. (2007). **Mathematics for Business, Science and Technology**, Orchard Publications, 3. Edition, USA.

2

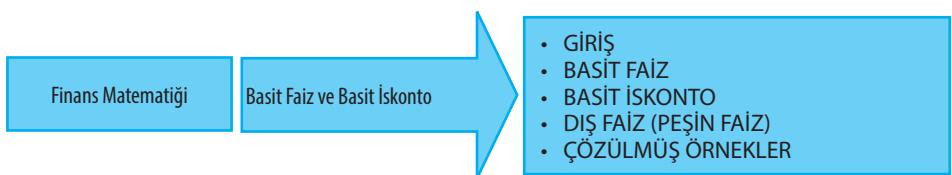
Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Faizi anlayabilecek, basit faiz hesaplamalarını yapabilecek,
 - 🕒 Basit dış iskonto ve basit iç iskonto hesaplamalarını yapabilecek,
 - 🕒 Eşdeğer senetler ve birleştirilmiş senetlerle ilgili hesaplamaları yapabilecek bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Faiz
- Basit Faiz
- Basit İç İskonto
- Basit Dış İskonto
- Eşdeğer Senetler
- Birleştirilmiş Senetler
- Mevduat
- Hazine Bonosu
- Spot Kredi
- Rotatif Kredi

İçindekiler



Basit Faiz ve Basit İskonto

GİRİŞ

Bireyler ya da kurumlar giderlerinden daha fazla gelire sahipse, tasarruf ederler. Tasarruf sahipleri, tasarruflarını gelir getirici alanlarda değerlendirmek isterler. Bazı tasarruf sahipleri, fon fazlalarını gayrimenkul gibi sabit varlıklara yatırırken, bazı tasarruf sahipleri tasarruflarını banka gibi finansal kuruluşlara yatar ya da tahvil gibi finansal varlıklara yatırım yaparlar. Yatırım döneminin sonunda, tasarruf sahipleri yatırdıklarından daha fazla para alırlar. Aradaki fark yatırımcının elde ettiği gelirdir. Bu gelire **faiz** adı verilir. Aslında bir evin kiraya verilmesiyle, paranın başkalarının kullanımına verilmesi arasında bir fark yoktur. Sahip olunan ev kiraya verildiğinde, evi kiralayanlar bundan bir fayda temin ederler ve bunun karşılığında bir bedel öderler. Başkalarının parasını kullananlar da aynı şekilde bundan bir fayda ederler. Elde edilen bu fayda karşılığında ödenen kiraya ise faiz denilmektedir.

Kişi veya kurumların para ya da kredi alışverişlerinde acaba neden faiz gibi bir karşılığın alınması söz konusu olmaktadır? Bu ve benzeri sorulara “**paranın zaman değeri**” kavramıyla açıklık getirilebilir.

Bugün elde edilen belirli bir miktar para ile daha sonra elde edilecek aynı miktardaki para, aynı değerde değildir. Çünkü paranın verilmesinde ya da alınmasında, bu paranın, o günkü hazır kullanım hakkından vazgeçilmesi söz konusudur. Paranın veya sermayenin o günkü kullanım hakkından vazgeçilmesinin bedeli, paranın zaman değerinden kaynaklanmaktadır.

Bir ülkede faiz oranları çeşitli değerlerdedir. Hemen hemen tüm ülkelerde borçlanmalarla en düşük faiz oranı, devletin çıkartmış olduğu menkul değerler için uygulanan faiz oranlarıdır. Risk arttıkça para için ödenecek faiz de artacağından devletin çıkarmış oldukları borçlanma senetlerinin faizi, aynı vadeli özel işletmelerin borçlanma senetlerinden daha düşük olur. Çünkü borcun devlette geri ödenmemesi söz konusu değildir.

Paranın ya da sermayenin kolaylıkla elde edilebildiği dönemlerde faiz oranları düşme eğilimi gösterir. Sıkı para politikalarının uygulandığı dönemlerde ise, sermayenin sağlanması zorlaştığından, faiz oranları yükselme eğilimi gösterir. Faiz oranlarının yükselmesi ya da düşmesi yalnızca bireyleri ve işletmeleri değil, aynı zamanda, tüm ekonomiyi etkiler.

Düşük faiz oranları işletmeleri yeni yatırımlara teşvik ederek, istihdamın artmasını sağlar. Bunun yanında düşük faiz oranları, mallara olan talebi artırırsa, fiyatların genel düzeyini hızla yükseltebilir. Bu durumda da birçok kişinin yaşam standartı olumsuz etkilenebilecektir.

Faiz oranlarının düzeyi, ülkelerin uluslararası ilişkilerini ve ödemeler dengesini de etkiler. Bir ülkede faiz oranlarının düşük tutulmaya çalışılması, paranın faiz oranları daha yüksek olan ülkelere kaçmasına neden olabilecektir. Çünkü sermayenin uluslararası hareketinde faiz oranlarının önemi büyütür. Sermayenin uluslararası akışı, ülkelerin ekonomik büyümeyi ve fiyat yapısını etkiler.

Kişi ve kurumlar kadar ülkeler açısından da önemini büyük olduğu faizin maliyetini bilmek, daha rasyonel kararların alınmasında önemlidir. Paranın maliyeti bilinmeden, alternatif yatırım fırsatlarının karşılaştırılması ve alternatif kredi olanaklarının değerlendirilmesi olanaksızdır. Özellikle konu, ülkemiz gibi sermayenin kıt olduğu gelişmekte olan ülkeler için daha da önemlidir.

Her gün milyonlarca kişi ya da kurum borç almaktan ya da borç vermektedir. Bu işlemler sırasında ise bazıları faiz almaktır bazıları ise faiz vermektedir. Finansal işlemlerin çoğu bireysel faiz kullanımasına rağmen kısa vadeli finansal işlemlerde basit faiz kullanılmaktadır.

Bu üitede basit faizin tanımı yapıldıktan sonra basit faiz işlemlerinin nasıl yapıldığı örneklerle açıklanacaktır. Ayrıca iskonto kavramı anlatıldıktan sonra basit iç ve basit dış iskonto yöntemlerine göre gelecekteki bir miktar paranın bugünkü değerinin nasıl belirlendiği gösterilecektir.

BASIT FAİZ

Basit faiz, bir miktar paranın sadece bir dönem faizlendirilmesidir. Bir dönemden kastelenen bir gün, bir hafta, bir ay, bir yıl olabilir. Önemli olan paranın ne kadar süre faizlendirildiği değil, sadece bir dönem faizlendirildiğidır.

Parayı borç verenler sürenin sonunda faiz geliri elde ederken, borç alanlar ise sürenin sonunda faiz ödemektedir. Alınan ya da ödenen faiz, işleme konu olan paraya, faiz oranına ve süreye bağlı olarak hesaplanmaktadır. İşleme konu olan para miktarı arttıkça, faiz oranı yükseldikçe, süre uzadıkça; faiz artmaktadır, tersi durumda ise faiz azalmaktadır.

Basit Faizde Faiz Tutarının Hesaplanması

Basit faiz işlemlerinde alınan ya da ödenen faiz tutarı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\text{Faiz Tutarı} = \text{Anapara} * \text{Yıllık Faiz Oranı} * \text{Süre}$$

↓ ↓ ↓
 Faiz Tutarı Yıllık Faiz Oranı
 $I = P * r * t$
 ↑ ↑
 Anapara Süre

DİKKAT



Faiz hesaplamalarında süre ile faiz oranı uyumlu olmalıdır. Formülde faiz oranı yıl cinsinden ifade edilmektedir. Bu nedenle süre de yıl cinsinden alınmalıdır.

Faiz oranı yıllık verildiğinde, süre ay olarak verilmişse, sürenin yıl karşılığı;

$$t = \frac{\text{Ay Sayısı}}{12}$$

Faiz oranı yıllık verildiğinde, süre gün olarak verilmişse, sürenin yıl karşılığı;

$$t = \frac{\text{Gün Sayısı}}{360 \text{ ya da } 365}$$

olarak yazılmalıdır. Uygulamada bankaya para yatırılması, hazine bonosunun değerinin hesaplanması gibi yatırım işlemlerinde yıl sayısı 365 gün alınırken, kredi işlemlerinde yıl sayısı 360 gün alınmaktadır. Basit faiz kısa vadeli işlemlerde daha çok kullanılmaktadır. Bu nedenle basit faiz işlemlerinde sürenin en çok bir yıl olması normaldir. Sürenin bir yıldan kısa olması daha sık rastlanılan bir durumdur.

Örnek 2.1: Can, sahip olduğu ₺5.000'ini bir yıllık mevduat hesabına yatırmıştır. Faiz oranı %9,5 ise Can bir yılın sonunda kaç ₺ faiz geliri elde eder?

Cözüm: $P = ₺5.000$ $r = \%9,5$ $t = 1 \text{ yıl}$ $I = ?$

$$I = P * r * t$$

$$I = 5.000 * 0,095 * 1$$

$$I = ₺475$$

%9,5, 9,5/100 ya da 0,095 şeklinde yazılır. Hesaplamlarda bazen buna dikkat edilmediğinden, sonuç hatalı çıkmaktadır. Örneğin, 0,95 yazılırsa bu %95 anlamına gelmektedir ya da sadece 9,5 yazılırsa bu da %950 anlamına gelir.



DİKKAT

Örnek 2.2: Elif, arkadaşı Zeynep'ten ₺8.000 borç istemiştir. Elif, Zeynep'in talep ettiği %12 faizi kabul etmiş ancak parayı üç yıl sonra ödeyebileceğini söylemiştir. Basit faizin uygulandığı bu işlemde üç yıl sonra Elif'in Zeynep'e ödeyeceği faiz tutarını hesaplayınız.

Cözüm: $P = ₺8.000$ $r = \%12$ $t = 3 \text{ yıl}$ $I = ?$

$$I = P * r * t$$

$$I = 8.000 * 0,12 * 3$$

$$I = ₺2.880$$

Örnek 2.3: Ezgi, kendisine üç ay gerekli olmayan ₺2.000'ini üç aylık mevduata yatırmıştır. Banka %9 faiz vermektedir. Geçerli mevzuata göre elde edilen faiz gelirinden %15 vergi kesintisi yapılmaktadır. Ezgi'nin üç ay sonra elde edeceği net faiz gelirini hesaplayınız.

Cözüm: $P = ₺2.000$ $r = \%9$ $t = 3/12$ $I = ?$

$$I = P * r * t$$

$$I = 2.000 * 0,09 * \frac{3}{12}$$

$$I = ₺45$$

Elde edilen ₺45, brüt faiz gelidir. Brüt faiz geliri üzerinden %15 gelir vergisi kesintisi yapıldığına göre banka tarafından $45 * 0,15 = ₺6,75$ vergi kesintisi yapılacaktır. Dolayısıyla Ezgi'nin elde edeceği net faiz geliri $45 - 6,75 = ₺38,25$ olur. Net faiz geliri şu şekilde de hesaplanabilir: $45 * (1 - 0,15) = ₺38,25$

Örnek 2.4: Ali Bey, bir bankadan 45 gün sonra ödemek üzere $\text{₺}15.000$ kredi kullanmıştır. Banka kredi faizlerine %15 KKDF (Kaynak Kullanım Destekleme Fonu) uygulamaktadır. Faiz oranı %20 olduğuna göre Ali Bey'in 45 gün sonra bankaya ödeyeceği faiz ve KKDF kaç ₺ olur?

$$\text{Çözüm: } P = \text{₺}15.000 \quad r = \%20 \quad t = 45/360 \quad I = ?$$

$$I = P * r * t$$

$$I = 15.000 * 0,20 * \frac{45}{360}$$

$$I = \text{₺}375$$

Ali Bey $\text{₺}375$ faiz ve $375 * 0,15 = \text{₺}56,25$ KKDF olmak üzere toplam $375 + 56,25 = \text{₺}431,25$ ödemelidir.

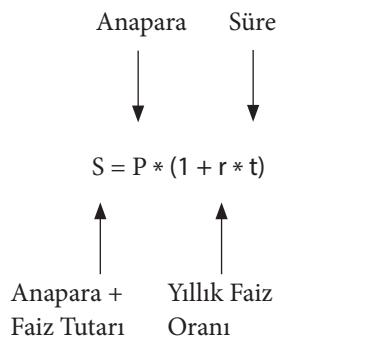
SIRA SİZDE



2.500 ₺ , %12 faiz oranı ile basit faize yatırılmıştır. 3 ayın sonunda kazanılan faiz tutarını hesaplayınız.

Basit Faizde Baliğin (Anapara+Faiz Tutarı) Hesaplanması

Süre sonunda hesaplanan faizin anaparaya eklenmesiyle baliğe ulaşılır. Baliğ, anapara ve faiz tutarının toplamını ifade etmektedir. Dönem sonundaki (anapara+faiz tutarı) aşağıdaki gibi hesaplanır:



Alınan ya da ödenen faiz ile dönem sonu (anapara+faiz tutarı) aşağıdaki şekildeki gibi gösterilebilir:

$$I = \text{Hesaplanan Faiz Tutarı}$$



Örnek 2.5: Cem, biriktirdiği $\text{₺}4.000$ 'i ile bir yıllık mevduat hesabı açtırmıştır. Faiz oranı %10,5 ise süre sonunda Cem'in birikimi kaç ₺ 'e ulaşır?

$$\text{Çözüm: } P = \text{₺}4.000 \quad r = \%10,5 \quad t = 1 \text{ yıl} \quad S = ?$$

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$S = 4.000 * (1 + 0,105 * 1)$$

$$S = \text{₺}4.420$$

Örnek 2.6: Işık, faiz oranlarındaki değişimden etkilenmemek amacıyla ₺6.000'ini 4 yiliğine bir bankaya yatırmıştır. Faiz oranı %12 ise dördüncü yılın sonunda kaç ₺'i olur?

$$\text{Çözüm:} \quad P = ₺6.000 \quad r = \%12 \quad t = 4 \text{ yıl} \quad S = ?$$

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$S = 6.000 * (1 + 0,12 * 4)$$

$$S = ₺8.880$$

Örnek 2.7: Duygu, ₺15.000'ini 6 aylığında bir bankaya yatırmıştır. Faiz oranı %8 ise altinci ayın sonunda kaç ₺'i olur?

$$\text{Çözüm:} \quad P = ₺15.000 \quad r = \%8 \quad t = 6/12 \quad S = ?$$

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$S = 15.000 * (1 + 0,08 * \frac{6}{12})$$

$$S = ₺15.600$$

Örnek 2.8: Bir işadamı bankadan kullandığı ₺40.000'i krediyi 75 gün sonra faizi ile birlikte geri ödeyecektir. Faiz oranı %25 ise işadamının geri ödemesi gereken parayı hesaplayınız.

$$\text{Çözüm:} \quad P = ₺40.000 \quad r = \%25 \quad t = 75/360 \quad S = ?$$

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$S = 40.000 * (1 + 0,25 * \frac{75}{360})$$

$$S = ₺42.083$$

Bir bankasından %30 faiz oranı ile alınan ₺25.000'lik kredinin vadesi 55 gündür. Vade sonda bankaya ne kadar ödeme yapılacaktır?



SIRA SİZDE

Basit Faizde Anaparanın Hesaplanması

Basit faiz işlemlerinde diğer veriler biliniyorken, anapara bilinmiyorsa, anapara şu şekilde belirlenir:

Basit faiz hesaplamalarında kullandığımız ilk formülde P'i çekersek eşitlik şu hale gelir.

$$I = P * r * t$$

$$P = \frac{I}{r * t}$$

Balığı hesaplamakta kullandığımız formülden hareketle P şu şekilde bulunur.

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$P = \frac{S}{(1 + r * t)}$$

Örnek 2.9: Yıllık %6 faiz oranından 3 aylığına bankaya yatırılan bir miktar para süre sonunda ₺187,5 faiz getiri sağlamıştır. Buna göre bankaya yatırılan para ne kadardır?

$$\text{Çözüm:} \quad I = ₺187,5 \quad r = \%6 \quad t = 3/12 \quad P = ?$$

$$P = \frac{I}{r * t}$$

$$P = \frac{187,5}{0,06 * \frac{3}{12}}$$

$$P = ₺12.500$$

Örnek 2.10: Bir işadamı 45 günlüğüne kullandığı kredi için bankaya ₺550 faiz ödemıştır. Faiz oranı %20 ise işadamının bankadan kullandığı kredi kaç ₺'dır?

$$\text{Çözüm:} \quad I = ₺550 \quad r = \%20 \quad t = 45/360 \quad P = ?$$

$$P = \frac{I}{r * t}$$

$$P = \frac{550}{0,20 * \frac{45}{360}}$$

$$P = ₺22.000$$

Örnek 2.11: Bankaya basit faizle yatırılan bir miktar para 6 ayın sonunda ₺4.747,5'e ulaşmıştır. Bu işlemde uygulanan faiz oranı %11 ise bankaya yatırılan parayı hesaplayınız.

$$\text{Çözüm:} \quad S = ₺5.000 \quad r = \%11 \quad t = 6/12 \quad P = ?$$

$$P = \frac{S}{(1 + r * t)}$$

$$P = \frac{4.747,5}{(1 + 0,11 * \frac{6}{12})}$$

$$P = ₺4.500$$

SIRA SİZDE



Bir bankaya %14 faiz oranı ile yatırılan bir miktar para 4 aylık vade sonunda ₺3.140 olmuştur. Dört ay önce bankaya yatırılan anapara ne kadardır?

Basit Faizde Faiz Oranının Hesaplanması

Basit faiz işlemlerinde diğer veriler biliniyorken, faiz oranı bilinmiyorsa, faiz oranı basit faiz tutarının hesaplandığı eşitlikten faydalanaarak bulunabilir:

Basit faiz hesaplamalarında kullandığımız ilk formülde r'i çekersek eşitlik şu hale gelir.

$$I = P * r * t$$

$$r = \frac{I}{P * t}$$

Balığı hesaplamakta kullandığımız formülden hareketle de r şu şekilde bulunur.

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$r = \frac{\frac{S}{P} - 1}{t}$$

Örnek 2.12: Işık, ₺2.500'i ile 2 aylık mevduat hesabı açtırmış, ₺50 faiz getirisi elde etmiş tir. Bankanın uyguladığı faiz oranını hesaplayınız.

Cözüm: $I = ₺50$ $P = 2.500$ $t = 2/12$ $r = ?$

$$r = \frac{I}{P * t}$$

$$r = \frac{50}{2.500 * \frac{2}{12}}$$

$$r = 0,12$$

Örnek 2.13: Ali Bey, bankadan ₺20.000 kredi kullanmış, 90 gün sonra ₺1.250 faiz ödemistiştir? Ali Bey, bu işlemde % kaç faiz ödemistiştir?

Cözüm: $P = ₺1.250$ $P = ₺20.000$ $t = 90/360$ $r = ?$

$$r = \frac{I}{P * t}$$

$$r = \frac{1.250}{20.000 * \frac{90}{360}}$$

$$r = 0,25$$

Örnek 2.14: Ümit Bey, bankadan kullandığı ₺50.000 krediye karşılık 6 ay sonra faiziyle birlikte ₺55.500 ödemistiştir. Uygulanan faiz oranı % kaçtır?

Cözüm: $P = ₺55.500$ $P = ₺50.000$ $t = 6/12$ $r = ?$

$$r = \frac{\frac{S}{P} - 1}{t}$$

$$r = \frac{\frac{55.500}{50.000} - 1}{\frac{6}{12}}$$

$$r = 0,22$$

Ahmet Bey, 7 ay vadeli olarak bankaya yatırduğu ₺6.000'ının ₺6.315'e ulaştığını görmüştür. Bankanın mevduata uyguladığı yıllık faiz oranı % kaçtır?



SIRA SİZDE

4

Basit Faizde Sürenin Hesaplanması

Basit faiz işlemlerinde diğer veriler biliniyorken, süre bilinmiyorsa, süre basit faiz tutarının hesaplandığı eşitlikten faydalananlarak bulunabilir. Basit faiz hesaplamalarında kullandığımız ilk formülde t 'i çekersek eşitlik şu hale gelir:

$$I = P * r * t$$

$$t = \frac{I}{P * r}$$

Balığı hesaplamakta kullandığımız formülden hareketle de r şu şekilde bulunur.

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$t = \frac{\frac{S}{P} - 1}{r}$$

Örnek 2.15: Zeynep Sıla, %6 faizle bankaya ₺9.000 yatırılmış, ₺108 faiz geliri elde etmiştir. Para bankaya kaç günügüne yatırılmıştır?

$$\text{Çözüm:} \quad I = ₺108 \quad P = ₺9.000 \quad r = \%6 \quad t = ?$$

$$t = \frac{I}{P * r}$$

$$t = \frac{108}{9.000 * 0,06}$$

$$t = 0,20 \text{ yıl}$$

Çıkan sonuç 365 ile çarpılırsa, gün sayısı bulunur. $0,20 * 365 = 73$ gün.

Örnek 2.16: Mustafa Naim, %9 faiz uygulayan bir bankaya yatırıldığı ₺4.000'den, ₺270 faiz gelirini kaç ayda elde eder?

$$\text{Çözüm:} \quad I = ₺270 \quad P = ₺4.000 \quad r = \%9 \quad t = ?$$

$$t = \frac{I}{P * r}$$

$$t = \frac{270}{4.000 * 0,09}$$

$$t = 0,75 \text{ yıl}$$

Çıkan sonuç yıl olarak çıkmaktadır. Ay olarak bilinmek isterse 12 ile çarpılması gereklidir. Bu durumda $0,75$ yıl, 9 ay ($0,75 * 12$) olarak belirlenir.

Örnek 2.17: ₺12.000 %25 faizle kaç ayda ₺12.750'e ulaşır?

$$\text{Çözüm: } S = ₺12.750 \quad P = ₺12.000 \quad r = \%25 \quad t = ?$$

$$t = \frac{\frac{S}{P} - 1}{r}$$

$$t = \frac{\frac{12.750}{12.000} - 1}{0,25}$$

$$t = 0,25 \text{ yıl}$$

Çıkan sonuç 12 ile çarpılırsa, 3 ay ($0,25 * 12$) bulunur. Demek ki ₺12.000 %25 faizle 3 ay sonunda ₺12.750'e ulaşacaktır.

İki Tarih Arasındaki Gün Sayısına Göre Basit Faiz İşlemleri

Bazı finansal işlemlerde iki tarih arasındaki gün sayısının belirlenerek, hesaplamaların yapılması gerekebilir. İki tarih arasındaki gün sayısı belirlenirken, her ayın 30 gün, bir yılın ise 360 gün olarak alınmasına **yaklaşık zaman yöntemi**, her ayın tam gün sayısının ve yılın 365 gün olarak alınmasına **tam zaman yöntemi** denir. Uygulamada daha çok tam zaman yöntemi kullanılmaktadır. Bankalar, mevduat hesabı açarken hesabın açıldığı ve kapandığı günü hesaplamaya dahil etmez. Ancak kredi kullandırırken, kredi kullandırıldığı günü ve kredinin geri ödendiği günü de hesaplamalara dahil ederler.

Örnek 2.18: 18 Mart 2012 tarihinde ₺7.000 mevduat hesabı açılmış, hesap 5 Ağustos 2012 tarihinde kapatılmıştır. Faiz oranı %10 ise para hesapta kaç gün kalmış ve kaç ₺ faiz getirmiştir?

$$\text{Çözüm: } P = ₺7.000 \quad r = 0,10 \quad t = 139/365 \quad I = ?$$

Mart 13 gün (31-18) Mart ayı 31 gün çekmekte ve hesap açılış günü sayılmamaktadır.

Nisan 30 gün

Mayıs 31 gün

Haziran 30 gün

Temmuz 31 gün

Ağustos 4 gün

Hesap 5 Ağustos'ta kapatıldığından son gün sayılmamaktadır.

Toplam 139 gün

$$I = P * r * t$$

$$I = 7.000 * 0,10 * \frac{139}{365}$$

$$I = ₺266,58$$

Örnek 2.19: Bir işadamı, bankadan 18 Mayıs 2012 tarihinde ₺45.000 kredi kullanmış, krediyi 10 Eylül 2012 tarihinde kapatmıştır. Banka %25 faiz uyguladığına göre işadamı vade sonunda bankaya kaç ₺ geri ödemede bulunmalıdır?

Çözüm:	$P = ₺45.000$	$r = \%25$	$t = 116/360$	$S = ?$
Mayıs	14 gün (31-17)	Kredi faizi hesaplamalarında ilk gün hesaplamaya dahil edilir.		
Haziran	30 gün			
Temmuz	31 gün			
Ağustos	31 gün			
Eylül	10 gün	Kredi faizi hesaplamalarında son gün de hesaplamaya dahil edilir.		
Toplam	116 gün			

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$S = 45.000 * \left(1 + 0,25 * \frac{116}{360}\right)$$

$$S = ₺48.625$$

K İ T A P

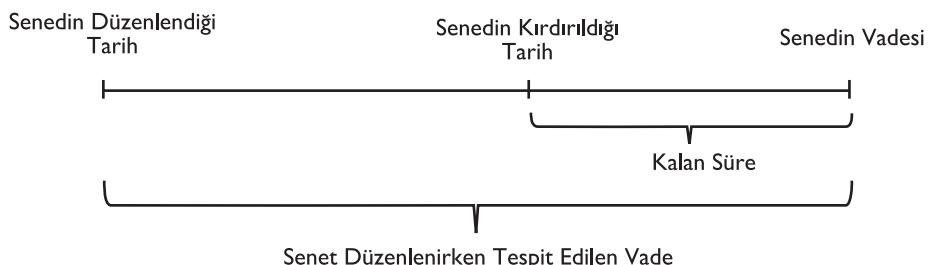


Basit faizle ilgili daha fazla örneké Prof.Dr.Nurhan AYDIN'ın “Finans Matematiği” (Detay Yayıncılık, Ankara, 2009) kitabından ulaşabilirsiniz.

BASİT İSKONTO

İskonto, fiyat indirme, bir değeri vadesinden önce paraya dönüştürme demektir. İskonto, en çok senetlerin iskonto edilmesinde kullanılır. İşletmeler satışlarını artırmak, daha fazla müşteriye ulaşmak için vadeli satış yaparlar. Alacaklarını garanti altına almak için de borçlulardan yasal geçerliliği olan “senet” ya da “bono” alırlar. Senetlerin vadesi geldiğinde, borçlu borcunu işletmeye ödeyerek, vermiş olduğu senedi geri alır. Ancak işletmenin paraya ihtiyacı olduğunda senedin vadesini bekleyemeyebilir. Bu gibi durumlarda işletme elindeki senetleri bir finans kurumuna iskonto ettirerek vadesinden önce paraya dönüştürmüş olur. Finans kurumu senetleri iskonto ederken, piyasada geçerli faiz oranlarını kullanır. Ayrıca komisyon da alabilir. Faiz oranları ne kadar yüksekse senedi iskonto ettirenin eline daha az para geçer. Günlük dilde iskonto yerine “**kirdırma**” kavramı da kullanılmaktadır.

Senetlerin iskonto işleminde üç tarihte karşılaşıyoruz. Bunlar; i) senedin düzenlendiği tarih, ii) senedin kırıldıığı tarih (Senedin değerlemeye tabi tutulduğu tarih), iii) senedin vade tarihidir. Bu bir şema üzerinde şu şekilde gösterilebilir:



Hazine bonosu, mevduat sertifikası gibi bazı menkul kıymetler iskontolu olarak ihraç edilirler. Başka bir deyişle menkul kıymetin üzerinde yazılı olan nominal değer vade tarihindeki değeridir. Menkul kıymetin bugünkü değeri iskonto yapılarak hesaplanır.

İskonto tutarının, senedin peşin değeri ve vadeli değeri üzerinden hesaplanmasına göre “**İç İskonto**” ve “**Dış İskonto**” teknikleri kullanılır. Senetlerin iskonto edilmesinde iskonto tutarı senedin vade değeri ya da peşin değeri üzerinden hesaplanabilir. İskonto tutarı senedin vade değeri üzerinden hesaplanırsa bu yönteme “**dış İskonto yöntemi**” ya da “**banka İskonto yöntemi**” denir. Bu yöntemde gerçek iskonto oranı, uygulanan iskonto oranından daima daha yüksektir. Diğer bir ifadeyle bononun dış İskontoyla kırıldırılmasında senedin peşin değeri iç İskontoya göre daha düşük olacaktır. İskonto tutarı senedin peşin değeri üzerinden hesaplanırsa bu yönteme de “**İç İskonto yöntemi**” denir.

Basit İç İskonto

İç İskonto yönteminde iskonto tutarı, yukarıda da ifade edildiği gibi peşin değer (değerleme günündeki değer) üzerinden hesaplanır. Bir bononun nominal değeri, bononun üzerinde yazılı ve sabit olmakla birlikte peşin değeri, günden güne değişir.

Basit iç İskontoda peşin değeri veren eşitlik aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$P = \frac{S}{(1 + r * t)} = S * (1 + r * t)^{-1}$$

Örnek 2.20: Hasan Bey'in üç ay sonra tahsil edeceği ₺5.000 alacağı vardır. İskonto oranının %15 olması durumunda Hasan Bey alacağını hemen tahsil etmek isterse, borçlu kaç ₺ ödemelidir?

$$\text{Çözüm:} \quad S = ₺5.000 \quad r = \%15 \quad t = 3/12 \quad P = ?$$

$$P = \frac{S}{(1 + r * t)}$$

$$P = \frac{5.000}{(1 + 0,15 * \frac{3}{12})}$$

$$P = ₺4.819$$

Göründüğü üzere Hasan Bey alacağını ya üç ay bekleyerek ₺5.000 olarak tahsil edecek, ya da ₺4.819 almayı kabul edecektir.

Örnek 2.21: 9 ay vadeli ₺12.000 nominal değerli bir senet düzenlendikten 4 ay sonra İskonto ettirilmiştir. İskonto oranı %15 ise ele geçecek parayı ve İskonto tutarını hesaplayınız.

$$\text{Çözüm:} \quad S = ₺12.000 \quad r = \%15 \quad t = 5/12 \quad P = ?$$

$$P = \frac{S}{(1 + r * t)}$$

$$P = \frac{12.000}{(1 + 0,15 * \frac{5}{12})}$$

$$P = ₺11.294$$

$$\text{İskonto Tutarı (I)} = 12.000 - 11.294 = ₺706$$

SIRA SİZDE

5

8 ay vadeli ₺50.000 nominal değerli bir senet imzalandıktan 3 ay sonra %20 iskonto oranı ile iskonto ettirilmiştir. Basit iç iskonto yönteminin uygulandığı bu işlemde senedi kırdıranın eline kaç ₺ geçer?

Basit Dış İskonto

İskontonun senedin vade değeri üzerinden yapılmasına dış iskonto denir. İskonto tutarı borcun vade değeri ile senedin paraya dönüştürüleceği gündeki değeri arasındaki fark kadardır. Dış iskonto eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$P = S * (1 - r * t)$$

Örnek 2.22: Bir işletme müşterisinden 8 ay vadeli ₺25.000 değerinde senet almıştır. Senedi aldıktan 3 ay sonra senedi iskonto ettirmek üzere bir bankaya vermiştir. Banka %25 iskonto oranı ile senedi iskonto ettikten sonra işletmeye ödemede bulunmuştur. Dış iskonto yöntemine göre iskonto tutarını hesaplayınız.

$$\text{Çözüm:} \quad S = ₺25.000 \quad r = \%25 \quad t = 5/12 \quad P = ? \quad I = ?$$

$$P = S * (1 - r * t)$$

$$P = 25.000 * (1 - 0,25 * \frac{5}{12})$$

$$P = ₺22.396$$

$$\text{İskonto Tutarı (I)} = 25.000 - 22.396 = ₺2.604$$

Bu işlemde iskonto oranı yıllık verildiği için, süreyi de yıl cinsinden almamız gereklidir. Hesaplamlarda senedin vadesi değil, vadeye kalan süresi önemlidir. Bu örnekte senedin vadesi 8 ay olmasına rağmen, vadesine 5 ay kala senet iskonto ettirilmiştir. Bu nedenle süre olarak 5 ay alınmıştır. İşlem sonucunda senedin peşin değeri 22.396 olarak hesaplanmıştır. Senedin nominal değeri ile peşin değeri arasındaki fark iskonto tutarıdır.

Örnek 2.23: 9 ay vadeli, ₺40.000 nominal değerli bir senet vadesine 4 ay kala aylık %2 iskonto oranı ile iskonto ettirilmiştir. Senedin peşin değerini dış iskonto yöntemine göre hesaplayınız.

$$\text{Çözüm:} \quad S = ₺40.000 \quad r = \%2 \quad t = 4 \quad P = ?$$

$$P = S * (1 - r * t)$$

$$P = 40.000 * (1 - 0,02 * 4)$$

$$P = ₺36.800$$

Bu işlemde faiz oranı aylık olarak verilmiştir. Süre de ay olarak verildiğinden, ayı yıla dönüştürmeye gerek yoktur.

Eşdeğer Senetler

Belli vadeli bir senet yerine, daha ileri tarihli yeni bir senet verilmesi gerekebilir. Böyle bir durumda mevcut senet ile yeni verilen senetlerin bugünkü değerlerinin birbirine eşit olması gereklidir. Yeni verilen senedin peşin değeri iç ya da dış iskonto yöntemine göre belirlenebilir.

Örnek 2.24: ₺5.000 nominal değerli, 4 ay vadeli bir senet yerine 7 ay vadeli yeni bir senet verilmiştir. İskonto oranı %20 ise yeni verilen senedin değerini iç ve dış iskonto yöntemlerine göre hesaplayalım.

$$\text{Çözüm: } S_1 = ₺5.000 \quad r = \%20 \quad t_1 = 4/12 \quad t_2 = 7/12 \quad S_2 = ?$$

Dış iskonto yöntemine göre:

$$S_1 * (1 - r * t_1) = S_2 * (1 - r * t_2)$$

$$5.000 * \left(1 - 0,20 * \frac{4}{12}\right) = S_2 * \left(1 - 0,20 * \frac{7}{12}\right)$$

$$4.667 = S_2 * 0,883$$

$$S_2 = ₺5.285$$

İç iskonto yöntemine göre:

$$\frac{S_1}{(1+r * t_1)} = \frac{S_2}{(1+r * t_2)}$$

$$\frac{5.000}{1+0,20 * \frac{4}{12}} = \frac{S_2}{1+0,20 * \frac{7}{12}}$$

$$4.688 = \frac{S_2}{1,117}$$

$$S_2 = ₺5.244$$

Senetlerin Birleştirilmesi

Bazı durumlarda birkaç senet yerine tek bir senet verilebilir. Yeni verilen senedin bugünkü değerinin, birleştirilen senetlerin bugünkü değerlerinin toplamına eşit olması gereklidir.

Senetlerin iç iskonto yöntemine göre birleştirilmesi durumunda aşağıdaki eşitlik kullanılır:

$$P_i = \frac{S}{(1+r * t)} = \frac{S_1}{(1+r * t_1)} + \frac{S_2}{(1+r * t_2)} + \dots + \frac{S_n}{(1+r * t_n)}$$

Senetlerin dış iskonto yöntemine göre birleştirilmesi durumunda aşağıdaki eşitlik kullanılır:

$$P_d = S * (1 - r * t) = S_1 * (1 - r * t_1) + S_2 * (1 - r * t_2) + \dots + S_n * (1 - r * t_n)$$

Örnek 2.25: Aşağıda nominal değerleri ve vadeleri verilen üç senet yerine 10 ay vadeli yeni bir senet verilmiştir. İskonto oranı %15 olduğuna göre yeni senedin değerini iç ve dış iskonto yöntemlerine göre bulunuz.

Senedin Nominal Değeri	Senedin Vadesi
₺ 5.000	2 ay
₺ 7.000	4 ay
₺ 9.000	6 ay

$$\text{Çözüm:} \quad S_1 = \text{₺}5.000 \quad S_2 = \text{₺}7.000 \quad S_3 = \text{₺}9.000 \quad r = \%15$$

$$t_1 = 2/12 \quad t_2 = 4/12 \quad t_3 = 6/12 \quad t = 10/12 \quad S = ?$$

İç iskonto yöntemine göre:

$$P_i = \frac{S}{(1+r * t)} = \frac{S_1}{(1+r * t_1)} + \frac{S_2}{(1+r * t_2)} + \frac{S_3}{(1+r * t_n)}$$

$$\frac{S}{(1+0,15 * \frac{10}{12})} = \frac{5.000}{(1+0,15 * \frac{2}{12})} + \frac{7.000}{(1+0,15 * \frac{4}{12})} + \frac{9.000}{(1+0,15 * \frac{6}{12})}$$

$$\frac{S}{1,125} = \frac{5.000}{1,025} + \frac{7.000}{1,05} + \frac{9.000}{1,075}$$

$$\frac{S}{1,125} = 4.878 + 6.667 + 8.372$$

$$S = \text{₺}22.407$$

Dış iskonto yöntemine göre:

$$P_d = S * (1 - r * t) = S_1 * (1 - r * t_1) + S_2 * (1 - r * t_2) + S_3 * (1 - r * t_3)$$

$$S * \left(1 - 0,15 * \frac{10}{12}\right) = 5.000 \left(1 - 0,15 * \frac{2}{12}\right) + 7.000 * \left(1 - 0,15 * \frac{4}{12}\right) + 9.000 * \left(1 - 0,15 * \frac{6}{12}\right)$$

$$S * (0,875) = 4.875 + 6.650 + 8.325$$

$$S = \text{₺}22.686$$

DIŞ FAİZ (PEŞİN FAİZ)

Para alışverişlerinde faiz, paranın o günü degeri üzerinden değil de vadeli degeri üzerinden hesaplanırsa “dış faiz” ya da “peşin faiz” hesaplanmış olur. Bu durumda uygulanan faizle gerçekde yüklenen faiz farklıdır. Gerçekde yüklenen faiz uygulanan faizden yüksek olmaktadır. Doğru olanı, faizin daima kullanılan para üzerinden hesaplanmasıdır.

Peşin faiz uygulaması, kredi kurumlarının genellikle kredi faizlerini düşük göstermek amacıyla başvurdukları bir yöntemdir.

Anapara üzerinden faiz peşin olarak kesildikten sonra kalan sermayeye P_2 denilirse, P_2 şu şekilde hesaplanır:

$$P_2 = P - I$$

$$I = P * r * t$$

$$P_2 = P - (P * r * t)$$

$$P_2 = P * (1 - r * t)$$

Faizin kullanıma sunulan para üzerinden hesaplanmasına "gerçek faiz" ya da "iç faiz" denilmektedir. Gerçek ya da iç faiz yönteminde uygulanan faizle, gerçekten yüklenilen faiz birbirine eşittir.



DİKKAT

Örnek 2.26: Oğuz Bey, bir bankadan 45 gün vadeli kredi kullanmış, banka faiz kesintisini yaptıktan sonra Oğuz Bey'e ₺48.750 ödemistiştir. %20 faizin uygulandığı bu işlemde, kullanılan kredi, ödenen faiz tutarı ile katlanılan gerçek kredi maliyeti kaçtır?

$$\text{Çözüm: } P_2 = ₺48.750 \quad r = \%20 \quad t = 45/360 \quad P = ?$$

$$P_2 = P * (1 - r * t)$$

$$48.750 = P * \left(1 - 0,20 * \frac{45}{360}\right)$$

$$P = ₺50.000$$

Peşin Ödenen Faiz = $50.000 - 48.750 = ₺1.250$ olarak bulunur.

Yüklenilen gerçek faiz ise;

$$\text{Yüklenilen gerçek faiz} = \frac{I}{P_2 * t}$$

$$\text{Yüklenilen gerçek faiz} = \frac{1.250}{48.750 * \frac{45}{360}}$$

$$\text{Yüklenilen gerçek faiz} = 0,2051$$

Göründüğü üzere gerçekleşen faiz oranı (%20,51), uygulanan faiz oranından (%20) daha yüksek çıkmaktadır.

%15 faizle 6 ay vadeli kredi kullanan bir kişiye banka, faiz kesintisini peşin olarak yaptıktan sonra ₺22.000 ödemistiştir. Bu işlemde kullanılan kredi kaç ₺ ve katlanılan gerçek faiz oranı % kaçtır?



SIRA SİZDE

6

Örnek 2.27: (A) Bankası 3 ay sonra ödenmek üzere istenen ₺100.000'lik kredinin faizini peşin olarak tahsil ettikten sonra ₺92.500 olarak ödemeden bulunmuştur. Bankanın uygulamış olduğu faiz oranını ve kredinin gerçek faiz oranını hesaplayınız.

$$\text{Çözüm:} \quad P = ₺100.000 \quad P_2 = ₺92.500 \quad t = 3/12 \quad r = ?$$

$$I = P - P_2$$

$$I = 100.000 - 92.500 = ₺7.500$$

$$I = P * r * t$$

$$7.500 = 100.000 * r * \frac{3}{12}$$

$$r = 0,30$$

$$\text{Yüklenilen gerçek faiz} = \frac{I}{P_2 * t}$$

$$\text{Yüklenilen gerçek faiz} = \frac{7.500}{92.500 * \frac{3}{12}}$$

$$\text{Yüklenilen gerçek faiz} = 0,3243$$



KİTAP

Basit faizle ilgili Excel uygulamalarına Doç.Dr.Metin COŞKUN'un "Excel ile Finans" (Detay Yayıncılık, Ankara, 2011) kitabından ulaşabilirsiniz.

ÇÖZÜLMÜŞ ÖRNEKLER

- Üç ay önce bankaya yatırılmış olduğunuz ₺2.500, ₺2.530'e ulaşmış, arkadaşınızın ise altı ay önce bankaya yatırıldığı ₺5.450, ₺5.575'e ulaşmıştır. Hangi bankanın faiz oranı daha yüksektir?

$$\text{Çözüm:} \quad S = ₺2.530 \quad P = ₺2.500 \quad t = 3/12 \quad r = ?$$

$$S = ₺5.575 \quad P = ₺5.450 \quad t = 6/12 \quad r = ?$$

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$2.530 = 2.500 * (1 + r * \frac{3}{12})$$

$$r = 0,048 = \%4,8$$

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$5.575 = 5.450 * (1 + r * \frac{6}{12})$$

$$r = 0,048 = \%4,6$$

Sizin mevduatınızı yatırığınız bankanın faiz oranı, arkadaşınızın bankasının faiz oranından daha yüksektir.

2. Sahip olduğunuz ₺500'ini %4,5 veren bir bankaya yatırığınızı varsayıñ. Kardeşiniz ise ₺400'ini %6 veren bir bankaya yatırmıştır. Hanginizin parası daha kısa sürede ₺600'e ulaşır.

Çözüm: $S = \text{₺}600$ $P = \text{₺}500$ $r = \%4,5$ $t = ?$
 $S = \text{₺}600$ $P = \text{₺}400$ $r = \%6$ $t = ?$

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$600 = 500 * (1 + 0,045 * t)$$

$$t = 4,44 \text{ yıl}$$

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$600 = 400 * (1 + 0,06 * t)$$

$$t = 8,33 \text{ yıl}$$

3. Peşin fiyatı ₺2.500 olan bir televizyon, aylık %1,5 vade farkıyla 6 ay sonra ödenmek üzere satın alınmıştır. 6 ay sonra televizyon için ne kadar ödeme yapılacaktır?

Çözüm: $P = \text{₺}2.500$ $r = \%1,5$ $t = 6$ $S = ?$

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$S = 2.500 * (1 + 0,015 * 6)$$

$$S = \text{₺}2.725$$

4. Bir işadamı 8 ay sonra tahsil etmesi gereken ₺40.000 tutarında bir senedi iskonto ettiirmiştir. İskonto oranı %20 olduğuna göre işadamının eline geçen parayı iç iskonto yöntemine göre bulunuz.

Çözüm: $S = \text{₺}40.000$ $r = \%20$ $t = 8/12$ $P = ?$

$$P = \frac{S}{(1 + r * t)}$$

$$P = \frac{40.000}{(1 + 0,20 * \frac{8}{12})}$$

$$P = \text{₺}35.294$$

5. Yıllık %10 faiz oranı üzerinden bankaya yatırılan bir miktar para kaç yıl sonra kendişinin %60'i kadar faiz getirisi sağlar?

Çözüm: $S = P * 1,6$ $P = 1$ $r = \%10$ $t = ?$

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$1,6 * P = P * (1 + 0,10 * t)$$

$$1,6 = 1 + 0,10 * t$$

$$t = 6 \text{ yıl}$$

6. Mustafa Bey, bir bankadan 80 gün sonra ödemek üzere, %25 faizle ₺30.000 kredi kullanmıştır. Mustafa Bey, vade tarihinde bankaya kaç ₺ geri ödemede bulunacaktır?

$$\text{Çözüm: } P = ₺30.000 \quad r = \%25 \quad t = 80/360 \quad S = ?$$

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$S = 30.000 * \left(1 + 0,25 * \frac{80}{360}\right)$$

$$S = ₺31.667$$

DİKKAT



Yukarıdaki işlem bir spot kredi örneğidir. Spot kredi, kısa süre için kullanılan, bu süre içinde faiz oranının değişmediği, vade sonunda hem anaparanın hem de hesaplanan faizin ödenmesi gereken bir kredi türüdür. Bu nedenle spot kredi; kredi kullanıcısını, faiz dalgalarının etkilerinden korumaktadır.

7. Bir işadamı 1 Nisan 2012 tarihinde bankadaki kredi hesabından ₺15.000 kredi kullanmıştır. Faiz oranı %22'dir. 20 Nisan 2012 tarihinde ₺10.000 daha kredi kullanmıştır. Faiz oranı değişmemiştir. 15 Mayıs 2012 tarihinde ₺2.000 geri ödemede bulunmuştur. 5 Haziran 2012 tarihinde ₺20.000 kredi kullanmıştır. Aynı gün kredi faiz oranı %25'e yükselmiştir. Bu işadamının Haziran ayı sonunda ödemesi gereken faiz tutarını bulunuz.

DİKKAT



Bankaların işletmelere kullandığı kredi türlerinden biri de rotatif kredilerdir. Banka, işletme kredi değerliliğine göre bir kredi limiti tahsis eder. İşletme, bu kredi limitine kadar istediği zaman kredi kullanır, istediği zaman geri ödemede bulunur. Kredinin faiz oranı değişkendir; faiz oranı günün ekonomik koşullarına göre bankaca belirlenir. Faiz, günlük olarak belirlenir ve biriken faizler Mart, Haziran, Eylül ve Aralık aylarının son günlerinde ve herhalükarda kredinin vadesinde ödenmelidir. Kredinin vadesi dolduğunda anapara ödemesi yapılır.

Çözüm:

Tarih	Kullanılan Kredi	Geri Ödeme	Gün Sayısı	Faiz Oranı	Hesaplanan Faiz
01-19 Nisan	15.000		19	0,22	$I = 15.000 \times 0,22 \times 19/360 = 174$
20 Nis-14 May	25.000		34	0,22	$I = 25.000 \times 0,22 \times 34/360 = 519$
15.May		12.000			
15 May-4 Haz	13.000		21	0,25	$I = 13.000 \times 0,25 \times 21/360 = 190$
5-30 Haz.	33.000		26	0,25	$I = 33.000 \times 0,25 \times 26/360 = 596$
Toplam					1.479

1 Nisan-30 Haziran arasında ₺1.479 faiz hesaplanmıştır. İşletmenin 30 Haziran tarihinde tahakkuk eden ₺1.479'ı bankaya ödemesi gerekmektedir.

8. İsmet Bey, bir bankadan 3 ay sonra geri ödemek şartıyla kredi talebinde bulunmuştur. Banka yıllık %23 faiz oranı üzerinden, faiz tutarını peşin kestikten sonra İsmet Bey'e ₺7.069 ödemistiştir. Buna göre bankanın kesmiş olduğu faiz tutarını hesaplayınız?

$$\text{Çözüm: } P_2 = ₺7.069 \quad r = \%23 \quad t = 3/12 \quad P = ? \quad I = ?$$

$$P_2 = P * (1 - r * t)$$

$$7.069 = P * \left(1 - 0,23 * \frac{3}{12}\right)$$

$$P = ₺7.500$$

$$I = 7.500 - 7.069 = ₺431$$

9. Kemal Bey, bir bankaya belirli bir süre sonra ödemek şartıyla ₺30.000 kredi talebinde bulunmuştur. Banka, Kemal Bey'e yıllık %30 faiz oranı üzerinden hesaplanan faiz tutarını düştükten sonra ₺27.000 ödeme yapmıştır. Buna göre bankadan alınan kredinin vadesi kaç aydır?

Çözüm: $P_2 = ₺27.000$ $P = ₺30.000$ $r = \%30$ $t = ?$

$$P_2 = P * (1 - r * t)$$

$$27.000 = 30.000 * (1 - 0,30 * t)$$

$$t = 4 \text{ ay}$$

10. Emre Bey, parasının $\frac{1}{4}$ ünün yıllık %12 faiz oranı üzerinden 6 aylığına, geri kalanını da yıllık %14 faiz oranı üzerinden yine 6 aylığına farklı bankalara yatırıracak olursa 6 ayın sonunda aldığı toplam faiz ₺675 oluyor. Buna göre Emre Bey'in iki bankaya yatırdığı toplam para ne kadardır?

Çözüm:

$$I = P * r * t$$

$$I_1 = \left(\frac{P}{4} * 0,12 * \frac{6}{12} \right)$$

$$I_1 = 0,015P$$

$$I_2 = \left(\frac{3P}{4} * 0,14 * \frac{6}{12} \right)$$

$$I_2 = 0,0525P$$

$$I_1 + I_2 = 675$$

$$0,015P + 0,0525P = 675$$

$$P = ₺10.000$$

₺5.000 nin bir kısmı %60 faiz oranı üzerinden, geriye kalan kısmı da yıllık %40 faiz oranı üzerinden 1 yiliğine farklı bankalara yatırılacak olursa bir yılın sonunda eşit miktarlarda faiz alınıyor. Buna göre %60 faiz oranı üzerinden bankaya yatırılan miktar ne kadardır?



SIRA SİZDE

7

11. ₺5.000 'nin yıllık %10 faiz oranı üzerinden 3 ayda getireceği faiz, başka bir bankaya 6 aylığına yatırılan aynı miktar para tarafından getiriliyor ise ikinci bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı % kaçtır?

$$\text{Çözüm: } P = ₺5.000 \quad r = \%10 \quad t = 3/12 \quad I = ?$$

$$I = P * r * t$$

$$I = 5.000 * 0,10 * \frac{3}{12}$$

$$I = ₺125$$

$$I = P * r * t$$

$$125 = 5.000 * r * \frac{6}{12}$$

$$r = 0,05 = \%5$$

12. Çetin Bey, almış olduğu bir borca karşılık 3 ay sonra ₺2.000 ödemede bulunmuştur. Faiz oranı % 9 ise Çetin Bey kaç ₺ borç almıştır?

$$\text{Çözüm: } S = ₺2.000 \quad r = \%9 \quad t = 3/12 \quad P = ?$$

$$P = \frac{S}{1 + r * t}$$

$$P = \frac{2.000}{1 + 0,09 * \frac{3}{12}}$$

$$P = ₺1.956$$

13. Vade tarihi 16.10.2010 olan ₺100.000 nominal değerli hazine bonosunun 15.05.2010 tarihindeki değerini hesaplayınız. İskonto oranı %9.

$$\text{Çözüm: } S = ₺100.000 \quad r = \%9 \quad t = 154/365 \quad P = ?$$

Mayıs (31-15) 16

Haziran 30

Temmuz 31

Ağustos 31

Eylül 30

Ekim 16

Toplam 154 gün

$$P = \frac{S}{1 + r * t}$$

$$P = \frac{100.000}{1 + 0,09 * \frac{154}{365}}$$

$$P = ₺96.342$$

Hazine bonoları İskonto esasına göre ihraç edilir. Başka bir deyişle bononun nominal değeri vade tarihindeki değeridir. Peşin değeri ise vadeye kalan gün sayısını dikkate alınarak cari faiz oranı üzerinden iç İskonto yöntemi ile hesaplanır. Bu hesaplamada yıldaki gün sayısı 365 gün alınır. İşlemenin yapıldığı gün, toplam gün sayısına dahil edilmez.



DİKKAT

14. ₺100.000 nominal değerli, vadesine 120 gün kalmış finansman bonosu %12 İskonto oranı ile İskonto edilirse, peşin fiyatı ne olur?

Çözüm: $S = ₺100.000$ $r = \%12$ $t = 120/365$ $P = ?$

$$P = \frac{S}{1 + r * t}$$

$$P = \frac{100.000}{1 + 0,12 * \frac{120}{365}}$$

$$P = ₺96.205$$

Finansman bonoları da İskontolu olarak ihraç edilir. Bononun peşin fiyatının hesaplanması sırasında bileşik İskonto yöntemi kullanılabileceği gibi basit iç İskonto yöntemi de kullanılabilir. Yıldaki gün sayısı 365 gün olarak kabul edilir.



DİKKAT

15. ₺100.000 nominal değerli, 91 gün vadeli hazine bonosu ₺97.250'den satılmaktadır. Hazine bonosunun faiz oranı % kaçtır?

Çözüm: $S = ₺100.000$ $P = 97.250$ $t = 91/365$ $r = ?$

$$P = \frac{S}{1 + r * t}$$

$$97.250 = \frac{100.000}{1 + r * \frac{91}{365}}$$

$$r = 0,1134 = \%11,34$$

16. Galip Bey'in 3 ay vadeli ₺3.000 nominal değerli ve 8 ay vadeli ₺5.000 nominal değerli ödemesi gereken iki senedi vardır? Alacaklı bu iki senet yerine tek bir senedi kabul etmektedir. Galip Bey, a) borcunu hemen öderse, b) 6 ay sonra öderse, c) 1 yıl sonra öderse kaç ₺ ödemesi gereklidir? Faiz oranı %8.

Çözüm:

- a. Borcunu hemen ödemek isterse;
İlk senede karşılık

$$P = \frac{S}{1 + r * t}$$

$$P = \frac{3.000}{1 + 0,08 * \frac{3}{12}} = ₺2.941$$

İkinci senede karşılık

$$P = \frac{S}{1 + r * t}$$

$$P = \frac{5.000}{1 + 0,08 * \frac{8}{12}} = \text{₺}4.747$$

Toplam $2.941 + 4.747 = \text{₺}7.688$ ödemesi gereklidir.

b. Borcunu 6 ay sonra ödemek isterse;

İlk senede karşılık

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$S = 3.000 * \left(1 + 0,08 * \frac{3}{12}\right) = \text{₺}3.060$$

İkinci senede karşılık

$$P = \frac{S}{1 + r * t}$$

$$P = \frac{5.000}{1 + 0,08 * \frac{2}{12}} = \text{₺}4.934$$

Toplam $3.060 + 4.934 = \text{₺}7.994$ ödemesi gereklidir.

c. Borcunu 1 yıl sonra ödemek isterse;

İlk senede karşılık

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$S = 3.000 * \left(1 + 0,08 * \frac{9}{12}\right) = \text{₺}3.180$$

İkinci senede karşılık

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$S = 5.000 * \left(1 + 0,08 * \frac{4}{12}\right) = \text{₺}5.133$$

Toplam $3.180 + 5.133 = \text{₺}8.313$ ödemesi gereklidir.

17. Aşağıda nominal değerleri ve vadeleri verilen üç senet yerine 8 ay vadeli yeni bir senet verilmiştir. İskonto oranı %16 olduğuna göre yeni senedin değerini iç ve dış iskonto yöntemlerine göre bulunuz.

Çözüm:

Senedin Nominal Değeri	Senedin Vadesi
₺ 4.000	2 ay
₺ 8.000	4 ay
₺ 11.000	6 ay

İç iskonto yöntemine göre:

$$P_i = \frac{S}{(1+r*t)} = \frac{S_1}{(1+r*t_1)} + \frac{S_2}{(1+r*t_2)} + \dots + \frac{S_n}{(1+r*t_n)}$$

$$\frac{S}{(1+0,16 * \frac{8}{12})} = \frac{4.000}{(1+0,16 * \frac{2}{12})} + \frac{8.000}{(1+0,16 * \frac{4}{12})} + \frac{11.000}{(1+0,16 * \frac{6}{12})}$$

$$\frac{S}{1,107} = \frac{4.000}{1,027} + \frac{8.000}{1,053} + \frac{11.000}{1,080}$$

$$\frac{S}{1,107} = 3.895 + 7.597 + 10.185$$

$$S = ₺ 23.996$$

Dış iskonto yöntemine göre:

$$P_d = S * (1 - r * t) = S_1 * (1 - r * t_1) + S_2 * (1 - r * t_2) + \dots + S_n * (1 - r * t_n)$$

$$S * \left(1 - 0,16 * \frac{8}{12}\right) = 4.000 \left(1 - 0,16 * \frac{2}{12}\right) + 8.000 * \left(1 - 0,16 * \frac{4}{12}\right) + 11.000 * \left(1 - 0,16 * \frac{6}{12}\right)$$

$$S * (0,893) = 3.893 + 7.573 + 10.120$$

$$S = ₺ 24.172$$

Özet

Alınan ya da verilen paranın dönem içerisinde sadece bir kez faizlendirmeye tabi tutulduğu yöntemdir. Başka bir deyişle basit faiz, belli bir mikardaki anaparaya belli bir dönemde sabit bir faiz uygulanmasıdır. Basit faizde faize faiz uygulanmaz. Sadece anapara faizlendirilir. Basit faiz genellikle kısa vadeli işlemlerde kullanılır. En çok kullanıldığı konular; mevduat faizlerinin hesaplanması, kredi faizlerinin belirlenmesi, menkul kıymet fiyatlarının bugünkü değerinin hesaplanması konularıdır.

Basit faiz yöntemine göre faiz tutarı;

İskonto kısaca indirim demektir. Basit iskonto, ileri tarihli bir değerin bugünkü fiyatının bulunmasında kullanılır. Kırdırma diye de bilinir. İç ve dış iskonto olmak üzere iki türü vardır. İç iskontoda; senedin peşin değeri üzerinden bugünkü fiyat hesaplanırken, dış iskontoda; senedin vade değeri üzerinden bugünkü fiyat hesaplanmaktadır. Basit iskonto daha çok senetlerin kırdırılmasında ve hazine bonosu, finansman bonosu, mevduat sertifikası gibi menkul kıymetlerin fiyatlarının belirlenmesinde kullanılır. Basit iç iskonto formülü; $P_i = S / (1 + d_i * t)$, dış iskonto formülü ise $P_d = S * (1 - d_d * t)$ 'dır.

$I = P * r * t$ formülü ile

Anapara ve faizi kapsayan baliğ;

$S = P * (1 + r * t)$ formülü ile hesaplanır. Formüllerde P; anaparayı, r; faiz oranını, t; süreyi, I; faiz tutarını, S; anapara + faiz tutarını ifade eder.

Kendimizi Sınayalım

- 1.** 3 ay vadeli ₺240.000 vade değerli bir senet yerine ₺261.818 vade değerli yeni bir senet verilecektir. İç iskonto yönteminin kullanıldığı bu işlemde yıllık faiz oranı %40 olduğuna göre yeni senedin vadesi ne olacaktır?
- 3 ay
 - 4 ay
 - 5 ay
 - 6 ay
 - 7 ay
- 2.** Vadesine 40 gün kalmış bir finansman bonosunun vade değeri ₺100.000'dır. Yıllık faiz oranı %60 olduğuna göre basit iç iskontoya satın alındığında finansman bonosunun satış fiyatı ne olur? (Yıl 360 gün)
- 93.750
 - 94.250
 - 94.750
 - 95.250
 - 95.750
- 3.** ₺60.000 3 ayda ₺66.750'a ulaşmıştır. Uygulanan faiz oranı % kaçtır?
- %35
 - %45
 - %50
 - %55
 - %60
- 4.** Vadesine 4 ay kalan ₺500.000 değerli bir senet %45 iskonto oranıyla iskonto ettirilmiştir. Dış iskonto yöntemine göre iskonto tutarını bulunuz.
- 65.000
 - 70.000
 - 75.000
 - 85.000
 - 90.000
- 5.** ₺100.000 nominal değerli Hazine Bonosunun vadesi 15 Ağustos 2003 dür. Bu bononun 2 Mayıs 2003 tarihindeki değerini iç iskonto yöntemine göre bulunuz. İskonto oranı %55. (Yıl 365 gün)
- 83.114
 - 85.781
 - 86.339
 - 88.458
 - 89.526
- 6.** ₺50.000'lik bir krediye 4 ay için ₺3.000 faiz ödendiğine göre uygulanan yıllık faiz oranı ne olmaktadır?
- %20
 - %18
 - %15
 - %12
 - %10
- 7.** Bir işadamı bankadan ₺55.000 kredi kullanmıştır. Faiz oranı %35 olduğuna göre, 62 gün sonra kaç ₣ geri ödemede bulunacaktır?
(Yıl 360 gün)
- 75.542
 - 68.315
 - 60.222
 - 58.315
 - 55.542
- 8.** ₺8.000 %40 faiz oranıyla 55 gündे kaç ₣ faiz getirir? (Yıl 365 gün)
- 245
 - 286
 - 351
 - 482
 - 496
- 9.** ₺20.000, %12 faizle kaç ayda ₺400 faiz getirir?
- 6
 - 5
 - 4
 - 3
 - 2
- 10.** 17 Nisan 2011 tarihinde ihraç edilmiş, 25 Kasım 2011 vadeli, ₺1.000 nominal değerli hazine bonosunun 10 Temmuz 2011 tarihindeki değerini iç iskonto yöntemine göre bulunuz. Faiz oranı %19, yıl 365 gün.
- 933
 - 947
 - 955
 - 969
 - 982

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı

1. d Yanınız doğru değilse “Basit İskonto” bölümünü gözden geçiriniz.
2. a Yanınız doğru değilse “Basit Faiz Uygulamaları” bölümünü gözden geçiriniz.
3. b Yanınız doğru değilse “Basit Faiz” bölümünü gözden geçiriniz.
4. c Yanınız doğru değilse “Basit İskonto” bölümünü gözden geçiriniz.
5. c Yanınız doğru değilse “Basit Faiz Uygulamaları” bölümünü gözden geçiriniz.
6. b Yanınız doğru değilse “Basit Faiz Uygulamaları” bölümünü gözden geçiriniz.
7. d Yanınız doğru değilse “Basit Faiz Uygulamaları” bölümünü gözden geçiriniz.
8. d Yanınız doğru değilse “Basit Faiz” bölümünü gözden geçiriniz.
9. e Yanınız doğru değilse “Basit Faiz” bölümünü gözden geçiriniz.
10. a Yanınız doğru değilse “Basit Faiz Uygulamaları” bölümünü gözden geçiriniz.

Sıra Sizde 4

$$r = \frac{S - P}{P} \cdot \frac{1}{t}$$

$$r = \frac{\frac{6.315}{7} - 1}{\frac{6.000}{12}} = \frac{0.05214}{0.5} = 0.10428$$

$$r = 0,09$$

Sıra Sizde 5

$$P = \frac{S}{(1 + r * t)}$$

$$P = \frac{50.000}{(1 + 0,20 * \frac{5}{12})} = 40.000$$

$$P = 46.154$$

Sıra Sizde 6

$$P_2 = P * (1 - r * t)$$

$$22.000 = P * (1 - 0,15 * \frac{6}{12})$$

$$P = 23.784$$

$$\text{Yüklenilen Gerçek Faiz} = \frac{I}{P_2 * t}$$

$$\text{Yüklenilen Gerçek Faiz} = \frac{1.784}{22.000 * \frac{6}{12}}$$

$$\text{Yüklenilen Gerçek Faiz} = 0,1621$$

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

$$I = P * r * t$$

$$I = 2.500 * 0,12 * \frac{3}{12}$$

$$I = 75$$

Sıra Sizde 2

$$S = P * (1 + r * t)$$

$$S = 25.000 * (1 + 0,30 * \frac{55}{360})$$

$$S = 25.146$$

Sıra Sizde 3

$$P = \frac{S}{(1 + r * t)}$$

$$P = \frac{3.140}{(1 + 0,14 * \frac{4}{12})}$$

$$P = 3.000$$

Yararlanılan Kaynaklar

Sıra Sizde 7

$$I = P * r * t$$

$$I_1 = P * 0,06 * 1$$

$$I_1 = 0,06 P$$

$$I = P * r * t$$

$$I_2 = (5.000 - P) * 0,04 * 1$$

$$I_2 = 200 - 0,04P$$

$$I_1 = I_2$$

$$0,06P = 200 - 0,04P$$

$$0,10P = 200$$

$$P = 2.000$$

Arslan, Süddik (2006). **Ticari Matematik**, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

Aydın, Nurhan (2009). **Finans Matematiği**, Detay Yayıncılık, 1. Baskı, Ankara.

Aydın, Nurhan ve Metin Coşkun (2009). **Ticari Matematik**, Detay Yayıncılık, 1. Baskı, Ankara.

Bakır, Hasan (2006). **Temel Finansal Matematik**, Detay Yayıncılık, Ankara.

Başkaya, Zehra (1998). **Finans Matematiği**, Ekin Kitabevi, Bursa.

Cartledge, Peter C (2000). **The Handbook of Financial Mathematics**, Euromoney Books, 3. Edition, London.

Coşkun, Metin (2011). **Excel ile Finans**, Detay Yayıncılık, Ankara.

Çetinel, Ertuğrul (2004). **Ticari ve Mali Matematik**, Gazi Kitabevi, Ankara.

İşçil, Necati (1984). **Ticaret Aritmatiği ve Mali Cebir**, İşin Yayıncılık, Ankara.

Parlak, Sıdika (2004). **Ticari Matematik**, Ekin Kitabevi, Bursa.

Steven Karris T. (2007). **Mathematics for Business, Science and Technology**, Orchard Publications, 3. Edition, USA.

3

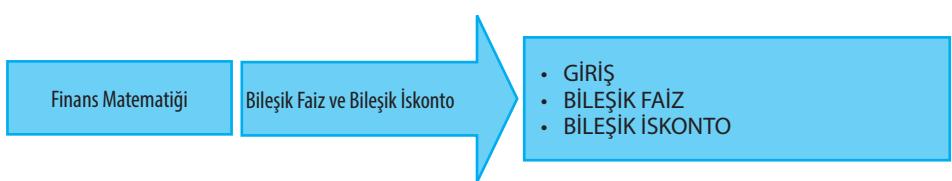
Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Bileşik faiz hesaplamalarını yapabilecek,
 - 🕒 Bileşik iskonto hesaplamalarını yapabilecek
- bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Faiz
- İskonto
- Bileşik Faiz
- Bileşik İskonto
- İç İskonto
- Dış İskonto
- Enflasyon
- Reel Faiz
- Eşdeğer Senetler

İçindekiler



Bileşik Faiz ve Bileşik İskonto

GİRİŞ

Bundan önceki üitede finans matematiği hesaplamalarının özünü oluşturan basit faiz ve basit iskonto konuları açıklanmıştır. Bu üitede konuya yeni bir boyut getirmekte ve işlemlerin birden fazla devre için yapılması durumunda, önceki devrelerin etkisinin de dikkate alındığı yaklaşım olarak bileşik faiz ve bileşik iskonto konuları açıklanmaktadır. Başlangıç sermayesi bir devreye kadar bağlı kaldığında ya da baliğ bir devreye kadar iskonto edildiğinde basit faiz ve basit iskonto yaklaşımı söz konusu olmakta idi. Devre sayısı birden fazla olduğunda ise önceki devrede ortaya çıkan faiz ya da iskonto miktarı dikkate alınarak işlem yapılacaktır. Bu şekilde hesaplanan faize bileşik faiz, iskontoya da bileşik iskonto denir. Söz gelimi para iki devre için faize yatırıldığında ilk devre kazanılan faiz, eğer hesaptan çekilmezse, ikinci devre başında anaparaya eklenmekte ve ikinci devrenin faizi bu yeni anapara üzerinden hesaplanmaktadır. Dolayısıyla eğer faiz ve iskonto hesaplamaları birden fazla devre için yapılyorsa, doğru sonuca ulaşmak için önceki devrelerin etkileri göz önüne alınarak hareket edilmelidir. Günlük hayatı bu durum, devre sayısının bir veya birden küçük olması durumuna göre daha sık görülmektedir. Bu nedenle bileşik faiz ve bileşik iskonto hesaplamalarının anlaşılması önem taşımaktadır.

BİLEŞİK FAİZ

Bileşik faizde faiz, basit faizde olduğu gibi yalnızca başlangıç sermayesi üzerinden hesaplanmaz. Aynı zamanda kazanılan faiz, çekilmemiş sürece, anaparaya ilave edilerek faizin de faizi hesaplanır.

Basit faizle bileşik faiz arasındaki temel farklılık şudur: basit faizde üzerinden faiz hesaplanan sermaye (anapara) her devre değişmezken bileşik faizde değişmektedir. Bileşik faizde üzerinden faiz hesaplanan sermaye her devre, bir önceki devrenin faizi kadar artmaktadır.

Genellikle kısa vadeli finansal işlemlerde basit faiz ve basit iskonto kullanılırken, uzun vadelerde bileşik faiz ve bileşik iskonto kullanılır. O halde; her devre değişen sermayeler üzerinden hesaplanan faize “**bileşik faiz**”, uygulanan yönteme de “**bileşik faiz yöntemi**” denir.

Bileşik faizin hesaplanması temelde basit faiz mantığından bir farklılığı yoktur. Bileşik faizde de pratikte her devre basit faiz hesaplaması gibi faiz hesaplanmakta, ancak farklı olarak her devre anapara değişmekte, dolayısıyla her devre gittikçe büyüyen sermayeler üzerinden faiz hesaplaması yapılmaktadır. Bu ise devre sayısı arttıkça toplam değerin büyük boyutlara ulaşmasına neden olmaktadır.

Örneğin, ₺1.000 % 10 faizle, 3 yıl için basit faizle yatırılmış olsa her yıl ₺100 faiz getireceğinden 3.yıl sonundaki faizi ₺300, baliğ de ₺1.300 olur. Eğer her yıl elde edilen faiz sermayeye katılacak olursa, yani bileşik faiz uygulaması yapılrsa, vade sonunda paranın ulaştığı tutar ₺1.331 olacaktır.

İlk Yatırılan Sermaye	1.000
%10'dan İlk Yılın Faizi	<u>100</u>
İkinci Yılın Başındaki Sermaye	1.100
% 10'dan İkinci Yılın Faizi	<u>110</u>
Üçüncü Yılın Başındaki Sermaye	1.210
% 10'dan Üçüncü Yılın Faizi	<u>121</u>
Üçüncü Yılın Sonundaki Sermaye	1.331

Göründüğü gibi ₺1.000, 3 yıl sonunda ₺1.331 'ye ulaşmaktadır. 3 yıl için hesaplanan toplam faiz ise ₺331 (1.331-1.000) olmaktadır. Oysa basit faizde toplam faiz ₺300 idi. Aradaki farklılık, faizin kazandırdığı faizden kaynaklanmaktadır.

Aşağıdaki tablolar bileşik faizin uzun vadede nasıl çarpıcı bir farklılık ortaya koyduğunu göstermektedir. Tablolar ₺100 başlangıç sermayesinin %10 faizle yıllar boyunca basit ve bileşik faizde aldığı değerleri göstermektedir. Görüleceği üzere süre uzadıkça aradaki fark da geometrik olarak artmaktadır.

Tablo 3.1
Basit Faizle Başlangıç
Sermayesinin Farklı
Dönemlerde Ulaştığı
Değer

BASIT FAİZ			
Dönem	Anapara Tutarı	Faiz Tutarı	(Anapara + Faiz) Tutarı
1	100,00	10,00	110,00
2	100,00	10,00	120,00
3	100,00	10,00	130,00
4	100,00	10,00	140,00
5	100,00	10,00	150,00
6	100,00	10,00	160,00
7	100,00	10,00	170,00
8	100,00	10,00	180,00
9	100,00	10,00	190,00
10	100,00	10,00	200,00
11	100,00	10,00	210,00
12	100,00	10,00	220,00
13	100,00	10,00	230,00
14	100,00	10,00	240,00
15	100,00	10,00	250,00
16	100,00	10,00	260,00
17	100,00	10,00	270,00
18	100,00	10,00	280,00
19	100,00	10,00	290,00
20	100,00	10,00	300,00

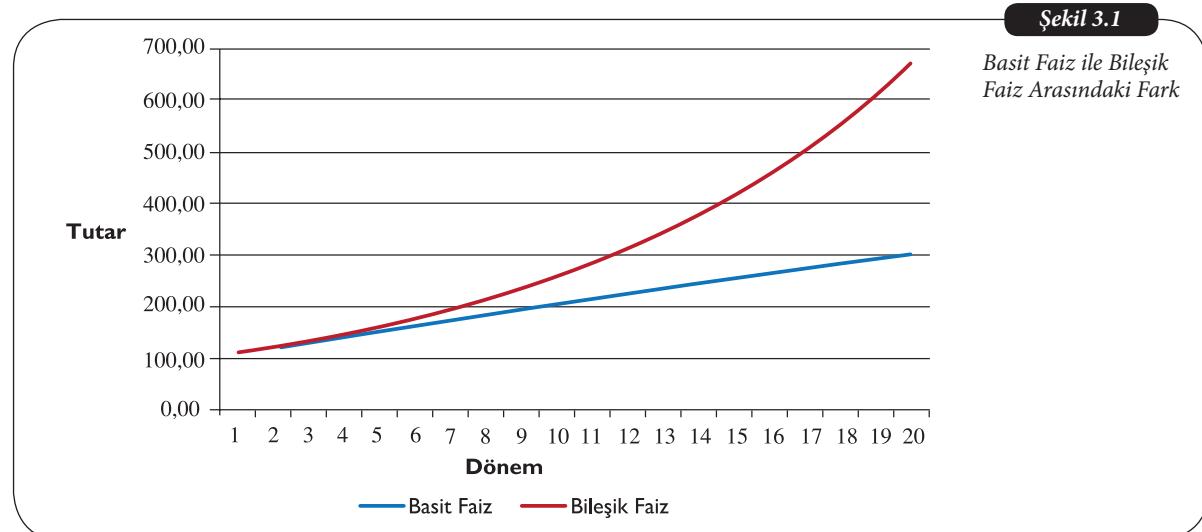
BİLEŞİK FAİZ			
Dönem	Anapara Tutarı	Faiz Tutarı	(Anapara + Faiz) Tutarı
1	100,00	10,00	110,00
2	110,00	11,00	121,00
3	121,00	12,10	133,10
4	133,10	13,31	146,41
5	146,41	14,64	161,05
6	161,05	16,11	177,16
7	177,16	17,72	194,87
8	194,87	19,49	214,36
9	214,36	21,44	235,79
10	235,79	23,58	259,37
11	259,37	25,94	285,31
12	285,31	28,53	313,84
13	313,84	31,38	345,23
14	345,23	34,52	379,75
15	379,75	37,97	417,72
16	417,72	41,77	459,50
17	459,50	45,95	505,45
18	505,45	50,54	555,99
19	555,99	55,60	611,59
20	611,59	61,16	672,75

Tablo 3.2
Bileşik Faizle Başlangıç
Sermayesinin Farklı
Dönemlerde Ulaştığı
Değer

Tablolarda görüldüğü üzere ₺100'lik bir sermaye, aynı faiz ve aynı sürede basit faizle ₺300 olurken, bileşik faizle ₺672,75'ye yükselmektedir. Bu farklılık faizin de faiz kazandırmasından kaynaklanmaktadır. Basit faiz ile bileşik faizin zaman içindeki ayrılığının aşağıdaki grafikte daha net bir şekilde görülmektedir.

Sekil 3.1

Basit Faiz ile Bileşik
Faiz Arasındaki Fark



Bileşik faizde, devre sayısı az olduğunda, her devrenin faizi basit faizle hesaplanabilir. Fakat devre sayısı (30, 40, 100 gibi) arttıkça bu şekilde hesaplama yapmak zorlaşır. Bu durumda bileşik faizin kolaylıkla hesaplanacağı formüllerin kullanılması gerekecektir.

Bileşik faizle ilgili hesaplamalarda kullanılan formüller ve semboller aşağıda verilmektedir:

P = Anapara Başlangıç Sermayı (Alınan veya verilen sermaye)

i = Devre ya da dönem faiz oranı

n = Devre ya da dönem sayısı

S = Nihai sermaye, Balığ, Sermayenin gelecekteki değeri, Sermayenin birikimli değeri

Nihai sermaye bankaya yatırılan –veya borç alınan- tutarın belirli devreler sonunda faizi ile birlikte ulaşacağı miktarıdır.

Bankaya yatırılan $\text{₺}1$ bir devre sonunda “i” kadar faiz getirecektir. Birinci devrenin sonunda $\text{₺}1 \cdot (1+i)$ ’ye ulaşacaktır. $(1+i)=q$ denirse, ikinci devrenin faizi bu değer üzerinden hesaplanacaktır. Hesaplama, tablo yardımıyla daha açık bir şekilde görülecektir.

Devreler	Devre Başı Sermayı	Devre Sonundaki Faiz	Devre Sonu Sermayı
1	1	i	$1+i=q$
2	q	q^*i	$q+qi=q(1+i)=q^2$
3	q^2	q^2i	$q^2+q^2i=q^3$
4	q^3	q^3i	$q^3+q^3i=q^4$
:	:	:	:
:	:	:	:
n	q^{n-1}	$q^{n-1}i$	$q^{n-1}+q^{n-1}i=q^n$

$\text{₺}1$ “n” devre sonunda q^n olursa, başlangıç sermayesi $\text{₺}1$ değil de P ₺ olursa nihai sermaye aşağıdaki formülle bulunabilecektir:

$$S = P(1+i)^n$$

$(1+i)$ ifadesi “q” ile ifade edilerek eşitlik daha kısa olarak;

$S = P^*q^n$ şeklinde yazılabilir.

DİKKAT



$(1+i)^n$ matematiksel ifadesi bileşik faizde gelecekteki değer faktörü ya da bileşik faiz faktörü olarak adlandırılır.

Örnek 3.1: $\text{₺}7.500$, yıllık % 6 faizle bileşik faize yatırılmışsa 2. sene sonundaki değeri ne olur?

Çözüm:

$$P = \text{₺}7.500$$

$$i = \%6$$

$$n = 2$$

$$S = ?$$

$$S = P(1+i)^n$$

$$S = 7.500(1+0,06)^2$$

$$S = \text{₺}8.427$$

Örnek 3.1'in hazır tablolar yardımıyla çözümü:

Hazır tablolar, hesapları kolaylaştırmak üzere $\text{₺}1$ ’nin çeşitli faiz oranları ve çeşitli dönenler itibarıyle balığıları alınarak hazırlanmıştır (Bakınız Ek: Tablo 1). Buna göre sermaye $\text{₺}1$ değil de P ₺ olursa ctevelden –ilgili faiz oranı satırıyla devre sayısı sütununun kesim noktası dikkate alınarak- bulunan değer, bu değer ile çarpılır.

₺1' nin, faiz oranı %6'dan, 2. devre sonundaki değeri Tablo 1'den (%6 faiz oranı satırıyla, 2. devre sütununun kesim noktası (1,1236)) bulunarak 7.500 ile çarpılır.

		Faiz Oranı									
		1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
Devre Sayısı	1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
	2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
	3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
	4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
	5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
	6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
	7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
	8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
	9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719	2,3579
	10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
	11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
	12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
	13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
	14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
	15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772
	16	1,1726	1,3728	1,6047	1,8730	2,1829	2,5404	2,9522	3,4259	3,9703	4,5950
	17	1,1843	1,4002	1,6528	1,9479	2,2920	2,6928	3,1588	3,7000	4,3276	5,0545
	18	1,1961	1,4282	1,7024	2,0258	2,4066	2,8543	3,3799	3,9960	4,7171	5,5599
	19	1,2081	1,4568	1,7535	2,1068	2,5270	3,0256	3,6165	4,3157	5,1417	6,1159
	20	1,2202	1,4859	1,8061	2,1911	2,6533	3,2071	3,8697	4,6610	5,6044	6,7275

$$S = 7.500 \times 1,1236 = ₺8.427 \text{ olarak bulunur.}$$

Finans Matematiğinde problemlerin çözümünde logaritmadan ya da hazır cetvellerden faydalabilir. Hazır cetvelleri her zaman bulmak zordur. Bu nedenle çözümlerin üs alabilen hesap makineleriyle (bilimsel hesap makinesi) yapılması daha kolay olur.



DİKKAT

Bileşik faizle ilgili olarak yukarıda verilen örnekte faiz hesaplama devresi yıl olarak alınmıştır. Bileşik faizde faizlendirme devresi yıldan daha kısa olabilmektedir. Faiz devresi yıldan küçük ise yıllık olarak verilen faiz oranının faiz devresiyle uyumlu hale getirilmesi gereklidir. Yani yıllık faiz oranının, bir yıldaki devre sayısına bölümü ile devre faiz oranı bulunur.

Faiz hesaplamalarında, devre uzunluğu ile faiz oranının uyumlu olması şarttır. Örneğin yılda bir defa değil, iki defa (altı ayda bir) faizlendirme yapılyorsa, yıllık faiz oranı ikiye bölünerek devre faiz oranı bulunur ve işlemde bu faiz oranını kullanılır. Devre faiz oranının bulunması şu şekilde formüle edilebilir:

$$\text{Devre faiz oranı} = \text{Yıllık nominal faiz oranı} / \text{yıldaki devre sayısı (faizlendirme sıklığı)}$$

İşlemdeki devre sayısının belirlenmesinde de benzer mantık yürütülür. Yılda bir defa hesaplama yapılyor ve para 3 yıl için yatırılıyorsa devre sayısı da 3 olarak alınır. Ancak yılda iki defa (altı ayda bir) faizlendirme yapılyorsa, devre sayısı, yıl sayısı ile yıldaki devre

sayısının çarpımı ile bulunur. Örneğin süre 3 yıl ve yılda 2 defa faizlendirme yapılıyorsa devre sayısı 6 (3^*2) olacaktır.

*Devre sayısı = Yıl cinsinden süre * yıldaki devre sayısı (faizlendirme sıklığı)*

DİKKAT



Finans matematiği problemlerinde faiz oranının yıldan farklı bir devreye ait faiz oranı olduğu özellikle belirtilmemişse (örneğin aylık, haftalık faiz oranı gibi.), verilen faiz oranının yıllık nominal faiz oranı olduğu kabul edilir.

Örnek 3.2: Bir bankaya %12 faiz orANIyla 4 yILLIGINA yatırılan ₺15.000,

- Faizlendirmenin yılda bir defa yapılması durumunda,
- Faizlendirmenin yılda iki defa (altı ayda bir) yapılması durumunda kaç ₺ye ulaşır?

Çözüm:

a.

$$P = ₺15.000$$

$$i = \%12$$

$$n = 4$$

$$S = ?$$

$$S = P(1 + i)^n$$

$$S = 15.000 * (1 + 0,12)^4$$

$$S = ₺23.603$$

b.

$$P = ₺15.000$$

i = %6 (%12 / 2) (yıldaki devre sayısı 2 olduğundan yıllık faiz oranı 2'ye bölünmektedir)

n = 8 (4*2) (yıldaki devre sayısı 2 olduğundan yıl sayısı 2 ile çarpılmıştır)

$$S = ?$$

$$S = P(1 + i)^n$$

$$S = 15.000 * (1 + 0,06)^8$$

$$S = ₺23.908$$

Gördüğü gibi, yıllık nominal faiz oranı ve süre aynı olduğu halde, yıldaki faizlendirme sıklığı artınca paranın ulaştığı değer de artmaktadır. Yılda bir yerine iki defa faizlendirme yapılınca paranın ulaştığı değer ₺306 (23.908-23.603) artmıştır. Bu durum, nominal faiz aynı olsa da yıldaki faizlendirme sıklığı arttıkça efektif faiz oranının daha yüksek olduğunu göstermektedir.

SIRA SİZDE



1

Örnek 3.1'de faiz hesaplama sıklığının yılda bir yerine 3 defa (dört ayda bir) olduğu varsayımyla gelecek değeri tekrar hesaplayınız.

Nominal Faiz ve Efektif Faiz

Finansal işlemlerde yıllık faiz orANIyla, bir yıldaki faiz hesaplama sıklığı belirtilir. Örneğin, "yıllık %10 faizle altı aylık devrelerle faiz hesaplanır" gibi. Eğer faiz hesaplama sıklığından bahsedilmiyorsa o zaman faizin yılda bir kez hesaplandığı kabul edilir. Faiz oranları, daha önce de belirtildiği üzere, yıllık olarak verilir. Yıllık cari faiz oranına "**nominal yıllık faiz**" oranı denir. Yıllık nominal faiz oranı j , bir yıldaki devre sayısı m ve yıldan kısa süreli herhangi bir devrenin faiz oranı i ise ($i=j/m$) eşitliği ile elde edilir.

Yıl içinde faizlendirme sayısı 1'den fazlaysa gerçekleşen yıllık faiz -efektif faiz- yıllık nominal faizden daha büyük olur.

Faiz hesaplama sıklığı, diğer bir ifade ile devre sayısı arttıkça yıllık efektif –gerçek- faiz oranı da artar. Eğer devre sayısı yılda 1 ise, yıllık nominal faiz, efektif faize eşit olur. Ancak yıllık nominal faiz oranı aynı iken yılda birden fazla faiz hesaplatılırsa efektif faiz nominal faizden yüksek olacaktır. Çünkü faizin de faizi hesaplanmaktadır.

Yıllık nominal faiz (j), yıl içinde faizlendirme sıklığı (m) verildiğinde efektif faiz (r) şu eşitlik yardımıyla bulunabilir:

$$1+r = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m \text{ yada } r = (1+i)^m - 1$$

Örnek 3.3: Yıllık nominal faiz oranı %10 ve altı ayda bir faizlendirme yapılmıysa, yıllık efektif faiz oranını hesaplayınız.

Cözüm:

$$j = \%10$$

$$m = 2$$

$$r = ?$$

$$1+r = \left(1 + \frac{0,10}{2}\right)^2$$

r = %10,25 bulunur.

Örnek 3.4: Nominal faiz oranı %8 ise;

a. Her altı ayda,

b. Her üç ayda,

c. Her ay faizlendirme yapılması halinde efektif faiz oranı ne olur?

Cözüm:

a.

$$j = \%8$$

$$m = 2$$

$$r = ?$$

$$r = \left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^2 - 1$$

r = %8,16

b.

$$j = \%8$$

$$m = 4$$

$$r = ?$$

$$r = \left(1 + \frac{0,08}{4}\right)^4 - 1$$

r = %8,24

c.

$$j = \%8$$

$$m = 12$$

$$r = ?$$

$$r = \left(1 + \frac{0,08}{12}\right)^{12} - 1$$

r = %8,30

Aşağıdaki tablo, %10 nominal faizde faiz hesaplama sıklığı arttığında efektif faizin nasıl değiştiğini daha açık ortaya koymaktadır.

Tablo 3.3
Faiz Hesaplama Sıklığı-
Efektif Faiz Oranı
İlişkisi

Bileşik Faizlendirme Dönemi	Bileşik faizlendirme Sayısı	Yıllık Efektif Faiz
Yıllık	1	%10
3 Aylık	4	%10,38129
Aylık	12	%10,47131
Haftalık	52	%10,50648
Günlük	365	%10,51558

Faiz hesaplama sıklığı sonsuz olarak düşünüldüğünde, genellikle gelişmiş yatırım modellerinde sıkça kullanılan bir kavram olan “**sürekli bileşik faizlendirme**” söz konusu olur. $m \Rightarrow \infty$ olduğunda $\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$ ’in limiti e^j olmaktadır. Bu durumda efektif faizle ilgili eşitlik;

$$r = e^j - 1$$

e ’nin yaklaşık değeri ise 2,71828 olmaktadır.

Örnek 3.5: Nominal yıllık faiz % 10 iken sürekli faizlendirme söz konusu ise yıllık efektif faiz ne olur?

Çözüm:

$$j = \%10$$

$$r = ?$$

$$r = e^j - 1$$

$$r = 2,71828^{0,10} - 1$$

$$r = \mathbf{\%10,5170844}$$

Belirli bir paranın sürekli faizlendirmeyle gelecekteki değeri;

$$S = P(1+i)^n = P(1+r)^n = P(1 + [e^j - 1])^n$$

$$S = P \cdot e^{j * n}$$

Örnek 3.6: ₺20.000 ’nin %12 faizle ve sürekli bileşik faizle 5 yıl sonraki değeri ne olur?

Çözüm:

$$P = \text{₺}20.000$$

$$j = \%12$$

$$n = 5$$

$$S = ?$$

$$S = P \cdot e^{j * n}$$

$$S = 20.000 \cdot 2,71828^{0,12 \cdot 5}$$

$$S = \mathbf{\text{₺}36.442,36}$$

Örnek 3.7: Bir bankanın mevduat oranlarına uygulayacağı faiz oranları aşağıda verildiği gibidir. Hangi seçenek mevduat hesabı açtıracaklar için daha uygundur?

Devreler	Faiz oranları
1 ay	%12
3 ay	%12,2
6 ay	%12,4
1 yıl	%12,6

Çözüm:

1 ay vadeli hesap açtırıldığında yıllık efektif faiz;

$$r = \left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{12} - 1$$

r = %12,68 olur.

3 ay vadeli hesap açtırıldığında yıllık efektif faiz;

$$r = \left(1 + \frac{0,122}{4}\right)^4 - 1$$

r = %12,77 olur.

6 ay vadeli hesap açtırıldığında yıllık efektif faiz;

$$r = \left(1 + \frac{0,124}{2}\right)^2 - 1$$

r = %12,78 olur.

1 yıl vadeli hesap açtırıldığında yıllık efektif faiz;

$$r = \left(1 + \frac{0,126}{1}\right)^1 - 1$$

r = %12,6 olur.

Göründüğü üzere nominal faiz oranı en büyük olmamakla birlikte 6 aylık vadeli hesap açılması en yüksek efektif getiriyi sağlamaktadır.

Bileşik Faizde Faiz Oranının Hesaplanması

Bileşik faizin temel formülünden hareketle devre faiz oranı bulunabilir.

$$S = P * q^n$$

$$q^n = \frac{S}{P}$$

Örnek 3.8: ₺12.000 10 faizlendirme devresinde ₺18.000 'ye ulaşmıştır. Devre faiz oranını hesaplayınız.

Çözüm:

$$P = ₺12.000$$

$$n = 10$$

$$S = ₺18.000$$

$$i = ?$$

$$q^n = \frac{S}{P}$$

$$(1+i)^{10} = \frac{18.000}{12.000}$$

$$(1+i)^{10} = 1,5$$

$$1+i = \sqrt[10]{1,5}$$

$$1+i = 1,5^{1/10}$$

$$i = 1,5^{1/10} - 1$$

$$i = \%4,14$$

Örnek 3.9: Aylık faizlendirilmek üzere 2 yiliğine bir bankaya yatırılan ₺1.000 dönem sonunda ₺1.500'ye ulaşmıştır. Bu işlemde uygulanan faiz oranını nedir?

Çözüm:

$$S = 1.500$$

$$P = 1.000$$

$$n = 24$$

$$i = ?$$

$$S = P * (1 + i)^n$$

$$1.500 = 1.000(1+i)^{24}$$

$$(1+i)^{24} = \frac{1.500}{1.000}$$

$$i = \sqrt[24]{1,5} - 1$$

$$i = 1,5^{1/24} - 1$$

$$i = 1,017 - 1 = \%1,7$$

Anüite ve diğer paranın zaman değeri hesaplamalarını yapabilmek için yukarıda örnekleri verilen aritmetik yöntem dışında kullanılabilen alternatif araçlar da bulunmaktadır. Bu araçlar hesaplama yapılmasını kolaylaştırmaktadır. Alternatif araçların başlıcaları aşağıda kısaca açıklanmaktadır.

Hazır Tablolar: Gerek tek ödemeler gerekse de ödemeler serisi (anüitelere) için bugünkü ve gelecekteki değeri bulmak amacıyla hazırlanmış hazır tablolar vardır. Bu tabloların tek ödemeler için hazırlanan ve genellikle bileşik faiz ve bileşik iskonto hesaplamalarında kullanılanları, ₺1'nin belli bir devre sonraki gelecek değerini ve belli devre öncesine ait iskontolu değerini, farklı faiz ve iskonto oranları için vermektedir. Benzer şekilde ödemeler serisinde de belli bir sayıda ve belli bir faiz orANIyla yapılan ₺1'lik ödemeler serisinin (anüite) bugünkü ve gelecekteki değerini veren tablolar bulunmaktadır. Çoğu finansman kitaplarının ekinde bu hazır tablolar yer almaktadır. Hazır tablolar bu kitabı Ek'te yer almaktadır. Hazır tablolardan ₺1 için bulunan değer katsayı olarak kullanılıp problemdeki tek ödeme veya taksit büyülüklüğü ile çarpılarak tek ödemeyi bugünkü veya gelecekteki değeri ile anüitenin bugünkü veya gelecekteki değeri bulunur. Hazır tabloların kullanımı kitabı içinde bazı örnek problemlerin çözümünde uygulanmalıdır.

Finansal Hesap Makineleri: Paranın zaman değeri ve diğer finansal hesaplamaları yapmak için özel olarak geliştirilen bu hesap makineleri de pratik bir şekilde hesaplamaları gerçekleştirmeye olanak verir. HP, Texas Instruments gibi firmaların ürettiği finansal hesap makineleri en çok kullanılan hesap makineleri arasındadır. Kitapta kimi örneklerin finansal hesap makinesi kullanarak çözümü açıklanacaktır.

Bilgisayar Programları: Internetten yüklenebilecek ya da yazılım firmalarından satın alınabilecek paket programlar ile paranın zaman değeri hesaplamaları kolayca yapılmaktadır. Ayrıca Microsoft Office içindeki Excel programı da her türlü finansal hesaplama yapabilmektedir. Çözümlü örneklerde zaman zaman Mini Finance Calculator adlı program ve Excel ile problemlerin çözümü de örneklendirilecektir.

İnternetteki Çevrimiçi Hesap Makineleri: Bazı internet sitelerinde çevrimiçi kullanılabilek hesap makineleri de bulunmaktadır. Ancak bunlar genellikle yukarıdaki alternatiflere göre daha kısıtlı bir içeriğe sahiptir. Daha çok basit ve bileşik faiz ile kredi taksiti hesaplama amaçlı hazırlanmışlardır.

Alternatif araçları kullanırken gözden kaçırılmaması gereken çok önemli bir nokta vardır. Bu kolaylaştırıcı yöntemleri doğru bir şekilde kullanabilmek için konunun aritmetik geri planını iyi kavramış olmak çok önemlidir. Bilgisayar programının doğru sonuç vermesi için devre sayısının, devre faiz oranının, bulunmak istenen değerin vb. doğru bir şekilde anlaşılması ve programa tanımlanması gereklidir. Finansal işlemlerde bir virgül hatası ya da devre sayısının yanlış girilmesi yanlış kararlara ve ciddi olumsuz sonuçlara yol açabilir. Dolayısıyla kolay hesaplama yapmamızı sağlayan araçların varlığı, hesaplamların mantığını iyi bilmemiz gereği gerçekliğini değiştirmemektedir.



DİKKAT

Bundan böyle çözülecek kimi örneklerin aritmetik çözümü verildikten sonra alternatif araçların kullanımına ilişkin örnekler de verilecektir.

Bileşik faizde faiz oranı excelde Faiz_Oranı (İng(Rate)) fonksiyonu kullanılarak da hesaplanabilir.

Örnek 3.9'un Excel(MS Office 2010 sürümü) ile Çözümü:

Resim 3.1

Excel'de Faiz Oranı Hesaplama Penceresinin Açıltışı

The screenshot shows a Microsoft Excel 2010 window with the title "Yeni Microsoft Excel Çalışma Sayfası - Microsoft Excel". The formula bar at the top displays the formula `FAIZ_ORANI(dönen_sayıs(devresel_ödeme;bd;gd;tür;tahmin)`. The status bar at the bottom also shows this formula. The main worksheet area has columns F through S and rows 1 through 27. Cell A1 is selected. A dropdown menu is open over cell A1, showing suggestions like "AÇIVERIMORANI", "AMORDÉGRC", "AMORLINE", "ANA_PARA_ÖDEMESİ", "ANBD", "AZALANBAKİYE", "BD", "ÇİFTAZALANBAKİYE", "D_JC_VERİM_ORANI", "DA", "DAB", "DEĞER", "DEĞERİND", "DEĞERVADE", "DEVRESSEL_ODEME", "ETKİN", and "FAİZ_ORANI". The "FAİZ_ORANI" suggestion is highlighted. A tooltip for "FAİZ_ORANI" is visible, stating: "Bir yıllık borç ya da yatırım için dönem başına düşen faiz oranını yerin. Örneğin, %6 yıllık faiz oranına karşılık %6 aylık ödeme için %6,4 kullanın." Below the tooltip, it says "Daha fazla yardım için F1'e basın."

1. Adım: Excel ana sayfasında “formüller” sekmesi tıklanır. Açılan üst menüden “finansal” bölümüne tıklayıp alt menüsü açılarak “FAİZ_ORANI” seçeneği seçilir. (Resim 3.1’e bakınız.)

2. Adım: Açılan “Fonksiyon Bağımsız Değişkenleri” penceresinde “Dönem sayısı” bölümüne 24; taksit ya da devresel ödeme olmadığından, “Devresel ödeme” bölümüne 0; “Bd” (bugünkü değer) bölümüne -1000; “Gd” (gelecek değer) bölümüne 1500; “Tür” bölümüne 1 girilir. (Resim 3.2’ye bakınız)

3. Adım: Bulunmak istenen devresel ödeme tutarı pencere içinde kırmızı oval içinde belirginleştirilen bölgede görülür ya da “tamam” tuşuna basılarak daha önceden seçilen bir hücrede görüntülenir. (0,017- %1,7) (Resim 3.2’ye bakınız)

Resim 3.2

Excelde Örnek 3.8.’in
Çözüm Sayfası

Bileşik Faizde Devre Sayısının Bulunması

Temel formül devre sayısına göre düzenlenirse;

$$S = P * q^n$$

$$q^n = \frac{S}{P}$$

$$n \log q = \log S - \log P$$

$$n = \frac{\log S - \log P}{\log q} \text{ elde edilir.}$$

Örnek 3.10: %7,5 faiz veren bir bankaya yatırılan ₺38.000 kaç yıl sonra ₺54.554’ye yükselir?

Çözüm:

$$i = 0,075$$

$$P = ₺38.000$$

$$S = ₺54.554$$

$$n = ?$$

$$n = \frac{\log S - \log P}{\log q}$$

$$n = \frac{\log 54554 - \log 38000}{\log 1,075}$$

$$n = 5 \text{ yıl}$$

Faizlendirme Süresi İçinde Faiz Oranlarının Değişmesi

Şimdiki kadarki kısımda faiz oranlarının vade süresince değişmeyeceği varsayılmıştı. Ancak uygulamada faiz oranlarının sık sık değiştiği görülmektedir. Özellikle ülkemizde olduğu gibi enflasyonun yüksek olduğu piyasalarda faiz oranları büyük dalgaların göstermektedir. Bu durumda vade boyunca her devre hangi faiz oranı söz konusu ise hesaplamaların buna göre yapılması gereklidir.

Örnek 3.11: İlk altı yılda %18 faiz oraniyla, sonraki 2 yılda %22 faiz oraniyla 8 yıl süreyle yatırılan ₺199.103, bu süre sonunda kaç ₺ ye ulaşır?

Çözüm:

$$P = ₺199.103$$

$$r_1 = \%18$$

$$r_2 = \%22$$

$$n_1 = 6$$

$$n_2 = 2$$

$$S = ?$$

$$S = 199.103 * (1+0,18)^6 * (1 + 0,22)^2$$

$$S = ₺800.000$$

₺5.000 ilk 5 yıl için %6 faiz ve 6 ayda bir faizlendirme ile sonraki 6 yıl içinde %8 faiz ve 3 ayda bir faizlendirme ile yatırılmış olsun. 11.yılın sonunda biriken para nedir?



SIRA SİZDE

2

Bileşik Faizin Diğer Kullanım Alanları

Bileşik faiz genellikle “organik büyümeye prensibi” olarak ifade edilir. Bu prensip, sabit bir oranda değişen herhangi bir şeye uygulanabilir. Doğada, ekonomilerde ya da işletmelerde, belirli bir değişimin söz konusu olduğu olaylarda bileşik faiz prensiplerinden faydalananmak mümkündür.

Örnek 3.12: Bir işletmenin 2006-2011 döneminde, hisse başı kazançlarında ortalama % 9 artış olmuştur. Hisse başı kazançlar, 2011 de ₺2.920 olduğuna göre -koşullarda bir değişimin olmayacağı varsayımyla- 2016 yılında ne kadar olacaktır?

Çözüm:

$S = P (1 + i)^n$ temel formülden hareketle;

$$P = 2.920$$

$$i = \%9$$

$$n = 5$$

$$S = 2.920 (1 + 0,09)^5 = ₺4.493$$

olarak bulunur.

Bu işletmenin hisse başı kazançları gelecekte de aynı hızla büyüyecekse 2016'da ₺4.493'ye çıkacaktır.

Örnek 3.13: 2006-2011 yılları arasında bir şehrin nüfusu yıllık %8 oranında artmıştır. Bu şehrin nüfusu 2011'te 500.000 olduğuna göre, 10 yıl sonra ne kadar olacaktır? (Geçmişteki büyümeyenin benzer şekilde devam edeceği varsayılmaktadır).

Çözüm:

$$P_{2011} = 500.000$$

$$i_{büyümeye} = 0,08$$

$$S_{2021} = ?$$

$$\begin{aligned} n &= 10 \\ S_{2021} &= P(1+i)^n \\ S_{2021} &= 500.000(1+0,08)^{10} \\ S_{2021} &= \mathbf{1.079.463 \text{ kişi}} \end{aligned}$$

SIRA SİZDE

3

Bir ülkede kişi başına gayri safi milli hasıla 2003 yılında 3500 dolar iken 2011 yılında 4500 dolar olmuştur. Bu dönemde kişi başına gayri safi milli hasıla ortalama olarak ne oran da artmıştır?

Örnek 3.14: Aylık enflasyon oranı %2 ise yıllık enflasyon oranı kaç olur?

Çözüm:

Enflasyon, her devre (burada aylık enflasyon oranı verilmiş) %2 oranında büyüdüğüne göre 12 devre sonundaki değeri bulmak istenmektedir. Dolayısıyla bileşik faizde “efektif faiz” hesaplarken kullanılan formülden faydalananarak yıllık enflasyon oranı bulunabilir. Bu formülün yıldan daha kısa süreler için de kullanılması mümkündür. Örneğin 3 aya ya da 6 aya ilişkin aylık enflasyon oranları verildiğinde 3 aylık ya da 6 aylık enflasyon oranı aynı formül kullanılarak hesaplanabilir.

$$(1 + \text{Aylık Enflasyon Oranı})^{12} = (1 + \text{Yıllık Enflasyon Oranı})$$

$$\text{Yıllık Enflasyon Oranı} = (1 + 0,02)^{12} - 1$$

$$\text{Yıllık Enflasyon Oranı} = \mathbf{\% 26,82}$$

Problem yıllık enflasyon oranı verilerek aylık enflasyonun bulunması şeklinde de olabilir. Yine aynı eşitlikten faydalılabilir. Örneğin bir ekonomide yıllık enflasyon %16 olmuşsa, aylık ortalama enflasyon şu şekilde bulunacaktır:

$$(1 + \text{Aylık Enflasyon Oranı})^{12} = (1 + 0,16)$$

$$(1 + \text{Aylık Enflasyon Oranı}) = \sqrt[12]{1 + 0,16}$$

$$\text{Aylık Enflasyon Oranı} = \mathbf{\%1,24}$$

BİLEŞİK İSKONTO

İskonto kavramı ile ilgili detaylı açıklamalar önceki bölümde verilmiştir. Burada ise uzun vadeli finansal işlemlerde bileşik iskonto üzerinde durulacaktır.

İskonto işleminde devre sayısı birden büyükse hesaplananın bileşik iskonto yöntemiyle yapılması gereklidir.

Bilindiği üzere iskontoda “iç iskonto” ve “dış iskonto” olmak üzere iki hesaplama yöntemi vardır.

Bileşik Dış İskonto

Kısa vadeli iskonto işlemlerinde basit dış iskontonun önemli bir yer tutmasına karşılık uzun vadeli iskonto işlemlerinde bileşik dış iskontonun uygulama alanı hemen hemen yok gibidir.

Bileşik dış iskontoda $(1 + i)$ 'nın 2'den büyük olması durumunda peşin değer negatif bir sayıya eşit olur ki, bu durum mantığa aykırıdır. Bir kimsenin iskonto oranı ve vade ne olursa olsun elindeki bonoyu ya da senedi bedelsiz ya da üste para vererek kırdırması düşünülemez. Bu yüzden bileşik dış iskontonun uygulama alanında yeri yoktur.

Bileşik İç İskonto

Bileşik iç iskontoda iskonto tutarı peşin değer üzerinden hesaplandığı için kredi değeri peşin değerinin baliği gibidir. Dolayısıyla bileşik iç iskonto bileşik faizin değişik bir uygulama şeklidinden ibarettir.

Bileşik iç iskontoda iskonto tutarı aşağıdaki eşitlikten faydalananarak elde edilir:

$$S = P_i (1 + i)^n$$

$$I_i = S - P_i$$

$$I_i = P_i (1 + i)^n - P_i$$

$$I_i = P_i [(1 + i)^n - 1]$$

Nihai sermayeye, sermayenin gelecekteki değeri denildiği gibi, başlangıç sermayesine de sermayenin şimdiki (bugünkü) değeri denir. Finansal kararlarda en çok sermayenin bugünkü değeri kavramı kullanılır.

Gelecekteki değer ile bugünkü değer arasındaki ilişki şu şekilde yazılabilir:

$$S = P * (1+i)^n \text{ idi.}$$

$$P = \frac{S}{(1+i)^n} \text{ ya da } P = \frac{1}{(1+i)^n} * S \text{ olur.}$$

$(1+i)$ ifadesi “q” ile gösterilirse eşitlik,

$$P = \frac{1}{q^n} * S \text{ şeklinde daha kısa bir şekilde yazılabilir.}$$

Şimdiki değerin bulunması işlemi, genellikle “**iskontolama**” olarak adlandırılır.

DİKKAT

$\frac{1}{(1+i)^n}$ matematiksel ifadesi bileşik faizde bugünkü değer faktörü ya da iskonto faktörü olarak adlandırılır.

Örnek 3.15: Bugün ne miktarda para %5 faizle bileşik faizle yatırılsın ki 5. yıl sonunda $\text{₺}2.550$ 'ye ulaşın?

Çözüm:

$$i = 0,05$$

$$n = 5$$

$$S = \text{₺}2.550$$

$$P = ?$$

$$P = \frac{S}{(1+i)^n} = \frac{2.550}{(1+0,05)^5} = \text{₺}1.998$$

Bir başka deyişle bugün $\text{₺}1.998$ 'lik yatırımlının yıllık %5 faizle, 5.yıl sonundaki değeri $\text{₺}2.550$ 'dir.

Örnek 3.16: Yıllık %4 faizle ve yılda iki kez faiz yürütülmek üzere(altı ay vadeli olarak) yatırılmış olan bir sermayenin 4.yıl sonundaki değeri 5 bin TL olmuştur. Acaba 4 yıl önce ne miktarda bir sermaye yatırılmış idi?

Çözüm:

$$i = \frac{j}{m} = \frac{0,04}{2} = 0,02$$

$$S = \text{₺}5.000$$

$$P = \frac{S}{(1+i)^n} = \frac{5.000}{(1+0,02)^8}$$

$$P = 4.267,45$$

Bonoların iskonto edilmesinde bononun faiz şartı taşıyıp taşımıadığına dikkat etmek gerekir. Bono faiz şartı taşımıyorsa üzerinde yazılı olan değerin –nominal değer- iskontolanması söz konusudur. Şayet bono faiz şartı taşıyorsa, öncelikle bu bononun kredi değeri hesaplanmalıdır.

Örnek 3.17: Faiz taşımayan ve ₺1.000 nominal değerli bir bono, 5 yıl vadeye sahiptir. Bu bono yıllık %4 faizden 3'er aylık devreler itibarıyla iskonto ettirilirse, iskonto miktarı ne olur?

Çözüm:

$$S = ₺1.000$$

$$n = 20 (5 \times 4)$$

$$i = 0,04/4 = 0,01$$

$$I_1 = ?$$

$$I_1 = S \cdot \frac{S}{(1+i)^n}$$

$$I_1 = 1.000 - \frac{1.000}{(1+0,01)^{20}}$$

$$I_1 = ₺180,46$$

Örnek 3.18: 1 Ocak 2010'da ₺10.000'lik bir borç senedi imzalanmıştır. Yıllık faiz oranı %16 olup, senet 5 yıllık bir vadeye sahiptir. Eğer senet 1 Ocak 2013'de yıllık %18 faizle iskonto ettirilecek olursa ele ne kadar para geçer?

Çözüm:

Problem iki aşamada çözülebilir:

1. Adım: Senedin vade değeri bulunur.

$$\text{Senedin vade değeri} = 10.000 (1 + 0,16)^5 = ₺21.003$$

2. Adım: Senedin iskonto günündeki değeri bulunur.

$$S = ₺21.003$$

$$i = 0,18$$

$$n = 2$$

$$P_i = ?$$

$$P_i = \frac{21.003}{1,18^2} = ₺15.084$$

Eşdeğer Senetlerin Değerinin Bileşik İskonto ile Bulunması

Uzun vadeli işlemlerde basit faizde olduğu gibi bir senet yerine yeni bir senedin verilmesi gerekebilir. Bu durumda mevcut senedin yeni düzenlenecek senetle eşdeğer olması gerekir. Basit iskontoda görüldüğü üzere yeni verilecek senedin diğer senede eşdeğer olabilmesi için, iç iskonto yöntemine göre hesaplanan peşin değerlerin eşdeğer olmaları sağlanır.

Bir senedin yerine yeni bir senet düzenlenirken;

$$\frac{S}{(1+i)^n} = \frac{S'}{(1+i)^{n_i}} \text{ olmalıdır.}$$

$$S = \text{Mevcut senedin vade değeri}$$

$$n = \text{Mevcut senedin devre sayısı}$$

$$S' = \text{Eşdeğer senedin vade değeri}$$

$$n' = \text{Eşdeğer senedin devre sayısı}$$

Birkaç senet yerine tek bir senet verilecekse yine aynı mantıktan hareketle;

$$\frac{S}{(1+i)^n} = \frac{S_1}{(1+i)^{n_1}} + \frac{S_2}{(1+i)^{n_2}} + \frac{S_3}{(1+i)^{n_3}} + \dots$$

eşitliğinden faydalанılır.

S_1, S_2, S_3 mevcut senetlerin vade değerlerini; n_1, n_2, n_3 mevcut senetlerin devre sayılarını göstermektedir.

Örnek 3.19: Kredi değeri ₺15.000 ve vadesi 4 yıl; kredi değeri ₺35.000 ve vadesi 6 yıl olan iki senet yerine 8 yıl vadeli yeni bir senet düzenlenecektir. İskonto oranı %6 olduğuna göre yeni senedin kredi değerini bulunuz.

Çözüm:

$$S_1 = ₺15.000$$

$$n_1 = 4$$

$$i = 0,06$$

$$S_2 = ₺35.000$$

$$n_2 = 6$$

$$n = 8$$

$$S = ?$$

$$\frac{S}{(1+0,06)^8} = \frac{15.000}{(1+0,06)^4} + \frac{35.000}{(1+0,06)^6}$$

$$S = ₺58.263$$

Kredi değeri ₺7.000 vadesi 10 yıl ve kredi değeri ₺3.000 vadesi 3 yıl olan iki bono, kredi değeri ₺10.000 olan bir bono ile değiştirilecektir. İskonto oranı %6,8 olduğuna göre yeni bononun vadesi ne olur?



SIRA SİZDE

4

Örnek 3.20: ₺2.500, nominal değerli 6 ay vadeli, ₺2.000 nominal değerli 8 ay vadeli, ₺900 nominal değerli 10 ay vadeli üç alacağa karşılık ₺3.000 peşin ödedikten sonra kalan borç için 18 ay vadeli yeni bir senet verilmiştir. Aylık faiz oranı %2 ise yeni senedin vade değeri ne olmalıdır?

Çözüm:

$$S_1 = ₺2.500$$

$$S_2 = 2.000$$

$$S_3 = ₺900$$

$$n_1 = 6 \text{ ay}$$

$$n_2 = 8 \text{ ay}$$

$$n_3 = 10 \text{ ay}$$

$$i = \%2$$

$$S = ?$$

$$\frac{S}{(1+0,02)^{18}} + 3.000 = \frac{2.500}{(1+0,02)^6} + \frac{2.000}{(1+0,02)^8} + \frac{900}{(1+0,02)^{10}}$$

$$S = ₺2.378,35$$

Enflasyon ve Faiz

Enflasyonun yatırım getirisini üzerindeki etkisinin net olarak görülebilmesi için enflasyon- dan arındırılmış faiz oranına gelen **reel faiz oranı** hesaplanmalıdır.

Bir tahvil için %20 faiz uygulamakta olsun. Bu oran, o tahvilin yıllık nominal getiri oranını gösterir. Bu tahvili ihraç eden kurum, sabit faizli tahviller için vade süresince, değişken faizli tahviller için her devre farklı faizlerle faiz ödemeyi taahhüt etmektedir. Eğer tahvilin nominal değeri ₺1.000 ise yılda bu tahvil karşılığında ₺200 faiz ödemesi sabitleştirilmiş olmaktadır. Ancak bu, paranın ne kadar mal ve hizmet satın alabileceği konusunda bir garanti vermemeektedir. Diğer bir ifade ile tahvil sahibinin bir yıl sonunda alacağı faizle ₺200'lik bir zenginliğe sahip olacağını göstermez. Diyelim ki o süre içinde piyasadaki enflasyon oranı %25 oldu. Bu durumda alınan faiz, paradaki değer kaybını dahi karşılamayacaktır. Dolayısıyla tahvil sahibinin kazancı değil, kaybı olacaktır.

Enflasyonun en sık kullanılan ölçüsü, Tüketiciler Fiyat Endeksi'dir (TÜFE). Bu endeks, tipik bir ailenin alımlarını temsil ettiği varsayılan belirli bir mal ve hizmet sepetini satın almak için gerekli olan TL tutarını ölçer. Böylece de bir yıldan diğer yıla TÜFE'deki artış yüzdesini (enflasyon oranını) ölçer.

Faiz oranını denildiğinde nominal faiz oranını anlaşılmalıdır. Eğer reel faizden bahsedilekse ayrıca ifade edilmelidir. Piyasa faiz oranını (nominal faiz) enflasyondan arındırıp reel getiriyi ortaya koymak için aşağıdaki eşitlikten faydalananmak gereklidir.

$$(1 + \text{Reel Faiz Oranı}) = \frac{(1 + \text{Nominal Faiz Oranı})}{(1 + \text{Enflasyon Oranı})}$$

Örnek 3.21: Piyasadaki faiz oranı %20, enflasyon oranı %10 ise reel faiz oranı ne olur?

Çözüm:

$$(1 + \text{Reel Faiz}) = \frac{(1 + 0,20)}{(1 + 0,10)}$$

Reel Faiz Oranı = **%9 olur.**

Eğer enflasyon %20 olsaydı;

$$(1 + \text{Reel Faiz Oranı}) = \frac{(1 + 0,20)}{(1 + 0,20)}$$

Reel faiz oranı = 0 olur.

Enflasyondan arındırılmış faiz oranının hassas olmayan bir şekilde söyle de bulunabilir.

Reel Faiz Oranı = Nominal Faiz Oranı - Enflasyon Oranı

Ancak bu yaklaşım net sonucu değil yaklaşık sonucu verdığından, enflasyon ve nominal faiz oranı küçük ise önemli sapma doğurmamayıp, oranların büyümesi durumunda büyük sapmalar olmaktadır.

Reel faiz oranı, tasarruf arzı ile yeni yatırım talebine bağlıdır. Bu arz ve talep dengesi yıldan yıla ve ülkeden ülkeye değişir. Dolayısıyla piyasadaki nominal faiz oranları yalnızca enflasyonla değil pek çok faktörle değişiklik gösterir. Bununla birlikte enflasyonda artma beklenisi genellikle nominal faizlerde de artışı yarattığı görülmektedir.

DİKKAT



Nominal nakit akışları nominal faiz oranıyla, enflasyondan arındırılmış reel nakit akışları ise reel faiz oranıyla fazlendirilmeli ya da iskonto edilmelidir. Nominal nakit akışlarını reel faiz oranıyla işleme tabi tutmak, önemli bir hata olacaktır.

Özet

Bu üitede işlemlerin birden fazla devre için yapılması durumunda önceki devrelerin etkisinin de dikkate alınıldığı yaklaşım olarak bileşik faiz ve bileşik iskonto konuları açıklanmıştır. Bileşik faizde faiz, basit faizde olduğu gibi yalnızca başlangıç sermayesi üzerinden hesaplanmaz. Aynı zamanda kazanılan faiz, çekilmemiş sürece, anaparaya ilave edilerek faizin de faizi hesaplanır.

Basit faizle bileşik faiz arasındaki temel farklılık, basit faizde üzerinden faiz hesaplanan sermaye her devre değişmezken bileşik faizde değişmektedir. Bileşik faizde üzerinden faiz hesaplanan sermaye her devre, bir önceki devrenin faizi kadar artmaktadır.

Genellikle kısa vadeli finansal işlemlerde basit faiz ve basit iskonto kullanılırken, uzun vadelerde bileşik faiz ve bileşik iskonto kullanılır. Her devre değişen sermayeler üzerinden hesaplanan faize “**bileşik faiz**”, uygulanan yönteme de “**bileşik faiz yöntemi**” denir.

Bileşik faizin hesaplanması temelde basit faiz mantığından bir farklılığı yoktur. Bileşik faizde de pratikte her devre basit faiz hesaplanması gibi faiz hesaplanmakta, ancak farklı olarak her devre anapara değişmekte, dolayısıyla her devre gittikçe büyüyen sermayeler üzerinden faiz hesaplanması yapılacaktır. Bu ise devre sayısı arttıkça toplam değerin büyük boyutlara ulaşmasına neden olmaktadır.

Faiz hesaplamalarında, devre uzunluğu ile faiz oranının uyumlu olması şarttır. Örneğin yılda bir defa değil, iki defa (altı ayda bir) faizlendirme yapılyorsa, yıllık faiz oranı ikiye bölünerek devre faiz oranı bulunur ve işlemde bu faiz oranı kullanılır.

Faiz hesaplama sıklığı, diğer bir ifade ile devre sayısı arttıkça yıllık efektif –gerçek- faiz oranı da artar. Eğer devre sayısı yılda 1 ise, yıllık nominal faiz, efektif faize eşit olur. Ancak yıllık nominal faiz oranı aynı iken yılda birden fazla faiz hesaplatırsa efektif faiz nominal faizden yüksek olacaktır. Çünkü faizin de faizi hesaplanmaktadır.

Bileşik faiz genellikle “**organik büyümeye prensibi**” olarak ifade edilir. Bu prensip, sabit bir oranda değişen herhangi bir şeye uygulanabilir. Doğada, ekonomilerde ya da işletmelerde, belirli bir değişimin söz konusu olduğu olaylarda bileşik faiz prensiplerinden faydalananın mümkün olduğunu.

İskonto işlemi ile ilgili vade genellikle bir seneden büyükse hesaplananın bileşik iskonto yöntemiyle yapılması gereklidir.

İskontoda “**îç iskonto**” ve “**dış iskonto**” olmak üzere iki hesaplama yöntemi vardır. Kısa vadeli iskonto işlemlerinde basit dış iskontonun önemli bir yer tutmasına karşılık uzun vadeli iskonto işlemlerinde bileşik dış iskontonun uygulanması matematiksel olarak mümkün değildir. Bu nedenle bileşik

iskonto iç iskonto yaklaşımıyla yapılır. Bileşik iç iskontoda iskonto tutarı peşin değer üzerinden hesaplandığı için kredi değeri peşin değerinin baliği gibidir. Dolayısıyla bileşik iç iskonto bileşik faizin farklı bir uygulama şeklidenden ibarettir. Enflasyonun yatırım getirişi üzerindeki etkisinin net olarak görülebilmesi için enflasyondan arındırılmış faiz oranı anlamına gelen *real faiz oranı* hesaplanmalıdır. Faiz oranı denildiğinde nominal faiz oranını anlaşılmalıdır. Eğer real faizden bahsedilecekse ayrıca ifade edilmelidir. Piyasa faiz oranının (nominal faiz) enflasyondan arındırıp real getiriyi ortaya koymak için verilen eşitlikten faydalananın gereklidir.

Kendimizi Sınayalım

- 1.** Bir işadamı %20 faizle ve 6 aylık dönemler itibarıyle ₺500.000 borçlanmıştır. Dört yılın sonundaki toplam borç miktarı ne kadar olur?
- 1.071.794
 - 1.140.908
 - 1.299.998
 - 1.302.781
 - 1.402.093
- 2.** %12 bileşik faizle aylık olarak yatırılan ₺250.000 5 yıl 3 ay sonra ne tutara ulaşır?
- 352.891
 - 411.011
 - 467.936
 - 498.307
 - 531.103
- 3.** Aylık bileşik faizle yatırılan ₺2.000 hangi devre faiz oranı ile 6 yilda ₺5.842'ye çıkar?
- %1,1
 - %1,2
 - %1,3
 - %1,4
 - %1,5
- 4.** 3 aylık dönemlerle ve %8 faizle yatırılan ₺2.500 ne kadar zamanda ₺2.929'ye ulaşır?
- 1 yıl 9 ay
 - 2 yıl
 - 2 yıl 3 ay
 - 2,5 yıl
 - 3 yıl
- 5.** Yıllık efektif faiz oranı %22 ise, 6 aylık devrelere ait nominal faiz oranı ne olur?
- %10
 - %10,09
 - %10,22
 - %10,45
 - %11
- 6.** Emekliliğine 2 yıl kalan bir memur ₺100.000 peşin, ₺250.000 de emekli olduğunda ödenmek üzere bir ev satın almıştır. Yıllık faiz %22 ve yılda 2 kez faiz hesaplanması durumunda, evin bugünkü değeri nedir?
- 264.683
 - 269.328
 - 278.311
 - 289.013
 - 297.762
- 7.** 3 yıl sonra ödenecek ₺125.000 borç yerine 6 aylık dönemler ve %4 faiz oranı ile bugün hangi ödeme yapılmalıdır?
- 120.037
 - 117.112
 - 110.996
 - 123.674
 - 128.702
- 8.** ₺50.000 nominal değerli ve 4 yıl vadeli bir senet yerine verilecek ₺52.500'lük yeni senedin vadesi kaç yıl olur? Faiz oranı %5
- 3,5
 - 4
 - 4,5
 - 4,75
 - 5
- 9.** 2003 yılında bir ülkenin nüfusu 64,6 milyon iken, 2011 yılında 76,4 milyon kişi olmuştur. Bu ülkede yıllık nüfus artışı % kaç olmuştur?
- 1,99
 - 2,12
 - 2,71
 - 2,98
 - 3,13
- 10.** Yıllık nominal faiz oranı %14, yıllık enflasyon oranı % 8 ise yıllık reel faiz oranı % kaç olur?
- 2,22
 - 3,33
 - 4,44
 - 5,55
 - 6,66

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı

1. a Yanınız yanlış ise “Bileşik Faiz” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. c Yanınız yanlış ise “Bileşik Faiz” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
3. e Yanınız yanlış ise “Bileşik Faiz” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
4. b Yanınız yanlış ise “Bileşik Faiz” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
5. d Yanınız yanlış ise “Bileşik Faiz” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
6. a Yanınız yanlış ise “Bileşik İskonto” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
7. c Yanınız yanlış ise “Bileşik İskonto” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
8. e Yanınız yanlış ise “Bileşik İskonto” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
9. b Yanınız yanlış ise “Bileşik İskonto” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
10. d Yanınız yanlış ise “Bileşik İskonto” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.

Problemi tek bir adımda da çözmek mümkündür.

$$S = 5.000 (1 + 0,03)^{10} (1 + 0,02)^{24}$$

$$S = \text{₺}10.809$$

Sıra Sizde 3

$$3.500 (1 + g)^8 = 4.500$$

$$(1 + g)^8 = 4.500 / 3.500 = 1,29$$

$$g = 1,29^{1/8} - 1$$

$$g = \%3,23$$

Sıra Sizde 4

Çözüm:

$$S_1 = \text{₺}7.000$$

$$n_1 = 10$$

$$S_2 = \text{₺}3.000$$

$$n_1 = 3$$

$$S = \text{₺}10.000$$

$$n = ?$$

$$i = 0,068$$

$$\frac{S}{(1+i)^n} = \frac{S_1}{(1+i)^{n_1}} + \frac{S_2}{(1+i)^{n_2}}$$

$$\frac{10.000}{(1+0,068)^n} = \frac{7.000}{(1+0,068)^{10}} + \frac{3.000}{(1+0,068)^3}$$

$$n = 7,546 \text{ yıl} (7 \text{ yıl } 6 \text{ ay } 17 \text{ gün})$$

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

$$P = \text{₺}7.500$$

$$i = \%2 (\%6/3)$$

$$n = 6 (2 * 3)$$

$$S = ?$$

$$S = P (1 + i)^n$$

$$S = 7.500 (1+0,02)^6$$

$$S = \text{₺}8.446$$

Yilda bir defa faizlendirme yapılrken ₺8.427 elde ediliyordu. Yilda üç defa faizlendirme yapılınca kazanılan faiz ₺19 daha fazla olmaktadır.

Sıra Sizde 2

$$P = \text{₺}5.000$$

$$i = 0,06/2 = 0,03$$

$$n = 5 \times 2 = 10$$

$$S = Pq^n = 5.000 (1 + 0,03)^{10}$$

$$S = \text{₺}6.720$$

Kalan 6 yılın sonundaki para miktarı da şu şekilde bulunabilir:

$$i = 0,08/4 = 0,02$$

$$n = 4 \times 6 = 24$$

$$S = Pq^n = 6.720 (1 + 0,02)^{24}$$

$$S = \text{₺}10.809$$

Yararlanılan Kaynaklar

Aydın, Nurhan (2009). **Finans Matematiği**, Detay Yayıncılık, 1. Baskı, Ankara.

Başkaya, Zehra (1998). **Finans Matematiği**, Ekin Kitabevi, Bursa.

Coşkun, Metin (2011). **Excel ile Finans**, Detay Yayıncılık, Ankara.

Day, Alastair L.(2005). **Mastering Financial Mathematics in Microsoft Excel**, Prentice Hall, ABD.

Uzunoğlu, Sadi (2006). **Finans Matematiği Çalışma Kitabı**, Literatür, İstanbul.

Zima, Petr., Robert L. Brown (1996). **Mathematics of Finance**, McGraw-Hill, ABD.

4

Amaçlarımız

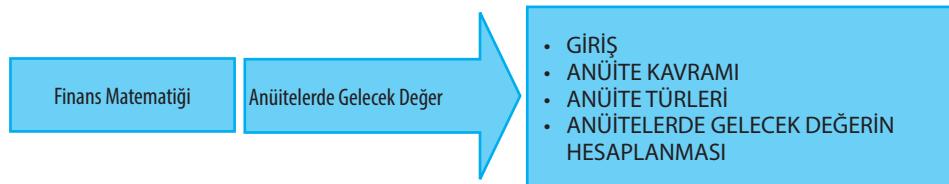
Bu üniteyi tamamladıktan sonra;

- 🕒 Anüite kavramını tanımlayabilecek,
- 🕒 Anüite türlerini açıklayabilecek,
- 🕒 Anüitelerde gelecek değerle ilgili hesaplamaları yapabilecek bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Faiz
- Anüite
- Gelecek Değer
- Normal Anüite
- Peşin Anüite
- Geciktirilmiş Anüiter

İçindekiler



Anüitelerde Gelecek Değer

GİRİŞ

Daha önceki ünitelerde belli bir anda yapılan tek bir ödemenin daha ileri ya da daha geride bir zaman noktasındaki değerinin bulunması konusunda bilgiler verilmiştir. Günlük iş yaşamında, kurumsal ve kişisel finansal işlemlerde bir tahsilat ya da ödemenin tek bir seferde değil de birden fazla seferde yapılması sıkılıkla karşılaşılan bir durumdur. Dolayısıyla birden fazla yapılan ödemeler serisinin de belli bir zaman noktasındaki değerinin bilinmesine sıkılıkla ihtiyaç duyulur. Örneğin geriye altı ödemesi ya da taksiti kalmış bir borcun şu anda ya da dönem sonunda tek seferde ödenmek istenmesi halinde hangi tutarda bir ödemenin yapılacağının hesaplanması gerekecektir. Dolayısıyla, şu ana kadar temellerini öğrendiğiniz faiz ve iskonto hesaplamalarına dayalı olarak birden fazla ödemenin söz konusu olduğu serilerde yani anüitelerde bugünkü ya da gelecekteki değerin hesaplanması izleyen bölümlerin konusu olacaktır. Bu bölümde anüite kavramı tanımlandıktan sonra anüitelerin gelecekteki değerinin hesaplanması üzerinde durulacak, takip eden bölümde ise anüitelerin bugünkü değerinin hesaplanması ele alınacaktır.

ANÜİTE KAVRAMI

Anüite, eşit zaman aralıklarıyla tekrarlanan, genellikle eşit miktarlı ödemeler serisidir. Emeklilik ve sigorta prim ödemeleri, kira ödemeleri, maaş ödemeleri, taksitle alınan bir eşya için yapılan taksit ödemeleri, bir tahvilin faiz ödemeleri, her yıl eşit miktarlı kar dağıtan bir imtiyazlı hisse senedinin kar payı ödemeleri, ev, taşit ya da tüketici kredileri ile kurumsal kredilerin eşit taksitlerle geri ödemeleri anüiteye birer örnek teşkil eder. Örneğin bankadan alınan bir kredi her ay yapılacak ödemelerle 12 ayda geri ödeneceksse, bu geri ödemeler eşit ödemeli 12 dönemlik bir anüiteyi ifade eder.

Tipik bir anüitede ödeme zaman aralıkları eşit olduğu gibi ödemelerin büyülüklüğü de eşittir. Ancak ödemelerin belli bir kurala göre artıp azaldığı anüiteler de vardır. Bu nedenle anüite tanımı yapılrken “genellikle eşit ödemeler” ifadesi kullanılmıştır. Ödemelerin eşit aralıklarla yapıldığı ama eşit büyülüklükte olmadığı anüiteler de ileride kısaca açıklanacaktır.

Anüite kavramı dilimizdeki “taksit” kavramına benzer. Bu nedenle bazı kaynaklar anüite karşılığı olarak taksit, plasman gibi terimleri tercih etmektedirler. Ancak bu terimler kavramı tam olarak karşılamadığından terimin İngilizce aslı olan “annuity” kelimesinden türetilen “anüite” terimi daha sık kullanılmaktadır.

Anüitenin “dönemi, süresi ya da vadesi” ilk ödemenin yapılacağı devrenin başından, son ödemenin yapılacağı devrenin sonuna kadar olan süredir. “Devre sayısı” anüite boyunca yapılacak ödemelerin sayısıdır. Birbirini izleyen ödemeler arasında geçen süreye ise “ödeme ya da taksit aralığı” denir.

SIRA SİZDE

1

Siz de günlük hayatımızda rastladığımız anüitelere örnekler düşününüz.

ANÜİTE TÜRLERİ

Sık yapılan finansal işlemlerde ve günlük hayatı karşımıza çıkan başlıca anüite türleri aşağıda açıklanmaktadır.

Normal Anüitelere: Her bir devrenin ödemesinin o devrenin sonunda yapıldığı, ödemelerin eşit aralıklarla ve eşit miktarlar olarak yapıldığı anüitelere dir. Örneğin Ocak ayının başında 10 ay taksitle bir bilgisayar alırsanız ve Ocak ayına ait ödemeyi Ocak ayının sonunda yaparsanız bu bir normal anüitedir. Bir başka örnek de ülkemizdeki kamu işçilerinin maaşlarıdır. Ülkemizde kamu işçileri çalışıp bitirdikleri ayın maaşını alırlar. Dolayısıyla maaş ödemeleri ait oldukları devrenin sonunda yapıldığından bir normal anüitedir.

Peşin Anüitelere: Her bir devrenin ödemesinin o devrenin başında yapıldığı anüitelere dir. Bu anüitelere en tipik örneği kira ödemeleridir çünkü bir gayrimenkul kiralandığında kira ödemeleri her devrenin başında yapılır. Örneğin Ocak ayının kirası Ocak ayının ilk günü yapılır. Peşin anüiteye bir başka örnek de ülkemizdeki memur maaşlarıdır. Memurlar işçilerin aksine çalıştıkları değil, çalışacakları ayın maaşını o ayın başında alındıklarından bir memurun bir yıllık ya da altı aylık maaş ödemeleri bir peşin anüitedir.

Geciktirilmiş Anüitelere: İlk ödemesi ilk faiz devresinin bitiminde değil, bir ya da daha fazla devre geçtikten sonra herhangi bir zamanda yapılan anüitelere dir. Örneğin borç alan bir kişinin borç geri ödemelerine borçlandığı yılın sonunda değil de ikinci, üçüncü ya da daha sonraki bir yılın sonunda başlaması gibi. İlk dönemden üç dönem sonra ilk geri ödeme yapılacaksa bu üç dönem geciktirilmiş bir anüite olacaktır.

Daimi (Devamlı) Anüitelere: Ödemeleri belirli bir tarihte başlayan ancak belirsiz bir geleceğe kadar ya da sonsuza kadar devam eden anüitelere dir. İmtiyazlı hisse senedi kar payları (şirketin iflas etmeyeceği varsayımlıyla), bir arсадan alınan kira, bankaya yatırılan bir paradan sürekli belli bir getiri olarak alınan eşit ödemeler bu anüite türüne örnek olarak gösterilebilir.

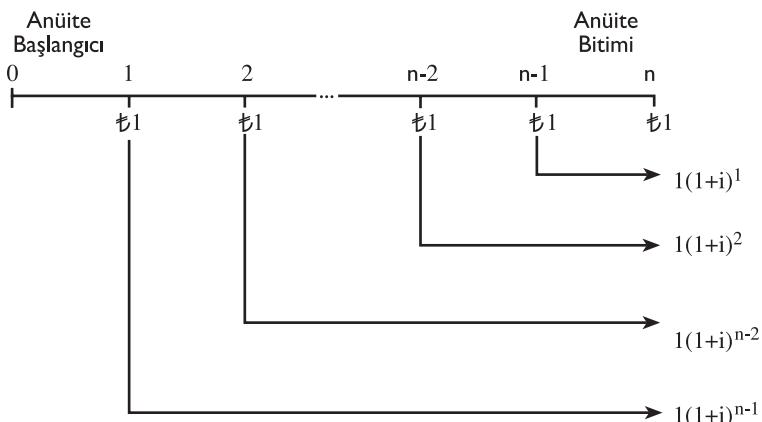
Bunların dışında da bazı anüite türleri bulunmaktadır. Örneğin taksitlerin peşin değerinin ödemeler başladıkten sonra hesaplandığı *cabuklaştırılmış anüitelere*; eşit aralıklarla yapılan ödemelerin eşit olmayıp aritmetik, geometrik ya da kuralsız olarak değiştiği *değişen taksitli anüitelere* gibi. Bu dersin kapsamı ve sayfa sınırı nedeniyle çok sık rastlanmayan bu anüitelere değinilmeyecektir.

ANÜİTELERDE GELECEK DEĞERİN HESAPLANMASI

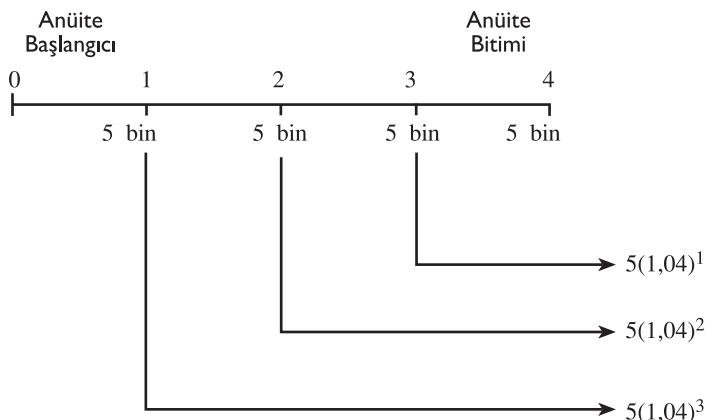
Normal Anüitelere Gelecek Değerin Hesaplanması

Her devrenin sonunda yapılacak ödemelerin anüite dönemi sonundaki değerleri toplamına anüitenin gelecek değeri denir. Anüitenin gelecek değerini bulmak her bir ödemeyi anüite dönemi sonuna kadar fazlendirip, bu fazlendirilen tutarları toplamaktan ibarettir. Dolayısıyla bildiğimiz bileşik faiz hesaplamasının belli sayıda yapılmasıdır.

Şekil 4.1



Örnek 4.1: Her yıl sonunda bir bankaya ₺5.000 yatırılıyor. Faiz oranı %4 ise dördüncü yılın sonunda biriken para (dört dönemlik anüitenin gelecek değeri) ne olur?



Cözüm:

Taksitlerin anüite dönemi sonundaki (gelecekteki) değerleri:

$$\text{1. ödememin gelecek değeri} = (5.000 * 1,04^3) = 5.624$$

$$\text{2. ödememin gelecek değeri} = (5.000 * 1,04^2) = 5.408$$

$$\text{3. ödememin gelecek değeri} = (5.000 * 1,04^1) = 5.200$$

$$\text{4. ödememin gelecek değeri} = \underline{\underline{5.000}}$$

$$\text{TOPLAM} = 21.232$$

Yukarıdaki örnekte faiz oranı %4 değil de % 12 olsaydı biriken para ne kadar daha fazla olurdu?



SIRA SİZDE

Hesap makinesi ile hesaplama yapılırken işlemlerin tek bir adımda ya da birden fazla adımda yapılmasına; birden fazla adımda yapıyorsa virgülden sonra kaç basamak alınıp yuvarlanmasına bağlı olarak sonuçlar bir miktar farklılık gösterebilir. Bu küçük farklılıklar bulunan sonucun yanlış olduğu anlamına gelmez ve önemsizdir. Sınavda sizlere birbirinden önemli ölçüde farklı şıklar verileceğinden, sizin bulduğunuz sonuçla tam olarak aynı olmayan ancak çok yakın bir şık görürseniz bunun doğru cevap olduğu sonucuna varabilirsiniz.



DİKKAT

Yukarıdaki örnekte ödemelerin sayısı az olduğundan her bir ödemeden ayrı ayrı gelecekteki değerleri kolaylıkla hesaplanabilmiştir. Fakat süre uzadıkça ve taksit sayısı arttıkça her bir taksitin gelecekteki değerlerini bu şekilde hesaplayarak toplamak zorlaşacaktır.

Bu durumda tüm ödemelerin gelecekteki değerleri toplamı, yani anüitenin gelecek degeri şu formülle bulunabilir:

$$S = a \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$(1 + i) = q$ ile gösterilirse, anüitenin gelecek değerinin nihai formülü;

$$S = a \frac{q^n - 1}{i} \text{ olur.}$$

Formülde;

S = Anüitenin gelecek değerini

a = Devresel eşit ödemeleri (taksitler)

q = $(1+i)$ toplamını ifade eden katsayıyı

i = Devre faiz oranını

n = Devre sayısını gösterir.

Örnek 4.2: Bir kişi on yıl boyunca her yıl sonunda bir bankaya ₺7.200 yatırmaktadır. Faiz oranı %9 ise onuncu yıl sonunda ne kadar parası birikmiş olur?

Cözüm:

a = ₺7.200

i = %9 (0,09)

q = 1,09 ($1+0,09$)

n = 10

S = ?

$$S = a \frac{q^n - 1}{i}$$

$$S = 7.200 \frac{(1,09)^{10} - 1}{0,09}$$

$$S = ₺109.389$$

SIRA SİZDE



3

Örnek 4.2'de ödemeler yılda bir defa yerine altı ayda bir olmak üzere yılda iki defa yapılsa anüitenin değeri de tam iki katına çıkar mı? Hesaplayarak test edin.

SIRA SİZDE



4

Sıra Sizde 3 sorusunda çıkan farkın sebebi ne olabilir? Tartışınız.

Örnek 4.3: Sekiz ay sonra ödenmesi gereken ₺120.000'lük borç her ay sonunda ödenecek eşit taksitlerle kapatılmak istenirse, aylık %1,6 faiz oranı üzerinden aylık taksitler kaç ₺ olur?

Cözüm:

S = 120.000

i = %1,6 (0,016)

q = 1,016 ($1+0,016$)

n = 8

a = ?

$$120000 = a * \frac{(1,016)^8 - 1}{0,016}$$

$$a = ₺14.180$$

Örnek 4.4: Bir işçi her iki ayda bir aldığı ₺1.500 tutarındaki ikramiyelerini tasarruf amacıyla bir bankaya yatırmaktadır. Banka yıllık %6 faiz uyguladığına göre yedinci yıl sonunda ne kadar para birikmiş olur?

Çözüm:

$$a = ₺1.500$$

i = %1 (0,01) (0,06/6) (yıllık faiz oranı %6, devreler iki ayda bir yani 1 yılda 6 devre olduğundan)

$$q = 1,01 (1+0,01)$$

$$n = 42 (7 \times 6)$$

$$S = ?$$

$$S = 1.500 \frac{(1,01)^{42} - 1}{0,01}$$

$$S = ₺77.818$$

Örnek 4.5: ₺3.000'lik bir bilgisayarı almak isteyen bir öğrenci bu parayı biriktirmek için her ay harçlığından artırdığı ₺250'yi aylık 1,8 faiz veren bir bankaya kaç ay boyunca yatırmalıdır?

Çözüm:

$$S = 3.000$$

$$a = ₺250$$

$$i = \%1,8 (0,018)$$

$$q = 1,018 (1+0,018)$$

$$n = ?$$

$$3.000 = 250 * \frac{(1,018)^n - 1}{0,018}$$

$$(1,018)^n = 1,216$$

$$n * \log 1,018 = \log 1,216$$

$$n = \log 1,216 / \log 1,018$$

$$n = 11$$

Örnek 4.6: Bir işletme bankadan aldığı 4 yıl vadeli bir borcu %14 faiz oranı üzerinden ve her yıl yatırılan ₺5.544'lik eşit taksitlerle ödeyecektir. Borç taksitlerle değil de vade bitiminde tek seferde ödenecek olsaydı hangi tutarda bir ödeme yapılması gerekecekti?

Çözüm:

$$a = 5.544$$

$$i = \%14 (0,14)$$

$$q = 1,14 (1+0,14)$$

$$n = 4$$

$$S = ?$$

$$S = a \frac{q^n - 1}{i}$$

$$S = 5544 \frac{1,14^4 - 1}{0,14}$$

$$S = ₺27.283$$

Örnek 4.6'nın Hazır Tablolar ile Çözümü:

1. Adım: Kitabınızın Ek'indeki Tablo 3 Anüitenin Gelecek Değeri tablosu açılır. (Resim 4.1.) (Diğer finansal yönetim ve finans matematiği kitaplarının arkasında ve/veya internette de bulunabilir.) Bu tabloda çözülmlesi istenen sorunun devre sayısı sol sütündan (Örnek 4.6. için 4), faiz oranı da üst satırdan (Örnek 4.6 için %14) bulunur. Bu iki değerin çakıştığı hücredeki 4,921 katsayı sorunun çözümünde kullanılacak katsayıdır.

Bu katsayı eşit taksitler $\text{₺}1$ olsa anüitenin gelecek değerinin ne olacağını gösteren katayıdır. Yani anüitenin gelecek değeri formülündeki $\frac{q^n - 1}{i}$ teriminin sonucudur.

2. Adım: Bulunan bu katsayı her devre yapılacak eşit ödeme tutarı ile çarpılarak anüitenin gelecek değeri bulunur. (Örnek 4.6 için $S = 5544 * 4,921 = \text{₺}27.282$)

(₺1 için) Anüitenin Gelecek Değeri Tablosu

Resim 4.1

Anüitenin Gelecek Değeri Tablosu ile Örnek 4.6'nın Çözümü

	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,12	0,14	0,16	0
1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	2,010	2,020	2,030	2,040	2,050	2,060	2,070	2,080	2,090	2,100	2,120	2,140	2,160	2,180
3	3,030	3,060	3,091	3,122	3,153	3,184	3,215	3,246	3,278	3,310	3,374	3,440	3,506	3,572
4	4,060	4,122	4,184	4,246	4,310	4,375	4,440	4,506	4,573	4,641	4,779	4,921	5,066	5,212
5	5,01	5,204	5,309	5,416	5,526	5,637	5,751	5,867	5,985	6,105	6,353	6,610	6,877	7,144
6	6,112	6,308	6,468	6,633	6,802	6,975	7,153	7,336	7,523	7,716	8,115	8,536	8,977	9,424
7	7,214	7,434	7,662	7,898	8,142	8,394	8,654	8,923	9,200	9,487	10,089	10,730	11,414	12,141
8	8,286	8,583	8,892	9,214	9,549	9,897	10,260	10,637	11,028	11,436	12,300	13,233	14,240	15,287
9	9,369	9,755	10,159	10,583	11,027	11,491	11,978	12,488	13,021	13,579	14,776	16,085	17,519	19,074

DİKKAT



Daha önce de dikkat çekilen bir olasılık olarak, aritmetik yöntemle ve hazır tablo yöntemiyle elde edilen sonuç çok küçük miktarda ($\text{₺}1$) farklı çıkmıştır. Bunun nedeni yuvarlamalar ve virgülden sonra alınan basamak sayısının farklı olmasıdır. Bu çok küçük farklar, aşırı yüksek miktarlar için hesaplama yapılmadığı sürece önemsiz kabul edilir.

SIRA SİZDE



Sizce finansal hesaplamalarda hazır tabloları kullanmanın en önemli avantaj ve dezavantajları neler olabilir?

Örnek 4.7: Bir bankaya aylık %1,5 faiz oranı üzerinden aylık devre sonrasında yatırılan $\text{₺}75$ tutarındaki eşit taksitlerle $\text{₺}1537$ kaç ayda birikir?

Çözüm:

$$i = 0,015$$

$$a = \text{₺}75$$

$$S = \text{₺}1537$$

$$n = ?$$

$$S = a * \frac{q^n - 1}{i}$$

$$1.537 = 75 * \frac{1,015^n - 1}{0,015}$$

$$\frac{1,015^n - 1}{0,015} = 20,49$$

$$1,015^n = 1,3075$$

$$n \log 1,015 = \log 1,3075$$

$$n = \log 1,3075 / \log 1,015$$

$$n = 18 \text{ taksit}$$

₺75'lik taksitlerle ₺1.537 biriktirmek için 18 ay boyunca ödeme yapmak gerekir.

Örnek 4.7'nin Finansal Hesaplayıcı Bilgisayar Programı ile Çözümü:

Mini Finance Calculator (MFC) programı internetten deneme sürümü ücretsiz olarak yüklenebilecek pek çok aracından birisidir. Örnek 4.7'nin MFC programı ile çözümü şu şekilde:

1. Adım: Time Value of Money (Paranın Zaman Değeri) sekmesi açılır.

2. Adım: Number of Periods (devre sayısı) alanı, soruda bulmak istediğimiz değişken bu olduğu için boş bırakılır.

3. Adım: Annual Interest Rate (Yıllık Faiz Oranı) alanına yıllık faiz oranı verilmişse doğrudan girilir. Örnek 4.7 için devre aylık olduğundan ve aylık faiz oranı verildiğinden bu kısma "12*1,5" ya da doğrudan 18 yazılır. (Bu noktada dikkat edilmesi gereken yıllık faiz oranı dışında bir oran (aylık, üç aylık, altı aylık vb.) ise, mutlaka bu alana "yıldaki devre sayısı * devre faiz oranı" ya da doğrudan bu çarpının sonucu yazılmalıdır. Bir diğer husus da bu alan zaten % olarak açıldığından %18 olan faiz oranı 0,18 olarak değil doğrudan 18 olarak yazılmalıdır.)

4. Adım: Payment (Ödemeler-Taksitler) bölümüne eşit ödemelerin (taksitlerin) tutarı yazılır. Örnek 4.7 için (-) ₺75.

(Her ay bankaya para yatırılıp nakit çıkıştı olduğu için ödemelerin işaretini "-" olacaktır.)

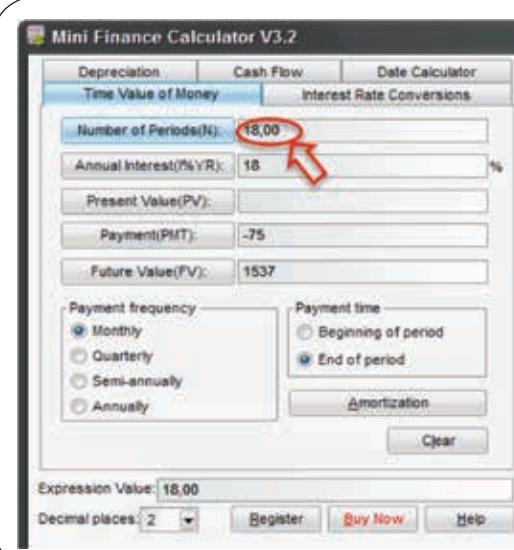
(Bu soru gelecek değer hesaplaması olduğu için Present Value (Şimdiki Değer) alanı boş bırakılır.)

5. Adım: Future Value (Gelecek değer) alanına, soruda verilen anüitenin gelecek değeri girilir. (1537)

6. Adım: Payment Frequency (taksit ödeme sıklığı) bölümünde, taksitler aylıksa "monthly", üç aylıksa "quarterly", altı aylıksa "semi-annually" ve yıllıksa "annually" seçeneği seçilir. (Örnek 4.7 için devre uzunluğu 'ay' olduğundan "monthly")

7. Adım: Payment Time (Ödeme zamanı) bölümünde, devre sonu ödemeli (normal) anüite ise "end of period (devre sonu)"; devre başı ödemeli (peşin) anüite ise "beginning of period (devre başı)" seçeneği işaretlenir. (Örnek 4.7 için "end of period")

Resim 4.2



Mini Finance
Calculator Programı
Örnek 4.7'nin Çözüm
Ekranı

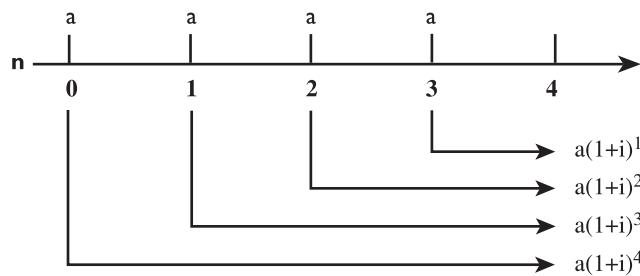
8. Adım: Bulmak istediğimiz *Number of Periods (devre sayısı)* tuşuna basılarak sonuç görüntülənir. Resim 4.2'de de göreceğiniz üzere sonuç aritmetik çözümde olduğu gibi 18 olarak bulunmuştur.

Peşin Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması

Peşin anüite her devrenin ödemesinin devre sonunda değil de devrenin başında yapıldığı anüite türündür. Peşin anüitede gelecek değer hesaplamak aynı şekilde her bir ödemeyi anüite vadesine kadar faizlendirip vadedeki toplamlarını almak şeklinde hesaplanır. Dolayısıyla mantık aynıdır. Sadece ödemeler devre başında olduğu için her bir taksit için bir dönem fazladan faiz çalışmış olacaktır.

Şekil 4.2

Peşin Anüitede
Gelecek Değerin
Hesaplanması



Şekil incelendiğinde görüldüğü gibi peşin anüite normal anüitenin her ödemesinin birer devre erkene alınması, yani her bir ödeme için birer devre daha fazla faiz işlemesi durumudur. Dolayısıyla n devrelilik bir peşin anüitenin gelecek değerinin bileşik faiz mantığı ile şu şekilde hesaplanabileceği görülmektedir:

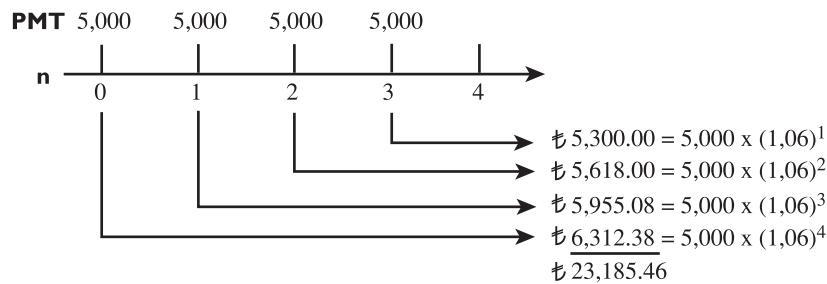
$$S = [a(1+i)^1] + [a(1+i)^2] + \dots + [a(1+i)^{n-1}] + [a(1+i)^n]$$

Bu formül sadeleştirildiğinde şu hale gelir:

$$S = (a * q) \frac{q^n - 1}{i}$$

Örnek 4.8: Her devre başında yatırılan ₺5.000'nin %6'luk devre faiz oranı üzerinden 4 devre sonundaki değerinin bulunduğu şekilde gösterilir:

Şekil 4.3



Çözüm:

$$a = 5000$$

$$i = \%6 = 0,06$$

$$q = 1,06 (1+0,06)$$

$$n = 4$$

$$S = ?$$

$$S = (a * q) \frac{q^n - 1}{i}$$

$$S = (5000 * 1,06) \frac{(1,06)^4 - 1}{0,06}$$

$$S = \text{₺}23.185,46$$

Örnek 4.8'in HP Finansal Hesap Makinesi Kullanarak Çözümü:

Finansal hesap makineleri de finansal hesaplama için her an erişilebilecek önemli bir araç olarak finanscılar tarafından yoğun bir şekilde kullanılmaktadır. Burada örnek 4.8'in en çok kullanılan finansal hesap makinelerinden biri olan HP17bII hesap makinesi ile çözümü açıklanacaktır.

1. Adım: Daha önce yapılmış işlem varsa SHIFT + INPUT tuşlarına basılarak hafiza temizlenir. (SHIFT, üzerinde yeşil bir çizgi görülen tuştur.)

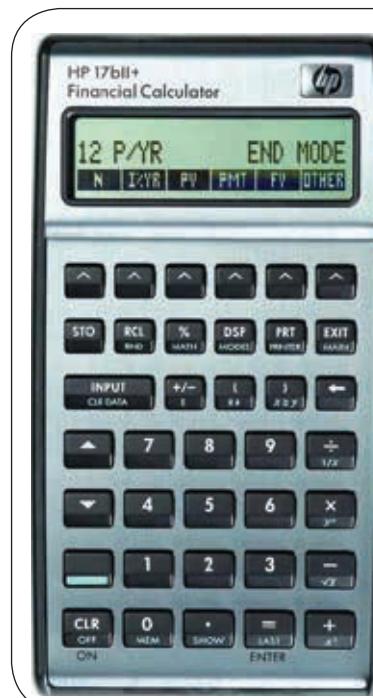
2. Adım: TVM (Time Value of Money) menüsü girilir. (İlk ekranda FIN yazısının altındaki ok tuşuna, açılan ekrandan da TVM yazısının altındaki ok tuşuna basılır)

3. Adım: Hesap makinesinin normal modu devre sonu ödeme normal anüiteye ayarlıdır. Bu yüzden ekranda END MODE (devre sonu modu) yazıyorsa, OTHER tuşuna basılıp açılan menüden BEGIN (devre başı) modu seçilmelidir. (Çünkü örneğimiz devre başı ödeme (peşin) anüitendir.)

4. Adım: 4 yazarak N tuşuna (devre sayısı), 6 yazarak I/YR tuşuna (yıllık faiz oranı), 5.000 yazıp PMT tuşuna (taksitler) basılır. Son olarak FV tuşuna (gelecek değer) basarak peşin anüitenin gelecek değeri 23.185,46 olarak bulunur.

Örnek 4.8'de taksitler ₺5.000 yerine iki katına çıkarılıp ₺10.000 olsa anüitenin gelecek değeri de tam iki katına çıkar mı? Hesaplayarak test ediniz.

Resim 4.3
HP17bII Finansal Hesap Makinesi



Örnek 4.9: Aylık kirasi ₺750 olan bir evin kirası her ay başında değil de yıl sonunda topluca ödenecek olursa ve aylık faiz oranı %1,2 ise yıl sonunda toplu olarak hangi tutar ödenmelidir?

Çözüm:

$$a = 750$$

$$i = 0,012$$

$$q = 1,012 (1+0,012)$$

$$n = 12$$

$$S = ?$$

$$S = (a * q) \frac{q^n - 1}{i}$$

$$S = (750 * 1,012) \frac{(1,012)^{12} - 1}{0,012}$$

$$S = \text{₺}9.734$$

Örnek 4.10: İşletme 5 yıl sonra ödemesi gereken ₺100.000'lik borcu her devre başında ödenecek eşit taksitlerle kapatmak istemektedir. Faiz oranı %8 ise her devre başında ödenecek eşit taksitler ne olur?

Çözüm:

$$S = 100.000$$

$$i = \%8 (0,08)$$

$$q = 1,08 (1+0,08)$$

$$n = 5$$

$$a = ?$$

$$S = (a * q) \frac{q^n - 1}{i}$$

$$100.000 = (a * 1,08) \frac{1,08^5 - 1}{0,08}$$

$$100.000 = 1,08a \times 5,8667$$

$$1,08a = 100.000 / 5,8667$$

$$1,08a = 17.045,36$$

$$a = 17.045 / 1,08$$

$$a = \text{₺}15.783$$

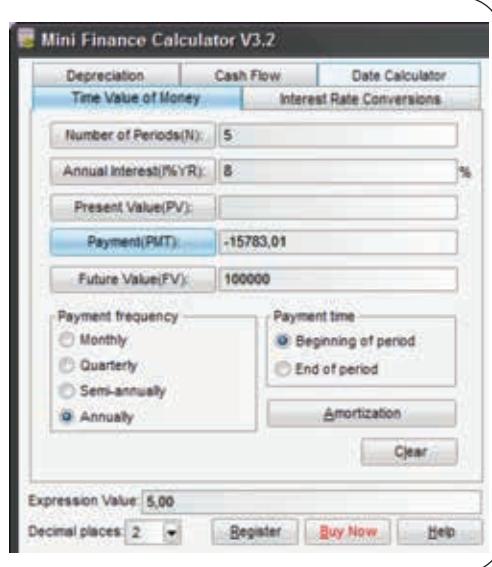
KİTAP



Anüitelere ilgili daha fazla çözümlü örneğe Prof.Dr. Nurhan AYDIN'ın "Finans Matematiği" (Detay Yayıncılık, Ankara, 2009) kitabından ulaşabilirsiniz.

Resim 4.4

Mini Finance
Calculator Programı
Örnek 4.10'nun
Çözüm Ekranı



1. Adım: Time Value of Money (Paranın Zaman Değeri) sekmesi açılır.

2. Adım: Number of Periods (devre sayısı) girilir. Örnek 4.10 için 5.

3. Adım: Annual Interest Rate (Yıllık Faiz Oranı) alanına yıllık faiz oranı verilmişse doğrudan girilir. Örnek 4.10 için 8. (Bu soru gelecek değer hesaplamaası olduğu için Present Value (Şimdiki Değer) alanı boş bırakılır.)

4. Adım: Future Value (Gelecek değer) alanına, soruda verilen anüitenin gelecek değeri girilir. (100000) (Soruda bulmak istediğimiz değişken Payment (Ödemeler-Taksitler) olduğu için bu alan bu aşamada boş bırakılır.)

6. Adım: Payment Frequency (taksit ödeme sıklığı) bölümune, taksitler aylıksa “monthly”, üç aylıksa “quarterly”, altı aylıksa “semi-annually” ve yıllıksa “annually” seçeneği seçilir. (Örnek 4.10 için “annually”)

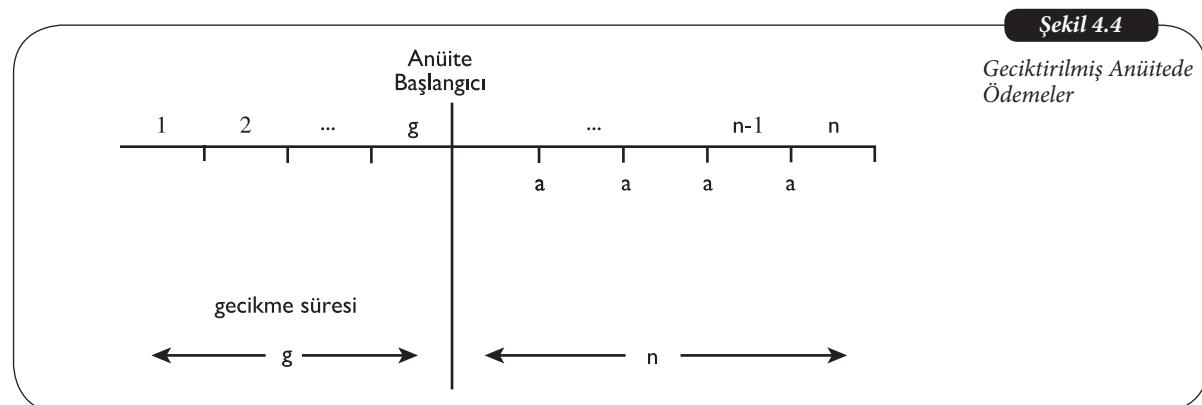
7. Adım: Payment Time (Ödeme zamanı) bölümünde, devre sonu ödemeli normal anüite ise “end of period (devre sonu)”; devre başı ödemeli peşin anüite ise “beginning of period (devre başı)” seçeneği işaretlenir. (Örnek 4.10 için “beginning of period”)

8. Adım: Bulmak istediğimiz Payment (*Ödemeler-Taksitler*) tuşuna basılarak sonuç görüntülenir. Resim 4.4’de de görüleceği üzere sonuç aritmetik çözümde olduğu gibi 15.783 olarak bulunmuştur.

Geciktirilmiş Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması

Geciktirilmiş anüiteler, ilk ödemesi ilk faiz devresinin bitiminden sonraki herhangi bir devrede yapılan, yani ödemelerin başlamasının belli sayıda devre boyunca geciktirildiği anüitelerdir. Örneğin sık sık bazı beyaz eşya firmalarının “3 ay ödemesiz 12 ay taksitle” gibi reklamları yayımlanmaktadır. Bu şekilde alınan bir beyaz eşyaya yapılacak taksit ödemeleri üç ay sonra başlayacağından, tipik bir geciktirilmiş anüite meydana getirirler.

Bir geciktirilmiş anüitenin ödemeleri serisi aşağıdaki zaman çizgisini üzerinde gösterildiği gibidir.



Şekil incelendiğinde görüleceği üzere geciktirme süresini göz ardı edersek ödemeyin başladığı dönemden itibaren tipik bir devre sonu ödemeli anüite görülmektedir. Dolayısıyla geciktirilmiş bir anüitede gelecek değer hesaplaması normal bir anüitede gelecek değer hesaplaması gibi olacaktır.

Örnek 4.11: İki yıl sonra okulundan mezun olup çalışmaya başlamayı, çalışmaya başladıkten 10 yıl sonra yapmak istediği dünya turu için 50.000\$ biriktirmeyi amaçlayan bir öğrenci, aylık %0,5 faiz veren bir bankaya, çalışmaya başladıkten sonra her ay kaç \$ yatırmalıdır?

Çözüm:

Taksitler yatırılmaya 24 ay sonra başlayacaktır. Bu nedenle bugün için bir geciktirilmiş anüite söz konusudur. Ancak pratikte taksitler yatırılmaya başladıkten sonrası için tipik bir normal anüite söz konusu olacağından gelecek değer bulmada normal anüite çözer gibi çözüm yapılır ve geciktirme süresi dikkate alınmaz.

$$i = \% 0,5 = 0,005$$

$$q = 1,005$$

$$n = 120 (10 \times 12)$$

$$S = 50.000$$

$$a = ?$$

$$S = a * \frac{q^n - 1}{i}$$

$$50.000 = a * \frac{(1+0,005)^{120} - 1}{0,005}$$

$$50.000 = a * 163,88$$

$$a = \text{₺}305$$

DİKKAT



Daha önce de ifade edildiği gibi, özellikle küçük faiz oranlarının ondalık sayı olarak yazımında dikkatli olunmalıdır. Örneğin bu soruda devre faiz oranı % 0,5 (yüzde yarım)'dır. Dolayısıyla ondalık olarak 0,005 olarak yazılır. %5 olsaydı 0,05, %50 olsaydı 0,5 ya da 0,50 olarak yazılırdı.

SIRA SİZDE



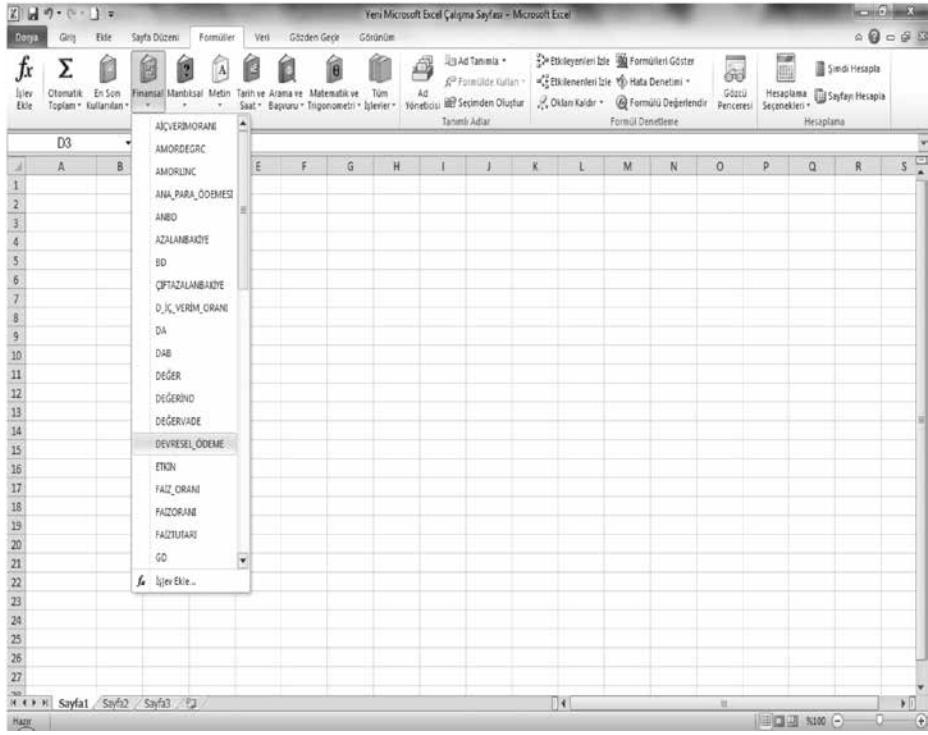
7

Yüzde olarak verilen şu sayıların ondalık sayı olarak karşılıklarını yazarak bu konuda hafızanızı tazeleyiniz: %105; %25; %2,5; %0,25; %0,05

Örnek 4.11'in Excel(MS Office 2010 sürümü) ile Çözümü:

Resim 4.5

Excel'de Anüite Devresel Ödemesini (Taksiti) Hesaplama Penceresinin Açılışı

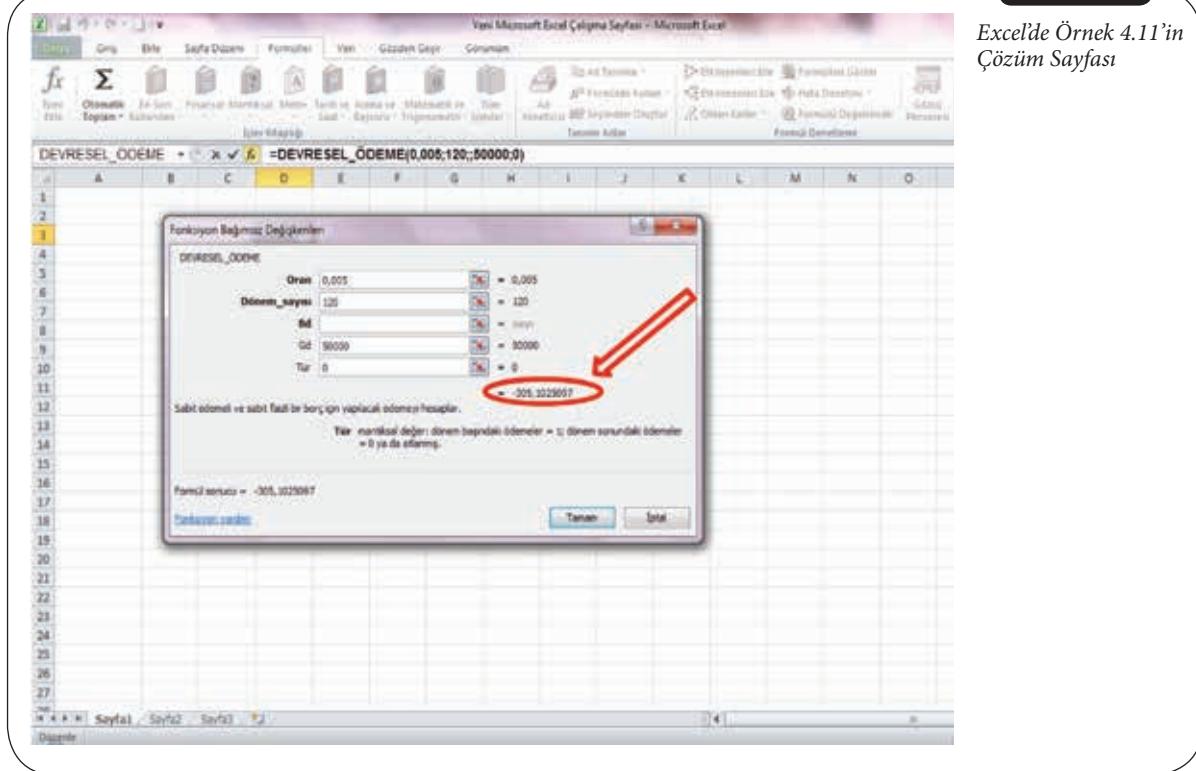


1. Adım: Excel ana sayfasında "formüller" sekmesi tıklanır. Açılan üst menüden "finansal" bölümüne tıklayıp alt menüsü açılarak "devresel ödeme" seçeneği seçilir. (*Anüite nin gelecek değeri biliniyor ve devresel ödeme (taksit) tutarı hesaplanmak isteniyor.*) (Resim 4.4'e bakınız)

2. Adım: Açılan "Fonksiyon Bağımsız Değişkenleri" penceresinde Oran bölümüne devre faiz oranı (0,005); Dönem sayısı bölümüne eşit ödeme ya da devre sayısı (120); Bd (bugünkü değer) bölümüne gelecek değer hesaplaması yaptığımızdan "0" ya da boşluk; Gd (gelecek değer) bölümüne anüitenin gelecek değeri (50000); son olarak Tür bölümüne devre başı ödemesi anüite ise 1, devre sonu ödemesi anüite ise 0 (Örnek 4.11 için 0) girilir. (Resim 4.5'e bakınız)

3. Adım: Bulunmak istenen devresel ödeme tutarı pencere içinde kırmızı oval içinde ve okla belirginleştirilen bölgede görülür ya da “tamam” tuşuna basılarak daha önceden seçilen bir hücrede görüntülenir. (305) (Resim 4.5'e bakınız)

Resim 4.6



Excelde Örnek 4.11'in Çözüm Sayfası

Not: Excel'in 2010 dışındaki sürümleri ile de aynı hesaplama yapılmakla birlikte pencerelerin görünümü bir ölçüde farklı olabilir.

Sonucun Excel'de -305 olarak verildiği görülmektedir. Bilgisayar ve hesap makinelerinde genellikle anüite değeri ile taksitlerin işaretri ters yönlü olur. Bunun nedeni örneğin her ay bankaya belli bir para yatırarak belli bir ay sonra bir birikim elde etmek istediğinizde, devresel ödemeler sizin için bir nakit çıkıştı, devre sonunda alacağınız birikim ise bir nakit girişidir. Dolayısıyla devresel ödemeyi biz yapıyorsak negatif işaretli, devresel ödeme bize yapıyorsa pozitif işaretli olarak girilmelidir. Anüite değeri ise devresel ödeme işaretine göre ters yönlü işaretle sahip olacaktır.



DİKKAT

Excel ile ilgili daha fazla uygulamaya Doç.Dr. Metin COŞKUN'un "Excel ile Finans" (Detay Yayıncılık, Ankara, 2011) kitabından ulaşabilirsiniz.



KİTAP

Daimi (Devamlı) Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması

Devre sayısı çok fazla olan ya da ödemelerin belirsiz bir geleceğe kadar devam etmesi beklenen anüitelere daimi anüite denmektedir. İmtiyazlı hisse kar payları, arsa kiraları, bankaya yatırılan bir paradan anaparaya dokunmadan her dönem sürekli alınan faizler buna örneklerdir.

Daimi anüitelere vade bitimi olmadığından, dolayısıyla hangi gelecek için değerin hesaplanacağı belirsiz olduğundan gelecek değer hesaplaması yapılamaz. Daimi anüitelere için bugünkü değer hesaplaması bir sonraki üniteye açıklanacaktır.

Özet

Günlük iş yaşamında, kurumsal ve kişisel finansal işlemlerde bir tahsilat ya da ödemenin tek bir seferde değil de birden fazla seferde yapılması sıkılıkla karşılaşılan bir durumdur. Dolayısıyla birden fazla kez yapılan ödemeler serisinin de belli bir zaman noktasındaki değerinin bilinmesine sıkılıkla ihtiyaç duyulur. Örneğin geriye 6 ödemesi ya da taksiti kalmış bir borcun şu anda ya da dönem sonunda tek seferde ödemek istenmesi halinde hangi tutarda bir ödemenin yapılacağıının hesaplanması gerekecektir. Anüite, eşit zaman aralıklarıyla tekrarlanan, genellikle eşit miktarlı ödemeler serisidir. Emeklilik ve sigorta prim ödemeleri, kira ödemeleri, maaş ödemeleri, taksitle alınan bir eşya için yapılan taksit ödemeleri, bir tahvilin faiz ödemeleri, her yıl eşit miktarlı kar dağıtan bir imtiyazlı hisse senedinin kar payı ödemeleri, ev, taşıt ya da tüketici kredileri ile kurumsal kredilerin geri ödemeleri anüiteye birer örnek teşkil eder. Örneğin bankadan alınan bir kredi her ay yapılacak ödemelerle 12 ayda kapatılacaksa, bu geri ödemeler eşit ödemeli 12 dönemlik bir anüiteyi ifade eder.

Her bir devrenin ödemesinin o devrenin sonunda yapıldığı anüitelere normal anüite denir.

Her bir devrenin ödemesinin o devrenin başında yapıldığı anüitelere peşin anüite denir. Bu anüitelerin en tipik örneği kira ödemeleridir çünkü bir gayrimenkul kiralandığında kira ödemeleri her devrenin başında yapılır.

İlk ödemesi ilk faiz devresinin bitiminde değil, bir ya da daha fazla devre geçtikten sonra herhangi bir zamanda yapılan anüitelere geciktirilmiş anüite denir.

Ödemeleri belirli bir tarihte başlayan ancak belirsiz bir geleceğe kadar ya da sonsuza kadar devam eden anüiteler ise daimi (devamlı) anüitelerdir.

Normal anüitelere gelecek değer formülünde kullanılan semboller ve formül aşağıdaki gibidir:

S = Anüitenin gelecek değeri

a = eşit ödemeler (taksitler)

i = devre faiz oranı

$q = 1 + i$

n = devre sayısı

$$S=a \frac{q^n - 1}{i}$$

Peşin anüitelere gelecek değer formülünde kullanılan semboller ve formül aşağıdaki gibidir:

S = Anüitenin gelecek değeri

a = eşit ödemeler (taksitler)

i = devre faiz oranı

$$q = 1 + i$$

n = devre sayısı

$$S = (a * q) \frac{q^n - 1}{i}$$

Geciktirilmiş anüitelere gelecek değer hesaplaması normal anüitelere dekinden bir farklılık taşımaz. Daimi anüitelere ise anüitenin vadesi sonsuz olduğundan ya da belirsiz bir gelecekte olduğundan gelecekteki değer hesaplaması yapılamaz.

Kendimizi Sınayalım

- 1.** Bir işletmenin 8 ay sonra ödenmesi gereken borcu için her ay sonunda bankaya ₺690 yatırması gerekmektedir. Bu işletmenin 8 ay sonunda biriken parası, diğer bir ifade ile borcu ne kadardır? Aylık faiz oranı %2,5'dir.
- 6.028
 - 6.125
 - 6.229
 - 6.331
 - 6.398
- 2.** Bir kişi her dört ayda bir, bir bankaya ₺1800. yatırmaktadır. Banka yıllık %9 faiz uyguladığına göre 10.yıl sonunda ne kadar para birikmiş olur?
- 82.345
 - 83.892
 - 85.635
 - 88.988
 - 96.521
- 3.** Bankadan alınan 6 yıl vadeli bir borç % 6 faiz oranı üzerinden ve her yıl yatırılan ₺4.234'lik eşit taksitlerle amorti edilmiştir. Borcun vade değeri ya da nominal değeri nedir?
- 26.389
 - 27.132
 - 27.904
 - 28.203
 - 29.533
- 4.** Bir bankaya % 4,8 faiz oranı üzerinden senelik devre sonrasında yatırılan ₺120.000 tutarındaki eşit taksitlerle ₺515.679 vade değerli bir borç amortı edilebilecektir. Borç kaç taksitle amortı edilir?
- 3
 - 4
 - 5
 - 6
 - 7
- 5.** Dört ay boyunca her ay sonunda bir bankaya belli miktar para yatırılıyor. Faiz oranı %1 ise ve dördüncü ayın sonunda biriken para ₺3756 ise aylık taksitler ne olur?
- 861
 - 886
 - 912
 - 925
 - 953
- 6.** Bir emekli her üç ayda bir aldığı ₺4.500'lük maaşının yarısını tasarruf amacıyla bir bankaya yatırmaktadır. Yıllık faiz oranı %6 olduğuna göre sekizinci yıl sonunda ne kadar para birikmiş olur?
- 91.549
 - 92.568
 - 93.258
 - 94.012
 - 95.321
- 7.** Her devre başında yatırılan ₺4.000'nin %6'lık devre faiz oranı üzerinden 8 devre sonundaki değeri nedir?
- 38.652
 - 39.962
 - 41.965
 - 42.635
 - 43.886
- 8.** Aylık kirası ₺900 olan bir evin kirası her ay başında değil de yıl sonunda topluca ödenecek olursa ve aylık faiz oranı %1,4 ise yıl sonunda toplu olarak hangi tutar ödenmelidir?
- 9.000
 - 10.020
 - 10.800
 - 11.025
 - 11.835
- 9.** İşletme 3 yıl sonra ödemesi gereken ₺200.000'lük borcu her ay başında ödenecek eşit taksitlerle kapatmak istemektedir. Faiz oranı %18 ise her ay başında ödenecek eşit taksitler ne olur?
- 4.098
 - 4.168
 - 4.230
 - 4.309
 - 4.398
- 10.** ₺20.000'lük borç her ay başında ödenecek ₺1462'lük taksitlerle kaç dönemde amortı edilir? Aylık faiz oranı %2.
- 8
 - 9
 - 10
 - 12
 - 14

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı

1. a Yanınız yanlış ise “Normal Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. c Yanınız yanlış ise “Normal Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
3. e Yanınız yanlış ise “Normal Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
4. b Yanınız yanlış ise “Normal Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
5. d Yanınız yanlış ise “Normal Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
6. a Yanınız yanlış ise “Normal Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
7. c Yanınız yanlış ise “Peşin Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
8. e Yanınız yanlış ise “Peşin Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
9. b Yanınız yanlış ise “Peşin Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
10. d Yanınız yanlış ise “Peşin Anüitelerde Gelecek Değerin Hesaplanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

Günlük hayatımızda oldukça sık bir şekilde anüite formunda ödemelere rastlıyoruz. Bir mal ya da hizmetin bedelinin tamamının bir defada değil de taksitler halinde ödemesi ya da ticari faaliyetlerden doğan borç alacak tutarlarının tek seferde değil de eşit taksitler halinde ödemesi sıkça görülür. Bir buzdolabını peşin almak yerine taksitle aldığımızda yaptığım ödemeler, çalıştığımız kurumdan aldığım maaş ödemeleri, bankadan aldığım kredinin geri ödemeleri, bireysel emeklilik sigorta primlerinin eşit taksitler halinde ödemesi, her ay belli mikarda paranın bir fon ya da birikim oluşturmak üzere bankaya ya da başka yatırım alanlarına yatırılması anüiteye birer örnek teşkil ederler.

Sıra Sizde 2

Faiz oranının %4 olması durumunda birikecek para şu şekilde hesaplanmıştır:

$$\begin{aligned} \text{1. ödemeyen gelecek değeri} &= (5.000 * 1,04^3) = 5.624 \\ \text{2. ödemeyen gelecek değeri} &= (5.000 * 1,04^2) = 5.408 \\ \text{3. ödemeyen gelecek değeri} &= (5.000 * 1,04^1) = 5.200 \\ \text{4. ödemeyen gelecek değeri} &= 5.000 \end{aligned}$$

TOPLAM 21.232

Faiz oranının %12 olması durumunda birikecek para şu şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} \text{1. ödemeyen gelecek değeri} &= (5.000 * 1,12^3) = 7.025 \\ \text{2. ödemeyen gelecek değeri} &= (5.000 * 1,12^2) = 6.272 \\ \text{3. ödemeyen gelecek değeri} &= (5.000 * 1,12^1) = 5.600 \\ \text{4. ödemeyen gelecek değeri} &= 5.000 \end{aligned}$$

TOPLAM 23.897

Fark = $23.897 - 21.232 = 2.665$

Faiz oranının %4'den %12'ye çıkması durumunda biriken para $\text{₺}2.665$ daha fazla olacaktır.

Sıra Sizde 3

$$a = 7.200$$

$$i = \%4,5 (\%9 / 2)$$

$$q = 1,045 (1+0,045)$$

$$n = 20 \text{ (10 yıl boyunca yılda iki taksit yatırılacağından; } 10 * 2)$$

$$S = ?$$

$$S = a * \frac{q^n - 1}{i}$$

$$S = 7.200 * \frac{(1,045)^{20} - 1}{0,045}$$

$$S = \text{₺}225.874$$

Sonuç daha önce 109.389 bulunmuştur.

$$225.874 / 109.389 = 2,06$$

Gördüğü gibi anüitenin değeri 2 kattan daha fazla artmıştır.

Yararlanılan Kaynaklar

Sıra Sizde 4

Taksitler yılda bir yerine yılda ikiye çıktıgı halde anüitenin değeri iki kattan fazla artmıştır. Bunun nedeni yılda bir defa yerine altı ayda bir faiz kazanılmasıdır. Örneğin ilk durumda ilk taksit ilk yılın sonunda yatırılacak ve ikinci yılın sonuna kadar bir yıllık faiz kazanacaktır. İkinci durumda ise ilk taksit altı ayın sonunda, ikinci taksit birinci yıl sonunda yatırılacaktır. Bu ilk iki taksitin birincisi ikinci yıl sonuna kadar 1,5 yıllık faiz kazanırken, ikincisi ikinci yıl sonuna kadar bir yıllık faiz kazanmaktadır. Dolayısıyla ikinci durumda daha fazla faiz kazanıldığından değer iki kattan daha fazla artmaktadır.

Sıra Sizde 5

Hazır cetvelleri kullanmanın en önemli avantajı kolay ve çabuk hesaplama yapılabilmesi iken; en önemli dezavantajı katsayırlarda virgülinden sonra üç basamak alınıp yuvarlama yapıldığı için sonucun tam sonuçtan küçük bir miktar farklı çıkmasıdır. Hazır tabloların bir başka zayıflığı ise hazır tablolar küsüratlı faiz oranlarını ve sık kullanılmayan devre sayılarını içermediginden problemin bunları içermesi durumunda kullanılamamaktadır.

Sıra Sizde 6

$$a = 10.000$$

$$i = \%6 = 0,06$$

$$q = 1,06 (1+0,06)$$

$$n = 4$$

$$S = ?$$

$$S = (a \cdot q) \frac{q^n - 1}{i}$$

$$S = (10000 \cdot 1,06) \frac{(1,06)^4 - 1}{0,06}$$

$$S = 10600 * 4,3746$$

$$S = \text{₺}46.370,76$$

Ödemeler $\text{₺}5000$ iken sonuç $\text{₺}23.185,38$ bulunmuştur.

$$46.370,76 / 23.185,38 = 2$$

Göründüğü gibi eşit ödemeler iki katına çıktıgıında anüitenin gelecek değeri de iki katına çıkmaktadır.

Sıra Sizde 7

$$\%105 = 1,05;$$

$$\%25=0,25;$$

$$\%2,5=0,025;$$

$$\%0,25=0,0025;$$

$$\%0,05=0,0005$$

Aydın, Nurhan (2009). **Finans Matematiği**, Detay Yayıncılık, 1. Baskı, Ankara.

Başkaya, Zehra (1998). **Finans Matematiği**, Ekin Kitabevi, Bursa.

Coşkun, Metin (2011). **Excel ile Finans**, Detay Yayıncılık, Ankara.

Day, Alastair L.(2005). **Mastering Financial Mathematics in Microsoft Excel**, Prentice Hall, ABD.

Uzunoğlu, Sadi (2006). **Finans Matematiği Çalışma Kitabı**, Literatür, İstanbul.

Zima, Petr., Robert L. Brown (1996). **Mathematics of Finance**, McGraw-Hill, ABD.

5

Amaçlarımız

Bu üniteyi tamamladıktan sonra;

- 🕒 Normal anüitelerde bugünkü değeri hesaplayabilecek,
- 🕒 Peşin anüitelerde bugünkü değeri hesaplayabilecek,
- 🕒 Geciktirilmiş anüitelerde bugünkü değeri hesaplayabilecek,
- 🕒 Daimi anüitelerde bugünkü değeri hesaplayabilecek bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Faiz
- Bugünkü Değer
- Normal Anüite
- Peşin Anüite
- Geciktirilmiş Anüite
- Daimi Anüite

İçindekiler

Finans Matematiği

Anüitelerde Bugünkü Değer

- GİRİŞ
- NORMAL ANÜİTELERDE BUGÜNKÜ DEĞERİN HESAPLANMASI
- PEŞİN ANÜİTELERDE ŞİMDİKİ DEĞER
- GECİKTİRİLMİŞ ANÜİTELERDE BUGÜNKÜ DEĞER
- DAİMİ ANÜİTELERDE BUGÜNKÜ DEĞER

Anüitelerde Bugünkü Değer

GİRİŞ

Bir önceki üitede anüite kavramı tanımlanmış ve her devrede belirli bir miktarda para yatırılması durumunda, belirli bir süre sonra hangi tutarın birikeceğini gösteren anüitenin gelecek değeri ile ilgili hesaplamalar üzerinde durulmuştu. Bu üitede ise; gelecekte belirli bir sayıda, her devre yapılacak ödemelerin bugünkü, başka bir ifadeyle anüite döneminin başındaki değerinin hesaplanması üzerinde durulacaktır. Günlük ve ticari hayatı, peşin ve taksitli fiyatı bilinen bir ürünün hangi şekilde alınmasının daha avantajlı olduğu, gelecekte belli sayıda taksitler elde edilebilmesi için dönem başında tek seferde hangi tutarın yatırılması gereği ve bunun gibi pek çok soruya anüitenin bugünkü değeri hesaplaması ile cevap verilir. Dolayısıyla anüitenin bugünkü değeriyle ilgili hesaplamalar sıkılıkla karşımıza çıkan önemli bir konudur. Bu üitede bir önceki üitede tanımları ve gelecek değer hesaplamaları verilen dört temel anüite türünün bugünkü değerlerinin hesaplanması açıklanacaktır.

NORMAL ANÜİTELERDE BUGÜNÜ DEĞERİN HESAPLANMASI

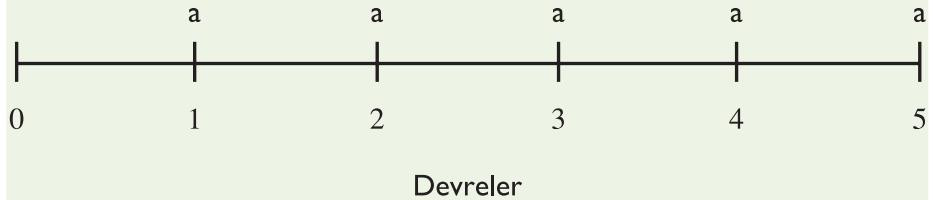
Ödemelerin ya da taksitlerin her devrenin sonunda gerçekleştiği anüite türüne **normal anüite** deniği bir önceki üitede ifade edilmişti. Her devrenin sonunda belli sayıda taksitlerle ödenecek bir borcun bugün tek seferde ödenip kapatılması isteniyorsa hangi tutarın ödenmesi gerektiğini; peşin ve taksitli fiyatını bildiğimiz bir ürünü hangi şekilde almanın daha avantajlı olduğunu tespit etmek için taksitlerin bugünkü değerlerinin ne olduğunu; ya da belirli dönemler sonunda eşit taksitlerin alınabilmesi için bugün hangi tutarın yatırılması gerektiğini tespit edebilmek için anüitenin bugünkü değerini hesaplamamız gereklidir.

Aşağıda eşit ödemeleri “a” olarak gösterilen beş devrelilik tipik bir normal anüitenin akış şeması görülmektedir. Tabi ki devre sayısı ya da diğer bir ifade ile taksit sayısı bundan az olabileceği gibi fazla da olabilir.

Sekil 5.1

Beş Devrelik Bir Normal Anüite

Eşit Ödemeler



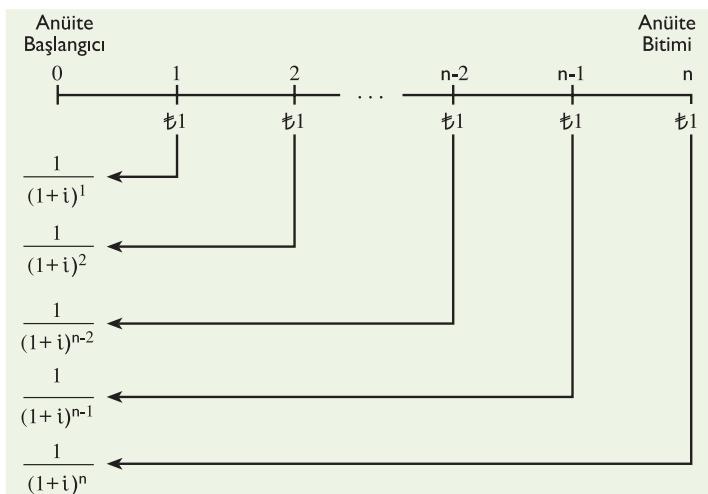
Devreler

Daha önceki ünitelerde gördüğünüz bileşik iskonto mantığı ile bir normal anüitenin bugünkü değerinin nasıl hesaplanacağı, yukarıdaki şekle bakıldığında zihinde canlandırılabilir. Yukarıdaki şekilde görülen ödeme serisindeki her bir taksitin bugünkü değeri(yani "0" zaman noktasındaki değeri) bileşik iskonto işlemi ile bulunup toplanırsa anüitenin de bugünkü değeri hesaplanmış olur.

Şekil 5.2 "n" devrelik bir normal anüitenin "i" faiz oranı ile bugünkü değerinin hesaplanması göstermektedir.

Sekil 5.2

"n" Devrelik Bir Normal Anüitenin "i" Faiz Oranı ile Bugünkü Değerinin Hesaplanması



Eşit ödemeleri $t1$ olan, n devrelik anüitenin bugünkü değeri aşağıdaki eşitlik yardımıyla bulunabilecektir:

$$R = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-2}} + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}$$

Burada;

R= Anüitenin bugünkü değerini,

n= Taksit sayısını,

i= Devre faiz oranını ifade etmektedir.

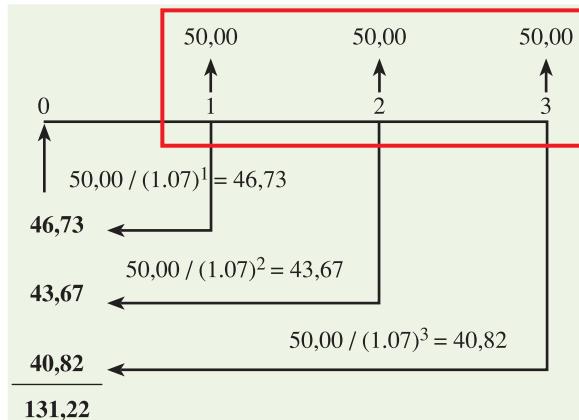
Eşitliğin sağ tarafı $\frac{1}{(1+i)}$ parantezine alınırsa parantez içindeki kısım bir geometrik dizi özelliği gösterecektir. Formülde gerekli matematiksel kısaltmalar ve düzenlemeler yapıldığında anüitenin bugünkü değerini veren formül;

$R = a * \frac{q^n - 1}{q^n * i}$ olmaktadır. "q" açık haliyle yazılırsa eşitlik;

$a * \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n * i}$ şeklini alır.

Örnek 5.1: Her dönem sonunda üç dönem boyunca yatırılan ₺50'nin %7 devre faiz oranı ile bugünkü değeri nedir?

Zaman çizgisi üzerinde iskontolama ile çözümü:



Göründüğü gibi her bir ödeme iskontolanıp toplandığında anüitenin bugünkü değeri ₺131,22 olarak bulunmuştur.

Burada ödeme sayısı az olduğundan her bir ödemeyi ayrı ayrı iskontolayarak hesaplamak nispeten kolay olabilir. Ancak devre sayısı arttıkça bu şekilde çözümlemek çok zaman alıcı olacaktır. Sorunun formül yardımı ile çözümü aşağıda görülmektedir:

Formül yardımı ile çözümü:

$$a = 50$$

$$i = \%7 (0,07)$$

$$q = 1,07 (1 + 0,07)$$

$$n = 3$$

$$R = ?$$

$$R = a * \frac{q^n - 1}{q^n * i}$$

$$R = 50 * \frac{1,07^3 - 1}{1,07^3 * 0,07}$$

$$R = ₺131,22$$

Göründüğü gibi formül ile aynı sonuca daha kısa sürede ulaşmak mümkün olmuştur.

Örnek 5.1'in Hazır Tablolar ile Çözüm

(₺1 için) Anüitenin Bugünkü Değeri Tablosu

Resim 5.1

Anüitenin Bugünkü
Değeri Tablosu ile
Örnek 5.1'in Çözümü

	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,12	0,14
1	0,990	0,980	0,971	0,962	0,952	0,943	0,934	0,926	0,917	0,909	0,893	0,877
2	1,970	1,942	1,913	1,886	1,859	1,833	1,808	1,783	1,759	1,736	1,690	1,647
3	2,941	2,884	2,829	2,775	2,723	2,673	2,624	2,577	2,531	2,487	2,402	2,322
4	3,902	3,808	3,717	3,630	3,546	3,465	3,384	3,312	3,240	3,170	3,037	2,914
5	4,863	4,713	4,580	4,452	4,329	4,212	4,100	3,993	3,890	3,791	3,605	3,433
6	5,795	5,601	5,417	5,242	5,076	4,917	4,767	4,623	4,486	4,355	4,111	3,889
7	6,728	6,472	6,230	6,002	5,786	5,582	5,389	5,206	5,033	4,868	4,564	4,288
8	7,652	7,325	7,020	6,733	6,463	6,210	5,971	5,747	5,535	5,335	4,968	4,639
9	8,566	8,162	7,786	7,435	7,108	6,802	6,515	6,247	5,995	5,759	5,328	4,946
10	9,471	9,092	8,530	8,111	7,722	7,360	7,024	6,710	6,419	6,145	5,650	5,216

1. Adım: Kitabınızın sonunda bulunan “(₺1 için) Anüitenin Bugünkü Değeri” tablosu açılır. Bu tabloda çözülmesi istenen sorunun devre sayısı sol sütundan (Örnek 5.1 için 3), faiz oranı da üst satırdan (Örnek 5.1 için %7) bulunur. Bu iki değerin çakıştığı hücredeki katsayı sorunun çözümünde kullanılacak katsayıdır. (Örnek 5.1 için 2,624)

Bu katsayı eşit taksitler ₺1 olsa anüitenin bugünkü değerinin ne olacağını gösteren katsayıdır. Yani anüitenin bugünkü değeri formülündeki $\frac{q^n - 1}{q^n i}$ teriminin sonucudur.

2. Adım: Bulunan bu katsayı her devre yapılacak eşit ödeme tutarı ile çarpılarak anüitenin bugünkü değeri bulunur. (Örnek 5.1 için $R = 50 * 2,624 = ₺131,2$)

Örnek 5.2: Bir kişi bir bankadan aldığı vadesine 78 ay kalmış, aylık ₺880 ödemeli konut kredisini bugün toptan ödeyip kapatmak istemektedir. Kredinin aylık faizi % 1,1 ise bu kişinin bankaya bugün ödeyeceği miktar nedir?

Cözüm:

$$a = 880$$

$$i = \% 1,1 (0,011)$$

$$q = 1,011 (1 + 0,011)$$

$$n = 78$$

$$R = ?$$

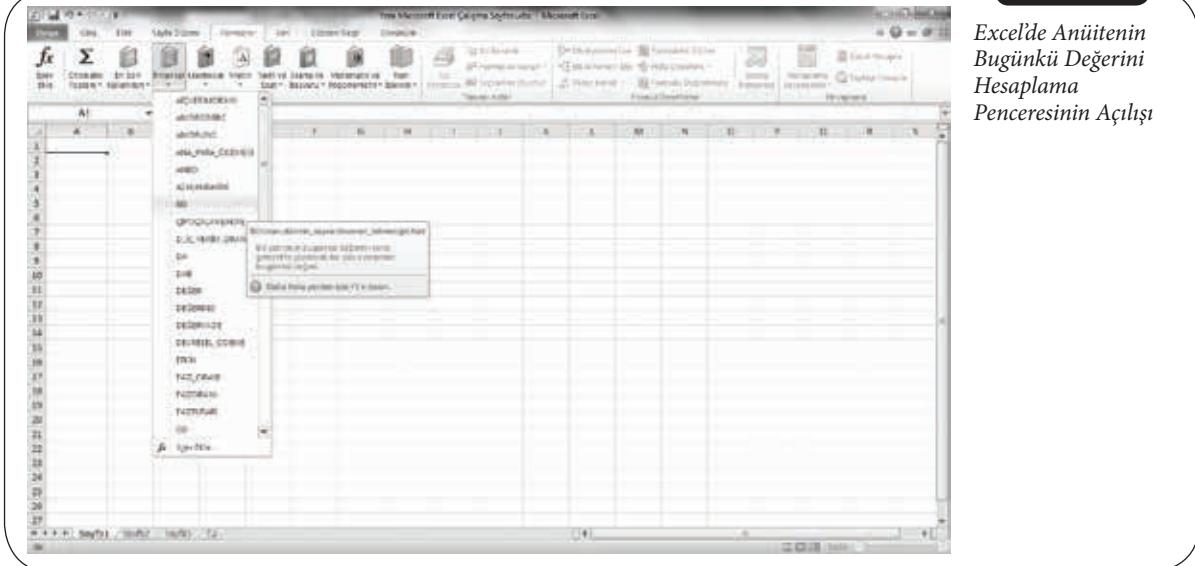
$$R = a * \frac{q^n - 1}{q^n * i}$$

$$R = 880 * \frac{1,011^{78} - 1}{1,011^{78} * 0,011}$$

$$R = ₺45.919,98$$

Örnek 5.2'nin Excel(MS Office 2010 sürümü) ile Çözümü:

Resim 5.2



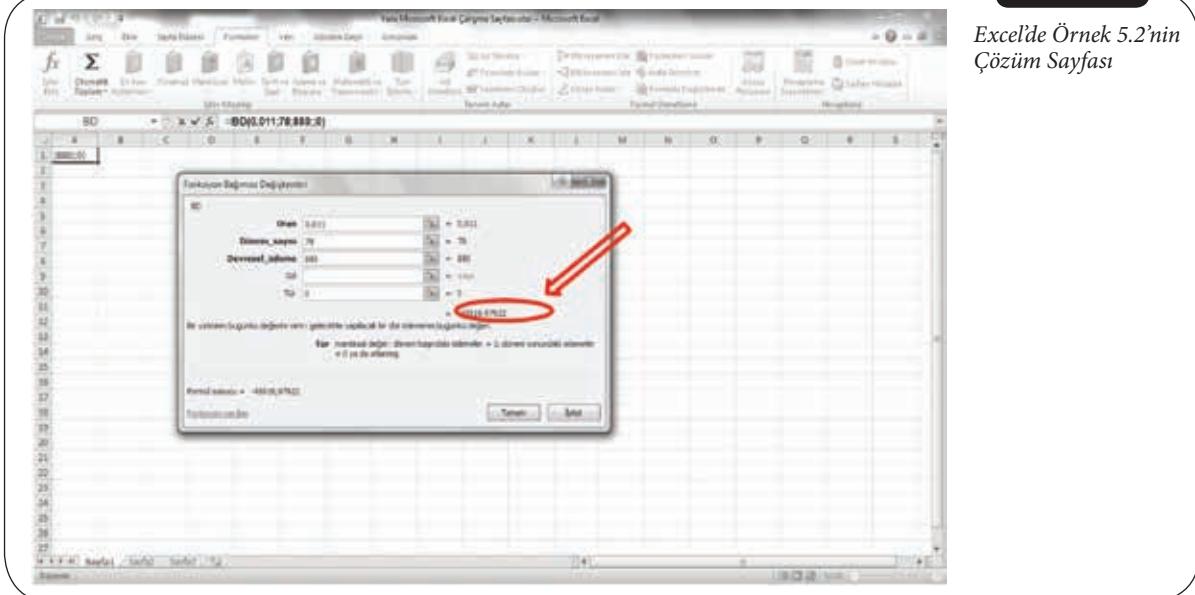
Excelde Anüitenin
Bugünkü Değerini
Hesaplama
Penceresinin Açılışı

1. Adım: Excel ana sayfasında “formüller” sekmesi tıklanır. Açılan üst menüden “finansal” bölümüne tıklayıp alt menüsü açılarak “BD (Bugünkü Değer (bir dizi ödemenin))” seçeneği seçilir. (Resim 5.3'e bakınız)

2. Adım: Açılan “Fonksiyon Bağımsız Değişkenleri” penceresinde “Oran” bölümünde devre faiz oranı (0,011); “Dönem sayısı” bölümüne eşit ödeme ya da devre sayısı (78); “Devresel ödeme” bölümüne eşit ödemeler (880); “Gd” (gelecek değer) bölümüne bugünkü değer hesaplaması yaptığımızdan “0” ya da boşluk; son olarak “Tür” bölümüne devre başı ödemeli anüite ise 1, devre sonu ödemeli anüite ise 0 (Örnek 5.2 için 0) girilir. (Boş bırakılırsa program “0” (normal anüite) varsayar) (Resim 5.4'e bakınız)

3. Adım: Bulunmak istenen devresel ödeme tutarı pencere içinde kırmızı oval içinde ve okla belirginleştirilen bölgede görülür ya da “tamam” tuşuna basılarak daha önceden seçilen bir hücrede görüntülenir. (45.919,98) (Resim 5.4'e bakınız)

Resim 5.3



Excelde Örnek 5.2'nin
Çözüm Sayfası

Not: Excel'in 2010 dışındaki sürümleri ile de aynı hesaplama yapılmakla birlikte pen-celerlerin görünümü bir ölçüde farklı olabilir.

SIRA SİZDE



Örnek 5.2'de aylık taksitler yarıya düşürülse anüitenin bugünkü değeri % kaç azalır.

Örnek 5.3: Bankadan alınan ₺220.000 kredi, 6 yılda, 3 ayda bir yapılacak eşit ödemelerle geri ödenecektir. Yıllık faiz oranı % 18 ise her bir eşit ödemeyin değeri ne olur?

Çözüm:

$$R = 220.000$$

$$i = \% 4,5 (0,045) \text{ (yıllık faiz oranı / yıldaki devre sayısı} = \%18/4)$$

$$q = 1,045 (1+0,045)$$

$$n = 24 \text{ (yıl cinsinden dönem uzunluğu * yıldaki devre sayısı} = 6*4)$$

$$a = ?$$

$$R = a \frac{q^n - 1}{q^n * i}$$

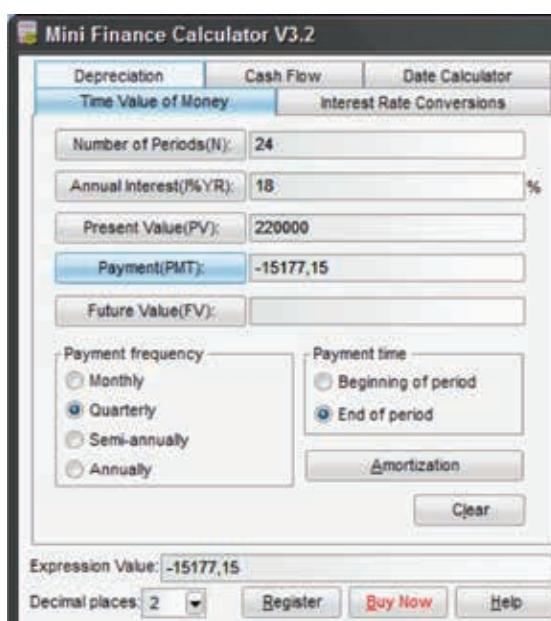
$$220.000 = a \frac{1,045^{24} - 1}{1,045^{24} * 0,045}$$

$$a = ₺15.177,15$$

Örnek 5.3'ün Finansal Hesaplayıcı Bilgisayar Programı ile Çözümü:

Resim 5.4

Mini Finance
Calculator Programı
Örnek 5.3 Çözüm
Ekranı



1. **Adım:** Time Value of Money (Paranın Zaman Değeri) sekmesi açılır.
2. **Adım:** Number of Periods (devre sayısı) girilir. Örnek 5.3 için 24.
3. **Adım:** Annual Interest Rate (Yıllık Faiz Oranı) alanına yıllık faiz oranı verilmişse doğrudan girilir. Örnek 5.3 için 18. (Devre faiz oranı verilmişse devre "faiz oranı * yıldaki devre sayısı" şeklinde, ya da bu çarpım hesaplanıp doğrudan girilebilir.)

4. Adım: Present Value (Bugünkü değer) alanına, soruda verilen anüitenin bugünkü değeri girilir. (220000) (*Bu soru şimdiki değer hesaplaması olduğu için Future Value (Gelecek Değer) alanı boş bırakılır.*) (*Soruda bulmak istediğimiz değişken Payment (Ödemeler-Taksitler) olduğu için bu alan bu aşamada boş bırakılır.*)

5. Adım: Payment Frequency (taksit ödeme sıklığı) bölümünde, taksitler aylıksa “monthly”, üç aylıksa “quarterly”, altı aylıksa “semi-annually” ve yıllıksa “annually” seçeneği seçilir. (Örnek 5.3 için “quarterly”)

6. Adım: Payment Time (Ödeme zamanı) bölümünde, devre sonu ödemeli normal anüite ise “end of period (devre sonu)”; devre başı ödemeli peşin anüite ise “beginning of period (devre başı)” seçeneği işaretlenir. (Örnek 5.3 için “end of period”)

7. Adım: Bulmak istediğimiz Payment (Ödemeler-Taksitler) tuşuna basılarak sonuç görüntülenir. Resim 5.5’de de görüleceği üzere sonuç aritmetik çözümde olduğu gibi 15.177,15 olarak bulunmuştur.

Örnek 5.4: Bir makine peşin $\text{₺}45.285$ ’ye ya da $\text{₺}4.022$ ’lik 12 ay taksitle alınabilmektedir. İşlem için geçerli aylık faiz oranı $1,3\%$ olduğuna göre makinenin peşin alınması mı taksitle alınması mı daha avantajlidir?

Çözüm:

$$a = 4.022$$

$$i = \% 1,3 (0,013)$$

$$q = 1,013 (1 + 0,013)$$

$$n = 12$$

$$R = ?$$

$$R = a \frac{q^n - 1}{q^n * i}$$

$$R = 4022 \frac{1,013^{12} - 1}{1,013^{12} * 0,013}$$

$$R = \text{₺}44.422$$

Göründüğü gibi taksitle almak $\text{₺}863$ ($45.285 - 44.422$) daha avantajlidir.

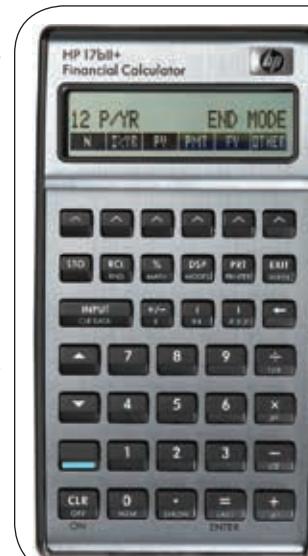
Örnek 5.4’ün HP Finansal Hesap Makinesi Kullanarak Çözümü:

1. Adım: Daha önce yapılmış işlem varsa SHIFT + INPUT tuşlarına basılarak hafiza temizlenir. (*SHIFT, üzerinde yeşil bir çizgi görülen tuştur.*)

2. Adım: TVM (Time Value of Money) menüsüne girilir. (*İlk ekranda FIN yazısının altındaki ok tuşuna, açılan ekranın da TVM yazısının altındaki ok tuşuna basılır*)

3. Adım: Hesap makinesinin normal modu devre sonu ödemeli (normal) anüiteye ayarlıdır. Bu yüzden ekranda END MODE (devre sonu modu) yazmalıdır. BEGIN MODE (devre başı modu) yaziyorsa OTHER tuşuna basılıp açılan menüden END MOD (devre sonu modu) seçilmelidir. (*Çünkü örneğimiz devre sonu ödemeli (normal) anüitedir.*)

4. Adım: 12 yazarak N tuşuna (devre sayısı), 15,6 ($1,3 * 12$) yazarak I/YR tuşuna (yıllık faiz oranı), 4022 yazıp PMT tuşuna (taksitler) basılır. Son olarak PV tuşuna (bugünkü değer) basarak normal anüitenin bugünkü değeri 44.422 olarak bulunur.



Resim 5.5

HP17bII Finansal Hesap Makinesi

SIRA SİZDE

2

Örnek 5.4'de makinenin peşin satış fiyatı kadar paranın bankadan kredi olarak çekilip makinenin peşin alınması durumunda, bankaya ödenecek kredi taksileri bulunarak da hangi alternatifin avantajlı olduğu tespit edilebilir mi?

Örnek 5.5: Bir baba üniversiteye gidecek çocuğunun okul masraflarını karşılamak amacıyla 4 yıl süreyle ve her ayın sonunda ₺800 olmasını istemektedir. Aylık faiz oranı %2 olduğuna göre;

- Baba bugün bankaya ne kadarlık bir para yatırmalıdır?
- 4 yıl boyunca toplam ne kadar faiz tahakkuk edecektir?

Çözüm:

$$n = 48 \text{ (12 x 4)}$$

$$a = ₺800.$$

$$i = \%2 (0,02)$$

$$R = ?$$

Ödenen toplam faiz : ?

$$\text{a)} R = 800 \frac{1,02^{48} - 1}{1,02^{48} 0,02}$$

$$R = ₺24.538,50.$$

- b) Her ay ₺800'den 48 taksit tahsil edilecektir.

$$\text{Toplam ödemeler } (800 * 48) = 38.400$$

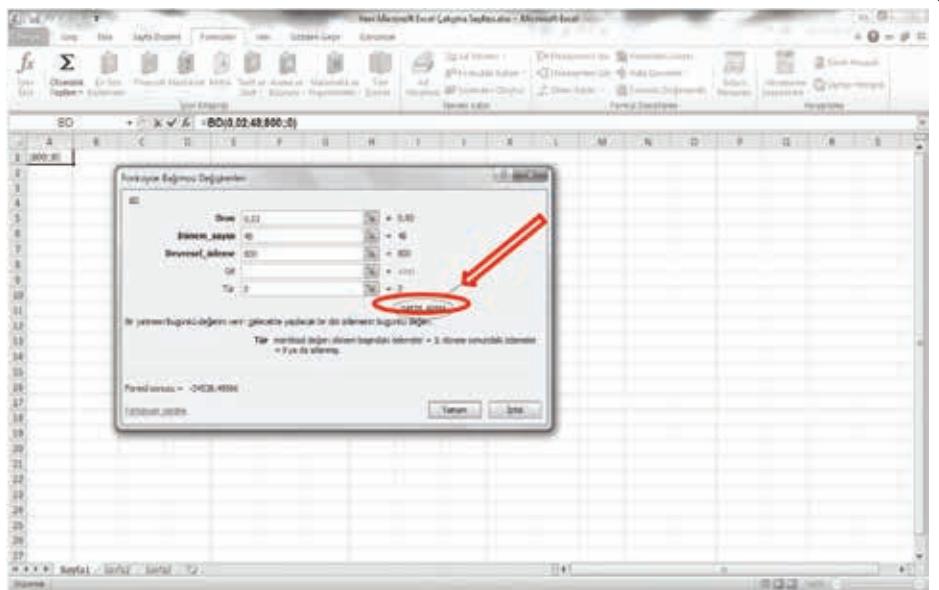
$$\text{Ödemelerin (anüitenin) Şimdiki değeri} = -24.538,50$$

$$\text{Toplam faiz} = ₺13.861,50 \text{ dir.}$$

Örnek 5.5'in Excel(MS Office 2010 sürümü) ile Çözümü:

Resim 5.6

Excelde Örnek 5.5'in
Çözüm Sayfası

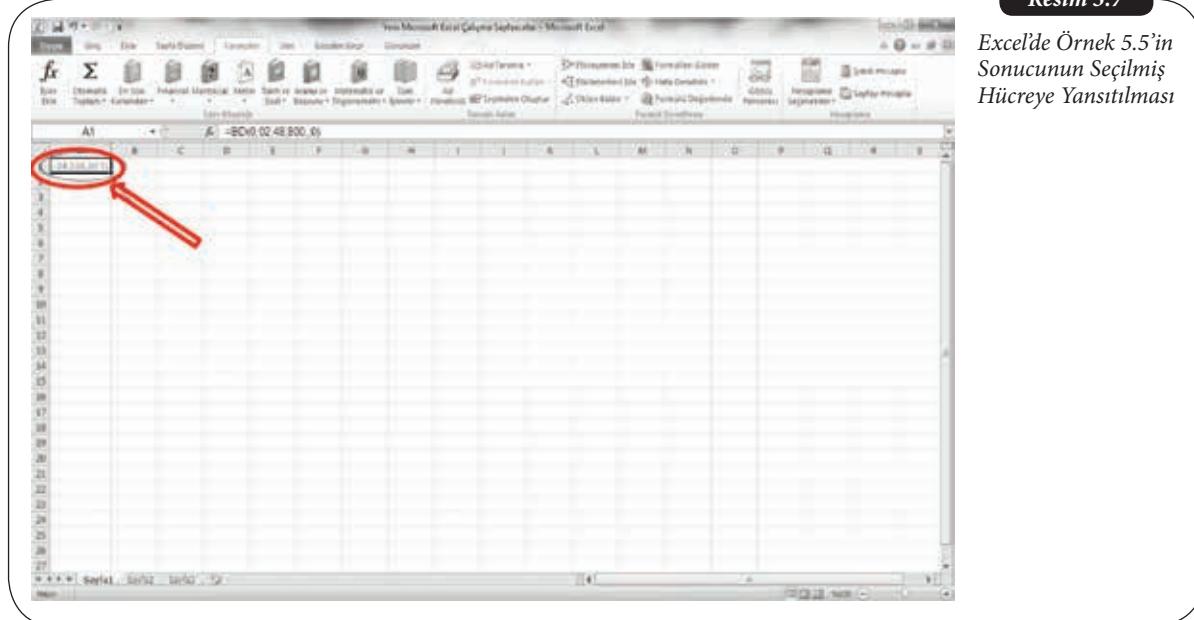


1. Adım: Excel ana sayfasında “formüller” sekmesi tıklanır. Açılan üst menüden “finansal” bölümüne tıklayıp alt menüsü açılarak “BD (Bugünkü Değer (bir dizi ödemenin))” seçeneği seçilir. (Daha önce verilen excel ile çözüm örneklerine bakınız.)

2. Adım: Açılan “Fonksiyon Bağımsız Değişkenleri” penceresinde “Oran” bölümüne devre faiz oranı (0,02); “Dönem sayısı” bölümüne eşit ödeme ya da devre sayısı (48); “Devresel ödeme” bölümüne eşit ödemeler (800); “Gd” (gelecek değer) bölümüne bugünkü değer hesaplaması yaptığımızdan “0” ya da boşluk; son olarak “Tür” bölümüne devre başı ödemeli anüite ise 1, devre sonu ödemeli anüite ise 0 (Örnek 5.5 için 0) girilir. (Boş bırakılırsa program “0” (normal anüite) varsayar) (Resim 5.7’ye bakınız)

3. Adım: Bulunmak istenen devresel ödeme tutarı pencere içinde ilgili bölgede gösterülür ya da “tamam” tuşuna basılarak daha önceden seçilen bir hücrede görüntülenir. (24.538,50) (Resim 5.8’e bakınız)

Resim 5.7

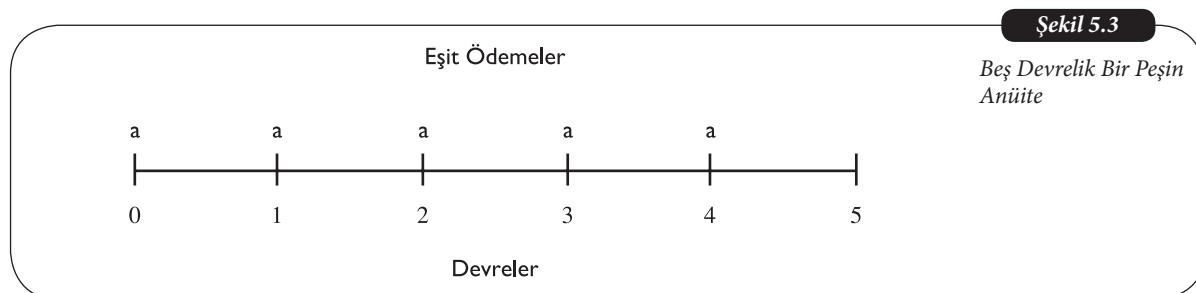


PEŞİN ANÜİTELERDE ŞİMDİKİ DEĞER

Her devre ödemesinin, normal anüitede olduğu gibi o devrenin sonunda değil de başında yapıldığı anüitelere peşin anüite denildiği daha önce ifade edilmişti. Peşin anüitelerin en tipik örnekleri, sigorta prim ödemeleri, memur maaşları ve gayrimenkul kiralardır.

Aşağıda eşit ödemeleri “a” olarak gösterilen beş devrelilik, tipik bir peşin anüitenin akış şeması görülmektedir. Doğal olarak devre sayısı bundan az olabileceği gibi fazla da olabilir.

Şekil 5.3

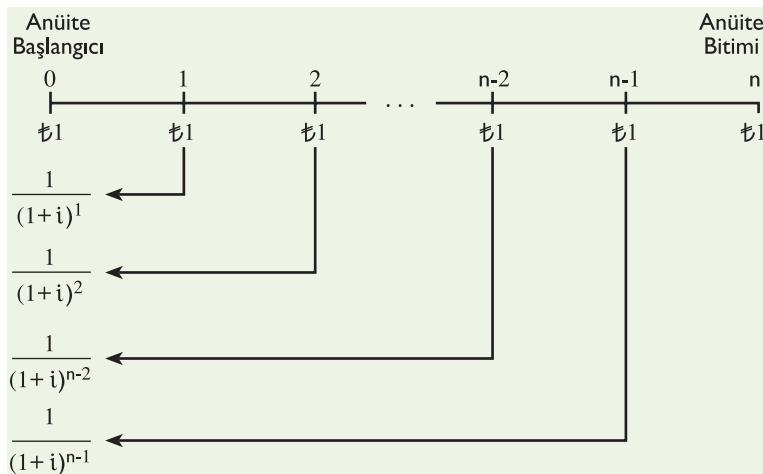


Şekil 5.3'de görülen ödeme serisindeki her bir taksitin bugünkü, yani "0" zaman noktasındaki değeri, bileşik iskonto işlemi ile bulunup toplanırsa anüitenin de bugünkü değeri bulunmuş olur. Görülmektedir ki normal anüiteye göre burada her bir taksit bir dönem daha az iskontolanacaktır. Örneğin birinci devrenin taksiti normal anüitede devrenin sonunda olduğundan, bugünkü değerin bulunması için devrenin başına, yani bir dönem iskontolanmakta idi. Burada ise, birinci devrenin ödemesi zaten birinci devrenin başında, yani "0" zaman noktasında olduğundan iskontolanmamaktadır. İkinci devrenin ödemesi normal anüitede iki devre iskontolanırken burada sadece bir devre iskontolanmaktadır.

Şekil 5.4 n devrelilik bir peşin anüitenin i faiz oranı ile bugünkü değerinin hesaplanması göstermektedir.

Şekil 5.4

"n" Devrelilik Bir Peşin Anüitenin
"i" Faiz Oranı ile
Bugünkü Değerinin
Hesaplanması



Ödemelerin devre başında yapılması durumunda anüitenin şimdiki değeri her bir ödememin bugünkü değerlerinin toplanmasıyla bulunacaktır.

$$R = 1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-2}} + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$$

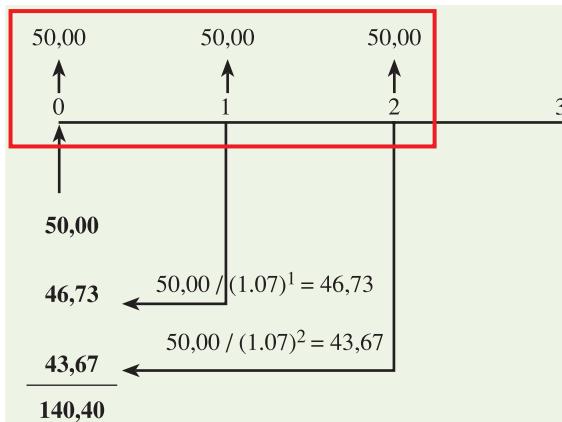
Göründüğü üzere ödemelerin devre başında yapılması ile devre sonu yapılması arasında bir devrelilik faiz farkı vardır.

Yine her devre başında yapılan ödemelerin gelecekteki toplam değerini veren formülde de 1 devrelilik faiz farkı olacaktır. Formülde gerekli düzeltmeler ve kısaltmalar yapıldıktan sonra formül normal anüitede bugünkü değer formülüne göre bir devrelilik faiz farkını yansıtan küçük bir değişiklikle şu hali alır:

$$R = a * q \frac{q^n - 1}{q^n * i} \text{ ya da } q \text{ terimi açık olarak yazılırsa; } R = a * (1+i) \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n * i}$$

Örnek 5.6: Daha önce normal anüite için çözülen örnek 5.1'in peşin anüite olması durumunda bugünkü değer ne kadar farkeder?

Cözüm:



Örnek 5.1'de sonuç ₺131,22 çıkmıştı.

$$\text{Park} = 140,40 - 131,22 = ₺9,18.$$

Bu fark her bir ödemeyi bir devrelük faiz farkından kaynaklanmıştır.

Normal anüitenin bugünkü değeri ile peşin anüitenin bugünkü değeri arasında bir dönemlik faiz farkı olduğuna göre peşin anüite problemlerini çözmek için normal anüite tablosu kullanılabilir mi? Örnek 5.6 üzerinde düşününüz.



SIRA SİZDE

Örnek 5.7: Bir sigorta şirketi yaptığı sigorta primini ya peşin olarak ₺2.000 ya da ilk ödemeyi hemen yapılması koşuluyla, 12 aylık eşit taksitle tahsil etmek istiyor. Aylık Faiz oranı %1,5 olduğuna göre aylık eşit ödemeler ne olmalıdır?

Cözüm:

$$R = ₺2.000.$$

$$n = 12$$

$$i = \%1,5 (0,015)$$

$$q = 1,015 (1+0,015)$$

$$a = ?$$

$$R = a * q \frac{q^n - 1}{q^n * i}$$

$$2000 = a * 1,015 \frac{1,015^{12} - 1}{1,015^{12} * 0,015}$$

$$a = ₺180,65$$

Örnek 5.7'in Finansal Hesaplayıcı Bilgisayar Programı ile Çözümü:

Resim 5.8

Mini Finance
Calculator Programı
Örnek 5.7 Çözüm
Ekranı



1. **Adım:** Time Value of Money (Paranın Zaman Değeri) sekmesi açılır.
2. **Adım:** Number of Periods (devre sayısı) girilir. (Örnek 5.7 için 12.)
3. **Adım:** Annual Interest Rate (Yıllık Faiz Oranı) alanına yıllık faiz oranı verilmiş se doğrudan girilir. (Devre faiz oranı verilmişse devre "faiz oranı * yıldaki devre sayısı" şeklinde, ya da bu çarpım hesaplanıp doğrudan girilebilir.) (Örnek 5.7 için $1,5 \times 12$ olarak girilmiştir. Bu giriş yapıldığında alt kısmındaki "Expression Value" kısmında çarpımın sonucunun (Örnek 5.7 için 18) görüldüğünden emin olunuz.)
4. **Adım:** Present Value (Bugünkü değer) alanına, soruda verilen anüitenin bugünkü değeri girilir. (2000) (Bu soru şimdiki değer hesaplaması olduğu için Future Value (Gelecek Değer) alanı boş bırakılır.) (Soruda bulmak istediğimiz değişken Payment (Ödemeler-Taksitler) olduğu için bu alan boş bırakılır.)
5. **Adım:** Payment Frequency (taksit ödeme sıklığı) bölümünde, taksitler aylıksa "monthly", üç aylıksa "quarterly", altı aylıksa "semi-annually" ve yıllıksa "annually" seçeneği seçilir. (Örnek 5.7 için "monthly")
6. **Adım:** Payment Time (Ödeme zamanı) bölümünde, devre sonu ödemeli normal anüite ise "end of period (devre sonu)"; devre başı ödemeli peşin anüite ise "beginning of period (devre başı)" seçeneği işaretlenir. (Örnek 5.7 için "beginning of period")
7. **Adım:** Bulmak istediğimiz Payment (Ödemeler-Taksitler) tuşuna basılarak sonuç görüntülenir. Resim 5.8'de de görüleceği üzere sonuç aritmetik çözümde olduğu gibi 180,65 olarak bulunmuştur.

Örnek 5.8: Aylık kirası $\text{₺}2.000$ olan bir deponun belli bir süre için kirası peşin $\text{₺}81.955$ olarak ödenmiştir. Peşin kiranın hesaplanması sırasında kullanılan aylık faiz oranı $\%1,4$ olduğuna göre depo kaç yıl için kiralanmıştır.

Çözüm:

$$R = \text{₺}81.955.$$

$$a = 2.000$$

$$i = \%1,4 (0,014)$$

$$q = 1,014 (1+0,014)$$

$$n = ?$$

$$R = a * q \frac{q^n - 1}{q^n * i}$$

$$81.955 = 2000 * 1,014 \frac{1,014^n - 1}{1,014^n * 0,014}$$

$$81.955 / (2000 * 1,014) = \frac{1,014^n - 1}{1,014^n * 0,014}$$

$$1,014^n - 1 = 1,014^n * 0,5657643$$

$$-1 = 1,014^n * 0,5657643 - 1,014^n$$

$$-1 = 1,014^n (0,5657643 - 1)$$

$$-1 = 1,014^n (-0,4342357)$$

$$-1 / -0,4342357 = 1,014^n$$

$$2,302896789798 = 1,014^n$$

$$\log 2,302896789798 = n * \log 1,014$$

$$n = \log 2,302896789798 / \log 1,014$$

n = 60 ay = 5 yıl

Soruda dönem sayısı olarak ay kullanıldığından bulunan sonuç da ay cinsindendir.

Süre yıl cinsinden sorulduğu için, ay cinsinden bulunan süre yıla çevrilmelidir.

Devre sayısının sorulduğu sorularda bulunan devre sayısının cinsi ile (gün, ay, altı ay, yıl vb.) soruda istenen süre cinsinin aynı olup olmadığı kontrol edilmeli, bulunan ile istenen aynı değilse gerekli dönüştürme işlemi yapılmalıdır.



DİKKAT

Örnek 5.8'un HP Finansal Hesap Makinesi Kullanarak Çözümü:

1. Adım: Daha önce yapılmış işlem varsa SHIFT + INPUT tuşlarına basılarak hafıza temizlenir. (SHIFT, üzerinde yeşil bir çizgi görülen tuştur.) (Resim 5.6.ya bakınız.)

2. Adım: TVM (Time Value of Money) menüsüne girilir. (İlk ekranda FIN yazısının altındaki ok tuşuna, açılan ekranın da TVM yazısının altındaki ok tuşuna basılır)

3. Adım: Hesap makinesinin normal modu devre sonu ödemi (normal) anüiteye ayarlıdır. Bu yüzden ekranda END MODE (devre sonu modu) yazıyorsa OTHER tuşuna basılıp açılan menüden BEGIN MOD (devre başı modu) seçilmelidir. (Çünkü örneğimiz devre başı ödemi (peşin) anüitedir.)

4. Adım: 16,8 (1,4 * 12) yazarak I/YR tuşuna (yıllık faiz oranı), 81955 yazarak PV tuşuna (bugünkü değer), 2000 yapıp PMT tuşuna (taksitler) basılır. Son olarak N tuşuna (devre sayısı) basarak peşin anüitenin devre sayısı 60 ay (5 yıl) olarak bulunur.

Örnek 5.9: 8 yıl sonra emekli olacak bir şahıs emekli olduktan sonra 5 yıl süreyle, her üç ayın başında ₺2.500'lik taksitler almak istemektedir. Yıllık faiz oranı %10 olduğuna göre;

- Kişinin emekli olduğunda bu taksitleri alabilmesi için bankasında ne kadar parasının birikmiş olması gereklidir?
- Gerekli paranın birikebilmesi için kişi bugün bankaya ne mikarda para yatırmalıdır? (aynı faiz oranı ve devre uzunluğu ile faizlendirilecek.)

Cözüm:

a.

$$a = \text{₺}2.500.$$

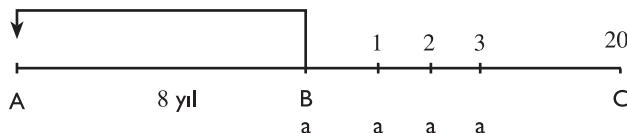
$$n = 20(5 \times 4)$$

$$i = \%2,5 (0,10 / 4 = 0,025)$$

$$q = 1,025 (1 + 0,025)$$

$$R = ?$$

Problem zaman çizgisinde aşağıdaki gibi görünür:



Kişinin emekli olduğunda 20 dönem $\text{₺}2.500$ 'lik taksitleri alabilmesi için 20 dönemlik anüitenin başında (B noktası) ne kadar paraya ihtiyacı olduğu peşin anüite formülüyle bulunur.

$$R = a * q \frac{q^n - 1}{q^n * i}$$

$$R = 2500 * 1,025 \frac{1,025^{20} - 1}{1,025^{20} * 0,025}$$

$$R = \text{₺}39.947$$

Bu şahsin emekli olduktan sonra 5 yıl boyunca her 3 ayda bir $\text{₺}2.500$ alabilmesi için emeklilik döneminin başında (B noktası) bankasında $\text{₺}39.947$ 'si olmalıdır.

b.

Kişinin emeklilik döneminin başında ihtiyacı olan bu parayı biriktirebilmesi için, bu gün (A noktasında) bankasına ne kadar para yatırması gerekişi bileşik faiz formülü ile bulunur.

$$q = 1,025$$

$$n = 32 (8 \times 4)$$

$$S = 39.947 \text{ (Bugün yatırılan } P \text{ } \text{₺}'\text{nin 8 yıl sonraki değeri)}$$

$$P = ?$$

$$S_n = P \times q^n$$

$$39947 = P \times 1,025^{32}$$

$$P = \text{₺}18.127$$

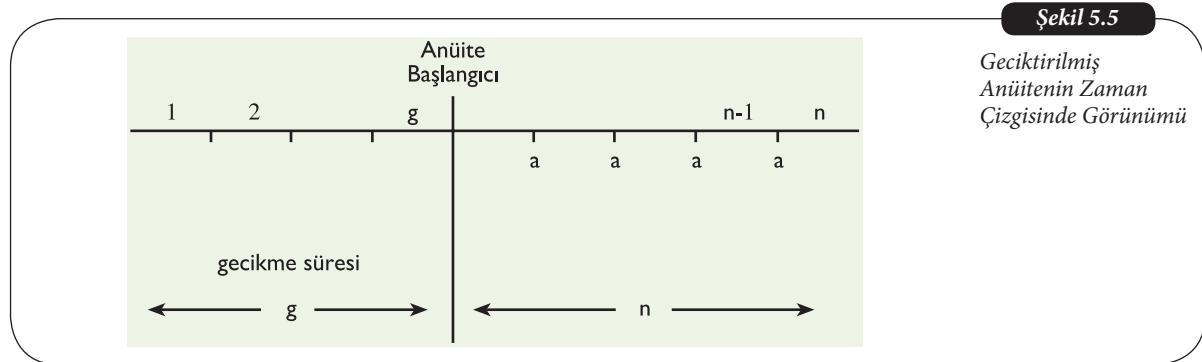
Eğer bu kişi bugün bankaya $\text{₺}18.127$ yatırırsa emeklilik süresi içinde her üç ayda bir $\text{₺}2.500$ 'lik taksitleri alabilecektir.

GECİKTİRİLMİŞ ANÜİTELERDE BUGÜNKÜ DEĞER

Geciktirilmiş anüitelerde ilk ödeme ilk faiz devresinin bitiminden belli sayıda devre daha sonra, herhangi bir zamanda yapılan anüitelerdir. Örneğin borç alan bir kişinin borç geri ödemelerine borçlandığı tarihten belli sayıda devre (örneğin 3 yıl) sonra başlaması durumunda, ödemeler serisi bir geciktirilmiş anüite olacaktır. Geciktirilmiş anüitelerin bir başka örneği de televizyonlarda beyaz eşya reklamlarında sıkça duyduğunuz, "şimdi alın, 6 ay sonra ödemeye başlayın" şeklindeki sloganlarla kamuoyuna sunulan ödeme planlarında ortaya çıkar. Böylesi bir durumda da müşteri buz dolabını bugün alır, altı ay hiçbir ödeme yapmaz ve altı ay sonra başlamak üzere 12 ayda buz dolabının bedelini öder. Dolayısıyla ortaya çıkan ödemeler serisi bir geciktirilmiş anüite örneğidir.

Geciktirilmiş anüitelerde ödemeler genellikle devre sonrasında yapılır; ancak, istisna olarak devre başında da olabilir.

“n” devre devam edecek bir anüitenin geciktirilme süresi “g” ise böyle bir anüitenin bugünkü değeri temelde normal anüiteye benzer şekilde hesaplanır.



Öncelikle anüitenin geciktirilme süresi dikkate alınmadan “n” devrelilik ödemelerin, anüitenin başlama noktasındaki bugünkü değerleri bulunur. Sonra elde edilen değer, geciktirilme süresi dikkate alınarak, sıfır zaman noktasına indirgenir. Bu durumda normal anüitede kullanılan formülden hareketle geciktirilmiş anüitenin bugünkü değer eşitliği şu şekilde yazılabilir:

$$R_g = a * \frac{q^n - 1}{q^n * i} * \frac{1}{q^g}$$

Formülden görüleceği üzere bu tam olarak şekilde “anüite başlangıcı” noktasındaki değeri belirlenmiş bir anüitenin geciktirilen devre sayısı (g) kadar daha iskonto edilmesidir. Formülün sağ tarafındaki terimler birleştirilirse formül şu hali alır:

$$R_g = a * \frac{q^n - 1}{q^{n+g} * i}$$

Örnek 5.10: Bir banka büyükbaş hayvancılık yapacak çiftçilere ve girişimcilere beş yıl ödemesiz dönemden sonra her altı ayda bir ödenecek taksitlere altı yılda geri ödenecek kredi vermektedir. Yıllık faiz oranı %14 ise ₺250.000 kredi alacak bir kişinin altı ayda bir ödeyeceği taksitler kaç ₺ olur?

Çözüm:

$$R_g = 250.000$$

$$i = 0,07 (\%14 / 2 = \%7)$$

$$q = 1,07 (1+0,07)$$

$$n = 12 (6 \times 2)$$

$$g = 10 (5 \times 2)$$

$$a = ?$$

$$R_g = a * \frac{q^n - 1}{q^{n+g} * i}$$

$$250000 = a * \frac{1,07^{12} - 1}{1,07^{12+10} * 0,07}$$

$$a = 61.917$$

SIRA SİZDE

4

Örnek 5.9'a tekrar bakın. Başlangıçtaki 8 yıllık periyodu 32 (8*4) devrelilik gecikme dönemi olarak kabul edip geciktirilmiş anüite formülüyle bu soruyu tek adımda çözebilir miyiz? Hesaplayarak sonucu karşılaştırın.

Örnek 5.11: 2 yıl sonra başlamak üzere her ay sonunda ₺500'lik taksitleri 4 yıl süreyle tahsil edebilmek için %0,9 aylık faiz veren bir bankaya bugün kaç lira yatırılmalıdır?

Çözüm:

$$a = ₺500$$

$$i = 0,009$$

$$q = 1,009 (1+0,009)$$

$$n = 48 (4*12)$$

$$g = 24 (2*12)$$

$$R_g = ?$$

$$R_g = 500 * \frac{1,009^{48} - 1}{1,009^{48+24} * 0,009}$$

$$R_g = ₺15.661 .$$

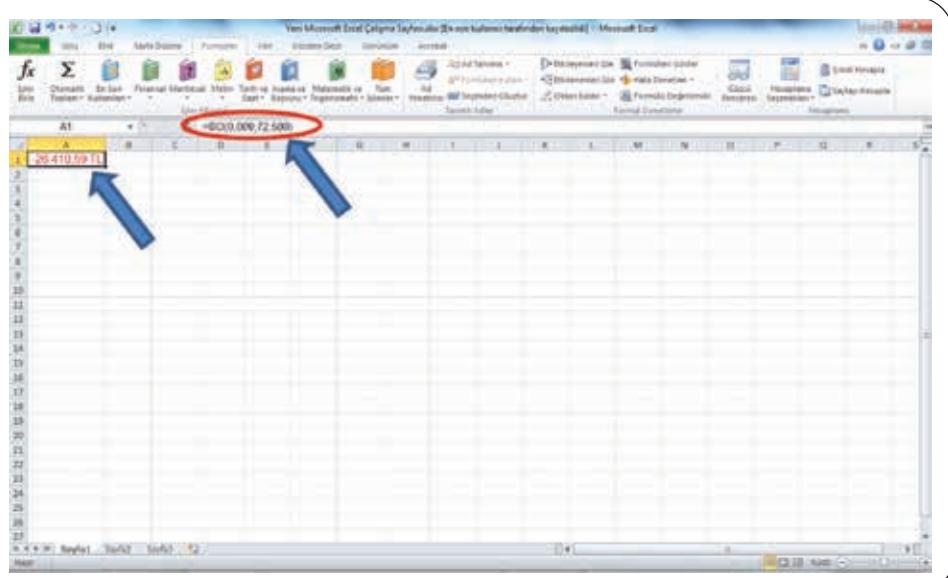
Örnek 5.11'nin Excel(MS Office 2010 sürümü) ile Çözümü:

Bu sorunun Excel ile çözümünde daha önceki sorularda izlenenden farklı bir yol izlenecektir.

1. Adım: A1 hücresine ya da A1 hücresine gelerek formül satırına “=BD(Oran;Dönem_sayıısı; Devresel_ödeme)” şeklinde formül tanımlanır. Bu aşamada girilecek dönem (devre) sayısı, anüitenin “geciktirme devre sayısı + ödemi devre sayısı” olmalıdır. (Örnek 5.11 için $48+24 = 72$) Örnek 5.11 için bu giriş “=BD(0,009;72;500)” şeklinde olmalıdır. Enter tuşuna basılarak sonuç A1 hücresinde görüntülenir. (26.410,59) (Bkz. Resim 5.10.)

Resim 5.9

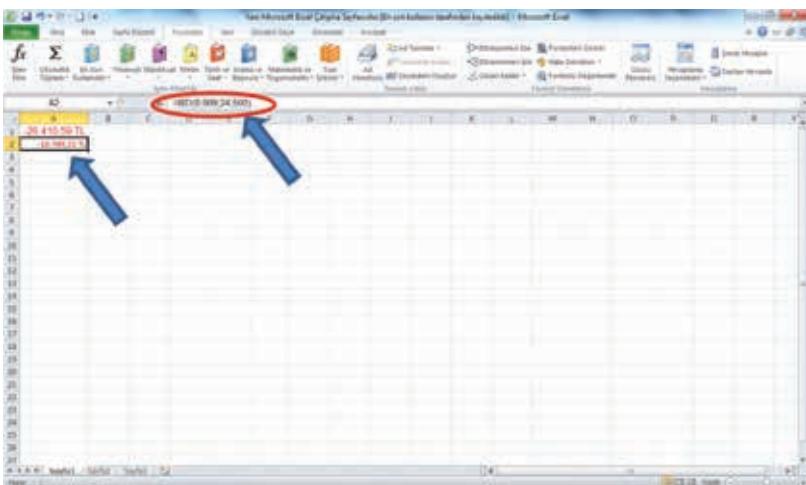
Excel'de Örnek 5.11'nin Çözüm Sayfası - 1 Nolu Pencere



2. Adım: A2 hücresine ya da A2 hücresine gelerek formül satırına “=BD(Oran;Dönem_sayıısı; Devresel_ödeme)” şeklinde formül tanımlanır. Bu aşamada girilecek dönem (devre) sayısı, anüitenin “geciktirme devre sayısı” olmalıdır. (Örnek 5.11 için 24). Örnek 5.12.

İçin bu giriş “=BD (0,009;24;500)” şeklinde olmalıdır. Enter tuşuna basılarak sonuç A2 hücrende görüntülenir. (10.749,21) (Bkz. Resim 5.11.)

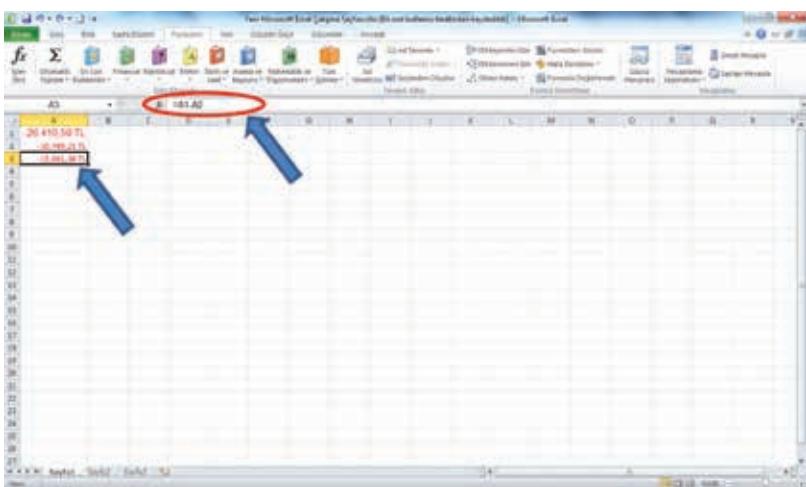
Resim 5.10



Excelde Örnek
5.11'nin Çözüm
Sayfası - 2 Nolu
Pencere

3. Adım: A3 hücrene ya da A3 hücrene gelerek formül satırına “=A1-A2” şeklinde formül tanımlanır. Enter tuşuna basarak A3 hücrende geciktirilmiş anüitenin bugünkü değeri görüntülenir (Bkz. Resim 5.12). Görüldüğü gibi sonuç formül kullanarak bulunan sonucun aynısıdır.

Resim 5.11



Excelde Örnek
5.11'nin Çözüm
Sayfası - 3 Nolu
Pencere

Örnek 5.12: Bir buzdolabı almak isteyen bir şahsa peşin ₺2.000 ve 4 ay ödemeler 12 ay ₺200'lik taksitlerle ödeme şeklinde iki alternatif sunulmuştur. Aylık faiz oranı %1 ise hangi alternatif daha avantajlıdır?

Çözüm:

4 ay ödemeler 12 ay geciktirilmiş anüitenin bugünkü değeri bulunup peşin fiyat ile karşılaştırılarak karar verilmelidir.

$$a = 200$$

$$i = 0,01 (\%1)$$

$$q = 1,01 (1+0,01)$$

$$n = 12$$

$$g = 4$$

$$R_g = ?$$

$$R_g = 200 * \frac{1,01^{12} - 1}{1,01^{12+4} * 0,01}$$

$$R_g = \text{₺}2.163$$

Göründüğü gibi taksitle alma alternatifinde taksitlerin bugünkü değeri ₺2.163 iken peşin satış fiyatı ₺2.000 olduğundan peşin almak ₺163 daha avantajlıdır.

SIRA SİZDE

5

Örnek 5.12'de taksitle almanın avantajlı olması için taksit tutarı en fazla kaç ₺ olmalıdır.

DAİMİ ANÜİTELERDE BUGÜNKÜ DEĞER

Devamlı anüite ya da sürekli anüite de denilen daimi anüiteler, ödemeleri belirli bir tarihte başlayan, ancak belirsiz bir geleceğe kadar ya da sonsuza kadar devam eden anüitelerdir. İmtiyazlı hisse senedi kar payları (şirketin iflas etmeyeceği varsayımla), bir aradan alınan kira, bankaya yatırılan bir paradan sürekli belli bir getiri olarak alınan eşit ödemeler, nadiren de olsa örnekleri bulunan sonsuz vadeli tahvillere yapılan faiz ödemeleri, bu anüite türüne örnek olarak gösterilebilir. Daimi anüitelerde ödemeler devre başında ya da devre sonunda olabilir.

Ödemelerin devre başında olması durumunda daimi anüite formülü peşin anüitede bugünkü değer formülünde "n" yerine "∞" konularak şu şekilde oluşur:

$$R_g = a * q \frac{q^n - 1}{q^n * (q - 1)} \text{ formülü iki çarpan halinde}$$

$$R = \frac{a * q}{q - 1} * \frac{q^n - 1}{q^n} \text{ yazılabilir. İkinci çarpan}$$

$$\left(\frac{q^n}{q^n} - \frac{1}{q^n} \right) \text{ şeklinde yazılabilir.}$$

$$\frac{q^n}{q^n} = 1 \text{ olduğuna göre ilk formül şu hale gelecektir:}$$

$$R = \frac{a * q}{q - 1} * \left(1 - \frac{1}{q^n} \right) \text{ olur. "n = ∞" olduğunda;}$$

$$R = \frac{a * q}{q - 1} * \left(1 - \frac{1}{q^\infty} \right) \text{ elde edilir. Bir sayının "∞"a bölümü sıfır olduğundan, } \frac{1}{q^\infty} = 0 \text{ koyarak,}$$

$$R_\infty = \frac{a * q}{q - 1} \text{ elde edilir. "q" terimi açık olarak yazılırsa formül } R_\infty = \frac{a(1+i)}{i} \text{ halini alır.}$$

Örnek 5.13: Emekli ikramiyesi olan ₺300.000'yi, yıllık %18 faiz veren bir bankaya yattıran bir şahıs, her ayın başında hangi taksitleri faiz olarak bankadan alabilecektir?

Cözüm:

$$R_{\infty} = \text{₺}300.000$$

$$i = 0,015 (0,18/12)$$

$$a = ?$$

$$R_{\infty} = \frac{a(1+i)}{i}$$

$$300.000 = \frac{a(1+0,015)}{0,015}$$

$$a = \text{₺}4.433,50$$

Daimi anüite formülü, imtiyazlı hisse senedi ve gayrimenkul gibi sürekli ve periyodik olarak belirli bir getiriyi sağlaması beklenen yatırımların değerinin belirlenmesinde de kullanılır. Bu durumda gelecekte sağlanacak periyodik eşit getiriler anüite taksitleri olurken, anüittenin bugünkü değeri de yatırımin değerini verir. Faiz ya da iskonto oranı olarak ise yatırım- dan bir devre için beklenen getiri oranı kullanılır.



DİKKAT

Örnek 5.14: Yıllık ₺25.000 kira getirişi olması beklenen bir arsanın, bu arsayı alarak yılda %22 getiri elde etmeyi bekleyen bir yatırımcı için değeri ne olur?

Cözüm:

Kira getirişi olduğundan devre başı ödemeli anüite varsayılar.

$$a = 25.000$$

$$i = 0,22$$

$$R_{\infty} = ?$$

$$R_{\infty} = \frac{a(1+i)}{i}$$

$$R_{\infty} = \frac{25000(1+0,22)}{0,22}$$

$$R_{\infty} = \text{₺}138.636,36$$

Daimi anüitenin devre sonu ödemeli olması durumunda ise bir dönemlik faiz farkı olduğundan formül şu şekilde oluşacaktır:

$$R_{\infty} = \frac{a}{q-1} \text{ veya } R_{\infty} = \frac{a}{i}$$

Örnek 5.15: Her yılın sonunda ₺12.500 almayı düşünen bir kimse, %11 faiz veren bir bankaya bugün kaç ₺ yatırmalıdır?

Cözüm:

$$a = \text{₺}12.500.$$

$$i = 0,11$$

$$R = ?$$

$$R = \frac{a}{i} = \frac{12.500}{0,11}$$

$$R = \text{₺}113.636,36.$$

Daha fazla çözümlü ve çözümsüz örnek için *Yararlanılan Kaynaklar* bölümündeki kitaplara bakabilirsiniz.



KİTAP

Özet

Günlük ve ticari hayatı, peşin ve taksitli fiyatını bilinen bir ürünün hangi şekilde alınmasının daha avantajlı olduğu, gelecekte belli sayıda devrede taksitler elde edilebilmesi için dönem başında tek seferde hangi tutarın yatırılması gerektiği ve bunun gibi pek çok soruya anüitenin bugünkü değeri hesaplaması ile cevap verilir.

n devrelik eşit ödemeleri $\neq 1$ olan anüitenin bugünkü değeri olmak üzere her bir ödememin başlangıç tarihine indirgenip (iskontolanıp) toplanması ile şu şekilde bulunacaktır:

$$R = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-2}} + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}$$

Formülde gerekli matematiksel kısaltmalar ve düzenlemeler yapıldığında anüitenin bugünkü değeri formülü nihai olarak şu hali almaktadır:

$$R = a \frac{q^n - 1}{q^n i} \text{ ya da "q" açık haliyle yazılırsa;}$$

$$a \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i} \text{ şeklini alır.}$$

Her devrenin ödemesinin normal anüitede olduğu gibi o devrenin sonunda değil de başında yapıldığı anüitelere peşin anüite deniği daha önce ifade edilmiştir. Peşin anüitelere en tipik örnekler sigorta prim ödemeleri, memur maaşları ve gayrimenkul kiralardır.

Peşin anüite formülü normal anüitede bugünkü değer formülüne göre bir devrelik faiz farkını yansıtan küçük bir değişiklikle şu hali alır:

$$R = a * q \frac{q^n - 1}{q^n * i}$$

Geciktirilmiş anüitelere ilk ödeme ilk faiz devresinin bitiminden belli sayıda devre daha sonra herhangi bir zamanda yapılan anüitelere. Örneğin borç alan bir kişinin borç geri ödemelerine borçlandığı tarihten belli sayıda devre (örneğin 3 yıl) sonra başlaması durumunda ödemeler serisi bir geciktirilmiş anüite olacaktır.

Normal anüitede kullanılan formülden hareketle geciktirilmiş anüitenin bugünkü değer eşitliği şu şekilde yazılabilir:

$$R_g = a * \frac{q^n - 1}{q^{n+g} * i}$$

Daimi anüitelere, ödemeleri belirli bir tarihte başlayan ancak belirsiz bir geleceğe kadar ya da sonsuza kadar devam eden anüitelere. İmtiyazlı hisse senedi kar payları (şirketin iflas etmeyeceği varsayımlıyla), bir arсадan alınan kira, bankaya yatırılan bir paradan sürekli belli bir getiri olarak alınan eşit ödemeler, nadiren de olsa örnekleri bulunan sonsuz vadeli tahvillere yapılan faiz ödemeleri bu anüite türüne örnek olarak gösterilebilir.

Daimi anüielerde ödemeler devre başında ya da devre sonunda olabilir.

Ödemelerin devre başında olması durumunda daimi anüite formülü peşin anüitede bugünkü değer formülünde n yerine ∞ konulduğunda şu şekilde oluşur:

$$R_\infty = \frac{a * q}{q - 1} q \text{ terimi açık olarak yazılırsa formül}$$

$$R_\infty = \frac{a(1+i)}{i} \text{ halini alır.}$$

Daimi anüitenin devre sonu ödemeli olması durumunda ise bir dönemlik faiz farkı olduğundan formül şu şekilde oluşacaktır:

$$R_\infty = \frac{a}{q - 1} \text{ veya } R_\infty = \frac{a}{i}$$

Kendimizi Sınayalım

- 1.** Bir makine 4 yıl boyunca her ay sonunda ödenecek $\text{₺}720$ taksitle alınmıştır. Yıllık faiz oranı $\%15$ olduğuna göre, bu makinenin bugünkü değeri nedir?
- 25.871
 - 26.234
 - 27.008
 - 27.909
 - 28.322
- 2.** Yıllık faiz oranı $\%12$ ise, 2 yıl 8 ay süreyle her ay $\text{₺}1345$ elde edebilmek için bugün kaç ₺ yatırılmalıdır?
- 32.980
 - 34.342
 - 36.678
 - 38.922
 - 39.991
- 3.** Peşin fiyatı $\text{₺}2200$ olan bir bilgisayar vadeli alınırsa satıcı aylık $\%1,3$ vade farkı koymaktadır. Bilgisayarı 24 ay taksitle alırsanız ödeyeceğiniz aylık taksitler ne olur?
- 82
 - 88
 - 93
 - 98
 - 107
- 4.** $\text{₺}45.000$ 'lik bir araç için aylık $\%1,85$ faiz oranı ile bankadan kredi çeken bir şahıs 36 ay boyunca hangi taksitleri öder?
- 1.453
 - 1.723
 - 1.789
 - 1.867
 - 1.881
- 5.** Bir yıllık kira olarak peşin $\text{₺}8200$ ödenen bir dairenin kiraları aylık olarak ödenseydi aylık $\%1,5$ faizden her ay başında kaç ₺ ödenmesi gerekiirdi?
- 632
 - 678
 - 714
 - 741
 - 789
- 6.** Aylık $\%1,1$ faiz oranı ile alınan $\text{₺}180.000$ kredinin geri ödemeleri devre başlarında ve 120 ayda yapılrsa aylık ödemeler kaç ₺ olur?
- 2.679
 - 2.668
 - 2.709
 - 2.789
 - 2.903
- 7.** 5 yıl sonra başlamak üzere 20 yıl boyunca her yıl başında $\text{₺}11.000$ tahsil edebilmek için bugün yatırılması gereken miktar nedir? Yıllık faiz oranı $\%13$
- 40.668
 - 41.122
 - 41.940
 - 42.208
 - 42.963
- 8.** Bugün 45 yaşında olan bir şahıs 55 yaşından itibaren 20 yıl süreyle her üç ayın sonunda $\text{₺}7.500$ 'lik taksitleri tahsil edebilmek için bugün bankaya kaç ₺ yatırmalıdır? Üç aylık faiz oranı $\%4$.
- 39.997
 - 39.200
 - 38.901
 - 37.963
 - 37.360
- 9.** Her ayın başında $\text{₺}1200$ kira geliri sağlama beklenen bir evin aylık $\%1,5$ getiri sağlama isteniyorsa evin bugünkü değeri nedir?
- 80.900
 - 81.200
 - 82.300
 - 83.400
 - 85.300
- 10.** Yıllık $\%20$ getiri sağlama istenen ve her yıl sonunda $\text{₺}5$ karpayı ödemesi beklenen imtiyazlı hisse senedinin bugünkü değeri ne olur?
- 1
 - 10
 - 20
 - 25
 - 50

Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı

1. a Yanınız yanlış ise "Normal Anüitelerde Bugünkü Değer" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. c Yanınız yanlış ise "Normal Anüitelerde Bugünkü Değer" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
3. e Yanınız yanlış ise "Normal Anüitelerde Bugünkü Değer" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
4. b Yanınız yanlış ise "Normal Anüitelerde Bugünkü Değer" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
5. d Yanınız yanlış ise "Peşin Anüitelerde Bugünkü Değer" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
6. a Yanınız yanlış ise "Peşin Anüitelerde Bugünkü Değer" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
7. c Yanınız yanlış ise "Geciktirilmiş Anüitelerde Bugünkü Değer" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
8. e Yanınız yanlış ise "Geciktirilmiş Anüitelerde Bugünkü Değer" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
9. b Yanınız yanlış ise "Daimi Anüitelerde Bugünkü Değer" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
10. d Yanınız yanlış ise "Daimi Anüitelerde Bugünkü Değer" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

Daha önceki örneklerden ve sıra sizden sorularından olduğu gibi anüite formülüne baktığımızda da çıkarabileceğimiz üzere taksitler hangi oranda azalırsa anüitenin değeri de o oranda azalır. Dolayısıyla anüitenin değeri de yarıya düşerek yaklaşık ₺22.950 olacaktır.

Sıra Sizde 2

Hangi alternatifin daha avantajlı olduğunu görmeyen bir başka yolu da, makineyi taksitle alıp satıcıya taksit ödemek yerine bankadan kredi çekip peşin alarak bankaya taksitler ödemek durumunda ödenecek taksitlerin daha düşük olup olmadığını tespit etmektir. Bu soru için bankadan peşin satışı fiyatı kadar kredi çekildiğinde hangi taksitlerin ödeneceği şu şekilde bulunur:

$$R = 45.285$$

$$i = \% 1,3 (0,013)$$

$$q = 1,013 (1 + 0,013)$$

$$n = 12$$

$$a = ?$$

$$R = a * \frac{q^n - 1}{q^n * i}$$

$$45285 = a * \frac{1,013^{12} - 1}{1,013^{12} * 0,013}$$

$$a = ₺4.100$$

Gördüğü gibi bankadan kredi alınıp makine peşin alınırsa ödenecek taksitler daha yüksek olmaktadır. O nedenle makineyi bankadan kredi çekip peşin almak değil, doğrudan satıcıdan taksitle almak daha avantajlıdır. Sonuç bu yaklaşımla bekendiği gibi aynı yönde çıkmıştır.

Sıra Sizde 3

Tablo yardımıyla bulunan anüitenin bugünkü değerine bir devre faiz yürütülürse peşin anüitenin bugünkü değeri bulunmuş olur. Dolayısıyla normal anüite tablosundan yararlanarak normal anüitede bugünkü değer bulunur ve bu değere bir devrelük faiz eklenirse peşin anüitenin bugünkü değeri bulunmuş olacaktır. Örnek 5.6, Örnek 5.1'de normal anüite olarak verilen problemin peşin anüiteye dönüştürülmüş haliidir. Örnek 5.1'de normal anüitenin sonucu tablodan yararlanarak ₺131,2 bulunmuştur. Şimdi bu değere bir devre faiz yürüterek peşin anüitenin sonucu bulunabilir.

$$R = 131,22 * (1+0,07) = 140,38$$

Gördüğü gibi tablodaki yuvarlamadan kaynaklanan küçük fark dışında aynı sonuç bulunmuştur. Dolayısıyla peşin anüite çözümünde de normal anüite tablosundan yararlanılabilir.

Sıra Sizde 4

Örnek 5.9'un geciktirilmiş anüite yaklaşımı ile çözümü şu şekildedir:

$$a = ₺2.500$$

$$n = 20(5x4)$$

$$g = 32 (8x4)$$

$$i = \% 2,5 (0,10 / 4 = 0,025)$$

$$q = 1,025 (1 + 0,025)$$

$$R = ?$$

$$R = a * q \frac{q^n - 1}{q^{n+g} * i}$$

$$R = 2500 * 1,025 \frac{1,025^{20} - 1}{1,025^{20+32} * 0,025}$$

$$R = ₺18.127$$

Gördüğü gibi geciktirilmiş anüite mantığıyla yaklaşıldığından da aynı sonuç bulunmaktadır.

Yararlanılan Kaynaklar

Sıra Sizde 5

Soru taksitli ödeme planını oluşturan geciktirilmiş anüitenin bugünkü değerini peşin fiyatla eşitleyen taksit tutarı bulunarak çözülmelidir. Bulunacak bu tutarın üstündeki taksit tutarlarında peşin almak; altındaki taksit tutarlarında ise taksitle almak daha avantajlı olacaktır.

$$R_g = 2.000$$

$$i = 0,01$$

$$q = 1,01 (1+0,01)$$

$$n = 12$$

$$g = 4$$

$$a = ?$$

$$R_g = a * \frac{q^n - 1}{q^{n+g} * i}$$

$$2000 = a * \frac{1,01^{12} - 1}{1,01^{12+4} * 0,01}$$

$$a = \text{₺}184,91$$

Bu tutarın üzerindeki her taksitte peşin almak avantajlidir.

Aydın, Nurhan (2009). **Finans Matematiği**, Detay Yayıncılık, 1. Baskı, Ankara.

Başkaya, Zehra (1998). **Finans Matematiği**, Ekin Kitabevi, Bursa.

Coşkun, Metin (2011). **Excel ile Finans**, Detay Yayıncılık, Ankara.

Day, Alastair L.(2005). **Mastering Financial Mathematics in Microsoft Excel**, Prentice Hall, ABD.

Uzunoğlu, Sadi (2006). **Finans Matematiği Çalışma Kitabı**, Literatür, İstanbul.

Zima, Petr., Robert L. Brown (1996). **Mathematics of Finance**, McGraw-Hill, ABD.

6

Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Her devre faizin, vade sonunda anaparanın ödendiği borçlanmalar ile ilgili hesaplamaları yapabilecek,
 - 🕒 Anapara ve faizin vade sonunda bir defada ödendiği borçlanmalar ile ilgili hesaplamaları yapabilecek,
 - 🕒 Eşit taksitlerle ödenen borçlanmalar ile ilgili hesaplamaları yapabilecek,
 - 🕒 Son taksit dışında diğer taksitlerin eşit olarak ödendiği borçlanmalar ile ilgili hesaplamaları yapabilecek,
 - 🕒 Eşit anapara paylı olarak ödenen borçlanmalar ile ilgili hesaplamaları yapabilecek,
 - 🕒 Ödeme fonu oluşturarak ödenen borçlanmalar ile ilgili hesaplamaları yapabilecek bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Faiz
- Taksit
- İtfa
- Amortisman
- Amortisman Şeması
- Anüite
- Ödeme Fonu

İçindekiler

Finans Matematiği

Borç Ödemeleri

- Giriş
- HER DEVRE FAİZİN VADE SONUDA ANAPARANIN BİR DEFADA ÖDENDİĞİ BORÇLANMALAR
- ANAPARA VE FAİZİN VADE SONUNDA BİR DEFADA ÖDENDİĞİ BORÇLANMALAR
- EŞİT TAKSİTLERLE ÖDENEN BORÇLANMALAR
- SON TAKSİT DIŞINDA EŞİT TAKSİTLERLE ÖDENEN BORÇLANMALAR
- EŞİT ANAPARA PAYLI OLARAK ÖDENEN BORÇLANMALAR
- ÖDEME FONU OLUŞTURARAK ÖDENEN BORÇLANMALAR

Borç Ödemeleri

GİRİŞ

Anütitelerin en önemli uygulama alanlarından birisi borç geri ödemeleridir. Borçların belli bir ödeme planı içerisinde geri ödenmesine teknik olarak **borç iftası** ya da **borç amortismanı** denilmektedir. Borç geri ödemelerinde anüite hesaplamaları ile borç taksitleri, kalan borç, kalan anapara, belli bir dönemde ödenen anapara ve/veya faiz ve buna benzer pek çok hesaplama yapılmaktadır. Burada konu edilen borç, genellikle uzun vadeli borçlardır. Uzun vadeli borçlar ise, normal olarak uzun vadeli senetlerle ya da vadeleri bir yılı aşan tahvillerle elde edilir. Uzun vadeli borçlanmaların özellikle büyük miktarlarda olanları çok sayıda kişi ve kurumlardan sağlanır ve genellikle taksitlerle geri ödenir. Tahvilli borçlanmalar, kadem tazminatı ödemeleri gibi dönem sonunda toplu bir ödeme yapılması gerekiğinde bu tip ödemeler işletmeleri zorlayabilir. Bu durumda çoğu zaman işletmeler ödemeyi rahatlıkla yapabilmek için her dönem belirli miktarlardaki taksitleri bir hesaba yatıracak **ödeme fonu** oluştururlar. Burada belirli bir faiz oranı üzerinden borcun vadesine kadar her dönem (sonunda ya da başında) kaç lira yatırılmalıdır ki borcun tutarı kadar para birikmiş olsun sorusuna, başta anüite olmak üzere şu ana kadar öğrendiğimiz hesaplama teknikleriyle cevap aranır.

Toplu olarak devre başında alınan bir borcun taksitlerle amortismanında da taksitler çoğu zaman eşit aralıklarla ve eşit miktarlarda olur; yani tipik bir normal anüite görünümü sergiler. Bununla birlikte sabit zaman aralıklı ve eşit miktarlı ödemeleri olmayan, çok değişik borçlanmalar da yapılabilir. Sabit olmayan aralarla ve eşit olmayan miktarlarla yapılan borç amortismanı için tek bir formül ile çözüm geliştirmek mümkün olmamaktadır. Bu tür ödeme biçimlerinde her taksit için ya da benzer özellik gösteren her bir ara dönem için ayrı ayrı hesaplamalar yapmak gereklidir. Uzun vadeli borçların geri ödenmesi genellikle eşit aralıklarla ve eşit taksitlerle olduğu için burada genellikle bu türde borç geri ödemeleri temel alınacaktır.

HER DEVRE FAİZİN, VADE SONUNDA ANAPARANIN BİR DEFADA ÖDENDİĞİ BORÇLANMALAR

Bu tip borç geri ödemelerinde borçlu her devre sonunda sadece tahakkuk eden devre faizini öder. Böylece anapara her devrenin sonunda sabit kalır. Borç vadesinin bitiminde de anapara aynen başlangıçta alınan tutar kadar geri ödenerken borç tamamen amorti edilmiş olur. Faizler devrelerin sonunda ödeneceğinden son devrenin sonunda anapara tutarı ödenirken, son devrenin faizi de ödeneceğinden *anapara + bir devrelilik faiz* kadar bir ödeme yapılacaktır. Bu tip geri ödeme anapara ödemesi sırasında borçluya büyük tutarlı

ödeme nedeniyle sıkıntıya sokabileceğinden dikkatli kullanılmalı ya da dönem sonundaki anapara ödemesinin rahatça gerçekleştirilebilmesi için bu ünitenin devamında açıklanacak olan ödeme fonu oluşturma yoluna gidilmelidir.

Her devre sonunda ödenecek birer devrelük faiz tutarları basit faiz yaklaşımıyla kolayca şu şekilde hesaplanacaktır:

$$I = P * i$$

Eşitlikte;

I = Faiz tutarı

P = Borç anaparası

i = Devre faiz oranını ifade etmektedir.

Her devre faizlerin ödenip anapara sabit kaldığından, bütün vade boyunca ödenecek toplam faiz tutarı bulunmak istenirse basit faiz yaklaşımıyla şu şekilde hesaplama yapılır:

$$I \text{ (toplam)} = P * i * n$$

n = Devre sayısı

Borç karşılığından anapara ve faiz ödemesi olarak toplam ödenecek miktar bilinmek istenirse gene basit faiz yaklaşımından hatırlanacağı üzere şu şekilde hesaplanacaktır:

$$S = P + (P * i * n)$$

$$S = P (1 + i * n)$$

Burada S simbolü; borç için yapılacak toplam ödemeleri (anapara + faizler) göstermektedir.

DİKKAT



Daha önce basit faiz konusunda süre t , faiz oranı r ile; bileşik faizde devre sayısı n , faiz oranı i ile gösterilmiştir. Anaparanın devre sonunda tek seferde ödenmesi dışındaki durumlarda bileşik faiz yaklaşımı kullanılacağından, bu başlıkta basit faiz yaklaşımı uygulanmasına rağmen borç amortismanı konusunda bütünlük olması açısından burada da t ve r sembollerini yerine i ve n sembollerini kullanılmıştır.

Örnek 6.1: Bir işletme almış olduğu ₺220.000 'lik bir borçla ilgili olarak 4 yıl boyunca sadece faizini, 4. yılın sonunda da borcun anaparasını ödeyecektir. Yıllık faiz oranı %16 ise;

- Her yıl ödenecek taksitleri,
- Son devrede ödenecek tutarı
- Yapılacak toplam ödemeyi bulunuz.

Çözüm:

$$P = 220.000$$

$$n = 4$$

$$i = \%16$$

$$\begin{aligned} a. \quad I &= P * i = 220.000 * 0,16 \\ &= ₺35.200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b. \quad \text{Son devre ödemesi} &= \text{anapara} + \text{son devrenin faizi} \\ &= 220.000 + 35.200 = 255.200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c. \quad S &= P (1 + i * n) \\ &= 220.000 (1 + 0,16 * 4) = 360.800 \end{aligned}$$

Örnek 6.1'de toplam ne kadar faiz ödendiğini siz bulunuz.



SIRA SİZDE

Yukarıdaki sorunun çözümü amortisman şemasında aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

Yıllar	Borç Miktarı (Kalan)	Faiz Ödemesi	Anapara Ödemesi	Kalan Borç	Taksitler (faiz ödemesi + anapara ödemesi)
1	220.000	35.200	–	220.000	35.200
2	220.000	35.200	–	220.000	35.200
3	220.000	35.200	–	220.000	35.200
4	220.000	35.200	–	220.000	35.200
5	220.000	35.200	220.000	0	255.200
TOPLAM		140.800	220.000		360.800

Tablo 6.1

Tipik bir tahvilli borcun geri ödenmesi de çoğunlukla bu şekilde olur. Yani vade boyunca her devre sonunda (genellikle altı ayda ya da yilda bir) faizler ödenirken vade sonunda ise anapara (tahvilin nominal değeri) bir defada itfa edilir. Bu nedenle tahvilli borcun ödenmesi de bu kapsamda örneklenirilebilir. Aşağıda tipik bir tahvilli borcun bu kapsamında çözüldüğü bir örnek verilmektedir.

Tipik bir tahvil yukarıda ifade edildiği şekilde itfa edilirken, bunun dışındaki şekillerde tahvil ihracı mümkündür. Örneğin vadesinden önce itfa edilebilen tahviller, hisse senedine dönüştürülebilir tahviller, faiz (kupon) ödemesi olmayıp vade sonunda anapara ve tahakkuk eden faizin toptan tek seferde ödendiği (sıfır kuponlu) tahviller gibi pek çok farklı tahvil türü bulunmaktadır. Ancak en çok rastlanan tipik tahvil yukarıda ifade edilen şekilde itfa edilen tahvildir. Bu nedenle burada bu tahvil türü üzerinde durulmaktadır.



DİKKAT

Örnek 6.2: Bir işletme yapacağı bir yatırım için 8 yıl vadeli ₺460.000 tutarlı (₺1.000 nominal değerli 460 adet) tahvil çıkarmıştır. Faizler altı aylık devreler halinde her devre sonunda, anapara ise vade sonunda tek seferde ödenecektir. Tahvilin yıllık faiz oranı % 12 olduğuna göre;

- Her altı ayda bir ödenecek faiz tutarını,
- Ödenecek toplam faiz tutarını bulunuz.

Cözüm:

$$P = 460.000$$

$$n = 8 * 2 = 16 \text{ (sure 8 yıl ve devre altı ay olduğundan her yılda iki devre)}$$

$$i = 0,12 / 2 = 0,06 \text{ (%12 yıllık faiz oranı ve devre altı ay olduğundan)}$$

$$\begin{aligned} a. \quad I &= P * i \\ &= 460.000 * 0,06 = 27.600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b. \quad I \text{ (toplam)} &= P * i * n \\ I &= 460.000 * 0,06 * 16 = 441.600 \end{aligned}$$

ANAPARA VE FAİZİN VADE SONUNDA BİR DEFADA ÖDENDİĞİ BORÇLANMALAR

Bu tür borç geri ödemelerinde; vade boyunca faiz ve anapara için bir ödeme yapılmamakta, vade bitiminde tüm vade boyunca tahakkuk eden faiz anaparayla birlikte tek seferde ödenmektedir. Özellikle uzun vadeli ve yüksek tutarlı borçlarda bu itfa planı yukarıdaki

seçenekten daha çok zorlayıcı olacağından işletmelerin bu tür bir itfa planı ile borçlanırken mutlaka iyi bir geri ödeme planı yapması ve/veya bir ödenim fonu oluşturması gereklidir.

Bu tür borçlanmalarda devrelerde faiz ödemeleri olmadığından devre sonundaki toplam ödenecek tutar bileşik faiz yaklaşımıyla hesaplanacaktır. Dolayısıyla vade sonunda ödenecek anapara ve faiz toplamı şu şekilde hesaplanacaktır:

$$S = P (1 + i)^n$$

Örnek 6.3: Bir işletme 3 yıl vadeli ₺98.000 borcu vade sonunda tek seferde ödeyecektir. Faiz oranı % 14,2 olduğuna göre vade sonunda ödenecek tutar nedir?

Çözüm:

$$P = 98.000$$

$$n = 3$$

$$i = 0,142$$

$$S = ?$$

$$S = 98.000 (1+0,142)^3$$

$$S = 145.957$$

EŞİT TAKSİTLERLE ÖDENEN BORÇLANMALAR

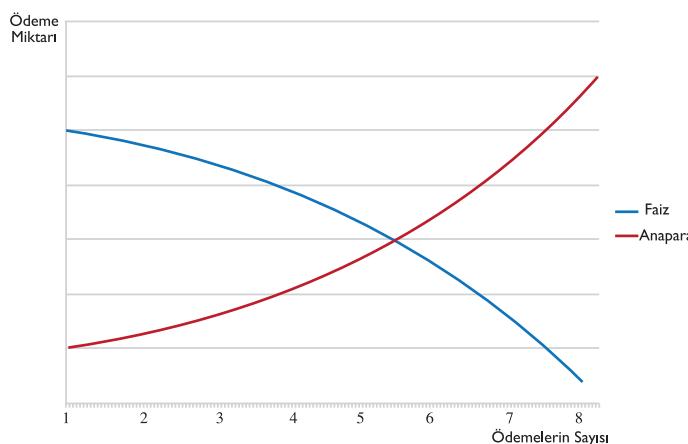
Bir borcun eşit taksitlerle ödenmesi sıkılıkla karşılaşılan bir durumdur. Borcun vade sonunda tek seferde ödenmesi yerine eşit taksitlerle ödenmesi, borçlunun da borcu itfa etmesini kolaylaştırır. Çünkü bu durumda borçluyu sıkıntıya sokabilecek toplu bir ödeme yoktur.

Borcun eşit taksitlerle ödenmesi farklı şekillerde olabilir. Eşit taksitlerin ödenmesi ne borcun alındığı devrenin sonunda başlanabilir. Bu durum normal bir anüiteye örnek teşkil eder. Eşit taksitler borcun alındığı devrenin başında da başlayabilir; yani ilk taksit borçlanmanın yapıldığı anda ödenebilir. Bu durumda hesaplama peşin anüite yaklaşımıyla yapılır. Bir başka durum ise eşit taksitlerin borcun alındığı tarihten daha sonraki bir tarihte başlamasıdır. Bu tür borç amortismanında da geciktirilmiş anüite hesaplamalarından faydalıdır.

Bir borcun eşit taksitlerle ödenmesinde her taksit belli oranda faiz ve belli oranda anapara ödemesi içerir. Dolayısıyla her taksitten sonra anaparadan kalan borç azalır. Bu da bir sonraki devrenin faizinin azalması, dolayısıyla ödenen taksitte faiz ödemesinin payı azalırken anapara ödemesinin payının artması anlamına gelir. Bu döngü içinde anaparadan kalan borç her taksitte azalarak son taksitte tamamen kapanmış olur. Aşağıdaki şekil 8 ödemelik bir amortisman örneği üzerinden bu durumu görsel bir şekilde açıklamaktadır.

Sekil 6.1

Borcun Eşit Taksitlerle
Ödenmesinde
Amortisman Süreci



Göründüğü gibi ilk taksitlerde ödemelerin büyük bir oranı faize giderken, bu pay zaman içinde azalmaktadır. Son ödemeye doğru yaklaştıkça ise her taksitten borç anaparalarının ödenmesine ayrılan pay gittikçe artmaktadır.

$a_n = n$ 'inci devreye ait anaparadan ödeme

$I_n = n$ 'inci devreye ait faiz ödemesi,

$a =$ her devre ödenen eşit taksitler olursa;

$$a = a_1 + I_1 = a_2 + I_2 = \dots = a_n + I_n$$

Dolayısıyla;

$$I_1 > I_2 > \dots > I_n$$

$$a_1 < a_2 < \dots < a_n$$

$$I_1 - I_2 = a_2 - a_1;$$

$$I_2 - I_3 = a_3 - a_2; \dots$$

Periyodik Ödemelerin (Eşit Taksitlerin) Hesaplanması

Periyodik ödemelerin hesaplanması ödemelerin devre başında, devre sonunda ya da geciktirilmiş olarak yapılmasına göre uygun anüite formülü ile yapılacaktır. Örneğin taksitler devre sonunda ödeniyorsa normal anüite formülü kullanılacaktır.

Örnek 6.4: Bir işletme ₺1.200.000'lik kredi kullanacaktır. Yıllık faiz oranı %15 olduğuna ve kredi 10 yilda geri ödeneceğine göre aylık ödemeler ne kadar olacaktır?

Cözüm:

$$R = ₺1.200.000$$

$$n = 120 \text{ (} 10 \times 12 \text{)}$$

$$i = 0,0125 \text{ (} 0,15/12 \text{)}$$

$$q = 1,0125 \text{ (} 1+0,0125 \text{)}$$

$$a = ?$$

$$R = a * \frac{q^n - 1}{q^n (q - 1)}$$

$$1.200.000 = a * \frac{1,0125^{120} - 1}{1,0125^{120} * 0,0125}$$

$$a = ₺19.360$$

Örnek 6.4'ün Finansal Hesaplayıcı Bilgisayar Programı ile Çözümü:

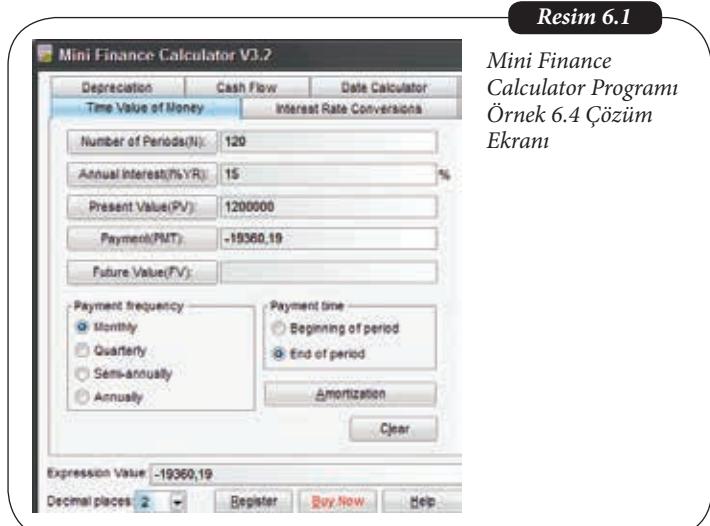
1. Adım: Time Value of Money (Paranın Zaman Değeri) sekmesi açılır.

2. Adım: Number of Periods (devre sayısı) girilir. Örnek 6.4 için 120.

3. Adım: Annual Interest Rate (Yıllık Faiz Oranı) alanına yıllık faiz oranı verilmişse doğrudan girilir. Örnek 6.4. için 15.

4. Adım: Present Value (Bugünkü değer) alanına, soruda verilen anüitenin bugünkü değeri girilir. (1200000) (Bu soru şimdiki değer hesaplaması olduğu için Future Value (Gelecek Değer) alanı boş bırakılır.) (Soruda bulmak istediğimiz değişken Payment (Ödemeler-Taksitler) olduğu için bu alan bu aşamada boş bırakılır.)

5. Adım: Payment Frequency (taksit ödeme sıklığı) bölümünde, taksitler aylıksa "monthly", üç aylıksa "quarterly", altı aylıksa "semi-annually" ve yıllıksa "annually" seçeneği seçilir. (Örnek 6.4 için "monthly")



Resim 6.1

Mini Finance
Calculator Programı
Örnek 6.4 Çözüm
Ekranı

6. Adım: Payment Time (Ödeme zamanı) bölümünde, devre sonu ödemeli normal anüite ise “end of period (devre sonu)”; devre başı ödemeli peşin anüite ise “beginning of period (devre başı)” seçeneği işaretlenir. (Örnek 6.4 için “end of period”)

7. Adım: Bulmak istediğimiz *Payment (Ödemeler-Taksitler)* tuşuna basılarak sonuç görüntülenir. Resim 6.1’de de görüleceği üzere sonuç aritmetik çözümde olduğu gibi 19.360 olarak bulunmuştur.

Kalan Borç Miktarının Bulunması

Bir borcun vadesinden önceki belirli bir tarihte kalan tutarının bilinmesine hem borç alanlar hem de borç verenler zaman zaman ihtiyaç duyarlar. Bunun en önemli sebepleri arasında borç kapatılmadan yapılması gereken muhasebe işlemleri ile borcun başlangıçta belirlenen vadeden önce kapatılması durumunda ödenecek miktarın bilinmek istenmesi yer alır.

Kalan borç miktarı tüm taksitlerin eşit olması ve son taksit dışındaki taksitlerin belli bir miktar yuvarlanması ile son taksitin bu yuvarlamaların düzeltilmesi için farklı olması şeklinde iki durum için hesaplanabilir.

Bir borç, devre sonlarında yapılan eşit taksitlerle geri ödeniyorsa, eşit taksitler normal anüite formülünden bulunur. Burada borcun anaparası anüitenin bugünkü değeri olacaktır. Borcun vadesinden önce herhangi bir zaman noktasında kalan borç bulmak istenirse, o tarihten sonra ödenecek taksitlerin bugünkü değeri anüite formülü ile hesaplanarak sonuç elde edilmiş olur. Örneğin 8 eşit taksitte ödenecek borcun miktarından hareketle önce 8 defa ödenecek eşit taksitlerin değeri anüite formülü ile bulunur. Söz gelimi 3. taksitten sonra kalan borç bilinmek istenirse, kalan 5 taksitin bugünkü değeri, anüitenin bugünkü değeri formülü ile hesaplanır. Bulunan sonuç o noktada kalan borç miktarını verir.

Örnek 6.5: Örnek 6.4’de 5 yıl ödeme yapıldıktan sonra kalan borcu bulunuz.

Çözüm:

$$a = \text{₺}19.360$$

$$n = 60 \text{ (5 yıl} \times 12\text{)}$$

$$i = 0,0125(0,15/12)$$

$$q = 1,0125 (1+0,0125)$$

$$R = ?$$

$$R = a * \frac{q^n - 1}{q^n (q - 1)}$$

$$R = 19.360 * \frac{1,0125^{60} - 1}{1,0125^{60} * 0,0125}$$

$$\mathbf{R = 813.790}$$

Belirli bir noktada kalan borcu belirlemek, her bir ödemedede anapara ve faizin payını görmek, borcun zaman içindeki seyrini takip etmek için kullanılabilen önemli bir araç amortisman şemasıdır. Aşağıda amortisman şeması hazırlanarak çözülen bir örnek verilmektedir.

Örnek 6.6: ₺100.000’lik bir borç yıllık %10 faiz oranıyla 8 yılda her yıl sonunda ödenecek taksitlerle ödenecektir. Bu borcun amortismanına ilişkin amortisman şeması hazırlayınız.

Cözüm:

Amortisman şeması hazırlamak için öncelikle eşit taksitlerin hesaplanması gerekir.

$$R = \text{₺}100.000$$

$$n = 8$$

$$i = \%10$$

$$q = 1,10 (1+0,10)$$

$$a = ?$$

$$100.000 = a * \frac{1,10^8 - 1}{1,10^8 * 0,10}$$

$$a = \text{₺}18.744,40$$

(1) Devreler	(2) Devre Başı Kalan Borç (2) – (5)	(3) Devre Faizi (2) * i	(4) Eşit Ödemeler (devre sonu)	(5) Anaparadan Ödenen Kısım (4) – (3)
1	100.000,00	10.000,00	18.744,40	8.744,40
2	91.255,60	9.125,56	18.744,40	9.618,84
3	81.636,76	8.163,68	18.744,40	10.580,73
4	71.056,03	7.105,60	18.744,40	11.638,80
5	59.417,23	5.941,72	18.744,40	12.802,68
6	46.614,55	4.661,46	18.744,40	14.082,95
7	32.531,61	3.253,16	18.744,40	15.491,24
8	17.040,37	1.704,04	18.744,40	17.040,37
TOPLAM		49.955,21	149.955,20	100.000,00

Tablo 6.2
Amortisman Şeması (1)

Göründüğü gibi amortisman şeması her devre faiz için ve anapara için ödenen tutarı ve her devre başında ve sonunda kalan borç miktarını bir bakışta göstermektedir. Örneğin bu borçlu borcunu 5. Ödemeden sonra kapatmak isterse hangi ödemeyi yapacağını amortisman tablosundan görebilmektedir. (46.614,55)

Gerekli verileri girerek amortisman şemasını oluşturabileceğiniz hazır excel çalışma kitapları internetten “excel amortisman şeması” ya da İngilizce “amortization schedule” terimile riyle arama yapıp dosya olarak bilgisayara kaydedilebilir.



DİKKAT

Hazır amortisman şeması çalışma kitabı indirebileceğiniz bir adres: <http://www.vertex42.com/ExcelTemplates/loan-amortization-schedule.html>



INTERNET

Örnek 6.6'nın Excel'de Hazırlanmış İtfa Programı ile Çözümü

Amortisman (İtfa) tablosu hazırlamak için Excel programı önemli bir kolaylık sunmaktadır. Aşağıda, internet ortamında bulunabilecek hazır bir itfa tablosu programının önce boş görüntüsü, daha sonra da Örnek 6.6'nın çözüldüğü ekran görüntüsü verilmektedir.

Resim 6.2

Excel'de Hazırlanmış
Amortisman (İtfa)
Planı Programı

		ANAPARA	DÖNEM SAYISI	TAKSİT	DÖNEM FAİZ ORANı
		0	0	0,00	0,00
					0,100'e bölündüğün 0,01 gibi
	DÖNEM	TAKSİT	FAİZ	ANAPARA BAKİYE	DEVRE SONU
1		0,00	0,00	99,99	0,00
2		0,00	0,00	99,99	0,00
3		0,00	0,00	99,99	0,00
4		0,00	0,00	99,99	0,00
5		0,00	0,00	99,99	0,00
6		0,00	0,00	99,99	0,00
7		0,00	0,00	99,99	0,00
8		0,00	0,00	99,99	0,00
9		0,00	0,00	99,99	0,00
10		0,00	0,00	99,99	0,00
11		0,00	0,00	99,99	0,00
12		0,00	0,00	99,99	0,00
13		0,00	0,00	99,99	0,00
14		0,00	0,00	99,99	0,00
15		0,00	0,00	99,99	0,00
16		0,00	0,00	99,99	0,00
17		0,00	0,00	99,99	0,00
18		0,00	0,00	99,99	0,00
19		0,00	0,00	99,99	0,00
20		0,00	0,00	99,99	0,00
21		0,00	0,00	99,99	0,00

Resim 6.3

Excel'de Hazırlanmış
İtfa Planı
Programında Örnek
6.6'nın Çözümü

		ANAPARA	DÖNEM SAYISI	TAKSİT	DÖNEM FAİZ ORANı	DEVRE SONU
		100.000	0	18.744,40	0,100000	100.000,00
	DÖNEM			TAKSİT		
1		18.744,40	10.000,00	8.744,40	91.255,60	
2		18.744,40	9.125,56	9.618,84	81.636,76	
3		18.744,40	8.163,68	10.560,73	71.056,03	
4		18.744,40	7.105,60	11.638,80	59.417,23	
5		18.744,40	5.941,72	12.802,68	46.614,55	
6		18.744,40	4.061,46	14.062,95	32.531,61	
7		18.744,40	3.253,16	15.491,24	17.040,37	
8		18.744,40	1.704,88	17.040,37	0,00	
9		0,00	0,00	0,00	0,00	
10		0,00	0,00	0,00	0,00	
11		0,00	0,00	0,00	0,00	
12		0,00	0,00	0,00	0,00	
13		0,00	0,00	0,00	0,00	
14		0,00	0,00	0,00	0,00	
15		0,00	0,00	0,00	0,00	
16		0,00	0,00	0,00	0,00	
17		0,00	0,00	0,00	0,00	
18		0,00	0,00	0,00	0,00	
19		0,00	0,00	0,00	0,00	
20		0,00	0,00	0,00	0,00	
21		0,00	0,00	0,00	0,00	

Excel Tablosunda görüldüğü üzere, öncelikle sol taraftaki alanda eşit taksitlerin tutarı belirlenmekte, bu taksite göre de sağ tarafta veriler ilgili bölmelere (mor renkli alan) girilerek itfa tablosu otomatik olarak oluşturulmaktadır. Excel'in otomatik olarak oluşturduğu tablonun (kırmızı dikdörtgen içine alınan), daha önce oluşturduğumuz tabloya denk olduğu görülmektedir.

Daha önce de gösterildiği gibi, borçlu 5. ödemeden sonra borcu kapatmak istese hangi ödemeyi yapacağı formül yardımıyla da bulunabilir. Örnek olarak yukarıdaki borçlanma da amortisman şemasında görülen 5. ödemeden sonra kalan borç formül yardımıyla da bulunarak sağlanması yapılabilir.

Örnek 6.6'da 5.ödemeden sonra kalan borcun formül yardımıyla bulunması:

$$a = \text{₺}18.744,40$$

$n = 3$ (5. ödemeden sonra geriye 3 taksit kaldığından)

$$i = 0,10$$

$$q = 1,10 (1+0,10)$$

$$R = ?$$

$$R = 18,744,40 \times \frac{1,10^3 - 1}{1,10^3 * 0,10}$$

$$\mathbf{R = 46.614,55}$$

Göründüğü gibi formül yardımcı ile de 5. ödemeden sonra kalan borç aynı şekilde bulunmuştur.

Siz de Örnek 6.6'da 2. ödemeden sonra kalan borcu formül ile hesaplayarak amortisman şeması ile karşılaşırınız.



SIRA SİZDE

2

Örnek 6.7: ₺4.000 lik bir borç 1,5 yılda ve her üç ayın sonlarında yapılacak eşit taksitlerle ödenecektir. Her bir ödemeden sonra kalan borç miktarı amortisman şeması oluşturularak şu şekilde belirlenir. Faiz oranı %12.

Cözüm:

$$R = \text{₺}4.000$$

$$n = 6 (18/3)$$

$$i = 0,03 (0,12/4)$$

$$a = ?$$

$$R = a * \frac{q^n - 1}{q^n (q - 1)}$$

$$4.000 = a * \frac{1,03^6 - 1}{1,036^6 * 0,03}$$

$$a = \text{₺}738,39$$

(1) Devreler	(2) Devre Başı Kalan Borç (2)-(5)	(3) Devre Faizi (2) x %3	(4) Eşit Ödemeler (devre sonu)	(5) Anaparadan Ödenen Kısım (4)-(3)
1	4.000	120	738,39	618,39
2	3.381,61	101,45	738,39	636,94
3	2.744,67	82,34	738,39	656,05
4	2.088,62	62,66	738,39	675,73
5	1.412,89	42,39	738,39	696,01
6	716,88	21,51	738,39	716,88
Toplam		430,34	4.430,34	4.000,00

Tablo 6.3
Amortisman Şeması (2)

Amortisman şemasının 2. sütununda her bir ödemeden sonra kalan borç miktarları görülmektedir. Örneğin 4. Ödemeden sonra kalan borç ₺1.412,89 dir.

Sütun 2'deki görülen borç kalanları formülle bulunacak değerlerle kontrol edilebilir. Örneğin 4. ödemeden sonra kalan borç, kalan iki ödeme dikkate alınarak, şu şekilde bulunabilir.

$$\text{Kalan Borç} = 738,39 * \frac{1,03^2 - 1}{1,03^2 * 0,03}$$

$$\text{Kalan Borç} = 1.412,89$$

Herhangi Bir Taksitteki Anapara Payının Bulunması

Herhangi bir taksitteki anapara payı; kalan borca dayalı olarak, ilk taksitteki anapara payına dayalı olarak ya da eşit taksit tutarına dayalı olarak üç farklı şekilde hesaplanabilir.

Kalan borca dayalı olarak herhangi bir taksitteki anapara payının bulunması:

Herhangi bir taksitteki anapara payı hesaplamasını, o taksit döneminin başında kalan borç tutarına dayalı olarak yapmak mümkündür.

Burada izlenecek yol şu şekildedir:

- i. Devre başında kalan borç, daha önce anlatılan şekilde (kalan ödeme sayısına dayalı olarak anüite formülü ile) hesaplanır.
- ii. Devre başında kalan borç ile devre faiz oranı çarpılarak devre faiz tutarı hesaplanır.
- iii. Devre faiz tutarı, her devre yapılan eşit ödeme tutarından çıkarılarak taksitin faizden sonra ne kadarının anapara ödemesine gittiği belirlenmiş olur.

Örnek 6.8: Örnek 6.6'da

- a. 3. ödemede ve
- b. 6. ödemede anaparadan ödenen kısımları bu ödemelerde kalan borca dayalı olarak hesaplayınız.

Çözüm:

- a. 3. ödemedeki anapara payı;

$$a = 18.744,40$$

$$n = 6 \text{ (2. ödemeden sonra geriye 6 taksit kaldırıldığında)}$$

$$i = 0,10$$

$$q = 1,10 (1+0,10)$$

$$R = ?$$

2. ödemeden sonra (3. Ödeme devresinin başında) kalan borç;

$$R = 18.744,40 * \frac{1,10^6 - 1}{1,10^6 * 0,10}$$

$$R = 81.636,76$$

$$\begin{aligned} 3. \text{ ödemede faiz} &= 3. \text{ ödeme devresinin başındaki borç} * \text{devre faiz oranı} \\ &= 81.636,76 * 0,10 = 8.163,68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \text{ ödemedeki anapara} &= \text{eşit taksit tutarı} - 3. \text{ ödemede faiz} \\ &= 18.744,40 - 8.163,68 = \text{₺}10.580,72 \end{aligned}$$

- b. 6. ödemedeki anapara payı;

$$a = \text{₺}18.744,40$$

$$n = 3 \text{ (5. ödemeden sonra geriye 3 taksit kaldırıldığında)}$$

$$i = 0,10$$

$$q = 1,10 (1+0,10)$$

$$R = ?$$

5. ödemeden sonra (6. Ödeme devresinin başında) kalan borç;

$$R = 18.744,40 * \frac{1,10^3 - 1}{1,10^3 * 0,10}$$

$$R = 46.614,55$$

6. ödemedeki faiz = 6. ödeme devresinin başındaki borç * devre faiz oranı

$$= 46.614,55 * 0,10 = 4.661,46$$

3. ödemedeki anapara = eşit taksit tutarı – 3. ödemedeki faiz

$$= 18.744,40 - 4.661,46 = \text{₺}14.082,72$$

Sonuçlar amortisman şeması ile karşılaştırıldığında aynı sonuçların elde edildiği görülmektedir. (1-2 kuruşluk yuvarlama farkları dışında.)

İlk taksitteki anapara payına dayalı olarak herhangi bir taksitteki anapara payının bulunması:

Alınan kredi P, taksitteki anapara payları a_1, a_2, \dots, a_n faiz tutarları I_1, I_2, \dots, I_n ile gösterildiğinde n taksitlik bir borç iftasında taksitler eşit olduğu için şu şekilde yazmak mümkündür;

$$a_1 + I_1 = a_2 + I_2$$

$$a_1 + P.i = a_2 + (P - a_1).i$$

$$a_1 + P.i = a_2 + P.i - a_1.i$$

$$a_1 + a_1.i = a_2$$

$$a_2 = a_1(1+i) \text{ yazılabilir.}$$

$$a_2 + I_2 = a_3 + I_3$$

$$a_1(1+i) + (P - a_1)i = a_3 + P.i - a_1.i - a_2.i$$

$$a_1(1+i) = a_3 - a_1(1+i).i$$

$$a_3 = a_1(1+i)(1+i)$$

$$a_3 = a_1(1+i)^2$$

buradan şu şekilde genelleştirme yapılabilir;

$$a_x = a_1 (1+i)^{x-1}$$

Örnek 6.9: Örnek 6.6'da 4.taksitteki anapara payını bulunuz.

Cözüm:

$$a_4 = 8744,40 (1+0,10)^{4-1}$$

$$a_4 = 11.638,80$$

Görüldüğü gibi 4. Taksitteki anapara payı tabloda görülen tutarla aynı olarak bulunmaktadır.

Eşit taksitlere (a) dayalı olarak herhangi bir taksitteki anapara payının bulunması:

a_x = herhangi bir devrede ödenen anapara payı olmak üzere;

$$a_x = a_1(1+i)^{x-1}$$

$$a_1 = \frac{a}{(1+i)^n}$$

$$a_x = \frac{a}{(1+i)^n} (1+i)^{x-1}$$

$$a_x = \frac{a}{(1+i)^{n-x+1}} \text{ eşitliği kullanılabilir.}$$

Örnek 6.10: Örnek 6.6'da 4. ve 5. taksitlerdeki anapara payını a'ya dayalı formül üzerinden bulunuz.

Çözüm:

$$a_4 = \frac{18.744,40}{(1+0,10)^{8-4+1}} = \text{₺}11.638,80$$

$$a_5 = \frac{18.744,40}{(1+0,10)^{8-5+1}} = \text{₺}12.802,68$$

Göründüğü üzere sonuçlar gene aynen tabloda gösterildiği şekilde bulunmuştur.

Herhangi Bir Taksitteki Faiz Payının Bulunması

Herhangi bir devredeki faiz payının hesaplanması da kalan borca dayalı olarak ya da aşağıda verilen formüle dayalı olarak hesaplanabilir. Kalan borca dayalı olarak faiz payının hesaplanması bir önceki başlıkta açıklanmıştır. Bir önceki başlıkta *herhangi bir ödemedenki anapara payının kalan borca dayalı olarak bulunmasında*, öncelikle o ödemedenki faiz payının bulunması gereği izah edilmiş ve örneklenmiştir (*Bkz. Örnek 6.8.*). Bu nedenle burada sadece ikinci bir yol olarak faiz payının formüle dayalı olarak hesaplanması verilecektir.

Herhangi bir devre faiz tutarı I_x ile gösterildiğinde;

$$a = a_x + I_x$$

$$I_x = a - \frac{a}{(1+i)^{n-x+1}}$$

$$I_x = a \left(1 - \frac{1}{(1+i)^{n-x+1}} \right)$$

Örnek 6.11: Örnek 6.6'da 3.taksitteki faiz tutarı nedir?

Çözüm:

$$I_x = a \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^{n-x+1}} \right)$$

$$I_3 = 18744,40 \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+0,10)^{8-3+1}} \right)$$

$$I_x = \text{₺}8163,68 \text{ bulunur.}$$

Sonuç amortisman şemasındakiyle aynı olarak bulunmuştur.

Bir Devrenin Sonuna Kadar Yapılan Anapara Ödemeleri Toplamının Bulunması

Toplam anapara ödemeleri, ilk taksitteki anapara payının her devre sabit bir oranda (i oranında) artması nedeniyle anütenin gelecekteki değerini veren eşitlik yardımıyla bulunabilir.

$$\sum_{k=1}^x a_k = k \text{ devre boyunca yapılan toplam anapara ödemesi olmak üzere;}$$

$$\sum_{k=1}^x a_k = a_1 + a_2 + \dots + a_x$$

$$\sum_{k=1}^x a_k = a_1 \frac{(1+i)^x - 1}{i} \text{ formülü ile bulunur.}$$

Örnek 6.12: Örnek 6.6'da 6. ödemeye kadar olan toplam anapara ödemesini bulunuz.

Çözüm:

$$\sum_{k=1}^x a_k = 8.744,40 \frac{(1+0,10)^6 - 1}{0,10} = \text{₺}67.468,38 \text{ olarak bulunacaktır.}$$

Örnek 6.6'ya ait amortisman (itfa) tablosundaki ilk 6 devrenin anapara payları toplandığında aynı sonucu verdiği görülecektir.

$$\sum_{k=1}^x a_k = a_1 + a_2 + \dots + a_x$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^x a_k &= 8.744,40 + 9.618,84 + 10.580,73 + 11.638,80 + 12.802,68 + 14.082,95 \\ &= \text{₺}67.468,38 \end{aligned}$$

EŞİT ANAPARA PAYLI OLARAK ÖDENEN BORÇLANMALAR

Kimi borçlanmalarda her devre anapara payları eşit olarak ödenmek istenebilir. Bu durumda her taksitteki anapara payları eşit olurken, her devre ödenecek faiz payları değişecektir. Böyle bir ödeme planında her devre yapılacak ödemeler eşit olmayacak; ancak her devre azalan anaparaya bağlı olarak devre faizinin de azalması nedeniyle gittikçe küçülecektir. Bu nedenle bu tür amortismanlarda ödemeler anüüe özelliği sergilemezler.

Birinci yılın başındaki borç K ile, itfa süresi n ile, eşit anapara paylar da T ile gösterilirse, T şu şekilde hesaplanır:

$$T = K / n$$

Örnek 6.13: ₺30.000'lik bir borç, anapara payı ₺6.000 olmak üzere 5 yılda itfa edilmek istenmektedir. Faiz oranı %6 olduğuna göre amortisman şeması aşağıdaki şekilde oluşturulacaktır:

Çözüm:

Devreler	Devre Başı Kalan Borç (2)	Yıllık Faiz Tutarları (3) (2)*i	Anaparadan Ödemeler (4)	Taksitler (3)+(4)	Devre Sonu Borç
1	30.000	1.800	6.000	7.800	24.000
2	24.000	1.440	6.000	7.440	18.000
3	18.000	1.080	6.000	7.080	12.000
4	12.000	720	6.000	6.720	6.000
5	6.000	360	6.000	6.360	-

Tablo 6.4

Örnek 6.14: ₺250.000 lik bir borç %10 ile faizlendirilir ve ₺10.000 lik eşit anapara paylı olarak itfa edilirse 17.yıldaki faiz ne olur?

Çözüm:

17 yıldaki faiz, 17. yılın başındaki borç üzerinden hesaplanacağından, öncelikle 17. yıl başında kalan borcun bulunması gereklidir.

17. yılda kalan borç = toplam borç – (eşit anapara payı * 17)

$$= 250.000 - (10.000 * 17)$$

$$= 80.000$$

17. yıldaki faiz = 17. yıl başında kalan borç * devre faiz oranı

$$= 80.000 * 0,10 = \text{₺}8.000$$

DİKKAT



Tahvilli bir borç bu şekilde ödenecekse, taksit değerleri her devre farklı olduğu için, tahvil sayısıyla taksitlerin tam olarak uyuşması zordur. Dolayısıyla bu gibi durumlarda taksitlerle tahvil sayısı olabildiğince eşitlenmeye çalışılır.

Özet

Anüitelerin en önemli uygulama alanlarından birisi borç geri ödemeleridir. Borçların belli bir ödeme planı içerisinde geri ödenmesine teknik olarak borç iftası ya da borç amortismanı denmektedir.

Her devre faizin vadesonunda anaparanın bir defada ödendiği borçlanmalarda borçlu her devre sonunda sadece tahakkuk eden devre faizini öder. Böylece anapara her devrenin sonunda sabit kalır. Borç vadesinin bitiminde de anapara aynen başlangıçta alınan tutar kadar geri ödenerek borç tamamen amorti edilmiş olur. Tipik bir tahvilli borcun geri ödenmesi de yoğunlukla bu şekilde olur. Yani vade boyunca her devre sonunda (genellikle altı ayda ya da yılda bir) faizler ödenirken vade sonunda ise anapara (tahvilin nominal değeri) bir defada iffa edilir. Bu nedenle tahvilli borcun ödenmesi de bu kapsamda örneklenirilebilir.

Anapara ve faizin vade sonunda bir defada ödendiği borçlanmalarda vade boyunca faiz ve anapara için bir ödeme yapılmamakta, vade bitiminde tüm vade boyunca tahakkuk eden faiz anaparayla birlikte tek seferde toptan ödenmekte dir. Özellikle uzun vadeli ve yüksek tutarlı borçlarda bu iffa planı yukarıdaki seçenekten daha daha zorlayıcı olacağından işletmelerin bu tür bir iffa planı ile borçlanırken mutlaka iyi bir geri ödeme planı yapması ve/veya bir ödenim fonu oluşturmaması gereklidir. Bir borcun eşit taksitlerle ödenmesi sıkılıkla karşılaşılan bir durumdur. Borcun vade sonunda tek seferde ödenmesi yerine eşit taksitlerle ödenmesi borçlunun da borcu ifta etmesini kolaylaştırır. Çünkü bu durumda borçluyu sıkıntıya sokabilecek toplu bir ödeme yoktur.

Borcun eşit taksitlerle ödenmesi farklı şekillerde olabilir. Eşit taksitlerin ödenmesine borcun alındığı devrenin sonunda başlanabilir. Bu durum normal bir anüiteye örnek teşkil eder. Eşit taksitler borcun alındığı devrenin başında da başlayabilir; yani ilk taksit borçlanmanın yapıldığı anda ödenebilir. Bu durumda hesaplama peşin anüite yaklaşımıyla yapılır.

Bir borcun eşit taksitlerle ödenmesinde her taksit belli oranda faiz ve belli oranda anapara ödemesi içerir. Dolayısıyla her taksitten sonra anaparadan kalan borç azalır. Bu da bir sonraki devrenin faizinin azalması, dolayısıyla ödenen taksitte faiz ödemesinin payı azalırken anapara ödemesinin payının artması anlamına gelir. Bu döngü içinde anaparadan kalan borç her taksitte azalarak son taksitte tamamen kapanmış olur. Aşağıdaki şekil bu durumu görsel bir şekilde açıklamaktadır. Kimi borçlanmalarda her devre anaparadan eşit bir pay ödenirken bunun üzerine devre faizi eklenerek borcun amorti edilmesi yoluna gidilmektedir. Böyle bir ödeme planında her devre yapılacak ödemeler eşit olmayacağı, ancak her devre azalan anaparaya bağlı olarak devre faizinin de azalması nedeniyle gittikçe küçülecektir. Bu nedenle bu tür amortisman larda ödemeler anüite özelliğini sergilemezler.

Kendimizi Sınayalım

- 1.** Bir işletme almış olduğu ₺20.000'lik bir borçla ilgili olarak 3 yıl boyunca sadece faizini, 3. yılın sonunda da borcun anaparasını ödeyecektir. Yıllık faiz oranı %12 ise işletme toplam ne kadar geri ödeme yapacaktır?
- 27.200
 - 28.000
 - 29.400
 - 30.120
 - 32.000
- 2.** Bir işletme almış olduğu ₺20.000'lik bir borçla ilgili olarak 3 yıl boyunca sadece faizini, 3. yılın sonunda da borcun anaparasını ödeyecektir. Yıllık faiz oranı %12 ise işletme toplam ne kadar faiz ödemesi yapacaktır?
- 6.400
 - 7.200
 - 7.800
 - 8.600
 - 9.200
- 3.** Bir işletme 4 yıl vadeli ₺8.200 borcu vade sonunda tek seferde ödeyecektir. Faiz oranı % 10,2 olduğuna göre vade sonunda ödenecek tutar nedir?
- 11.098
 - 11.703
 - 12.093
 - 12.228
 - 12.901
- 4.** Bir borcun eşit taksitlerle ödenmesine ilişkin hangisi yanlıştır?
- Her devre eşit ödeme yapılır.
 - Her devre ödenen faiz azalır.
 - İlk devre faizi tüm borç üzerinden hesaplanır.
 - Her devre eşit miktar anapara ödenir.
 - Her devre faiz+anapara ödemesi sabit kalır.
- 5.** ₺40.000 otomobil kredisini kullanan bir kişi aylık %1,5 faiz oranı üzerinden 48 ayda bu borcu kapatacağına göre aylık ödemeler ne olacaktır?
- 833
 - 1011
 - 1071
 - 1105
 - 1175
- 6.** 48 ay vadeli, %1,5 faiz ile ₺40.000 otomobil kredisini için 28 ödeme yapıldıktan sonra kalan borç kaç ₢ dir?
- 20.173
 - 21.022
 - 21.907
 - 22.021
 - 22.657
- 7.** 48 ay vadeli, %1,5 faiz ile ₺80.000 otomobil kredisini aylık ₺2.350 taksitlerle ödenmektedir. 29. ödemedede faiz payı kaç ₢ dir?
- 589
 - 605
 - 632
 - 744
 - 789
- 8.** 48 ay vadeli, %1,5 faiz ile ₺80.000 otomobil kredisini aylık ₺2.350 taksitlerle ödenmektedir. 30. ödemedede anapara payı kaç ₢ dir?
- 1.571
 - 1.699
 - 1.771
 - 1.789
 - 1.881
- 9.** ₺3.000'lik bir borç 12 ay ₺250'lik eşit taksitler ile 13. ay eşit olmayan bir taksit ile kapatılmış ödenecektir. Aylık faiz oranı %1 olduğuna göre 13. taksitin değeri ne olacaktır?
- 158
 - 176
 - 201
 - 212
 - 223
- 10.** ₺10.000'lik bir borç her yıl anaparadan yapılacak ₺1.000'lik eşit ödemelerle 10 yılda kapatılacaktır. Yıllık faiz oranı %9,2 ise 8. ödemedede kaç ₢ faiz ödenir?
- 441
 - 404
 - 302
 - 289
 - 276

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı

1. a Yanıtınız yanlış ise “Her Devre Faizin, Vade Sonunda Anaparanın Bir Defada Ödendiği Borçlanmalar” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. b Yanıtınız yanlış ise “Her Devre Faizin, Vade Sonunda Anaparanın Bir Defada Ödendiği Borçlanmalar” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
3. c Yanıtınız yanlış ise “Anapara ve Faizin Vade Sonunda Bir Defada Ödendiği Borçlanmalar” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
4. d Yanıtınız yanlış ise “Borcun Eşit Taksitlerle Ödenmesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
5. e Yanıtınız yanlış ise “Borcun Eşit Taksitlerle Ödenmesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
6. a Yanıtınız yanlış ise “Borcun Eşit Taksitlerle Ödenmesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
7. b Yanıtınız yanlış ise “Borcun Eşit Taksitlerle Ödenmesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
8. c Yanıtınız yanlış ise “Borcun Eşit Taksitlerle Ödenmesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
9. d Yanıtınız yanlış ise “Borcun Son Taksit Dışında Eşit Taksitlerle Ödenmesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
10. e Yanıtınız yanlış ise “Anaparanın Eşit Taksitlerle Ödenmesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

Farklı yollarla toplam faiz ödemesi bulunabilir.

$$I(\text{toplam}) = P * i * n = 220 * 0,16 * 4 = 140.800$$

Bir devrelilik faiz tutarı ve devre sayısı da bilindiğinden aşağıdaki şekilde de bulunabilir:

$$I = \text{bir devrelilik faiz tutarı} * n$$

$$= 35.200 * 4$$

$$= \text{₺}140.800$$

Sıra Sizde 2

$$a = \text{₺}18.744,40$$

$n = 6$ (2. ödemeden sonra geriye 6 taksit kaldığından)

$$i = 0,10$$

$$q = 1,10 (1+0,10)$$

$$R = ?$$

$$R = 18.744,40 * \frac{1,10^6 - 1}{1,10^6 * 0,10}$$

$$R = \text{81.636,76}$$

Yararlanılan Kaynaklar

Aydın, Nurhan (2009). **Finans Matematiği**, Detay Yayıncılık, 1. Baskı, Ankara.

Başkaya, Zehra (1998). **Finans Matematiği**, Ekin Kitabevi, Bursa.

Coşkun, Metin (2011). **Excel ile Finans**, Detay Yayıncılık, Ankara.

Day, Alastair L.(2005). **Mastering Financial Mathematics in Microsoft Excel**, Prentice Hall, ABD.

Keown, A.J., et al., (2007), **Foundations of Finance**, Prentice Hall, ABD.

Uzunoğlu, Sadi (2006). **Finans Matematiği Çalışma Kitabı**, Literatür, İstanbul.

Zima, Petr, Robert L. Brown (1996). **Mathematics of Finance**, McGraw-Hill, ABD.

<http://www.vertex42.com/ExcelTemplates/loan-amortization-schedule.html>

7

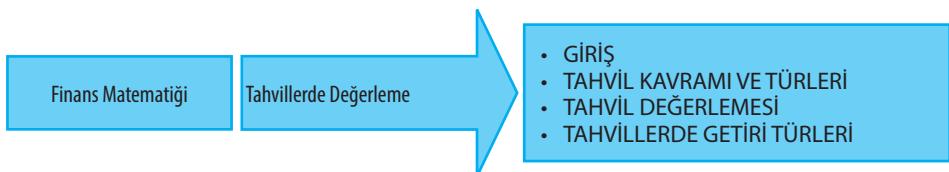
Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Tahviller ve özelliklerini tanımlayabilecek,
 - 🕒 Tahvil değerlemesini yapabilecek,
 - 🕒 Tahvillerde getiri türlerini açıklayabilecek bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Tahvil
- Kupon Faizi
- Piyasa Faiz Oranı
- Beklenen Getiri Oranı
- Nominal Getiri Oranı
- Cari Verim
- Vadeye Kadar Getiri
- Basit Faiz Esası
- Günlük Bileşik Faiz Esası

İçindekiler



Tahvillerde Değerleme

GİRİŞ

Yatırım, bir miktar kaynağı ya da paranın, daha yüksek bir miktar olarak geri döneceği beklenisiyle belli bir süre için bir alana tahsis edilmesi, bağlanmasıdır. Belli bir miktar tasarrufu bulunan her özel ya da tüzel kişi, bu tasarrufu ile yatırım yapabileceği çok sayıda seçenek'e sahiptir. Altın, gümüş, platin gibi kıymetli madenlere; arsa, daire, bina gibi taşınmazlara; bir işletme kurarak kendi işine ya da tahvil, hisse senedi gibi menkul kıymetlere yatırım yapılabilir. Hangi yatırımın tercih edileceği, her bir yatırımcının beklenileri doğrultusunda her bir yatırım alternatif'i için yaptığı değerlendirmeye bağlıdır. Yaptıkları değerlendirme sonucunda A yatırımcısı tahvile yatırım yapmayı tercih ederken, B yatırımcısı gayrimenkulü tercih edebilir.

Yatırımlarının yapıldığı kıymete göre reel ve finansal yatırımlar olarak ikiye ayrılır. Gerek devletin gerekse de işletmelerin fon temin etmek amacıyla ihraç ettikleri menkul kıymetlere yapılan yatırımlara finansal yatırımlar denir. Çünkü bu şekilde bir yatırım yaparak doğrudan bir üretim kapasitesi yaratılmış olmaz; ancak üretim kapasitesi yaratmak için fona ihtiyacı olan birimlere fon aktarılarak, onlardan faiz ya da kar payı elde edilir. Dersimizin konusu menkul kıymetler olduğundan, burada işletmelerin borç olarak fon temin etmek amacıyla çıkardıkları menkul kıymetler olan tahvillerin değerlendirilmesi ve özkaynak olarak fon temin etmek amacıyla çıkardıkları menkul kıymetler olan hisse senetlerinin değerlendirilmesi üzerinde durulacaktır.

Her yatırım alternatifinin bir beklenen getirişi, bir de bu getirinin beklenenden sapması olasılığı olarak nitelenebilecek riski vardır. Yatırımcılar bu iki temel bileşeni, kendi ölçülerine göre bir arada değerlendirerek yapacakları yatırıma bir değer biçerler. Bu işleme "değerleme" denir.

Değerlenen şey ister bir daire, ister fiilen çalışmakta olan bir işletme, isterse de bir menkul kıymet, örneğin tahvil olsun, değerlermenin temel mantığı aynıdır. Bir yatırımın bugün ifade ettiği değer, o yatırımın gelecekte sağlaması beklenen getirilerin, yani nakit girişilerinin, bu nakit girişlerinin riskliliğine göre yatırımcının beklediği getiri oranı ile bugüne iskontolanmış değerleri toplamıdır.

TAHVİL KAVRAMI VE TÜRLERİ

Tahvil, anonim ortaklık şeklindeki işletmelerin ve devletin tasarrufçularından uzun vadeli borç temin etmek amacıyla ihraç ettikleri borç senedi hükmündeki menkul kıymetlerdir. Tahviller genellikle hamiline yazılı olarak çıkarılırlar ve tahvilin satışı için belirlenmiş sürenin son günü tahvil vadesinin başlangıç tarihi olarak kabul edilir.

Tahviller tipik olarak ₺1.000, ₺100.000 gibi nominal değerlere sahip olup, bu değerden satışa sunulurlar. Bu değer üzerinden, belirlenen faiz oranına göre hesaplanan dönem faizleri her dönemin sonunda ödenir. Dönem sonunda ise son dönemin faizi ile birlikte ana para geri ödenir. Örneğin bir yatırımcı bir işletmenin ihraç ettiği ₺1.000 nominal değerli, %10 faizli ve 3 yıl vadeli tahvilleri başından (nominal değerden) alırsa, ilk yıl, ikinci yıl ve üçüncü yıl sonunda ₺100'er faiz alacak; üçüncü yılın sonunda, yani vade bitiminde ayrıca tahvilin anaparası olan ₺1.000'yi de alacak, böylece tahvil ömrünü tamamlamış olacaktır. Bu tipik tahvillerin istisnaları da bulunmaktadır. Örneğin, nominal değerden farklı bir bedelle satılan tahviller, ya da faiz ödeme dönemi bir yıldan farklı, söz gelimi 6 ay olan tahviller de söz konusu olabilmektedir.

Tahvillerle ilgili önemli bir başka nokta ise tahvil sahibinin (tahvil satın alarak işletme borç veren yatırımcı), işletme üzerinde tahvilin faiz ve anapara ödemeleri dışında başka bir hakkı yoktur. Şirket yönetimine katılmaz ve alacağı ödendikten sonra tasfiyeden pay alamaz.

Tahvil Terminolojisi

Tahvillerle ilgili temel kavramlar aşağıda anahatlarıyla açıklanmaktadır.

Nominal Değer: Tahvilin üzerinde yazılı olan ve vade bitiminde tahvil sahibine ödenen değerdir. Tahvillerin nominal değerleri genellikle ₺1.000 ve bunun katları şeklindedir. Nominal değer her zaman tahvilin satış fiyatı anlamına gelmez. Zaman zaman tahviller nominal değerlerinin altında veya üstünde satışa sunulabilirler.

Piyasa Değeri: Menkul kıymetin piyasadaki arz ve talebe göre oluşan cari fiyatıdır.

Kupon Faiz Oranı: Tahvil sahibine periyodik olarak faiz şeklinde ödenecek, tahvilin nominal değerinin yüzdesi olarak ifade edilen orana kupon faiz oranı denir. Örneğin kupon faiz oranı %15 ve tahvilin nominal değeri ₺1.000 ise vade sonuna kadar her yıl sonunda tahvil sahibine ₺150 kupon faizi ödenecek demektir.

Vade: Tahvilin vadesi, tahvilin çıkarılmasından, çıkarılan tarafından tahvil sahibine nominal değerin ve varsa son dönem faizinin ödemesi ve tahvilin hükmünün sona ermese ne kadar olan süredir.

Tahvil Derecelendirmesi: Bu konuda uzman kuruluşlar tarafından hükümetlerin ve şirketlerin tahvillerine yapılacak yatırımların ne derece riskli olduğunu bir göstergesi olarak bir tür not verilmesi sürecidir. Tahvilin derecesi düştükçe tahvilin çıkarılan kurumun tahvilin geri ödememeye olasılığının da arttığı kabul edilir. Böylece yatırımcılar, üstlendikleri ekstra risk nedeniyle, derecesi düşük tahvillerden daha yüksek bir faiz talep edeceklerdir.

Basit Getiri Oranı: Yapılan yatırımdan elde edilen getirinin, vade sonuna kadar aynı getiri oranıyla tekrar yatırıma dönüştürülmemiş durumda yıllık getirisidir. Bu durumda yatırımin anaparası her devre sabit kalır.

Bileşik Getiri Oranı: Yatırımdan elde edilen getirinin, vade sonuna kadar aynı getiri oranıyla tekrar yatırıma dönüştürüldüğü varsayımlı ile hesaplanan yıllık getirisidir. Bu durumda yatırımin anaparasına her devre elde edilen gelir de eklenir.

Tahvil Türleri

Başlıca tahvil türleri ve önemli özellikleri aşağıda anahatlarıyla verilmektedir.

Sabit Faizli Tahviller: Sabit faizli tahvilde tahvil sahibi tahvilin üzerinde yazılı kupon faiz oranı ile tahvilin nominal değeri üzerinden hesaplanan faizlere, vade boyunca her dönemde sahip olur. Bu faiz oranı ve miktarı vade boyunca değişmeyip sabit kalacaktır. Tahviller çoğunlukla sabit faizli olarak çıkarılırlar.

Endeksli Tahviller: Enflasyonun tahvillerde nominal değeri aşındırması nedeniyle tahvil sahiplerinin zarara uğramalarını önlemek amacıyla çıkartılan bir tahvil türüdür. Bu tip

tahvillerde, ana para, faiz ya da her ikisi altın, döviz, enflasyon gibi bir değer ölçüsüne bağlanarak, ödeme günü geldiğinde tahvilin değeri bu ölçülere göre saptanarak ödeme yapılır.

Değişken Faizli Tahviller: Bir tür endeksli tahvildir. Bu tahvil türünde faiz oranı sadece ilk kupon için sabit olup başlangıçta belirlenmekte, daha sonraki kuponlar için belirlenen bir ölçüye endekslenmektedir. Bu ölçü genellikle hazine borçlanması ihaleleri ortalamaları ve enflasyon olmaktadır. Bu söylenenlere göre değişken faizli tahvillerin sadece faizi endeksli bir tahvil türü olduğu söylenebilir. Ülkemizde Hazine 2007 yılından itibaren tüketici fiyatları endeksine (enflasyon) dayalı değişken faizli tahvil çıkarmaya başlamıştır.

Kuponsuz Tahviller: Bu tahvillerde kupon faiz ödemesi yoktur. Tahvil ihraç tarihinde nominal değerden iskontolu olarak satılır ve tahvil sahibine vadeye nominal değer ödenir. İhraç değeri ile nominal değer arasındaki fark tahvil sahibinin gelirini oluşturur.

Kara İştiraklı Tahviller: Bu tahvil türünde tahvil sahibi faiz yanında, firma karlı ise önceden belirlenen bir oranda kar payı da alma hakkına sahip olmaktadır. Bu tür tahvil ihraç eden işletmeler kar payını belirlerken şu yollardan birini seçebilirler:

- Faiz ve buna ilave olarak, tahvil tertibi için belirlenen kar payı yüzdesine göre hesaplanan tutardan tahvile düşen payın ödenmesi,
- Kar payının faizden daha az olması durumunda faiz, aksi halde kar payı ödenmesi,
- Bir faiz öngörmeksiz tahvil tertibi için belirlenen kar payı yüzdesine göre hesaplanan tutardan tahvile düşen payın ödenmesi.

Hisse Senedi ile Değiştirilebilir Tahviller: Bu tür tahviller tahvil sahibine bir sure sabit faiz gelirinden yararlanma ve belirlenen bir süre sonrasında tahvilini hisse senediyile değiştirme hakkı verir. Tahvilin ihracı sırasında hisse senediyile değiştirme koşulları ve değiştirme oranı, yani tahvilin kaç adet hisse senediyile değiştirileceği belirtilir.

Primli Tahviller: Bu tahvil türünde ihraççı ya ihraçta ya da vade tarihinde (itfada) yapılmak üzere bir prim ödemesi taahhüt etmektedir. İhraçta primli tahviller iskontolu tahviller olarak da bilinmektedir.

Resim 7.1

Eski Bir Tahvil Örneği



TAHVİL DEĞERLEMESİ

Değerlenen şey ne olursa olsun finansta değerlendirme sürecinin temel mantığı aynıdır. Ünitenin girişinde ana hatlarıyla ifade edilen bu mantık tahlil, hisse senedi gibi menkul kıymetlerin değerlendirmesinde de aynı şekilde geçerlidir. Bu nedenle konuya temel teşkil etmek üzere tahlil değerlendirmesinin detaylarına geçmeden önce genel olarak menkul kıymet değerlendirmesinin ana hatlarına değinilecektir.

Bir finansal varlığın bugünkü değeri gelecekte sağlayacağı nakit akışlarının bugünkü değerleri toplamıdır. Bilindiği gibi gelecekteki bir nakit akışının bugünkü değerinin bulunmasına iskontolama denir. Dolayısıyla bir varlığın gelecekte sağlayacağı nakit akışları tek tek bugüne iskontolanıp toplanırsa varlığın bugünkü değeri bulunmuş olacaktır. Bu söylenenler ışığında bir finansal varlığın bugünkü (şimdiki) değerinin bulunması aşağıdaki gibi formüle edilebilir.

$$BD = \frac{NA_1}{(1+k)^1} + \frac{NA_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{NA_n}{(1+k)^n}$$

Formülde;

BD = Varlığın sağlayacağı nakit akışlarının bugünkü değerini,

NA_n = n 'inci dönemdeki nakit akışını,

n = Varlığın nakit akışı sağladığı devre sayısını,

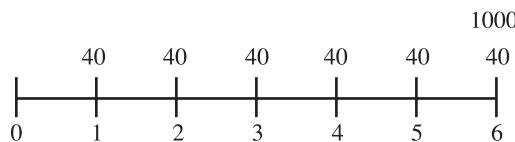
k = Varlıktan beklenen getiri oranını (iskonto oranı) gösterir.

Yukarıda görülen formül gelecekteki nakit akışlarının bugünkü değerleri toplamını veren, değerlendimenin temel formülüdür. Formülden anlaşılacağı üzere bir varlığın değeri iki temel değişkene bağlıdır. Birincisi varlığın sağlayacağı nakit akışları, ikincisi de nakit akışlarının iskonto edileceği iskonto oranıdır. Bir varlığın gelecekteki nakit akışlarının bugüne iskontolanmasında kullanılacak iskonto oranı, yatırımcının o varlığa yatırım yaparak elde etmeyi beklediği getiri oranıdır. Bu yüzden kullanılacak iskonto oranına *beklenen getiri oranı* da denir. Beklenen getiri oranının ne olacağı ise yatırımcının varlığın riskliğine ilişkin yargısına bağlıdır. Örneğin yatırımcı piyasadaki gelişmelerle ilişkili olarak yatırıma konu varlığın yüksek riskli olduğunu (veya riskinin yükseldiğini) düşünüyorsa beklenen getiri oranı, dolayısıyla iskonto oranı da yüksek olacaktır.

Tipik olarak bir tahlilde, tahlilin vadesi boyunca her devre sonunda kupon faiz oranı üzerinden faiz ödemesi, vade sonunda da anapara ödemesi söz konusudur. Söz gelimi ₺1.000 nominal değerli, %4 faizli, 6 yıl vadeli ve yılda bir defa faiz ödemeli bir tahlilin sağlayacağı nakit girişleri zaman çizgisini aşağıdaki gibi görenecektir:

Şekil 7.1

Tipik Bir Tahlilin Nakit Girişleri



Bu tahlil, primli ya da iskontolu bir tahlil olmayıp başabaştan (nominal değerden) ihraç edilen bir tahlilse, "0" zaman noktasında ₺1.000 ödenerek satın alınacak, sonrasında ise şekilde görülen nakit girişleri sağlanacaktır.

Tahviller alanlar açısından bir finansal yatırım enstrümanı iken, çıkarılanlar açısından uzun vadeli finansman sağlamak için ihraç edilen finansal enstrümlardır. Tahville-

ri alan yatırımcılar, vade tarihinden önceki bir tarihte tahvili ikincil piyasada bir başka yatırımcıya ya da tahvili çıkarana satabilir. Tahvili çıkarılanlar da, gerek vadesinden önce geri çağırılabilme özelliği olan tahvilleri geri çağırırken, gerekse de piyasa tarafından risk düzeyinin nasıl tayin edildiğini bilmek gibi amaçlarla tahvillerin değerini bilmek ve analiz etmeye ihtiyaç duyarlar. Bu nedenle tahvillerin değerlendirilmesi bir gerekliliktir.

Tahviller vadeden önceki herhangi bir tarihte değerlenebilirler. Bu tarih tam olarak bir faiz ödeme döneminin başı olabileceği gibi faiz ödeme dönemlerinin arasında bir tarih de olabilir. Herhangi bir finansal varlığın bugünkü değeri, gelecekte sağlayacağı nakit girişlerinin bugüne indirgenmiş değerleri toplamıdır. İster ödeme dönemleri başında ister arasında değerlendirme yapılın, bu temel yaklaşım değişmeyecektir. Faiz ödeme dönemleri başında değerlendirme yapılırken tam devre sayısı söz konusu olacaktır. Örneğin Şekil.7.1'deki tahvilde 3. ödeme devresinin başında değerlendirme yapılmışsa geriye 3 tam devre kalmış olacak ve bu üç tam devredeki üç adet faiz girişleri ile devre sonundaki anapara ödemesi bugüne indirgenip toplanarak tahvilin değeri görece kolay bir şekilde bulunabilecektir. Ancak faiz ödeme dönemleri arasında değerlendirme yapıldığında tam olmayan dönem sayısı söz konusu olacaktır ve bu durumun dikkate alınması gerekecektir. Örneğin Şekil.7.1'deki tahvilde, 2. ve 3. dönemler arasında bir yerde tahvil değerlendirilecek olursa 3 tam faiz devresi ile birlikte bir de tam olmayan devre söz konusu olacaktır. Bu tam olmayan devre çeşitli yaklaşım larla değerlendirilmektedir. Burada öncelikle faiz ödeme dönemleri başında değerlendirme, daha sonra da faiz ödeme dönemleri arasında değerlendirme açıklanacaktır.

Faiz Ödeme Dönemi Başında Değerleme

Tahvilden gelecekte beklenen nakit akışları faiz gelirleri ve anapara geri ödemeleridir. Dolayısıyla tahvilin değeri değerlendirme tarihinden sonraki faiz ödemeleri ile anaparanın bugüne indirgenmiş değerleri toplamı olacaktır. Bu nakit akışları yanında tahvilin faiz ödeme dönemi başında ya da faiz ödeme dönemleri arasında satın alınma durumu da tahvilin değerine etki eder. Dolayısıyla, tahvilin faiz ödeme dönemi başında ya da faiz ödeme dönemleri arasında alınıyor olmasına göre farklı hesaplamalar yapılmalıdır. Bir tahvilin temel değerlendirme formülü şu şekildedir:

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{F}{(1+r)^n} + \frac{ND}{(1+r)^n} = \sum_{t=1}^n \frac{NA_t}{(1+r)^t}$$

Formülde;

P_0 = Tahvilin fiyatı

n = Tahvilin vadesi

ND = Tahvilin nominal değeri

F = Dönemsel faiz ödemeleri

r = Piyasada beklenen getiri oranı ya da verim oranı

NA_t = Faiz ödemeleriyle vade tarihinde ödenen ana para ödemelerinden oluşan dönemsel nakit akışlarını gösterir.

Örnek 7.1: Vadesine dört yıl kalmış %20 kupon faizli tahvilin nominal değeri ₺1.000'dir.

Yilda bir defa kupon faiz ödemesi yapılıyor ve piyasa faiz oranı %22 ise tahvilin fiyatı ne olur?

Çözüm:

n = 4

ND = 1.000

F = $200 (1000 * 0,20)$

R = %22

P_0 = ?

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{F}{(1+r)^n} + \frac{ND}{(1+r)^n} = \sum_{t=1}^n \frac{NA_t}{(1+r)^t}$$

$$P_0 = \frac{200}{(1+0,22)^1} + \frac{200}{(1+0,22)^2} + \frac{200}{(1+0,22)^3} + \frac{200}{(1+0,22)^4} + \frac{1000}{(1+0,22)^4}$$

$$P_0 = \text{₺}950,13$$

Şekil 7.1'e tekrar bakılırsa görüleceği üzere tipik tahvillerde faiz ödemeleri eşit miktarlar da ve eşit aralıklarla olduğundan bir anüite oluştururlar. Dolayısıyla Örnek 7.1'de ₺200'lik dört adet faiz ödemesinin bugünkü değeri anüite formülüyle bulunduktan sonra anaparanın bugünkü değeri de buna eklenirse tahvilin bugünkü değeri bulunmuş olacaktır.

$$P_0 = \left[F \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n * i} \right] + \frac{ND}{(1+r)^n}$$

$$P_0 = \left[200 \frac{(1+0,22)^4 - 1}{(1+0,22)^4 * 0,22} \right] + \frac{1000}{(1+0,22)^4}$$

$$P_0 = \text{₺}950,13$$

Faiz ödemelerini anüite olarak ele alıp hesaplamak, özellikle devre sayısı fazla olan tahvillerde büyük kolaylık sağlayacaktır.

SIRA SİZDE

1

Zaman zaman tahvillerde beklenen getiri oranı yerine piyasa faiz oranı tabiri de kullanılmaktadır. Bunun sebebi ne olabilir?

DİKKAT



İkincil piyasada işlem gören pek çok farklı devlet tahvili bulunmakta ve bunların her biri için belli bir anda, çok az da olsa farklı faiz oranları söz konusu olabilmektedir. Bu durumda "piyasa faiz oranı" olarak genellikle ikincil piyasada en çok işlem gören (işlem hacmi en yüksek olan) devlet tahvilinin faiz oranı piyasa faiz oranı olarak kabul edilir.

Tahvil değerlendirmede de diğer finansal hesaplamlarda olduğu gibi teknolojik araçlardan yararlanılır. Excel'de hazırlanan ve internetten Türkçe ve İngilizce bulunabilecek olan tahvil değerlendirme makroları yardımıyla tahvil değerlendirmesi kolayca yapılabilmektedir.

İNTERNET



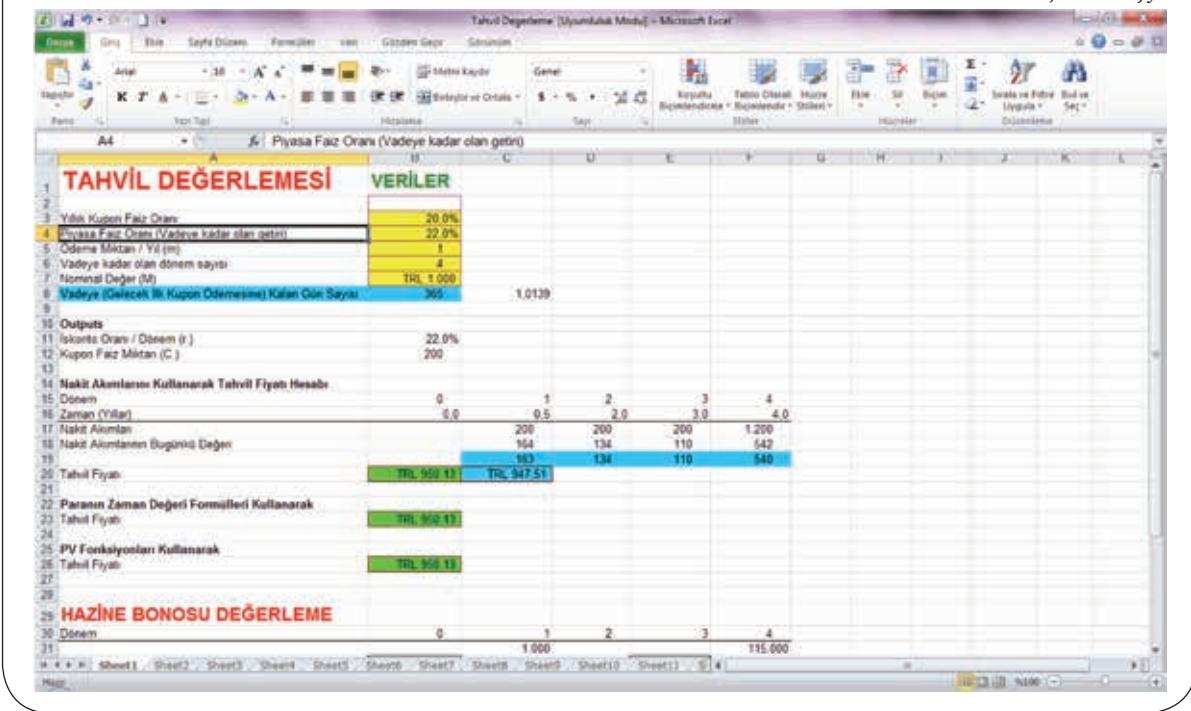
Şu adreslerden excel'de tahvil değerlendirme için kullanılabilen çalışma sayfaları indirilebilir:
<http://www.pdfindir.com/tahvil-de%9Ferleme-xls-1.html>
http://www.tvmcalcs.com/calculators/apps/excel_bond_valuation

Yukarıda verilen adreslerden yüklenen Excel çalışma sayfası ile Örnek 7.1'in çözümü aşağıda gösterilmektedir.

Örnek 7.1'in Excelde Hazırlanmış Çalışma Sayfası ile Çözümü:

Resim 7.2

Excelde Örnek 7.1'in Çözüm Sayfası



Yukarıdaki pencereden görülebileceği üzere Excel sayfasında sarı alanlar tahvillerde ilgili verilerin girileceği alandır. Örnek 7.1 için 3. satıra yıllık faiz oranı %20; 4. satıra piyasa faiz oranı (ya da vadeye kadar beklenen getiri) %22; 5. satıra yıldaki faiz ödeme sikliği 1; 6. satıra vadeye kadar olan dönem sayısı 4; 7. satıra nominal değer 1.000 ve 8. satıra vadeye (ilk kupon ödemesi tarihine) kalan gün sayısı 365 olarak (faiz ödeme devresi başında değerlendirme yapıldığından) girilir. Bu veriler girildikten sonra tahvilin değeri yeşil dolgulu bölgelerde görüntülenecektir. Görüldüğü gibi tahvil değeri formül yardımıyla bulunan sonucun aynısı (950,13) olarak bulunmuştur.

Bu Excel tablosunda tek tek nakit akışları girilerek de hesaplama yapılmakta, ayrıca sarı alanlara veriler girildiğinde her bir nakit akışının iskonto edilmiş değeri de aşağıdaki ilgili alanda görüntülenmektedir.

Örnek 7.2: Vadesine 5 yıl kalmış altı ayda bir faiz ödemeli ₺1000 nominal değerli ve %15 kupon faizli tahvilden %12 getiri beklenirse tahvilin değeri ne olur?

Cözüm:

$$n = 10 \text{ (5 yıl ve yılda 2 devre olduğundan; } 5 \times 2)$$

$$ND = 1.000$$

$$F = 75 \text{ (} 1000 * (0,15/2) \text{) (yılda iki defa faiz ödendiğinden yıllık faiz ikiye bölünerek 6 aylığa çevrilir)}$$

$$r = \% 6 \text{ (yıllık beklenen gelir \%12, devreler 6 aylık olduğundan oran ikiye bölünenek 6 aylığa çevrilir)}$$

$$P_0 = ?$$

$$\begin{aligned}
 P_0 &= \sum_{t=1}^n \frac{F}{(1+r)^n} + \frac{ND}{(1+r)^n} \\
 P_0 &= \left[\frac{F (1+r)^n - 1}{(1+r)^n * i} \right] + \frac{ND}{(1+r)^n} \\
 P_0 &= \left[75 \frac{(1+0,06)^{10} - 1}{(1+0,06)^{10} * 0,06} \right] + \frac{1000}{(1+0,06)^{10}} \\
 P_0 &= \text{₺}1110,40
 \end{aligned}$$

Örnek 7.2'in Excelde Hazırlanmış Çalışma Sayfası ile Çözümü:

Resim 7.3

Excel'de Örnek 7.2'nin Çözüm Sayfası

Tahvil Değerlemesi - Kupon Tarihlerinde	
1 Nominal Değer	\$ 1.000
2 Kupon Faiz Oranı	15,00%
3 Beklenen Gelir Oranı (Piyasa Faiz Oranı)	12,00%
4 Vadeye Kalın Yıl Sayısı	3,0
5 Yıldakis Ödeme Sıklığı	2
6 Tahvilin Değeri	\$ 1.110,40
	=PV(B4*B6,B5*B6,B3*B6*B2,B2)

Yukarıdaki resimde gene internetten indirilen bir başka hazır Excel tablosunda sorunun çözümü gösterilmektedir. Bu tablonun görünümü daha sadedir ve her bir nakit akışının iskonto edilmiş değerleri gibi öncelikle ihtiyaç duyulmayan verileri değil, asıl amaç olan tahvil değerini gösterir.

Verilerin girişi de bir önceki tabloya göre -sonuçta hiçbir değişiklik olmamakla birlikte- küçük bazı farklılıklar gösterir. Örneğin bir önceki tablo vadeye kalan devre sayısını doğrudan kullanıcının gireceği şekilde hazırlanmış iken bu ikinci tabloda vadeye kalan yıl sayısı ve yıldakis devre sayısı girilmekte ve tablo vadeye kalan devre sayısını kendisi hesaplamaktadır.

Göründüğü gibi Örnek 7.2'nin verileri tabloda ilgili alanlara girildiğinde kırmızı okla gösterilen hücrede tahvilin değeri (1110,40), formül yardımıyla bulunan değerin aynısıdır.

Yukarıdaki tahvilin yıllık getiri oranı %12 olmakla birlikte altı ayda bir faiz ödendiğinden efektif getiri oranı farklı olacaktır. Bileşik Faiz ünitesindeki *efektif faiz oranı* konusunu hatırlayarak bu tahvilin efektif getiri oranını siz hesaplayın.



SIRA SİZDE

Örnek 7.3: 12 Ocak 2009 tarihinde ihraç edilen ve vade tarihi 12 Ocak 2016 olan 7 yıl vadeli, ₺100 nominal değerli, yılda bir defa kupon ödemeli tahvilin kupon faiz oranı %11'dir. Bu tahvili 12 Ocak 2013 tarihinde almayı düşünen bir yatırımcı piyasa faiz oranının (beklenen getiri oranı / iskonto oranı) %10'a düşmesi ya da %12'ye çıkması durumunda tahvili kaç ₺'ye alacağını merak etmektedir. Bu iki durum için tahvilin 12 Ocak 2013 tarihinde alacağı değerleri hesaplayınız.

Cözüm:

Piyasa Faiz Oranının %10'a düşmesi durumu;

$n = 3$ (vade tarihi 12.01.2016, satın alma tarihi 12.01.2013 olduğundan vadeye kalan devre 3)

$$ND = 100$$

$$F = 11$$

$$R = \% 10$$

$$P_0 = ?$$

$$P_0 = \left[F \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n * i} \right] + \frac{ND}{(1+r)^n}$$

$$P_0 = \left[11 * \frac{(1+0,10)^3 - 1}{(1+0,10)^3 * 0,10} \right] + \frac{100}{(1+0,10)^3}$$

$$P_0 = \text{₺}102,49$$

Piyasa Faiz Oranının %12'ye yükselmesi durumu;

$n = 3$ (vade tarihi 12.01.2016, satın alma tarihi 12.01.2013 olduğundan vadeye kalan devre 3)

$$ND = 100$$

$$F = 11$$

$$r = \% 12$$

$$P_0 = ?$$

$$P_0 = \left[F \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n * i} \right] + \frac{ND}{(1+r)^n}$$

$$P_0 = \left[11 * \frac{(1+0,12)^3 - 1}{(1+0,12)^3 * 0,12} \right] + \frac{100}{(1+0,12)^3}$$

$$P_0 = \text{₺}97,60$$

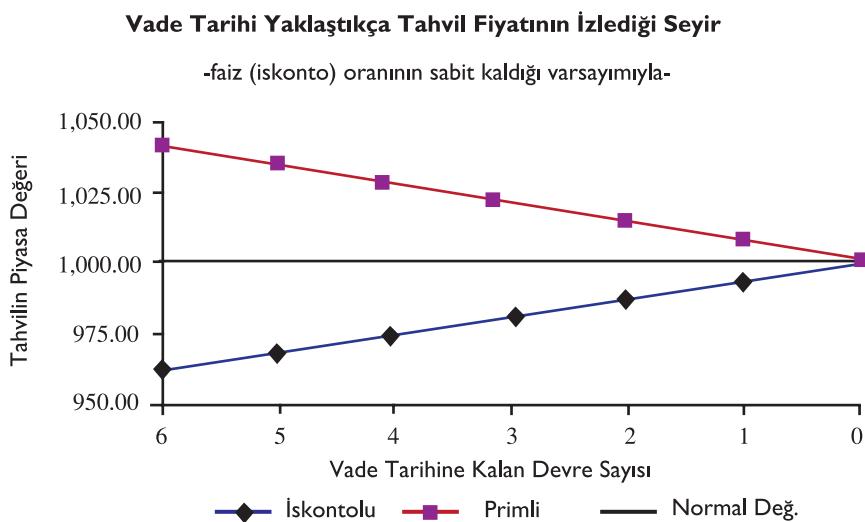
Sorunun çözümünde ve daha önceki örneklerde de görüleceği üzere, eğer tahvilden beklenen getiri (iskonto oranı) tahvilin nominal (kupon) faiz oranından yüksekse tahvilin bugünkü değeri (piyasa değeri) tahvilin nominal değerinden düşük olacaktır. Aksi durumda, yani tahvilden beklenen getiri (iskonto oranı) tahvilin nominal (kupon) faiz oranından düşükse tahvilin bugünkü değeri (piyasa değeri) nominal değerinden yüksek

olmaktadır. Bu fark, vadeye kalan süre uzunken daha fazla olmakta, vadeye kalan süre kısalıkça azalmakta ve vade tarihinde kapanmaktadır.

Bu ilişki aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

Şekil 7.2

Vade Tarihi
Yaklaşıkça Tahvil
Fiyatının İzlediği
Seyir



SIRA SIZDE

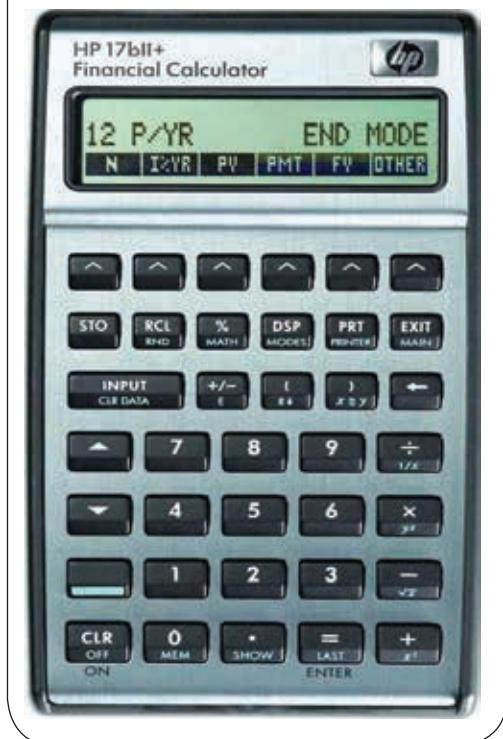


Tahvilde beklenen getiri ile piyasa değeri arasındaki bu ters yönlü ilişkinin sebebi ne olabilir?

3

Resim 7.4

HP17bII Finansal Hesap Makinesi



Örnek 7.3'ün HP Finansal Hesap Makinesi Kullanarak Çözümü:

a. Piyasa Faiz Oranının %10'a düşmesi durumu;

1. Adım: Daha önce yapılmış işlem varsa SHIFT + INPUT tuşlarına basılarak hafiza temizlenir. (SHIFT, üzerinde yeşil bir çizgi görülen tuştur.)

2. Adım: TVM (Time Value of Money) menüsüne girilir. (İlk ekranda FIN yazısının altındaki ok tuşuna, açılan ekrandan da TVM yazısının altındaki ok tuşuna basılır)

3. Adım: Hesap makinesinin normal modu devre sonu ödemeli (normal) anüiteye ayarlıdır. Bu yüzden ekran da END MODE (devre sonu modu) yazmalıdır. BEGIN MODE (devre başı modu) yazıyorsa OTHER tuşuna basılıp açılan menüden END MOD (devre sonu modu) seçilmelidir. (Çünkü örneğimizde faiz ödemeleri devre sonu ödeme li (normal) anüite formundadır.)

4. Adım: 3 yazarak N tuşuna (devre sayısı), 10 yazarak I/YR (yıllık faiz oranı) tuşuna, 11 yazarak PMT (taksitler) tuşuna ve son olarak 100 yazıp FV (gelecek değer) tuşuna basılır. Son olarak PV tuşuna (bugünkü değer) basarak tahvilin bugünkü değeri 102,49 olarak bulunur.

b. Piyasa Faiz Oranının %12'ye yükselmesi durumu;

1. Adım: Daha önce yapılmış işlem varsa SHIFT + INPUT tuşlarına basılarak hafıza temizlenir. (SHIFT, üzerinde yeşil bir çizgi görülen tuştur.)

2. Adım: TVM (Time Value of Money) menüsüne girilir. (İlk ekranda FIN yazısının altındaki ok tuşuna, açılan ekranın da TVM yazısının altındaki ok tuşuna basılır)

3. Adım: Hesap makinesinin normal modu devre sonu ödemeli (normal) anüiteye ayarlıdır. Bu yüzden ekranda END MODE (devre sonu modu) yazmalıdır. BEGIN MODE (devre başı modu) yazıyorsa OTHER tuşuna basılıp açılan menüden END MOD (devre sonu modu) seçilmelidir. (Çünkü örneğimizde faiz ödemeleri devre sonu ödemeli (normal) anüite formundadır.)

4. Adım: 3 yazarak N tuşuna (devre sayısı), 12 yazarak I/YR (yıllık faiz oranı) tuşuna, 11 yazarak PMT (taksitler) tuşuna ve son olarak 100 yazıp FV (gelecek değer) tuşuna basılır. Son olarak PV tuşuna (bugünkü değer) basarak tahvilin bugünkü değeri 97,60 olarak bulunur.

Faiz Ödeme Dönemleri Arasında Değerleme

Bu noktaya kadar verilen formüllerde vade getirişi ya da tahvil fiyatı, tahvilin ihracı anında ya da faiz ödeme dönemi başı itibarıyle hesaplanmaktadır. Tahvilin alım-satımı faiz ödeme dönemleri başında değil de, dönem arasında yapılacak olursa, yukarıda verilen formüllerde bazı değişikliklerin yapılması gerekecektir.

Tahvillerin faiz ödeme dönemi başında değil de faiz ödeme dönemleri arasında alınması uygulamada daha sıkılıkla görülür. Özellikle ikincil piyasa işlemlerinde tahvillerin faiz ödeme döneminde alınması çok istisnai bir durumdur. Bu durumda tahvil satın alan yatırımcı, yatırımı, iki faiz dönemi arasında yatırılmış olmasına karşılık, sanki dönemde yatırmış gibi tüm devrenin faizini alamayacaktır. Son faiz ödeme tarihi ile tahvilin satıldığı tarih arasında gerçekleşen faizin satıcıya ait olması gerekmektedir. Dolayısıyla iki faiz dönemi arasında satın almaları bu durum dikkate alınarak formüllerde değişiklikler yapılacaktır.

Sizce neden ikincil piyasada tahvillerin faiz ödeme dönemleri başında alınması istisnai iken faiz ödeme dönemleri arasında alınması daha sık karşılaşılan bir durumdur?



SIRA SİZDE

4

Basit Faiz Esasına Göre Değerleme

a. Vadeye Kadar Getiri Yaklaşımı

Faiz ödeme dönemleri arasında tahvillerin satın alınması durumunda vadeye kadar getiri yaklaşımına göre öncelikle ilk faiz dönemine kadar geçecek gün sayısının bilinmesi gereklidir.

Örnek 7.4: 2010 yılında ihraç edilmiş, %20 sabit faizli, 5 yıl vadeli ve her yıl 5 Nisan'da faiz ödemeli bir tahvil ₺1.000 nominal değerdedir. Bu tahvil 10 Mayıs 2012 tarihinde satın almayı düşünen bir yatırımcı %25 getiri sağlayabilmek için bu tahvili hangi fiyatla satın almalıdır?

Çözüm:

$$r = 0,25$$

$$n = 2 \text{ (tam dönem)}$$

$$c = 330 \text{ gün (10 Mayıs 2012 tarihinden 5 Nisan 2013 tarihine kadar geçen süre; alış tarihi ile ilk faiz devresine kadar geçen süre)}$$

$$P_0 = ?$$

$$\text{Tahvilin Faizi} = 1.000 * 0,20 = \text{₺}200$$

$$P_0 = \frac{200}{\left(1+0,25 \times \frac{330}{365}\right)} + \left[\frac{1}{\left(1+0,25 \times \frac{330}{365}\right)} * \left(\frac{200}{\left(1+0,25\right)^1} + \frac{1.200}{\left(1+0,25\right)^2} \right) \right]$$

$$P_0 = \text{₺}920$$

Göründüğü üzere, öncelikle ilk faiz ödemesi basit iskonto yaklaşımıyla tahvilin alınacağı güne iskonto edilmektedir. Yukarıdaki çözümün başındaki kesir bunu ifade etmektedir. Daha sonra ise alınacak tüm faiz ve anapara ödemeleri öncelikle bileşik iskonto yaklaşımı ile ilk faiz ödemesi tarihine indirgenmektedir. Köşeli parantezin içindeki normal parantez bu işlemi ifade etmektedir. Daha sonra bu değer tahvilin alınacağı güne basit iskonto yaklaşımı ile iskonto edilmektedir. Köşeli parantez içindeki ilk kesir de bu iskonto işlemini ifade etmektedir. Son olarak bugüne indirgenen iki değer (ilk faiz ödemesinin bugünkü değeri ile daha sonraki ödemelerin bugünkü değeri) toplanarak tahvil değeri elde edilmiş olur.

Bu yaklaşımında faiz ödeme dönemleri arasında tahvil satın alan yatırımcının, vade sonuna kadar tahvili elinde tutması durumunda sağlayacağı getiri hesaplanmış olmaktadır.

b. Tahakkuk Eden Faiz Yaklaşımı

Tahakkuk eden faiz esasına göre değerlemede öncelikle tahvilin devre başındaki faiz kuponu kesildikten sonraki değeri bulunur. Bulunan bu değere, devre başından değerleme gününe kadar geçen süre için hesaplanan faiz ilave edilerek tahvilin değeri belirlenir.

c = En son faiz ödeme gününden değerleme gününe kadar geçen gün sayısı.

Yukarıda verilen örnekteki tahvilin 10 Mayıs 2012 tarihinde tahakkuk eden faiz esasına göre değeri:

$$c = 35 \text{ gün } ((5 \text{ Nisan 2012 ile } 10 \text{ Mayıs 2012 arasındaki gün})$$

$$P_0 = \left[\frac{200}{1,25} + \frac{200}{1,25^2} + \frac{1.200}{1,25^3} \right] * (1 + 0,25 * 35/365)$$

$$P_0 = \text{₺}924$$

Göründüğü üzere bu esasta ilk aşamada gelecekte elde edilecek bütün ödemeler en son faiz ödemesi yapılan tarihe bileşik iskonto yaklaşımı ile iskonto edilmekte; daha sonra da tahvilin alınacağı tarihe kadar geçen süre için basit faiz yaklaşımı ile faiz ilave edilmektedir.

Günlük Bileşik Faiz Esasına Göre Değerleme

a. Vadeye Kadar Getiri Yaklaşımı

Daha önce ihraç edilmiş menkul kıymetlerin yatırımcılar arasında alınıp satıldığı organize ikincil piyasalarının (borsa) gelişmiş olduğu durumlarda menkul kıymetlere yatırım yapan yatırımcılar seans saatleri içinde hisse senedi, tahvil gibi menkul kıymet satıp yenilerini alabilirler. Dolayısıyla Amerika Birleşik Devletleri’nde bankalar artık mevduat-lara günlük bileşik faiz uygulamaktadırlar. İngiltere’de de benzer uygulamaların yaygınlaşlığı görülmektedir.

Türkiye’de Sermaye Piyasası Kanunu’nun 9 Şubat 1984 tarihli Resmi Gazete’de yayımlanan “Menkul Kıymet Alım Satımına İlişkin Sirküler (No: 2)”de günlük bileşik faiz esasına göre değerlendirme düzenlenmiş, böylece tahvil değerlendirme uygulamalarına tekdüzelik getirilmiştir.

Günlük bileşik faiz esasına göre değerlemede her gün bir faiz dönemi sayıldılarından, daima faiz ödeme döneminin başında bulunulmaktadır. Tahvil değerini veren formül aşağıdaki şekilde yazılabilir:

c = Değerleme gününden ilk faiz ödeme gününe kadar gelecek gün sayısı.

Yine örnekteki tahvilin 10 Mayıs 2012 tarihindeki değeri, bu sefer günlük faize göre şu şekilde bulunur:

$$P_0 = \frac{200}{(1,25)^{330/365}} + \left[\frac{1}{(1,25)^{330/365}} * \left(\frac{200}{1,25^1} + \frac{1.200}{1,25^2} \right) \right]$$

$$P_0 = \text{₺}921,92$$

b. Tahakkuk Eden Faiz Yaklaşımı

Verilen örnek tahakkuk eden faiz yaklaşımına göre şu şekilde çözülebilir:

$$P_0 = \left[\frac{200}{1,25^1} + \frac{200}{1,25^2} + \frac{1.200}{1,25^3} \right] * (1+0,25)^{35/365}$$

$$P_0 = \text{₺}921,92$$

Günlük bileşik faiz uygulaması sadece tahviller gibi uzun vadeli menkul kıymetlerde değil, aynı zamanda kısa vadeli menkul kıymetlerde de (finansman bonosu, banka bonoları gibi bonolarda) kullanılmaya başlamıştır.

Örneğin, finansman bonolarının günlük bileşik faiz esasına göre değerlendirilmesinde, nominal değer, vadeye kadar gelecek süre için iskonto edilir. Bu durumda finansman bonosunun herhangi bir zamandaki değeri aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanabilecektir.

$$P_0 = \frac{ND}{(1+i)^{c/g}}$$

P_0 = Finansman bonosunun bugünkü değeri (satış fiyatı)

ND = Finansman bonosunun vade sonu değeri (nominal değer)

c = Vadeye kadar kalan gün sayısı

g = Vade (gün sayısı olarak)

i = Devre faiz oranı

Örnek 7.5: 182 gün vadeli, ₺5.000 nominal değerdeki bir finansman bonosunun yıllık (365 günlük) net getirişi %30 olsun isteniyor. Bu finansman bonosunun satış süresinin birinci günü kaç ₺’den satılması gereklidir?

Cözüm:

Türkiye’de finansman bonolarının faiz gelirleri %10 gelir vergisi stopajı kesintisine tabidir. Örnek, bu kesintiyi de dikkate alarak şu şekilde çözülebilir:

$$i = 0,30 / (1 - 0,10) = 0,3333 (\%30 \text{ net getiri elde etmek için alınması gereken brüt getiri})$$

$$P_0 = \frac{5.000}{(1 + 0,3333)^{182/365}} = \text{₺}4.332$$

olacaktır.

Örnekteki finansman bonusu yatırımcı tarafından vadesine 25 gün kala satılmak istenirse, piyasa faizlerinin değişmediği varsayımlıyla kaç liradan satılmalıdır?

$$P_0 = \frac{5.000}{(1+0,3333)^{25/365}} = \text{₺}4.902$$

Şimdiye kadar verilen örnekler, her devre faiz ödemelerinin, dönem sonunda da ana para ödemelerinin yapıldığı tahvillerle ilgiliydi. Bunun yanında, her devre faiz ve anapara ödemelerinin yapıldığı tahviller de vardır. Her iki durumda da temel mantık değişimmemektedir. Doğal olarak bir tahvilin değeri o tahvilden elde edilecek nakit girişlerinin -faiz ya da faiz ve anapara ödemelerinin- bugünkü değeridir. Bu temel kuralı unutmadan, anapara tek seferde de parçalar halinde de ödense tahvil değeri aynı yaklaşımla hesaplanabilir.

TAHVİLLERDE GETİRİ TÜRLERİ

Tahvil piyasasında beş farklı getiri ya da verim oranı söz konusudur. Bunlar: a) Nominal getiri oranı, b) Cari getiri oranı, c) Vadeye kadar getiri oranı, d) Geri çağrırmaya kadar getiri oranı, e) Gerçekleştirilen getiri oranıdır.

Nominal Getiri Oranı

Nominal getiri oranı tahvilin üzerinde yazılı kupon faiz oranıdır. Örneğin üzerinde %15 faiz oranı yazan tahvilin nominal getiri oranı %15'dir. Nominal değer üzerinden dönemsel faiz tutarının hesaplanmasıyla kullanılan nominal faiz oranı, tahvil çıkarılan kurumun borçlanma karşılığında ödemeyi taahhüt ettiği maliyetin oransal ifadesidir.

Cari Getiri (Verim) Oranı

Yıllık kupon faizi ödemesinin, tahvilin cari piyasa fiyatına oranlanmasıyla tahvilin cari verim oranı ya da cari getiri oranı elde edilir. Bu oran, bugün piyasa fiyatından alınsa tahvilin yatırımcısına hangi yıllık getiriyi sağlayacağını ifade eder.

$CV = \text{Cari verimi}$

$F_t = t$ dönemindeki kupon faizini

$P_m = \text{Tahvilin cari fiyatını ifade ederse,}$

$$CV = \frac{F_t}{P_m} \text{ eşitliği ile hesaplanır.}$$

Örnek 7.6: Bir tahvilin nominal değeri ₺1.000 nominal faiz oranı %13 olsun. Bu tahvil piyasada

- a. ₺950 'ye satılırsa,
- b. ₺1050 'ye satılırsa cari verim oranı ne olur?

Çözüm:

a. ₺950 'ye satılırsa;

$$F = 1.000 * 0,13 = ₺130$$

$$CV = \frac{130}{950} = \% 13,68 \text{ olacaktır.}$$

b. ₺1.050'ye satılırsa cari verim oranı ne olur?

$$CV = \frac{130}{1050} = \% 12,38 \text{ olacaktır.}$$

Göründüğü üzere cari verim oranı, tahvil iskontolu satılmışsa kupon faiz oranını aşarken tahvil primli satılmışsa kupon faiz oranının altında kalmaktadır.

Tahvilin piyasa değeri cari getiri oranına ya da piyasa faiz oranlarına bağlı olarak değişecektir. Eğer cari getiri oranı nominal getiri oranıyla aynı ise tahvilin piyasa değeriyle nominal değeri aynı olur.

Cari verim ölçümünün iki önemli eksiği vardır. Bunlar ise;

- i. Elde edilen gelirin yeniden yatırılmasını,
- ii. Sermaye kazancı ya da kayıplarını dikkate almamasıdır.

Vadeye Kadar Getiri Oranı ya da Vade Getirisı

Tahvilin gelecekte sağlayacağı tüm nakit akımlarının (anapara ve faiz ödemeleri) bugünkü değerini tahvilin satın alma değerine eşitleyen orana tahvilin vade getirisidir. Yani bu oran, tahvilin vadeye kadar elde tutulması ve kupon faizlerinin vade sonuna kadar aynı oran üzerinden yeniden yatırılması durumunda sağlayacağı getiri oranıdır. Eğer kupon gelirleri yeniden yatırılmaz veya daha düşük verim oranı söz konusu ise gerçekleşecek oran hesaplanan vadeye kadar getiri oranından daha düşük olacaktır.

Etkin bir piyasada vadeye kadar getiri oranı o risk sınıfı için piyasa faiz oranıdır.

Vadeye kadar getiri oranı bir tahvilin iç kârlılık oranıdır. Tahvilin piyasa değeriyle tahvilden elde edilecek faizler ve vade sonunda tahvilin ihraç değeri, bu oranla, bugüne indirgendiğinde birbirine eşit olur. Diğer bir ifade ile iç kârlılık oranı, tahvilin sağladığı nakit akışlarının tahvilin gerektirdiği nakit çıkışlarına eşitlenen bir orandır. Eğer bu oran, yatırımcının böyle bir yatırımdan beklediği orana eşitse ya da büyükse tahvil satın alınacak, değilse alınmayacağından.

a. Bileşik Faiz Yaklaşımına Göre Vadeye Kadar Getiri

Tahviller için faiz ödemesi yılda bir kez olabileceği gibi 6 ayda bir ya da ya da daha kısa aralıklarla da olabilir. Bu durumda vadeye kadar getiri formülünde bazı değişikliklerin yapılması gerekecektir.

P_0 = Tahvilin fiyatı

F = Faiz ödemesi

ND = Nominal değer

r = Vadeye kadar getiri oranını gösterir ve yılda bir kez faiz ödemesi yapılrsa;

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{F}{(1+r)^t} + \frac{ND}{(1+r)^n}$$

idi.

Örnek 7.7: ₺1.000 nominal değerli 2 yıl vadeli bir tahvilin piyasa fiyatı ₺960 ve kupon faiz oranı %16'dır. Tahvilin vadeye kadar getiri oranı nedir?

Cözüm:

P_0 = ₺960

ND = ₺1.000

F = ₺160 (1000 %16)

R = ?

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{F}{(1+r)^t} + \frac{ND}{(1+r)^n}$$

$$960 = \frac{160}{(1+r)^1} + \frac{160}{(1+r)^2} + \frac{1.000}{(1+r)^2}$$

Böyle bir denklemde tahvilin verim oranı cebirsel olarak deneme yanılma ve enterpolasyon yöntemiyle bulunabilir. Bu yöntemde deneme yanılma ile bir adet istenen sonuçtan (bu soruda 960) yüksek; bir adet de düşük sonuç veren iskonto oranı bulunur. Daha sonra iskonto oranlarının arasındaki fark ile sonuçlar arasındaki farktan doğru orantı kurularak tam sonucu (960) veren iskonto oranına (vadeye kadar verim / iç karlılık oranı) ulaşılmış olur.

<u>İskonto Oranı</u>	<u>Nakit Akımlarının Bugünkü Değeri</u>
%19	953,60
?	960
%18	968,69

Görüldüğü üzere r için %19 denenirse bugünkü değer ₺953,60 olurken, %18 denenirse ₺968,69 bulunmaktadır. Verim oranının %18 ile %19 arasında bir değerde olduğu görülmektedir. r 'nin tam değeri enterpolasyonla bulunabilir.

%1 lik fark >>> ₺15,09'lik fark yaratırsa ($968,69 - 953,60$)

% x' lik fark >>> ₺6,40'lik fark yaratır. ($960 - 953,60$)

$x = \%1 \times 6,40 / 15,09$ yazılır. $x = \%0,42$ bulunur. Bu durumda

$r = \%19 - \%0,42 = \%18,58$ olur.

Örnek 7.8: ₺1.000 nominal değerli, %8 faizli ve her altı ayda bir faiz ödemeli, 4 yıl vadeli bir tahvilden altı aylık %5 vadeye kadar getiri bekliyorsa bu tahvilin satın alma değeri ne olmalıdır?

Çözüm:

$$ND = ₺1.000$$

$F = ₺40 (1000 * (0,08/2))$ (yıllık faiz oranı %8 ve yılda iki kez faizlendirme yapıldığından.)

$$r = 0,05$$

$$n = 8 (4 \times 2)$$

$$P_0 = ?$$

$$P_0 = 40 \frac{(1+0,05)^8 - 1}{(1+0,05)^8 * 0,05} + \frac{1.000}{(1+0,05)^8}$$

$$P_0 = ₺935,37$$

Tahvil alıcısı, bu yatırımdan, altı aylık %5 oranında bir getiri bekliyorsa tahvilin ₺935,37'ye satın almalıdır. Tahvil bu fiyatın üzerinde bir değerle satın alınırsa altı aylık getiri oranı %5'in altına düşecektir.

Örnek 7.8'in Excelde Hazırlanmış Çalışma Sayfası ile Çözümü:

Resim 7.5

Tahvil Getirisi Türevleri İçin Veriler	
2 Nominal Değer	\$ 1.000
3 Yılık Kupon Faiz Oranı	8,00%
4 Yılık Beklenen Getiri Oranı	10,00%
5 Vadeye Kalan Yı	4,0
6 Geri Çağrımıza Kalan Yı	-
7 Geri Çağrma Oranı	0,00%
8 Yıllık Faiz Ödeme Skh	2
10. Tahvilin Değeri	935,37
<u>Tahvil Getiri Hesaplamaları</u>	
13. Cari Veren (Getiri)	=B3*B2*B10
14. Vadeye Kadar Getiri	=RATE(B5*B8,B3*B10*B2,-B10,B2)*B8
15. Geri Çağrma Getiri Oranı	=SAYI! #SAYI!
	=RATE(B8*B8,B3*B10*B2,-B10,B2*(1+B7))*B8

İlgili Excel Tablosunda “kupon tarihinde tahvil getiri” sekmesi açıldıktan sonra ilgili alanlara soruda verilen veriler girildikten sonra istenen vadeye kadar getiriyi sağlayan tahvil fiyatı, “tahvilin değeri” hücresinin yanında, cebirsel olarak bulunan sonuçla aynı olarak (935,37) görülmektedir.

Örnek 7.9: Vadesine 4 yıl kalan %6 faizli, ₺1.000 nominal değerde bir tahvil ₺964.33'ye satılıyorsa, bu tahvilin vadeye kadar getiri oranı ne olmalıdır?

Çözüm:

$$ND = ₺1.000$$

$$n = 2$$

$$F = ₺60$$

$$P_0 = ₺964.33$$

$$r = ?$$

$$964.33 = \frac{60}{(1+r)^1} + \frac{1060}{(1+r)^2}$$

İskonto Oranı

%7

%8

r = %8

Nakit Akışlarının Bugünkü Değeri

981.92

964.33

Örnek 7.9'in Excelde Hazırlanmış Çalışma Sayfası ile Çözümü:

Resim 7.6

bond_valuation_and_yield_calculation TR (Uyumluluk Modu) - Microsoft Excel																	
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	Tahvil Getiri Türleri İçin Veriler																
2	Nominal Değer	\$ 1.000															
3	Yılık Kupon Faiz Oranı	6,00%															
4	Yılık Beldeşen Getiri Oranı																
5	Vadeye Kalan Yıl	2,0															
6	Gen Çajmaya Kalan Yıl	-															
7	Gen Çajma Oranı	0,00%															
8	Yıllık Faiz Ödeme Süresi	1															
9																	
10	Tahvilin Değeri	\$ 964,33															
11																	
12	Tahvil Getiri Hesaplama																
13	Çari Veren (Getiri)	=B3*B2/B10															
14	Vadeye Kadar Getiri	8,00% ← #RATE(B5*B2,B3*B2-B10,B2)*B8															
15	Gen Çajma Genel Oranı	#SAYI! ← =RATE(B4*B1,B3*B2-B10,B2*(1-B7))/B8															
16																	
17																	
18																	
19																	
20																	
21																	
22																	
23																	
24																	
25																	
26																	
27																	
	Kuponlar Arasında Tahvil Değeri	Kuponlar Arasında Tahvil Değeri	Kuponlar Arasında Tahvil Değeri														

İlgili Excel Tablosunda “kupon tarihinde tahvil getiri” sekmesi açıldıkten sonra ilgili alanlara soruda verilen veriler girildikten sonra istenen vadeye kadar getiri oranı aynen cebirsel olarak bulunan gibi (%8) kırmızı elips içine alınan bölmeye görülmektedir. Böylece Excel gibi araçlar sayesinde getiri hesaplarken uzun işlemler gerektiren interpolasyon hesaplamalarını yapmaya da gerek kalmamaktadır.

Örnek 7.10: Vadesine 2 yıl kalan %20 faizli, ₺1.000 nominal değerde bir tahvilden %18 getiri beklenirse, bu tahvil kaç ₺ ye satın alınmalıdır? (Gelir vergisi stopajı %10 ise).

Çözüm:

$$n = 2$$

$$F = ₺200 \quad (1.000 \times 0,20)$$

$$ND = ₺1.000$$

$$r = 0,18$$

$$P_0 = ?$$

Türkiye'de özel sektör tahvillerinin faiz gelirleri %10 gelir vergisi stopajına tabidir. Dolayısıyla tahvil değerlemesinde sağlanacak net nakit girişlerinin dikkate alınması net sonucu verir.

Bu tahvilin faiz geliri $1.000 \times 0,20 = ₺200$ olmakla birlikte kesintiler düşülürse; Net faiz geliri $= 200 (1 - 0,10) = ₺180$ olur. Buna göre;

$$P_0 = 180 \frac{(1+0,18)^2 - 1}{(1+0,18)^2} + \frac{1.000}{(1+0,18)^2}$$

$$P_0 = 50,72 + 718,18$$

$$P_0 = ₺768,90 \text{ olacaktır.}$$

a. Vadeye Kadar Ortalama Getiri Yaklaşımı

Tahviller, daha basit bir yaklaşımla da değerlendirilebilirler. Tahvilin ortalama getiri oranı bilinmek istenebilir. Bu durumda vadeye kadar ortalama getiri oranı aşağıda verilen formül yardımıyla hesaplanabilir.

- P_0 = Tahvilin satış fiyatı
 n = Vadeye kadar dönem sayısı
 F_t = t yıldızı faiz tutarı ise

$$\text{Ortalama Getiri Oranı} = \frac{F_t + \frac{ND - P_0}{n}}{\frac{ND + P_0}{2}}$$

Yukarıda verilen örnek için ortalama getiri oranı hesaplanır;

$$\text{Ortalama Getiri Oranı} = \frac{200 + \frac{1.000 - 768,90}{2}}{\frac{1.000 + 768,90}{2}}$$

Ortalama Getiri Oranı = %35,68 olarak bulunur.

b. Kuponsuz Tahvillerde Vadeye Kadar Getiri Oranı

Bu tür tahviller kupon taşımaz ve vade süresi içinde faiz ödemesi de yoktur. Sadece vade sonunda anapara ödemesi yapılmaktadır. Tahvil sahibinin getirisini, tahvil satın alınırken ödenen fiyatla vade sonunda kendisine ödenen nominal değer arasındaki fark alınrak bulunur.

Örnek 7.11: ₺100.000 nominal değerli, 2 yıl vadeli kuponsuz bir tahvil piyasadan ₺85.000'ye satın alınmaktadır. Bu tahvile yatırım yapacak yatırımcının getiri oranı ne olmaktadır?

Cözüm:

Burada vade süresi içinde herhangi bir faiz ödemesi olmayacağından, Dolayısıyla bu tür tahvilin getiri oranı, vade sonunda alınacak nominal değerini satın alma değerine eşitlenen iskonto oranı olacaktır.

$$85.000 = \frac{100.000}{(1+r)^2}$$

$$(1+r)^2 = 1,1765$$

$$r = 1,1765^{1/2} - 1$$

$$r = \% 8,47$$

Geri Çağırma Getiri Oranı

Bazı tahviller, tahvilde belirtilen vade tarihinden önce geri çağrılabilme özelliğine sahip olabilirler. Geri çağrıma genellikle cari pazar faiz oranının tahvilin nominal faiz oranının altına düşüğünde söz konusu olur. Tahvilin bu özelliğinden dolayı, tahvil satın alanların satın almadan vazgeçmemeleri için tahvil geri ödemesi genellikle nominal değerinin üzerinde bir değerle yapılmaktadır. Geri çağrıma oranı da geri çağrılmaya süresi dikkate alınarak, ya vadeye kadar getiri oranı formülünden ya da ortalama getiri oranı formülünden faydalılarak hesaplanabilir.

Gerçekleşen Verim Oranı

Tahvilin vade ya da geri çağırma tarihinden daha kısa bir süre ile elde tutulması durumunda elde edilecek verime gerçekleşen verim oranı denir.

Eğer bir tahvil vadeden önce alınıp satılırsa; kupon faizleri, yeniden yatırım gelirleri, fiyat değişiklikleri dikkate alınarak değerlendirme yapılmalıdır. Bu durumda ortalama getiri ile fiyatı veren formüller şu şekilde olacaktır:

$$\text{Ortalama Gerçekleşen Verim Oranı} = \frac{Ft + ((Ps / Po) / hp)}{(Ps + Po) / 2}$$

Formülde;

P_s = Tahvilin satış fiyatını

P_0 = Tahvilin satın alma fiyatını

hp = Elde tutma süresini göstermektedir.

$$P_0 = \sum_{t=1}^{hp} \frac{Ft}{(1+r)^t} + \frac{Ps}{(1+r)^{hp}}$$

Örnek 7.12: Nominal değeri ₺100.000, %20 faizli ve 5 yıl vadeli bir tahvil ₺85.000'den satın alındıktan 1 yıl sonra ₺90.000'dan satılması düşünülmektedir. Bu durumda yatırımcının gerçekleşen verim oranını hesaplayınız.

a. Ortalama Verim Yaklaşımıyla

$$\text{Ortalama Gerçekleşen Verim Oranı} = \frac{Ft + ((Ps / Po) / hp)}{(Ps + Po) / 2}$$

$$\text{Ortalama Gerçekleşen Verim Oranı} = \frac{20.000 + \frac{90.000 - 85.000}{1}}{\frac{90.000 + 85.000}{2}}$$

Ortalama Gerçekleşen Verim Oranı = %28,57

b. Bileşik Faiz Yaklaşımına Göre

$$85.000 = \frac{20.000}{(1+r)^1} + \frac{90.000}{(1+r)^1}$$

Deneme-yanılmayla şu şekilde hesaplanabilir;

%30 84.615,38462

? 85.000

%20 91.666,66667

%10 luk fark 7.051,28205 (91.666,66667-84.615,38462) farkı yaratırsa

X 6.666,66667 farkı (91.666,66667 – 85.000) yaratır.

$$X = \%10 \frac{6.666,66667}{7.051,28205} = \%9,45$$

R = %20 + %9,45 = **%29,45** olarak bulunur.

Özet

Yatırımlar yatırımin yapıldığı kıymete göre reel ve finansal yatırımlar olarak ikiye ayrılır. Gerek devletin gerekse de işletmelerin fon temin etmek amacıyla ihraç ettikleri menkul kıymetlere yapılan yatırımlara finansal yatırımlar denir. Her yatırım alternatifinin bir beklenen getiri, bir de bu getirinin beklenenden sapması olasılığı olarak nitelenebilecek riski vardır. Yatırımcılar bu iki temel bileşeni, kendi ölçülerine göre bir arada değerlendirek yapacakları yatırıma bir değer biçerler. Bu işlemeye “değerleme” denir.

Değerlenen şey ister bir daire, ister fiilen çalışmakta olan bir işletme, isterse de bir menkul kıymet (örneğin tahlil olsun), değerlelenen temel mantığı aynıdır. Bir yatırımin bugün ifade ettiği değer, o yatırımin gelecekte sağlanması beklenen getirilerin yani nakit girişlerinin, bu nakit girişlerinin riskliliğine göre yatırımcının beklediği getiri oranı ile bugüne iskontolanmış değerleri toplamıdır.

Tahlil, anonim ortaklık şeklindeki işletmelerin ve devletin tasarrufçularından uzun vadeli borç temin etmek amacıyla ihraç ettikleri borç senedi hükmündeki menkul kıymetlerdir. Tahviller genellikle hamiline yazılı olarak çıkarılırlar ve tahlvilin satışı için belirlenmiş sürenin son günü tahlvil vadesinin başlangıç tarihi olarak kabul edilir.

Tahviller tipik olarak ₺1.000, ₺100.000 gibi yuvarlak nominal değerlere sahip olup, bu değerden satışa sunulurlar. Bu değer üzerinden, belirlenen faiz oranına göre hesaplanan dönem faizleri her dönemin sonunda ödenir. Dönem sonunda ise son dönemin faizi ile birlikte anapara geri ödenir.

Tahviller çoğunlukla vade boyunca faiz oranının değişmediği sabit faizli tahviller olarak çıkarılırlar. Ancak istisnai olarak değişken faizli tahviller de çıkarılabilmektedir.

Bir varlığın değeri iki temel değişkene bağlıdır. Birincisi varlığın sağlayacağı nakit akışları, ikincisi de nakit akışlarının iskonto edileceği iskonto oranıdır. Bir varlığın gelecekteki nakit akışlarının bugüne iskontolanmasında kullanılacak iskonto oranı, yatırımcının o varlığa yatırım yaparak elde etmeyi beklediği getiri oranıdır. Bu yüzden kullanılacak iskonto oranına *beklenen getiri oranı* da denir. Beklenen getiri oranının ne olacağı ise yatırımcının varlığın riskliliğine ilişkin yargısına bağlıdır. Örneğin yatırımcı piyasadaki gelişmelerle ilişkili olarak yatırıma konu varlığın yüksek riskli olduğunu (veya riskinin yükseldiğini) düşünüyorsa beklenen getiri oranı, dolayısıyla iskonto oranı da yüksek olacaktır.

Tahviller vadeden önceki herhangi bir tarihte değerlendirilebilirler. Bu tarih tam olarak bir faiz ödeme döneminin başı olabileceği gibi faiz ödeme döneminin arasında bir tarih de olabilir. Herhangi bir finansal varlığın bugünkü değeri, gelecekte sağlayacağı nakit girişlerinin bugüne indirgenmiş değerleri toplamıdır. İster ödeme dönemleri başında ister arasında değerlendirme yapılın, bu temel yaklaşım değişmeyecektir. Eğer tahlilden beklenen getiri (iskonto oranı) tahlvilin nominal (kupon) faiz oranından yükseksse tahlvilin bugünkü değeri (piyasa değeri) tahlvilin nominal değerinden düşük olacaktır. Aksi durumda, yani tahlilden beklenen getiri (iskonto oranı) tahlvilin nominal (kupon) faiz oranından düşeksse tahlvilin bugünkü değeri (piyasa değeri) nominal değerinden yüksek olmaktadır. Bu fark, vadeye kalan süre uzunken daha fazla olmakta, vadeye kalan süre kısaldıkça azalmakta ve vade tarihinde kapanmaktadır.

Kendimizi Sınayalım

- 1.** Tahvilin temel niteliklerine ilişkin olarak verilen ifadelerden hangisi **yanlıştır**?
 - a. Kar-zarar ortaklık belgesi hükmündedir.
 - b. Devlet çıkarabilir.
 - c. Anonim ortaklıklar çıkarabilir.
 - d. Borç senedi hükmündedir.
 - e. Menkul kıymettir.

- 2.** Yapılan yatırımdan elde edilen getirinin, vade sonuna kadar aynı getiri oranıyla tekrar yatırıma dönüştürülmediği durumda yillik getiri oranı hangisidir?
 - a. Nominal getiri
 - b. Bileşik getiri
 - c. Basit getiri
 - d. Cari getiri
 - e. Kupon getirisи

- 3.** Ana para, faiz ya da her ikisi altın, döviz, enflasyon gibi bir değer ölçüsüne bağlanarak, ödeme günü geldiğinde tahvilin değerinin bu ölçülere göre saptandığı tahvil türü hangisidir?
 - a. Değişken faizli tahvil
 - b. Kuponsuz tahvil
 - c. Bağlı tahvil
 - d. Primli tahvil
 - e. Endeksli tahvil

- 4.** Vadesine iki yıl kalmış %10 kupon faizli tahvilin nominal değeri ₺1.000'dir. Yilda bir defa kupon faiz ödemesi yapılmıyor ve piyasa faiz oranı %8 ise tahvilin fiyatı ne olur?
 - a. 1076
 - b. 1036
 - c. 1012
 - d. 1000
 - e. 970

- 5.** Vadesine 4 yıl kalmış altı ayda bir faiz ödemesi ₺1000 nominal değerli ve %12 kupon faizli tahvilden %14 getiri beklenirse tahvilin değeri ne olur?
 - a. 1041
 - b. 1019
 - c. 1000
 - d. 940
 - e. 928

- 6.** Vadesine 8 yıl kalmış yılda bir faiz ödemesi ₺1000 nominal değerli ve %8 kupon faizli tahvilden %18 getiri beklenirse tahvilin değeri ne olur?
 - a. 592
 - b. 692
 - c. 792
 - d. 892
 - e. 992

- 7.** Son faiz ödemesinden 90 gün geçen, 2 kez daha faiz ödemesi kalan ₺100 nominal değerli, %10 kupon faizli tahvilden %11 getiri beklenirse **basit faiz-tahakkuk eden faiz** esasına göre tahvil kaç ₢'ye alınmalıdır?
 - a. 95,17
 - b. 97,61
 - c. 100,24
 - d. 103,56
 - e. 106,90

- 8.** Son faiz ödemesinden 90 gün geçen, 2 kez daha faiz ödemesi kalan ₺100 nominal değerli, %10 kupon faizli tahvilden %11 getiri beklenirse **bileşik faiz-tahakkuk eden faiz** esasına göre tahvil kaç ₢'ye alınmalıdır?
 - a. 85,18
 - b. 88,19
 - c. 91,97
 - d. 96,03
 - e. 100,14

- 9.** Bir tahvilin nominal değeri ₺1.000 nominal faiz oranı %12 olsun. Bu tahvil piyasada ₺960'ye satılırsa cari verim oranı ne olur?
 - a. %12
 - b. %12,5
 - c. %14
 - d. %16
 - e. %17,5

- 10.** Vadesine 3 yıl kalan %15 faizli, ₺1.000 nominal değerde bir tahvil ₺850'ye alınırsa **vadeye kadar ortalama getiri oranı** ne olur?
 - a. 16,05
 - b. 18,12
 - c. 20
 - d. 21,62
 - e. 23,89

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı

- | | |
|-------|---|
| 1. a | Yanıtınız yanlış ise “Tahvil Kavramı ve Türleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz. |
| 2. c | Yanıtınız yanlış ise “Tahvil Kavramı ve Türleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz. |
| 3. e | Yanıtınız yanlış ise “Tahvil Kavramı ve Türleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz. |
| 4. b | Yanıtınız yanlış ise “Tahvil Değerlemesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz. |
| 5. d | Yanıtınız yanlış ise “Tahvil Değerlemesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz. |
| 6. a | Yanıtınız yanlış ise “Tahvil Değerlemesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz. |
| 7. c | Yanıtınız yanlış ise “Tahvil Değerlemesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz. |
| 8. e | Yanıtınız yanlış ise “Tahvil Değerlemesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz. |
| 9. b | Yanıtınız yanlış ise “Tahvillerde Getiri Türleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz. |
| 10. d | Yanıtınız yanlış ise “Tahvillerde Getiri Türleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz. |

Sıra Sizde 3

Matematiksel olarak, tahvilin nominal oran üzerinden hesaplanan faiz girişleri bu orandan daha yüksek bir oranla iskonto edildiğinde bugünkü değerleri azalmaktır; daha düşük bir oranla iskonto edildiğinde ise bugünkü değeri daha yüksek çıkmaktadır. Mantıksal bir açıklama olarak ise şu söylenebilir: %11'den faiz ödeyen bir tahvil, piyasa faiz oranlarının %12'ye çıktıığı, yani bugün ihraç edilen tahvillerin ortalama %12 kazandırdığı bir ortamda cazibesini yitirecek, dolayısıyla alıcılar bu tahvili satın almak için ancak nominal değerlinden uygun ölçüde iskontolu bir miktar ödeyerek almayı kabul edeceklerdir.

Sıra Sizde 4

Bu durumun açıklaması takvimle ilgilidir. İlkincil piyasada yılın her iş günü daha önce çıkarılmış tahviller alınıp satılmaktadır. Yani bir tahvil yılın her iş günü alınıp satılmakta iken bu günlerden sadece bir tanesi faiz ödeme dönemi başına gelmekte, o gün dışındaki tüm günler faiz ödeme devrelerinin aralarına tesadüf etmektedir. Dolayısıyla tahvil ödeme devresi başında alım satım ve değerlendirme istisna iken devre aralarında alım satım ve değerlendirme genel durum olmaktadır.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

Tahviller değerlendirlenirken yatırımcılar tahvili çıkararak kurum ya da devletin risk durumuna göre beklenen getiri oranını belirlerler. Piyasa faiz oranı ise devletin borçlarını ödemesine ilişkin piyasadaki yatırımcıların risk algılarının bir kombinasyonu sonucu ortaya çıkar. Yani piyasadaki binlerce yatırımcının yaptıkları analizler sonucunda meydana çıkan ortalama beklenen getiri oranıdır. Bu nedenle yatırımcılar sıkılıkla beklenen getiri oranı olarak piyasa faiz oranını kullanmaktadır.

Sıra Sizde 2

$$1 + EGO = \left(1 + \frac{NGO}{m}\right)^m$$

$$1 + EGO = \left(1 + \frac{0,12}{2}\right)^2$$

$$EGO = \%12,36$$

Yararlanılan Kaynaklar

- Aydın, Nurhan (2009). **Finans Matematiği**, Detay Yayıncılık, 1. Baskı, Ankara.
- Başkaya, Zehra (1998). **Finans Matematiği**, Ekin Kitabevi, Bursa.
- Coşkun, Metin (2011). **Excel ile Finans**, Detay Yayıncılık, Ankara.
- Day, Alastair L.(2005). **Mastering Financial Mathematics in Microsoft Excel**, Prentice Hall, ABD.
- Uzunoğlu, Sadi (2006). **Finans Matematiği Çalışma Kitabı**, Literatür, İstanbul.
- Zima, Petr., Robert L. Brown (1996). **Mathematics of Finance**, McGraw-Hill, ABD.
- <http://www.pdfindir.com/tahvil-de%C4%9Ferleme-xls-1.html>
- http://www.tvmcalcs.com/calculators/apps/excel_bond_valuation

8

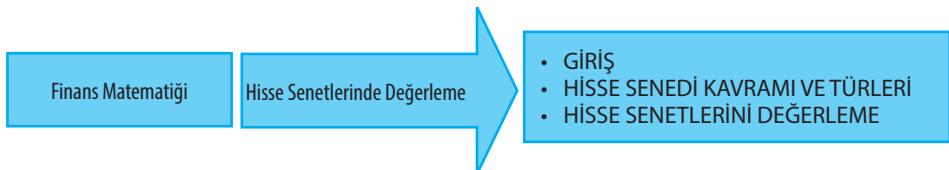
Amaçlarımız

- Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- 🕒 Hisse senetleri ve hisse senetlerinin özelliklerini açıklayabilecek,
 - 🕒 Hisse senedi değerlendirmesini yapabilecek bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Hisse Senedi
- Adı Hisse Senedi
- İmtiyazlı Hisse Senedi
- Kar Payı
- Değerleme
- İndirgenmiş Nakit Akışı
- Fiyat/Kazanç Oranı
- Piyasa Değeri/Defter Değeri

İçindekiler



Hisse Senetlerinde Değerleme

GİRİŞ

Şu ana kadar olan ünitelerde sıkça vurgulandığı üzere, herhangi bir varlığın bugünkü değeri gelecekte sağlayacağı nakit akışlarının iskonto edilmiş değerleri toplamı ile bulunur. Bir önceki üitede bu ifade, değerlendirilen varlığın tahvil olması durumuna göre detaylandırmıştı. Bu üitede ise aynı örneklenirme hisse senetleri için yapılacaktır. Hisse senetleri, anonim şirket ortaklarının ortaklık paylarını temsilen şirket tarafından verilen kıymetli evraktır. Şirkete belli oranda ortak olmak, şirketin hisse senetlerinin aynı oranına sahip olmak anlamına gelecektir. İşletmeler, ortaklar, potansiyel yatırımcılar, analistler ve daha pek çok taraf hisse senetlerinin değerini çeşitli zamanlarda ve çeşitli amaçlarla bilmek isterler. İşletmelerin ve ortakların amacı işletmenin ya da hisse senetlerinin değerini artırarak ortakların servetini maksimize etmek olduğundan, bu amacın hangi zamanda, hangi derecede başarılılığını tüm tarafların bilmesi açısından hisse senedi değerlemesi büyük önem taşır. Dolayısıyla hisse senedi değerlemesi de finansın ve finans matematiğinin bir başka önemli uygulama alanıdır. Yukarıda tekrarlanan temel mantık aynı olsa da hisse senedi değerlemesinde pratikte dikkat edilmesi gereken bazı farklılıklar vardır. Örneğin tahvillerde gelecekteki nakit akışları büyük ölçüde belirli iken hisse senetlerinde belirsizlik vardır ve eldeki veriler analiz edilerek mümkün olduğunca gerçekçi bir şekilde tahmin edilmeye çalışılır. Hisse senetlerinin doğasındaki bu yüksek belirsizlik riski artrıldığından, yatırımdan beklenen getiri, dolayısıyla iskonto oranı da daha yüksek olmaktadır. Bu gibi farklılıklar hisse senedi değerlemesini görece zorlaştırmaktadır. Bu bölümde hisse senedi değerlemesinde kullanılan başlıca yaklaşımalar açıklanacaktır.

HİSSE SENEDİ KAVRAMI VE TÜRLERİ

Hisse Senedinin Tanımı ve İçeriği

Hisse senetleri anonim şirketler, sermayesi paylara bölünmüş komandit şirketler ve özel kanunla kurulmuş kamu kuruluşları tarafından çıkarılan, sermayenin belirli bir bölümünü temsil eden, sahibine ortaklık haklarından yararlanma, ihraç edene tasfiye anına kadar fonları kullanma hakkı sağlayan finansal varlık/menkul kıymetlerdir. Bunlardan sadece anonim ortaklıkların hisse senetleri ayrıca halka arz edilebilir ve ikincil piyasada, yanı borsalarda alınıp satılabilir.

Bir hisse senedinin içeriği şu unsurlardan oluşur:

- Şirketin unvanı,
- Ticaret sicili numarası ve teskil tarihi,

- Kayıtlı esas sermaye,
- Hisse senedinin nev'i (nama, hamiline vs.),
- Hisse senedinin itibari (nominal) değeri,
- Nama yazılı hisse senetlerinde hisse sahibinin adı, soyadı ve ikametgâhi,
- Yetkili iki imza.

Resim 8.1

Eski Bir Hisse Senedi
Örneği



Hisse Senedi Türleri

Hisse senetleri başlica şu açılarından sınıflandırılmaktadır:

- Adı-İmtiyazlı hisse senetleri
- Hamiline-Nama yazılı hisse senetleri
- Bedelli-Bedelsiz hisse senetleri
- Primli- Primsiz hisse senetleri
- Kurucu ve İntifa hisse senetleri

Adı-İmtiyazlı Hisse Senetleri: Adı hisse senetleri, sahiplerine eşit haklar sağlamaktadır. Hisse senetleri, ana sözleşmede aksine bir hükmü yoksa adı hisse senedi niteliğindedir. İmtiyazlı hisse senetleri, sahiplerine kara iştirak ve diğer bazı konularda ayırcaklı bir takım haklar sağlamaktadır.

Hamiline-Nama Yazılı Hisse Senetleri: Nama yazılı olan senetler sahiplerinin isimleri ne kaydedilmiş olup, borsada alım satımı yapılamamaktadır. Borsada işlem görebilmeleri için, senetlerin hamiline çevrilmeleri ve Borsa İstanbul'a kote ettirilmeleri gerekmektedir. Hamiline yazılı senetlerin üzerinde herhangi bir kimlik yoktur. Borsada işlem gören senetlerin hepsi hamiline yazılıdır.

Bedelli-Bedelsiz Hisse Senetleri: Şirketlerin sermaye artırımı maksadıyla iç kaynaklarından sermayeye aktardıkları tutar kadarınca, bir bedel almaksızın ortaklara dağıtıltığı senetlere bedelsiz hisse senetleri denir. Bedelsiz sermaye artırımında kullanılan özsermaye kalemi olup, bedelsiz sermaye artırımı ile yapılan işlem diğer kalemlerin ödenmiş sermayeye dönüşmesidir. Dolayısıyla şirketlerin toplam piyasa değerlerini etkilememektedir.

Bedelsiz sermaye artırımı şirkete ek bir finansman kaynağı sağlamamaktadır. Şirketlerin sermaye artırımı yapmak maksadıyla nominal değerinden veya daha yüksek bir fiyattan satmak üzere çıkardıkları senetlere bedelli hisse senetleri denir. Bedelli hisse senetleri, mevcut ortaklara satılabilcegi gibi diğer yatırımcılara da satılabilmektedir. Bedelli Sermaye artırımı şirketlerin Toplam Piyasa Değerlerini etkilemektedir.

Primli/Primsiz Hisse Senetleri: Üzerinde yazılı değer (nominal değer) ile ihraç edilen hisse senetleri primşiz, nominal değerinden yüksek bir bedelle ihraç edilen hisse senetleri ise primli hisse senetleridir.

Kurucu ve İntifa Hisse Senetleri: Kurucu hisse senetleri kuruluş hizmeti karşılığında, şirket karının bir kısmına iştirak hakkı veren ve daima kurucuların adlarına yazılı olmak şartıyla ihraç edilen hisse senetleridir. Kurucu hisse senetleri, belirli bir sermaye payını temsil etmediği gibi, şirket yönetimine katılma hakkı da vermemektedir. İntifa hisse senetleri ise, şirket genel kurulunun alacağı kararla, çeşitli hizmetler ve alacak karşılığı olarak verilen ve sermaye payını temsil etmeyen hisse senetleridir.

HİSSE SENETLERİNİ DEĞERLEME

Hisse senedi, işletmelerin ortaklık payını gösteren kıymetli evraktır. Dolayısıyla hisse senedi değeri, işletmenin toplam özsermaye değerinin hisse senedi sayısına bölünmesi ile bulunur. İşletme değeri denildiğinde, işletmenin borçlar dahil toplam değeri olduğu özellikle belirtilmektedir, işletmenin özsermaye değeri anlaşılr. Buradan hareketle hisse sene- dinin değerini belirlemek demek, işletmenin toplam özsermaye değerini, yaygın ifadesiyle işletmenin değerini belirlemek; sonrasında ise bulunan bu işletme değerini hisse senedi sayısına bölmek demektir. Bu yüzden konu, yeri geldiğinde hisse senedi değerlemesi yeri geldiğinde işletme değerlemesi ifadesi benimsenerek açıklanacaktır.

Bir işletme için çok sayıda farklı amaçla çok sayıda değer tanımı yapılmakla birlikte özellikle başka bir amaç belirtilmemişse finansal anlamda işletme değeri dendiğinde kas- tedilen değer tanımı işleyen bir teşebbüs olarak işletmenin gerçek değeri olmaktadır. Ger- çek değer, bir varlığın, piyasada varlıkların değerini etkileyebilecek tüm bilgilere sahip, herhangi bir zorlayıcı etki altında olmayan, istekli bir alıcı ve satıcı arasında el değişirdiği fiyattır. İşletme değeri söz konusu olduğunda tanımdaki varlık, işletmenin kendisi ya da hisse senedi olmaktadır. Tasfiye gibi, varlığın el değiştirmesi sürecinde taraflardan birinin zorunlu olarak bulunduğu bir işlemde ortaya çıkan değer, farklı bir tür işletme değeri ola- rak nitelenebilme birlikte, varlığın ya da işletmenin gerçek değeri olmayacağıdır.

Ekonomi ve finans kuramında bir yatırımın gerçek değerinin bulunmasının temel yön- temi aynıdır: bir yatırımın gerçek değeri, o yatırımın sağlayacağı nakit akışlarının, bu nakit akışlarının riskliliğini ve piyasadaki risksiz getiri oranını yansitan bir iskonto oraniyla bu- güne indirgenmiş değerleri toplamıdır. Oldukça açık olan ve basit görünen bu değerlendirme tanımı, uygulamada oldukça karmaşıklaşabilmektedir. Değerleme sıkça subjektif yargilar içermektedir. Bu nedenle uygulamada her birinin farklı kullanım alanları olan, birbirlerine karşı avantajlı ve zayıf yönler taşıyan pek çok farklı değerlendirme yöntemi kullanılmaktadır. Bununla birlikte tüm yöntemlerin amacı değerlenen varlığın gerçek değerini belirlemektir.

İşletme değerlemesinde üç temel yaklaşım bulunmaktadır. Bunlar, işletmenin fiziki varlıklarını ve bunların yenilenme (yerine koyma) maliyetlerini temel alan ve aktif temelli yaklaşım olarak da nitelenen "maliyet yaklaşımı", işletmenin kazanç potansiyelini temel alan "gelir yaklaşımı" ve piyasadaki karşılaşılabilir işletmelerden elde edilen verileri, de-ğerlenen işletmenin verileri ile karşılaştırarak söz konusu işletmenin değerini belirlemeyi amaçlayan "piyasa yaklaşımı"dır.

Konumuz işleyen bir teşebbüs olarak işletmenin değerlendirme olduguandan maliyet yak- laşımı ile yapılacak değerlendirme anlamlı olmayacağıdır. Burada önce kısaca imtiyazlı hisse

senedinin değerlemesine deðinilecektir. Daha sonra adi hisse senetlerinin değerlemesinde temel olarak gelir yaklaşımının başlica yöntemi olan indirgenmiş nakit akışları yöntemini temel alan karpayı iskonto modeli ile piyasa yaklaşımı ve yaklaşımında kullanılan başlica oranlar ile değerlendirme hakkında bilgi verilecektir.

İmtyazlı Hisse Senetlerini Değerleme

İmtyazlı hisse senedi, tahvil ve adi hisse senedi özelliklerinin karışımından oluşan melez bir finansal varlıktır. Tasfiye halinde, bir imtyazlı hisse senedi sahibinin varlıklar üzerindeki alacak hakkı, kredi verenlerin alacak hakkından sonra, adi hisse senedi sahiplerinin alacak hakkından önce gelir.

Adı hisse senetleri gibi imtyazlı hisse senetlerinin de vadeleri yoktur (İşletmelerin hayatının süresiz olduğu varsayımdan dolayı). Pek çok işletmecie imtyazlı hisse senetlerine düzenli ve sabit miktarlarda dividant (kar payı, temettü) ödemesi yapılır. Hisse başı dividantlar, ne işletmenin kazançları arttıkça artar ne de kazançları azaldığında azalır. Herhangi bir nedenle bir dönem imtyazlı hisse senetlerinin dividant ödemeleri kesilir veya ertelenirse, işletmeler, gelecekte adı hisse senetleri için dividant ödemelerinden önce, bu ödemeleri yapmak durumundadırlar. Bu nedenle, imtyazlı hisse senedi sahipleri, bu senetleri elliñde bulundurdukları sürece, her dönem, belirli miktarlarda dividant alacaklarını düşünebilirler.

Yatırımcıların imtyazlı hisse senetlerindeki riski tahvillere göre daha yüksektir. Doğayla imtyazlı hisse senetlerinden beklenen kârlılık, tahvillerden daha fazla olmalıdır. Risk arttıkça kârlılığın arttığı gerçeğinden hareketle, imtyazlı hisse senetlerinden beklenen kârlılığın tahvillerden daha fazla olması normaldir.

İmtyazlı hisse senetlerinin değeri, bu menkul değerden gelecekte beklenen nakit akışlarının bugünkü değerini gösteren aşağıdaki formül yardımıyla bulunabilir:

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{D_t}{(1+i_p)^t}$$

Eşitlikte;

P_0 = İmtyazlı hisse senedinin bugünkü fiyatı,

D = İmtyazlı hisse senedi için her devre ödenen dividanti,

i_p = İmtyazlı hisse senedinden beklenen getiri oranını,

n = Devre sayısını göstermektedir.

Hisse senetleri sonsuz vadeli olduğu için, tahvillerde olduğu gibi, vade tarihinde hisse senedi bedelinin ödenmesi gibi bir durum yoktur. Bu nedenle eşitlikte “n” dönem boyunca belirli miktarlarda elde edilecek gelirin (D =dividant) bugünkü değerinin hesaplanması söz konusudur.

$n=\infty$ olduğunda, diğer bir deyişle işletmenin yaşamı sonsuz olacağı ve her devre aynı miktarda dividant ödeneceği varsayıldığında, bir devamlı (daimi) anüite söz konusu olacağını, eşitlik basitçe şu şekilde yazılabilir:

$$P_0 = \frac{D}{i_p}$$

Gördüğü üzere yukarıdaki formül, daimi anüite formülüyle aynıdır. Eğer her yıl dividant ödemeleri değişiyorsa bu formülün kullanılması uygun değildir.

Örnek 8.1: Her yıl $\text{₺}5,80$ dividant ödemiþi taahhüt eden bir işletmenin imtyazlı hisse senedi, $%18$ getiri bekleyen bir yatırımcı tarafından kaç ₺ ye satın alınmalıdır?

Çözüm:

$$D = \text{₺}5,80$$

$$i_p = 0,18$$

$$P_0 = ?$$

$$P_0 = \frac{D}{i_p} = \frac{5,80}{0,18}$$

$P_0 = \text{₺}32,22$ 'ye satın alınmalıdır.

Örnek 8.1'deki imtiyazlı hisse senedinin ilk iki yıl karpayı ödemeyeceği, ₺5,80'lik kâr paylarının üçüncü yıldan itibaren başlayacağı varsayırlırsa hisse senedinin değeri ne kadar azalır.



SIRA SİZDE

Adı Hisse Senetlerini Değerleme

Adı hisse senetlerinin değerlendirilmesiyle tahvillerin ya da imtiyazlı hisse senetlerinin değerlendirilmesi arasında temel mantık açısından bir farklılık yoktur. Temel prosedür, adı hisse senetlerinden elde tutulduğu dönem boyunca sağlayacağı nakit akışlarının (dividant ve hissenin satışından elde edilmesi beklenen gelir), beklenen getiri oranıyla indirgenmesi şeklindedir. Ancak hisse senetlerine has bazı noktaların göz önünde tutulması gereklidir. İlk, adı hisse senetleri elde tutulduğu dönemde iki şekilde nakit girişi sağlar. İlk divident ödemeleri ve/veya hisse senedi fiyatlarındaki değişimler sonucunda sermaye kazançları ya da kayıplarıdır. İkincisi ise, adı hisse senetleri için ödenen dividantlardır. Dividantlarda normal şartlarda her yıl bir artış beklenir. Dolayısıyla tahviller ya da imtiyazlı hisse senetlerini değerlendirmede faydalandığımız anüte formülünden yararlanarak pratik bir şekilde sonuca ulaşmak mümkün olamayabilir. Diğer bir durum da, adı hisse senetleri için gelecekte beklenen gelirlerin sadece bir tahmin niteliği taşıması, imtiyazlı hisse senetlerinde ya da tahvillerde olduğu gibi belirlilik arz etmemesidir. Çünkü hisse senetlerinin nakit akışları doğrudan şirketin gelecekte göstereceği finansal performansa dayalıdır ve bu önceden kesin olarak bilinmez.

Adı hisse senetlerinin değerlendirilmesinde temel olarak gelecekte elde edilecek kâr paylarının iskontosuna dayalı **Kâr Payı İskonto Modeli** ile **Piyasa Oranları** kullanılır. Burada Kar Payı İskonto Modeli ile Piyasa Oranlarından en sık kullanılan Fiyat/Kazanç Oranı ve Piyasa Değeri/Defter Değeri Oranı ile hisse senetlerinin değerlendirilmesi açıklanacaktır.

Kâr Payı (Dividant) İskonto Modeli

Kâr Payı İskonto Modeli, değerlemenin temel yaklaşımı olan gelir yaklaşımının özünü oluşturan indirgenmiş nakit akışları yöntemine dayalı olarak, hisse senedinin değerini, gelecekte sağlayacağı tüm kâr paylarının bugüne indirgenmiş değerlerini toplayarak bulur. Aşağıdaki tabloda İndirgenmiş Nakit Akışları (INA) olarak bilinen temel değerlendirme yönteminin bir hisse senedinin değerlendirmesinde kullanımını ortaya koyan bir sayısal örnek bulunmaktadır. Bu örnekle yöntemin daha iyi anlaşılmasına sağlanabilir.

Örnekteki hisse senedinin 5 yıl boyunca ikinci sütundaki kâr payı ödemelerini yapması, 5. yıl sonunda ₺54'ye satılması beklenmekte ve % 20 getiri beklenmektedir.

Yıl	Nakit Akışları	%20 iskonto oranı üzerinden bugünkü değer	
1	8	6,67	
2	8,5	5,90	
3	9,2	5,32	
4	9,9	4,77	
5	10,8	4,34	

		27,01	5 yıllık nakit akışlarının bugünkü değeri
	54*	21,70	5. yıl sonundaki tahmini satış fiyatı

		48,71	Hisse senedinin toplam bugünkü değeri

* 5. Yıl sonundaki satış fiyatı, 5.yıl için öngörülen nakit akışının, izleyen yıllarda devam edeceği varsayımla, iskonto oranına bölünmesi, bir başka deyişle kapitalize edilmesi ile şu şekilde bulunmuştur:

$$\text{5.yıl sonundaki tahmini satış fiyatı} = 10,8 / 0,20 = 54$$

54'ün %20 iskonto oranı üzerinden bugünkü (5 dönem iskontolanmış) değeri ise 21,70 olmaktadır.

DİKKAT



İşletmenin beşinci yıl sonunda sağladığı nakit akışının takip eden yıllarda büyümesi beklenisi varsa, gelecekteki satış fiyatı hesaplanırken bu büyümeye oranını dikkate alınmalıdır.

Aşağıda bazı basitleştirici varsayımlara dayalı olarak spesifik durumlarda hisse senetlerinin değerlendirilmesi örneklenmektedir.

Bir Dönem Kâr Payı Ödemeli Adı Hisse Senedini Değerleme

Basitleştirici bir varsayımla, yatırımcının hisse senedini bir dönem için alacağı, dönem sonunda da satacağı varsayılsın. Dönem sonunda yatırımcının D_1 nakit dividanı alacağı ve P_1 fiyatıyla da hisse senedini satacağı düşünüldüğünde, acaba " i_e " oranında getiri elde etmeyi düşünen bir yatırımcı bu hisse senedine bugün ne kadar para ödemelidir?

Problemin çözümünde, bir dönem sonunda elde edilecek D_1 ve P_1 'nın bugünkü değeri araştırılmaktadır.

$$P_0 = \frac{D_1}{1+i_e} + \frac{P_1}{1+i_e}$$

Formülde;

D_1 = Ödenecek ilk kâr payı (dividant) tutarı,

P_1 = D_1 kâr payı alındıktan sonra hisse senedinin satılacağı fiyatı,

i_e = Hisse senedi yatırımdan beklenen getiriyi,

P_0 = Hisse senedinin bugünkü değerini gösterir.

Örnek 8.2: Bir işletmenin adı hisse senedi ₺0,5 dividant ödemekte ve bir dönemde sonunda ₺7,7'ye satılabilceği tahmin edilmektedir. Bugün %24 getiri bekleyen bir yatırımcı, bu hisse senedini kaç ₺den almalıdır?

Çözüm:

D_1 = ₺0,5

P_1 = ₺7,7

i_e = %24

P_0 = ?

$$P_0 = \frac{0,5}{1+0,24} + \frac{7,7}{1+0,24}$$

$$P_0 = \text{₺}6,61$$

Çok Dönem Kâr Payı Ödemeli Adı Hisse Senedini Değerleme

Hisse senetlerinin değerlendirilmesinde n dönem söz konusu olduğunda formül şu şekilde genelleştirilebilir:

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+i_e)} + \frac{D_2}{(1+i_e)^2} + \dots + \frac{D_n}{(1+i_e)^n} + \frac{P_n}{(1+i_e)^n}$$

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{D_t}{(1+i_e)^t} + \frac{P_n}{(1+i_e)^n}$$

Formülde;

D = Kar payı (dividant) ödemelerini,

P_n = Hisse senedinin n dönem sonunda tahmin edilen satış fiyatını,

i_e = Hisse senedi yatırımdan beklenen getiriyi göstermektedir.

Örnek 8.3: Örnek 8.2'deki hisse senedinin bir dönem yerine 5 dönem elde tutulacağı, birinci ve ikinci dönemde ₺0,5, üçüncü, dördüncü ve beşinci dönemde ₺0,75 dividant ödemesi yapılacağını, beşinci dönem sonunda da ₺9,2'ye satılacağını varsayırsak, bu hisse senedinin bugünkü değeri ne olmalıdır?

Cözüm:

$$D_1, D_2 = \text{₺}0,5$$

$$D_3, D_4, D_5 = \text{₺}0,75$$

$$P_n = \text{₺}9,2$$

$$i_e = \% 24$$

$$P_0 = ?$$

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+i_e)} + \frac{D_2}{(1+i_e)^2} + \frac{D_3}{(1+i_e)^3} + \frac{D_4}{(1+i_e)^4} + \frac{D_5}{(1+i_e)^5} + \frac{P_n}{(1+i_e)^5}$$

$$P_0 = \frac{0,5}{1,24} + \frac{0,5}{1,24^2} + \frac{0,75}{1,24^3} + \frac{0,75}{1,24^4} + \frac{0,75}{1,24^5} + \frac{9,2}{1,24^5}$$

$$P_0 = \text{₺}4,83$$

Örnek 8.4: Birinci dönemde ₺1,2, ikinci dönemde ₺1,9, üçüncü ve dördüncü dönemde ₺2,6 dividant ödemesi yapması; dördüncü dönemde sonunda da ₺14'ye satılması beklenen hisse senedinden %28 getiri bekleniyorsa bu hisse senedinin bugünkü değeri ne olmalıdır?

Cözüm:

$$D_1 = \text{₺}1,2$$

$$D_2 = \text{₺}1,9$$

$$D_3 = \text{₺}2,6$$

$$D_4 = \text{₺}2,6$$

$$P_n = \text{₺}14$$

$$i_e = \% 28$$

$$P_0 = ?$$

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+i_e)} + \frac{D_2}{(1+i_e)^2} + \frac{D_3}{(1+i_e)^3} + \frac{D_4 + P_4}{(1+i_e)^4}$$

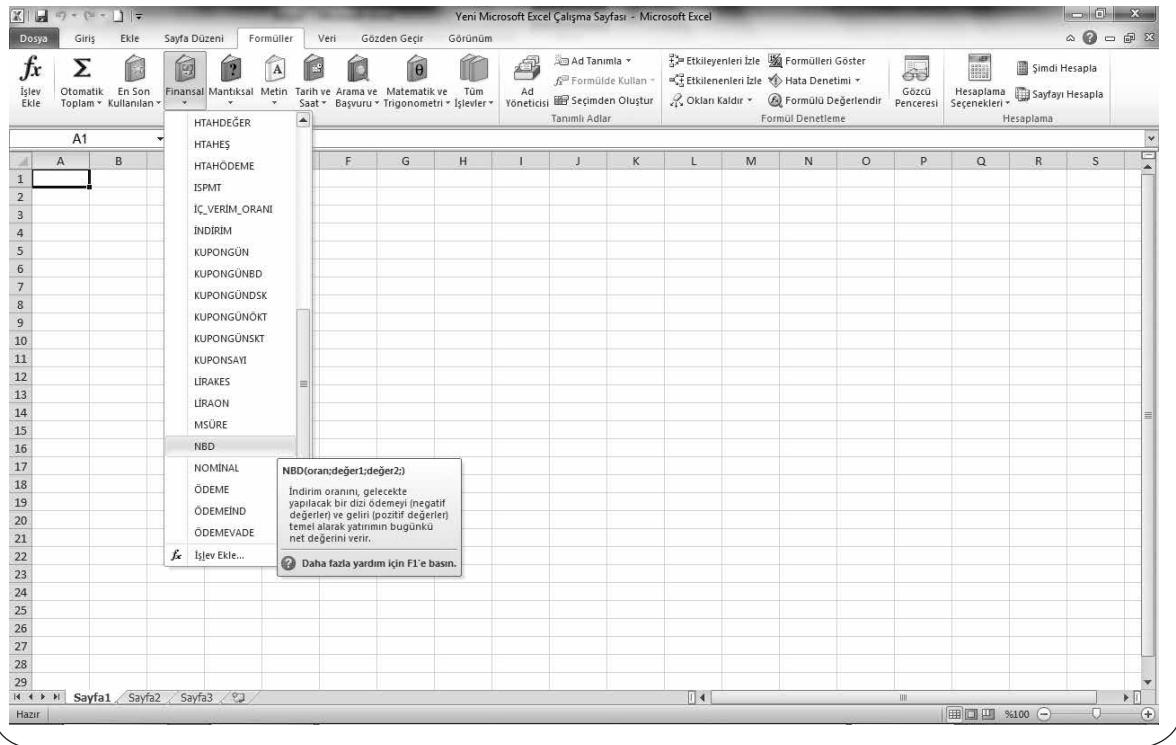
$$P_0 = \frac{1,2}{(1+0,28)} + \frac{1,9}{(1+0,28)^2} + \frac{2,6}{(1+0,28)^3} + \frac{2,6+14}{(1+0,28)^4}$$

$$P_0 = \text{₺}9,52$$

Örnek 8.4'ün Excel(MS Office 2010 sürümü) ile Çözümü:

Resim 8.2

Excel'de Net Bugünkü Değer Hesaplama Penceresinin Açılışı



1. Adım: Excel ana sayfasında “formüller” sekmesi tıklanır. Açılan üst menüden “finansal” bölümüne tıklayıp alt menüsü açılarak “NBD (Net Bugünkü Değer)” seçeneği seçilir. (Resim 8.2'ye bakınız)

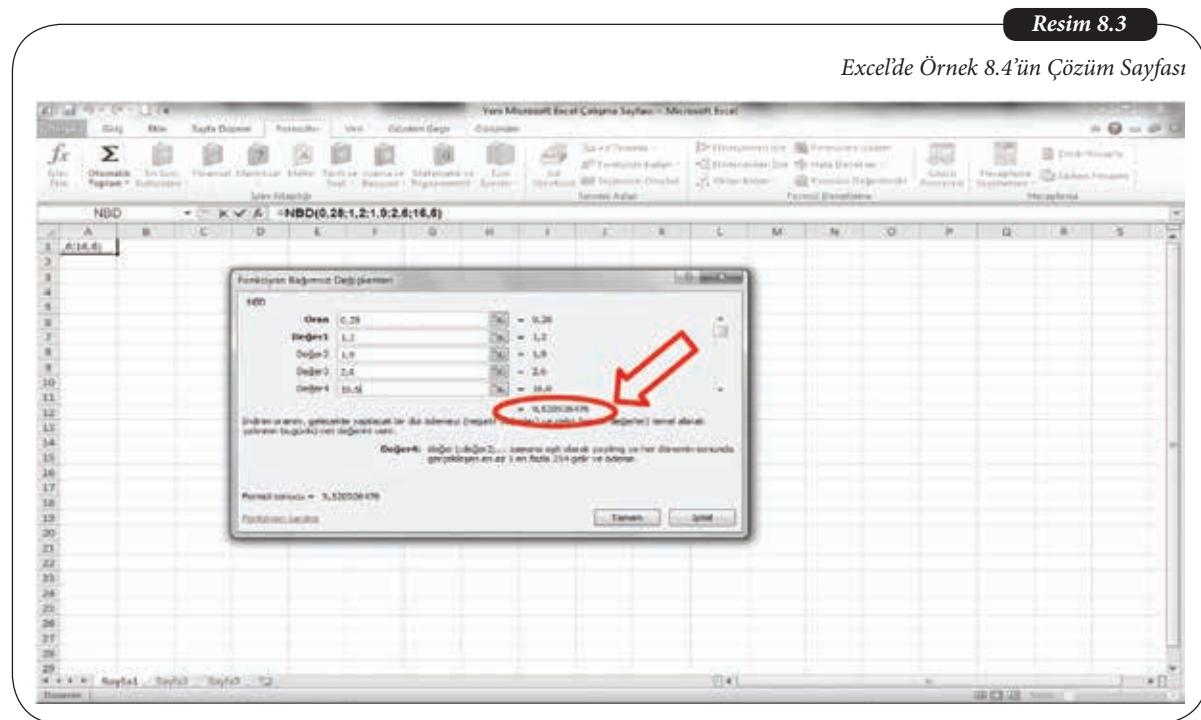
2. Adım: Açılan “Fonksiyon Bağımsız Değişkenleri” penceresinde “Oran” bölümüne beklenen getiri oranı (0,28); Değer 1, Değer 2, Değer 3 ve Değer 4 bölgümlerinesiyle her bir devre sonunda sağlanacak nakit girişleri yazılır. (Sırasıyla 1,2; 1,9; 2,6 ve son devre kar payı ile satış bedelinin toplamı olan 16,6) (Resim 8.3'e bakınız)

Not: Excel'in bu fonksiyonunda 254 devreye kadar giriş yapılmaktadır. Dolayısıyla daha fazla sayıda devre için öngörü yapıldığında da bu fonksiyon kullanılabilir.

3. Adım: Bulunmak istenen değer pencere içinde kırmızı oval içinde ve okla belirginleştirilen bölgede görülür ya da “tamam” tuşuna basılarak daha önceden seçilen bir hücrede görüntülenir. (9,52) (Resim 8.3'e bakınız)

Resim 8.3

Excel'de Örnek 8.4'in Çözüm Sayfası



Değerleme formüllerinden de açıkça görüldüğü üzere, bir hisse senedinin değeri aşağı belirtilen üç unsura bağlıdır:

- Hisse senedinden elde edilecek dividendalar,
- Hisse senedinin satışından elde edilecek gelir,
- Yatırımcının beklediği getiri oranı.

n büyükçe ya da $n=\infty$ olduğundan n 'inci dönemde satılacak hisse senedinin bugünkü değeri fazla anlam ifade etmeyecektir. Bu durumda eşitlik daha genel olarak şu şekilde yazılabilir:

$$P_{0n \rightarrow \infty} = \sum_{t=1}^n \frac{D_t}{(1+i)^t}$$

Her yıl elde edilecek dividendaların bugünkü değerini bulmak, dönem arttıkça zorlaşacaktır. Bu durumda dividendlarda, herhangi bir değişmenin olmayacağı (sıfır büyümeli hisse senetleri) ya da sabit oranda büyüyeceği gibi bazı birleştirici varsayımlar yapılabilir.

Dividendlarda büyümeye oranının sıfır (dividendlerin sabit olduğu, diğer bir deyişle devamlı olarak aynı miktarda dividendin elde edildiği bir hisse senedinin değeri:

$$P_0 = \frac{D_1}{i_e}$$

Şeklindeki daimi anüite formülüyle bulunabilecektir.

Örnek 8.5: Her yılsonunda ₺10 kar payı ödemesi beklenen bir hisse senedine % 25 getir bekłentisiyle yatırım yapmak isteyen bir yatırımcı en fazla kaç ₩ ödemelidir?

Cözüm:

$$D_1 = \text{₺}10$$

$$i_e = \% 25$$

$$P_0 = ?$$

$$P_0 = \frac{D_1}{i_e}$$

$$P_0 = 10 / 0,25 = \text{₺}40$$

Örnek 8.6: Her yıl $\text{₺}3$ kâr payı ödeyen bir hisse senedi $\text{₺}14$ 'ye satılıyorsa bu hisse sene-dini alan bir yatırımcının getiri oranı ne olacaktır?

Cözüm:

$$D_1 = \text{₺}3$$

$$P_0 = 14$$

$$i_e = ?$$

$$P_0 = \frac{D_1}{i_e}$$

$$i_e = D_1 / P_0$$

$$i_e = 3 / 14$$

$$i_e = \% 21,43$$

Dividantların her yıl aynı oranda büyüğü varsayıldığında, büyümeye oranı "g" ile ifade edildiğinde herhangi bir dönemdeki dividant ödemesi;

$(D_t = D_0(1+g)^t)$ olur. Bu durumda hisse senetlerinin değerini veren formül aşağıdaki gibi olacaktır:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_0(1+g)^t}{(1+i_e)^t}$$

Kâr paylarının her dönem devamlı olarak ($t=\infty$) sabit bir oranda büyüyeceği varsayıldığı için yukarıdaki formül sadeleştirildiğinde:

$$P_0 = \frac{D_1}{i_e - g} \text{ olacaktır.}$$

DİKKAT



Formülün paydasında getiri oranından büyümeye oranı çıkarılmaktadır. Bu nedenle formülün matematiksel olarak uygulanabilmesi için, yatırımcıların gerekli gördükleri getiri oranının büyümeye oranından büyük olması gerekmektedir. Aksi halde formül uygulanamaz.

Verilen eşitlik, getiri oranı (i_e) bilinmek istendiğinde şu şekli alacaktır:

$$i_e = \frac{D_1}{P_0} + g$$

Bu eşitlik yardımıyla hisse senetlerinin bugünkü değeri; dividant ödemeleri ve dividant ödemelerindeki sabit büyümeye belirlendiğinde bir işletmenin, bir yatırımcıya sağlayacağı getiri oranı bulunabilecektir.

SIRA SİZDE



2

Beklenen getiri oranının büyümeye oranından büyük olması gerekliliği, bu yaklaşımı kullanışız kılarsınız mı?

Örnek 8.7: Bir işletmenin hisse senetleri için beklenen kâr payı ödemeleri ₺0,13 ve gelecekte de kâr paylarından %18 büyümeye bekleniyor olsun. Böyle bir yatırımdan beklenecek getiri oranı % 29 ise hisse senedinin bugünkü değeri ne olur?

Çözüm:

$$D_1 = ₺0,13$$

$$g = \%18$$

$$i_e = \%29$$

$$P_0 = ?$$

$$P_0 = \frac{D_1}{i_e - g}$$

$$P_0 = \frac{0,13}{0,29 - 0,18}$$

$$P_0 = ₺1,18$$

İmtiyazlı hisse senetlerine ödenen kâr paylarında da sabit bir büyümeye olsa aynı yaklaşımla değerleme yapılabilir mi? % 5 sabit büyümeye varsayımla Örnek 1. üzerinde gösteriniz.



SIRA SİZDE

3

Örnek 8.8: Bir işletmenin hisse senetleri ₺1,6'den satılmaktadır. Hisse senetleri için beklenen kâr payı ödemeleri ₺0,12 ve gelecekte de kâr paylarından %8 büyümeye bekleniyor olsun. Böyle bir yatırımdan beklenecek getiri oranı nedir?

Çözüm:

$$P_0 = ₺1,6$$

$$D_1 = ₺0,12$$

$$g = \%8$$

$$i_e = ?$$

$$i_e = \frac{D_1}{P_0} + g$$

$$i_e = (0,12 / 1,6) + 0,08$$

$$i_e = 0,155 = \%15,5$$

İşletmeler gerçekte sürekli olarak aynı hızla büyüyemezler. İlk yıllarda daha hızlı bir büyümeye görülrken sonraki yıllarda büyümeye hızı düşer; hatta büyümeye değil küçülme – negatif büyümeye- görülebilir. Bu durumda da düşününce tarzı aynı olup, yine gelecekteki kâr paylarının bugünkü değerleri bulunarak değerleme yapılabilir.

Örnek 8.9: Bir işletmenin herbir hisse senedine ödenecek kâr payı ₺0,09'dır. İşletmenin kâr payları geçmiş yıllarda ortalama %8 oranında artmıştır. Gelecekte de büyümeyenin devam edeceğini düşünülmektedir. Yatırımcı böyle bir yatırımdan %20 kârlılık beklediğine göre, bu hisse senedine bugün ne kadar fiyat ödemelidir?

Çözüm:

$$D_1 = ₺0,09$$

$$g = \%8$$

$$i_e = \%20$$

$$P_0 = ?$$

$$P_0 = \frac{D_1}{i_e - g}$$

$$\begin{aligned} P_0 &= 0,09 / (0,20 - 0,08) \\ P_0 &= \text{₺}0,75 (75 \text{ kuruş}) \end{aligned}$$

Karpaylarında büyümeye oranı bilinmiyorsa, geçmiş dönemlerdeki hisse başına dağıtılan kâr payları ya da hisse başına düşen kârlar dikkate alınarak hesaplanabilir. Örneğin geçmiş dönemlerde bir işletmenin hisse başı dağıtılan kâr payları aşağıdaki gibi olsun. İşletmenin kâr paylarındaki büyümeye oranı şu şekilde hesaplanabilir:

Yıllar	Hisse Başına Dağıtılan Kâr Payları
2004	₺2
2005	₺2
2006	₺2,5
2007	₺3
2008	₺3,5
2009	₺4
2010	₺4
2011	₺4,75

$$\begin{aligned} D_{2011} &= D_{2004} (1+g)^7 \\ 4,75 &= 2 (1+g)^7 \\ g &= \%13,15 \end{aligned}$$

Daha sonraki yıllara ilişkin değerlendirme yapılrken bu oran, büyümeyenin bundan sonra da aynı şekilde devam edeceğini varsayımyla sabit büyümeye oranı olarak kullanılabilir.

İNTERNET



Ülkemizde halka açık olarak işlem gören hisse senetlerinin günlük fiyat ve diğer tüm finansal bilgilerine Borsa İstanbul'un www.borsaistambul.com internet adresinden ulaşabilirsiniz.

Fiyat/Kazanç Oranı Yaklaşımı

Değerlemede oranların ve katsayıların kullanılması piyasa yaklaşımı olarak da bilinir. Bu yöntem bir işletmenin, işletme ortaklık payının ya da bir menkul kıymetin değerini, değerlendirilen şeyi, piyasada alınıp satılan benzer işletme, işletme ortaklık payı ya da menkul kıymetlerin belirli oranları ile karşılaştırarak belirlemenin genel bir yoludur. Bu oranların en çok kullanılan ikisi Fiyat/Kazanç Oranı ile Piyasa Değeri / Defter Değeri Oranıdır. Hisse senedi değerlendirmesinde Fiyat/Kazanç Oranı yaklaşımı; hisse başına net kâr ile hisse senedi fiyatı arasında uygun bir katsayı bulunması gereğinden hareket eder. Söz konusu katsayı, işletmenin $\frac{1}{1}$ 'lik vergi sonrası net kârına karşılık yatırımcının kaç $\frac{1}{1}$ ödemeye razı olacağını gösterir. Bu nedenle Fiyat/Kazanç Oranı firmadan beklenenlerin bir göstergesidir. Büyüme potansiyeli yüksek, başarılı firmaların Fiyat/Kazanç Oranı yüksek olmaktadır.

Hisse senedi değerlendirmesinde Fiyat/Kazanç Oranı ya da kazanç çarpanı, basitliği nedeniyle sıkça kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntemle değerlendirmesi yapılacak hisse senedinin hisse başı kârı tahmin edilir. Sonra bu değer hisse senedi piyasasında gerçekleşmiş Fiyat/Kazanç Oranıyla ya da piyasadaki benzer işletmelerin oranlarıyla çarpılarak hisse senediinin olması gereken değeri bulunmuş olur.

$$P_0 = \text{Hisse Başı Kâr} * \text{Fiyat/Kazanç Oranı}$$

Örnek 8.10: Bir işletmenin geçmiş 6 yılina ilişkin Fiyat/Kazanç Oranları aşağıda verilmiştir. Bu işletmenin gelecek yılda hisse başı kârının $\text{₺}1,3$ olacağı beklendiğine göre işletmenin hisse senetlerinin değeri ne olmalıdır?

Çözüm:

<u>Yıl</u>	<u>Fiyat/Kazanç</u>
-5	7,83
-4	6
-3	5,82
-2	5,65
-1	6,89
0	6,81

Özet

İşletmeler, ortaklar, potansiyel yatırımcılar, analistler ve daha pek çok taraf hisse senetlerinin değerini çeşitli zamanlarda ve çeşitli amaçlarla bilmek ister. Dolayısıyla hisse senedi değerlendirme de finansın ve finans matematiğinin bir başka önemli uygulama alanıdır.

Hisse senetleri anonim şirketler, sermayesi paylara bölünmüş komandit şirketler ve özel kanunla kurulmuş kamu kuruluşları tarafından çıkarılan, sermayenin belirli bir bölümünü temsil eden, sahibine ortaklık haklarından yararlanma, ihraç edene tasfiye anına kadar fonları kullanma hakkı sağlayan finansal varlık/menkul kıymetlerdir.

Bir hisse senedinin içeriği şu unsurlardan oluşur:

- Şirketin unvanı,
- Ticaret sicili numarası ve tescil tarihi,
- Kayıtlı esas sermaye,
- Hisse senedinin nev'i (nama, hamiline vs.),
- Hisse senedinin itibarı (nominal) değeri,
- Nama yazılı hisse senetlerinde hisse sahibinin adı, soyadı ve ikametgâhi,
- Yetkili iki imza.

Hisse senetleri başlıca şu açılarından sınıflandırılmaktadır:

- Adı/İmtiyazlı hisse senetleri
- Hamiline/nama yazılı hisse senetleri
- Bedelli/Bedelsiz hisse senetleri
- Primli/Primsiz hisse senetleri
- Kurucu ve İntifa hisse senetleri

Ekonomi ve finans kuramında bir yatırımin uygun piyasa değeri ya da daha teknik ifadesiyle gerçek değerinin tek bir tanımı vardır: bir yatırımin gerçek değeri, o yatırımin sağlayacağı nakit akışlarının, bu nakit akışlarının riskliliğini ve piyasadaki risksiz getiri oranını yansitan bir iskonto oraniyla bugüne indirgenmiş değerleri toplamıdır. İşletme değerlendirmede üç temel yaklaşım bulunmaktadır. Bunlar, işletmenin fiziki varlıklarını ve bunların yenilenme (yerine koyma) maliyetlerini temel alan ve aktif temelli yaklaşım olarak da nitelenen “maliyet yaklaşımı”, işletmenin kazanç potansiyeli temel alan “gelir yaklaşımı” ve piyasadaki karşılaştırılabilir işletmelerden elde edilen verileri, değerlendirilen işletmenin verileri ile karşılaştırarak söz konusu işletmenin değerini belirlemeyi amaçlayan “piyasa yaklaşımı”dır.

Konumuz işleyen bir teşebbüs olarak işletmenin değerlendirmesi olduğundan maliyet yaklaşımı ile yapılacak değerlendirme anlamlı olmayacağıdır.

İmtiyazlı hisse senedi, tahvil ve adı hisse senedi özelliklerinin karışımından oluşan melez bir finansal varlıktır.

Adı hisse senetlerinin değerlendirilmesiyle tahvillerin ya da imtiyazlı hisse senetlerinin değerlendirilmesi arasında temel

mantık açısından bir farklılık yoktur. Temel prosedür, adı hisse senetlerinden elde tutulduğu dönem boyunca sağlayacağı nakit akışlarının (dividant ve hissenin satışından elde edilmesi beklenen gelir), beklenen getiri oranıyla indirgenmesi şeklidir. Ancak hisse senetlerine has bazı noktaların göz önünde tutulması gereklidir. İlk, adı hisse senetleri elde tutulduğu dönemde iki şekilde nakit girişi sağlanır: Dividant ödemeleri ve/veya hisse senedi fiyatlarındaki değişimler sonucunda sermaye kazançları ya da kayıpları. İkincisi, adı hisse senetleri için ödenen dividantlarda normal şartlarda her yıl bir artış beklenir. Kar Payı İskonto Modeli, değerlendirme temel yöntemi olan indirgenmiş nakit akışları yöntemine dayalı olarak hisse senedinin bugünkü değerinin gelecekte sağlayacağı tüm kar paylarının bugüne indirgenmiş değerleri toplamı olduğu gerektiğini temel alır.

Değerlemede oranların en çok kullanılan ikisi Piyasa/Kazanç Oranı ile Piyasa Değeri / Defter Değeri Oranıdır. Hisse senedi değerlendirmede Fiyat/Kazanç Oranı yaklaşımı; hisse başına net kâr ile hisse senedi fiyatı arasında uygun bir katsayı bulunması gereğinden hareket eder. Söz konusu katsayı, işletmenin \mathbb{E}^1 lik vergi sonrası net kârına karşılık yatırımcının kaç \mathbb{E} ödemeye razı olacağını gösterir.

Aynı endüstri içinde faaliyet gösteren, aynı risk grubu içinde yer alan hisse senetleri borsada alınıp satılan ortaklılardan bir gözlem seti oluşturularak ortalama Piyasa Değeri / Defter Değeri oranı (PD/DD) hesaplanır. Daha sonra o hisse senedinin defter değeri hesaplanan bu değerle çarpılır.

Kendimizi Sınayalım

- 1.** Hisse senedi çıkarabilen ve bunun yanında hisse senetlerini halka arz edebilen ortaklık türü hangisidir?
 - a. Anonim ortaklık
 - b. Limited ortaklık
 - c. Adı komandit ortaklık
 - d. Sermayesi paylara bölünmüş komandit ortaklık
 - e. Kamu kuruluşları

- 2.** Hangisi hisse senedinin içeriği bilgiler arasında **değildir**?
 - a. Şirketin unvanı
 - b. Ticaret sicili numarası ve tescil tarihi
 - c. Hisse senedinin piyasa değeri
 - d. Hisse senedinin itibarı (nominal) değeri
 - e. Kayıtlı esas sermaye

- 3.** Üzerinde yazılı değer (nominal değer) ile ihraç edilen hisse senetleri hangisidir?
 - a. Bedelsiz hisse senedi
 - b. Bedelli hisse senedi
 - c. Primli hisse senedi
 - d. İntifa hisse senedi
 - e. Primsiz hisse senedi

- 4.** Özellikle başka bir amaç belirtilmemişse finansal anlamda işletme değeri dendiğinde kastedilen değer tanımı hangisidir?
 - a. Tasfiye değeri
 - b. Gerçek değer
 - c. Nominal değer
 - d. Defter değer
 - e. Cari değer

- 5.** Finansta değerlemenin temel yaklaşımı hangisidir?
 - a. Maliyet Yaklaşımı
 - b. Piyasa Yaklaşımı
 - c. Değerleme Yaklaşımı
 - d. Gelir Yaklaşımı
 - e. Risk Yaklaşımı

- 6.** Her yıl $\text{₺}1,25$ kâr payı ödeyen bir hisse senedi %26 getiri beklenisiyle kaçşa alınmalıdır?
 - a. 4,81
 - b. 4,62
 - c. 4,40
 - d. 4,09
 - e. 3,76

- 7.** %18 getiri beklenen, her dönem sonunda $\text{₺}0,3$ kâr payı ödemesi beklenen ve bir dönem sonunda $\text{₺}2,7$ 'ye satılması beklenen hisse senedi kaç ₺ 'den alınmalıdır?
 - a. 2,12
 - b. 2,33
 - c. 2,19
 - d. 2,7
 - e. 3

- 8.** İlk dönem sonunda $\text{₺}0,26$ kâr payı ödemesi ve sonrasında kar paylarının her yıl %12 büyümeye beklenen bir hisse senedinin % 29 getiri oranı ile değeri ne olur?
 - a. 2,31
 - b. 2,16
 - c. 1,88
 - d. 1,69
 - e. 1,53

- 9.** Piyasadaki benzer işletmelerin F/K oranları ortalaması 6,8 ise her yıl $\text{₺}2,35$ kar payı ödemesi beklenen işletmenin hisse senedi değeri ne olur?
 - a. 12,09
 - b. 15,98
 - c. 17,98
 - d. 18,08
 - e. 20,11

- 10.** Bir anonim şirketin hisse başı defter değeri $\text{₺}2$ 'dir. Benzer şirketlerin PD/DD oranları 6 ise bu şirketin hisse senedinin değeri ne olur?
 - a. 6
 - b. 8
 - c. 10
 - d. 12
 - e. 14

Kendimizi Sınavalım Yanıt Anahtarı

1. a Yanınız yanlış ise “Hisse Senedi Kavramı ve Türleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. c Yanınız yanlış ise “Hisse Senedi Kavramı ve Türleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
3. e Yanınız yanlış ise “Hisse Senedi Kavramı ve Türleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
4. b Yanınız yanlış ise “Hisse Senetlerini Değerleme” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
5. d Yanınız yanlış ise “Hisse Senetlerini Değerleme” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
6. a Yanınız yanlış ise “Hisse Senetlerini Değerleme” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
7. c Yanınız yanlış ise “Hisse Senetlerini Değerleme” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
8. e Yanınız yanlış ise “Hisse Senetlerini Değerleme” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
9. b Yanınız yanlış ise “Hisse Senetlerini Değerleme” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
10. d Yanınız yanlış ise “Hisse Senetlerini Değerleme” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

Bu durumda hisse senedinin değeri ikinci yılın sonunda $\text{₺}32,22$ olacak, şimdiki değeri bunun iki yıl (dönem) indirgenmiş değeri olacaktır.

$$P_0 = \frac{32,22}{(1+0,18)^2}$$

$$P_0 = 23,14$$

İki durum arasındaki değer farkı $= 32,22 - 23,14 = \text{₺}9,08$

Sıra Sizde 2

Yüksek büyümeye hızları genellikle yüksek riskli, yeni işletmelerde söz konusu olur. Daha yerleşik işletmelerde işletme doygunluğa ulaşıp olgunluk aşamasında olduğundan büyümeye oranları da risk düzeyi de sınırlı olacaktır. Dolayısıyla büyümeye hızının yükselmesi çoğu zaman beklenen getiri oranının da yükselmesini getireceğinden formülün kullanışsız olduğu söylenemez.

Sıra Sizde 3

Değerlemede temel mantık aynıdır. Değerlenen menkul kıymet hangisi olursa olsun, uygulanacak esaslar değişmeyecektir. Bu nedenle aynı yaklaşım sabit büyümeye olması durumda imtiyazlı hisse senetlerine de uygulanacaktır. Örnek 1'in $\% 5$ sabit büyümeye varsayımla çözümü aşağıdaki gibi olacaktır:

$$D = \text{₺}5,80$$

$$i_p = 0,10$$

$$g = \% 5$$

$$P_0 = ?$$

$$P_0 = D / (i_p - g) = 5,80 / (0,18 - 0,05)$$

$$P_0 = \text{₺}44,62$$

ye satın alınmalıdır. Göründüğü gibi $\% 5$ büyümeye formüle eklendiğinde hisse senedinin değeri $\text{₺}12,40$ yükselmiştir.

Sıra Sizde 4

F/K ya da PD/DD gibi çarpanlar çoğu zaman tek başlarına değerlendirme için yeterli bir araç oluşturmazlar. Çarpanlar, belirli bir endüstrideki ortalama bir işletmenin değeri konusunda rehber sunarlar, ancak işletmenin özgün niteliklerinin, coğrafi yerleşiminin ya da cari ekonomik yapısının etkilerini net olarak ortaya koyamazlar. Ciddi bir değerlendirme sürecinde işletmenin örgüt unsuruunun yapısı ve niteliği, müşteri tabanı, çalışanları, endüstrideki yeri, üstünlükleri ve rakipleri göz önünde bulundurulur. Bundan sonra bir ya da daha fazla standart değerlendirme yöntemi işletmenin değerini tahmin etmek için kullanılır. Bu nedenle çarpanlar ya karpayı modeline bir destek olarak ya da kar paylarını tahmin etmek çok güç ise ana yöntem olarak kullanılabilirler.

Yararlanılan Kaynaklar

Aydın, Nurhan (2009). **Finans Matematiği**, Ankara: Detay Yayıncılık.

Başkaya, Zehra (1998). **Finans Matematiği**, Bursa: Ekin Kitabevi.

Damodaran, Aswath (1996), **Investment Valuation**, ABD: John Wiley & Sons.

Ertuğrul, Murat (2005). **Değer Tabanlı Yönetim**, Eskişehir: Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yayılmamış Doktora Tezi.

Keown, A.J., et al., (2007), **Foundations of Finance**, ABD:Prentice Hall.

Zima, Petr., Robert L. Brown (1996). **Mathematics of Finance**, ABD: McGraw-Hill.

Ekler

TABLO 1: Bugünkü t_1 'nin "n" Dönem Sonundaki Değeri

n	1%	% 2	% 3	% 4	% 5	% 6	% 7	% 8	% 9	% 10	% 12
1	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070	1,080	1,090	1,100	1,120
2	1,020	1,040	1,061	1,082	1,103	1,124	1,145	1,166	1,188	1,210	1,254
3	1,030	1,061	1,093	1,125	1,158	1,191	1,225	1,260	1,295	1,331	1,405
4	1,041	1,082	1,126	1,170	1,216	1,262	1,311	1,360	1,412	1,464	1,574
5	1,051	1,104	1,159	1,217	1,276	1,338	1,403	1,469	1,539	1,611	1,762
6	1,062	1,126	1,194	1,265	1,340	1,419	1,501	1,587	1,677	1,772	1,974
7	1,072	1,149	1,230	1,316	1,407	1,504	1,606	1,714	1,828	1,949	2,211
8	1,083	1,172	1,267	1,369	1,477	1,594	1,718	1,851	1,993	2,144	2,476
9	1,094	1,195	1,305	1,423	1,551	1,689	1,838	1,999	2,172	2,358	2,773
10	1,105	1,219	1,344	1,480	1,629	1,791	1,967	2,159	2,367	2,594	3,106
11	1,116	1,243	1,384	1,539	1,710	1,898	2,105	2,332	2,580	2,853	3,479
12	1,127	1,268	1,426	1,601	1,796	2,012	2,252	2,518	2,813	3,138	3,896
13	1,138	1,294	1,469	1,665	1,886	2,133	2,410	2,720	3,066	3,452	4,363
14	1,149	1,319	1,513	1,732	1,980	2,261	2,579	2,937	3,342	3,797	4,887
15	1,161	1,346	1,558	1,801	2,079	2,397	2,759	3,172	3,642	4,177	5,474
20	1,220	1,486	1,806	2,191	2,653	3,207	3,870	4,661	5,604	6,727	9,646
25	1,282	1,641	2,094	2,666	3,386	4,292	5,427	6,848	8,623	10,835	17,000
30	1,348	1,811	2,427	3,243	4,322	5,743	7,612	10,063	13,268	17,449	29,960
35	1,417	2,000	2,814	3,946	5,516	7,686	10,677	14,785	20,414	28,102	52,800
40	1,489	2,208	3,262	4,801	7,040	10,286	14,974	21,725	31,409	45,259	93,051

TABLO 1: Bugünkü t_1 'nin "n" Dönem Sonundaki Değeri

n	% 14	% 16	% 18	% 20	% 22	% 24	% 26	% 28	% 30	% 32	% 34
1	1,140	1,160	1,180	1,200	1,220	1,240	1,260	1,280	1,300	1,320	1,340
2	1,300	1,346	1,392	1,440	1,488	1,538	1,588	1,638	1,690	1,742	1,796
3	1,482	1,561	1,643	1,728	1,816	1,907	2,000	2,097	2,197	2,300	2,406
4	1,689	1,811	1,939	2,074	2,215	2,364	2,520	2,684	2,856	3,036	3,224
5	1,925	2,100	2,288	2,488	2,703	2,932	3,176	3,436	3,713	4,007	4,320
6	2,195	2,436	2,700	2,986	3,297	3,635	4,002	4,398	4,827	5,290	5,789
7	2,502	2,826	3,185	3,583	4,023	4,508	5,042	5,629	6,275	6,983	7,758
8	2,853	3,278	3,759	4,300	4,908	5,590	6,353	7,206	8,157	9,217	10,395
9	3,252	3,803	4,435	5,160	5,987	6,931	8,005	9,223	10,604	12,166	13,930
10	3,707	4,411	5,234	6,192	7,305	8,594	10,086	11,806	13,786	16,060	18,666
11	4,226	5,117	6,176	7,430	8,912	10,657	12,708	15,112	17,922	21,199	25,012
12	4,818	5,936	7,288	8,916	10,872	13,215	16,012	19,343	23,298	27,983	33,516
13	5,492	6,886	8,599	10,699	13,264	16,386	20,175	24,759	30,288	36,937	44,912
14	6,261	7,988	10,147	12,839	16,182	20,319	25,421	31,691	39,374	48,757	60,182
15	7,138	9,266	11,974	15,407	19,742	25,196	32,030	40,565	51,186	64,359	80,644
20	13,743	19,461	27,393	38,338	53,358	73,864	101,721	139,380	190,050	257,916	348,414
25	26,462	40,874	62,669	95,396	144,210	216,542	323,045	478,905	705,641	1.033,590	1.505,289
30	50,950	85,850	143,371	237,376	389,758	634,820	1.025,927	1.645,505	2.619,996	4.142,075	6.503,452
35	98,100	180,314	327,997	590,668	1.053,402	1.861,054	3.258,135	5.653,911	9.727,860	16.599,217	28.097,517
40	188,884	378,721	750,378	1.469,772	2.847,038	5.455,913	10.347,175	19.426,689	36.118,865	66.520,767	121.392,522

TABLO 2: "n" Dönem Sonundaki $\hat{\tau}_1$ 'nin Bugünkü Değeri

n	1%	% 2	% 3	% 4	% 5	% 6	% 7	% 8	% 9	% 10	% 12
1	0,990	0,980	0,971	0,962	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909	0,893
2	0,980	0,961	0,943	0,925	0,907	0,890	0,873	0,857	0,842	0,826	0,797
3	0,971	0,942	0,915	0,889	0,864	0,840	0,816	0,794	0,772	0,751	0,712
4	0,961	0,924	0,888	0,855	0,823	0,792	0,763	0,735	0,708	0,683	0,636
5	0,951	0,906	0,863	0,822	0,784	0,747	0,713	0,681	0,650	0,621	0,567
6	0,942	0,888	0,837	0,790	0,746	0,705	0,666	0,630	0,596	0,564	0,507
7	0,933	0,871	0,813	0,760	0,711	0,665	0,623	0,583	0,547	0,513	0,452
8	0,923	0,853	0,789	0,731	0,677	0,627	0,582	0,540	0,502	0,467	0,404
9	0,914	0,837	0,766	0,703	0,645	0,592	0,544	0,500	0,460	0,424	0,361
10	0,905	0,820	0,744	0,676	0,614	0,558	0,508	0,463	0,422	0,386	0,322
11	0,896	0,804	0,722	0,650	0,585	0,527	0,475	0,429	0,388	0,350	0,287
12	0,887	0,788	0,701	0,625	0,557	0,497	0,444	0,397	0,356	0,319	0,257
13	0,879	0,773	0,681	0,601	0,530	0,469	0,415	0,368	0,326	0,290	0,229
14	0,870	0,758	0,661	0,577	0,505	0,442	0,388	0,340	0,299	0,263	0,205
15	0,861	0,743	0,642	0,555	0,481	0,417	0,362	0,315	0,275	0,239	0,183
20	0,820	0,673	0,554	0,456	0,377	0,312	0,258	0,215	0,178	0,149	0,104
25	0,780	0,610	0,478	0,375	0,295	0,233	0,184	0,146	0,116	0,092	0,059
30	0,742	0,552	0,412	0,308	0,231	0,174	0,131	0,099	0,075	0,057	0,033
35	0,706	0,500	0,355	0,253	0,181	0,130	0,094	0,068	0,049	0,036	0,019
40	0,672	0,453	0,307	0,208	0,142	0,097	0,067	0,046	0,032	0,022	0,011

TABLO 2: "n" Dönem Sonundaki $\hat{\tau}_1$ 'nin Bugünkü Değeri

TABLO 3: Her Dönem Sonunda Ödenen τ_1 'nin "n" Dönem Sonundaki Değeri

n	1%	% 2	% 3	% 4	% 5	% 6	% 7	% 8	% 9	% 10	% 12
1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	2,010	2,020	2,030	2,040	2,050	2,060	2,070	2,080	2,090	2,100	2,120
3	3,030	3,060	3,091	3,122	3,153	3,184	3,215	3,246	3,278	3,310	3,374
4	4,060	4,122	4,184	4,246	4,310	4,375	4,440	4,506	4,573	4,641	4,779
5	5,101	5,204	5,309	5,416	5,526	5,637	5,751	5,867	5,985	6,105	6,353
6	6,152	6,308	6,468	6,633	6,802	6,975	7,153	7,336	7,523	7,716	8,115
7	7,214	7,434	7,662	7,898	8,142	8,394	8,654	8,923	9,200	9,487	10,089
8	8,286	8,583	8,892	9,214	9,549	9,897	10,260	10,637	11,028	11,436	12,300
9	9,369	9,755	10,159	10,583	11,027	11,491	11,978	12,488	13,021	13,579	14,776
10	10,462	10,950	11,464	12,006	12,578	13,181	13,816	14,487	15,193	15,937	17,549
11	11,567	12,169	12,808	13,486	14,207	14,972	15,784	16,645	17,560	18,531	20,655
12	12,683	13,412	14,192	15,026	15,917	16,870	17,888	18,977	20,141	21,384	24,133
13	13,809	14,680	15,618	16,627	17,713	18,882	20,141	21,495	22,953	24,523	28,029
14	14,947	15,974	17,086	18,292	19,599	21,015	22,550	24,215	26,019	27,975	32,393
15	16,097	17,293	18,599	20,024	21,579	23,276	25,129	27,152	29,361	31,772	37,280
20	22,019	24,297	26,870	29,778	33,066	36,786	40,995	45,762	51,160	57,275	72,052
25	28,243	32,030	36,459	41,646	47,727	54,865	63,249	73,106	84,701	98,347	133,334
30	34,785	40,568	47,575	56,085	66,439	79,058	94,461	113,283	136,308	164,494	241,333
35	41,660	49,994	60,462	73,652	90,320	111,435	138,237	172,317	215,711	271,024	431,663
40	48,886	60,402	75,401	95,026	120,800	154,762	199,635	259,057	337,882	442,593	767,091

TABLO 3: Her Dönem Sonunda Ödenen τ_1 'nin "n" Dönem Sonundaki Değeri

n	% 14	% 16	% 18	% 20	% 22	% 24	% 26	% 28	% 30	% 32	% 34
1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	2,140	2,160	2,180	2,200	2,220	2,240	2,260	2,280	2,300	2,320	2,340
3	3,440	3,506	3,572	3,640	3,708	3,778	3,848	3,918	3,990	4,062	4,136
4	4,921	5,066	5,215	5,368	5,524	5,684	5,848	6,016	6,187	6,362	6,542
5	6,610	6,877	7,154	7,442	7,740	8,048	8,368	8,700	9,043	9,398	9,766
6	8,536	8,977	9,442	9,930	10,442	10,980	11,544	12,136	12,756	13,406	14,086
7	10,730	11,414	12,142	12,916	13,740	14,615	15,546	16,534	17,583	18,696	19,876
8	13,233	14,240	15,327	16,499	17,762	19,123	20,588	22,163	23,858	25,678	27,633
9	16,085	17,519	19,086	20,799	22,670	24,712	26,940	29,369	32,015	34,895	38,029
10	19,337	21,321	23,521	25,959	28,657	31,643	34,945	38,593	42,619	47,062	51,958
11	23,045	25,733	28,755	32,150	35,962	40,238	45,031	50,398	56,405	63,122	70,624
12	27,271	30,850	34,931	39,581	44,874	50,895	57,739	65,510	74,327	84,320	95,637
13	32,089	36,786	42,219	48,497	55,746	64,110	73,751	84,853	97,625	112,303	129,153
14	37,581	43,672	50,818	59,196	69,010	80,496	93,926	109,612	127,913	149,240	174,065
15	43,842	51,660	60,965	72,035	85,192	100,815	119,347	141,303	167,286	197,997	234,247
20	91,025	115,380	146,628	186,688	237,989	303,601	387,389	494,213	630,165	802,863	1.021,807
25	181,871	249,214	342,603	471,981	650,955	898,092	1.238,636	1.706,803	2.348,803	3.226,844	4.424,380
30	356,787	530,312	790,948	1.181,882	1.767,081	2.640,916	3.942,026	5.873,231	8.729,985	12.940,859	19.124,859
35	693,573	1.120,713	1.816,652	2.948,341	4.783,645	7.750,225	12.527,442	20.188,966	32.422,868	51.869,427	82.636,815
40	1.342,025	2.360,757	4.163,213	7.343,858	12.936,535	22.728,803	39.792,982	69.377,460	120.392,883	207.874,272	357.033,889

TABLO 4: Her Dönem Sonunda Ödenen $\tau 1$ 'nin Bugünkü Değeri

n	1%	% 2	% 3	% 4	% 5	% 6	% 7	% 8	% 9	% 10	% 12
1	0,990	0,980	0,971	0,962	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909	0,893
2	1,970	1,942	1,913	1,886	1,859	1,833	1,808	1,783	1,759	1,736	1,690
3	2,941	2,884	2,829	2,775	2,723	2,673	2,624	2,577	2,531	2,487	2,402
4	3,902	3,808	3,717	3,630	3,546	3,465	3,387	3,312	3,240	3,170	3,037
5	4,853	4,713	4,580	4,452	4,329	4,212	4,100	3,993	3,890	3,791	3,605
6	5,795	5,601	5,417	5,242	5,076	4,917	4,767	4,623	4,486	4,355	4,111
7	6,728	6,472	6,230	6,002	5,786	5,582	5,389	5,206	5,033	4,868	4,564
8	7,652	7,325	7,020	6,733	6,463	6,210	5,971	5,747	5,535	5,335	4,968
9	8,566	8,162	7,786	7,435	7,108	6,802	6,515	6,247	5,995	5,759	5,328
10	9,471	8,983	8,530	8,111	7,722	7,360	7,024	6,710	6,418	6,145	5,650
11	10,368	9,787	9,253	8,760	8,306	7,887	7,499	7,139	6,805	6,495	5,938
12	11,255	10,575	9,954	9,385	8,863	8,384	7,943	7,536	7,161	6,814	6,194
13	12,134	11,348	10,635	9,986	9,394	8,853	8,358	7,904	7,487	7,103	6,424
14	13,004	12,106	11,296	10,563	9,899	9,295	8,745	8,244	7,786	7,367	6,628
15	13,865	12,849	11,938	11,118	10,380	9,712	9,108	8,559	8,061	7,606	6,811
20	18,046	16,351	14,877	13,590	12,462	11,470	10,594	9,818	9,129	8,514	7,469
25	22,023	19,523	17,413	15,622	14,094	12,783	11,654	10,675	9,823	9,077	7,843
30	25,808	22,396	19,600	17,292	15,372	13,765	12,409	11,258	10,274	9,427	8,055
35	29,409	24,999	21,487	18,665	16,374	14,498	12,948	11,655	10,567	9,644	8,176
40	32,835	27,355	23,115	19,793	17,159	15,046	13,332	11,925	10,757	9,779	8,244

TABLO 4: Her Dönem Sonunda Ödenen $\tau 1$ 'nin Bugünkü Değeri

n	% 14	% 16	% 18	% 20	% 22	% 24	% 26	% 28	% 30	% 32	% 34
1	0,877	0,862	0,847	0,833	0,820	0,806	0,794	0,781	0,769	0,758	0,746
2	1,647	1,605	1,566	1,528	1,492	1,457	1,424	1,392	1,361	1,331	1,303
3	2,322	2,246	2,174	2,106	2,042	1,981	1,923	1,868	1,816	1,766	1,719
4	2,914	2,798	2,690	2,589	2,494	2,404	2,320	2,241	2,166	2,096	2,029
5	3,433	3,274	3,127	2,991	2,864	2,745	2,635	2,532	2,436	2,345	2,260
6	3,889	3,685	3,498	3,326	3,167	3,020	2,885	2,759	2,643	2,534	2,433
7	4,288	4,039	3,812	3,605	3,416	3,242	3,083	2,937	2,802	2,677	2,562
8	4,639	4,344	4,078	3,837	3,619	3,421	3,241	3,076	2,925	2,786	2,658
9	4,946	4,607	4,303	4,031	3,786	3,566	3,366	3,184	3,019	2,868	2,730
10	5,216	4,833	4,494	4,192	3,923	3,682	3,465	3,269	3,092	2,930	2,784
11	5,453	5,029	4,656	4,327	4,035	3,776	3,543	3,335	3,147	2,978	2,824
12	5,660	5,197	4,793	4,439	4,127	3,851	3,606	3,387	3,190	3,013	2,853
13	5,842	5,342	4,910	4,533	4,203	3,912	3,656	3,427	3,223	3,040	2,876
14	6,002	5,468	5,008	4,611	4,265	3,962	3,695	3,459	3,249	3,061	2,892
15	6,142	5,575	5,092	4,675	4,315	4,001	3,726	3,483	3,268	3,076	2,905
20	6,623	5,929	5,353	4,870	4,460	4,110	3,808	3,546	3,316	3,113	2,933
25	6,873	6,097	5,467	4,948	4,514	4,147	3,834	3,564	3,329	3,122	2,939
30	7,003	6,177	5,517	4,979	4,534	4,160	3,842	3,569	3,332	3,124	2,941
35	7,070	6,215	5,539	4,992	4,541	4,164	3,845	3,571	3,333	3,125	2,941
40	7,105	6,233	5,548	4,997	4,544	4,166	3,846	3,571	3,333	3,125	2,941