1. Faiz Hesapları

Paranın satın alma gücünden belli bir süre vazgeçme karşılığında ödenen ve paranın bir yüzdesi şeklinde tanımlanan bedele **faiz** denir.

P : Anapara (paranın şimdiki değeri veya S'nin iskontolu değeri de diyeceğiz)
I : Anaparadan elde edilen faiz veya faiz değeri,
$S := P + I$, Toplam para (anaparanın gelecekteki veya birikmiş değeri de diyeceğiz)

P anaparası belli bir zaman sonra S toplamına erişmiş ise elde edilen faiz

$$I = S - P$$

formülü ile hesaplanır.

1.1. Basit Faiz

Bir P anaparasından bir yıl sonra I faizi elde edilmişse, bu işlemde geçerli olan **yıllık basit faiz oranı** $r := \frac{I}{P}$ ile belirlenir. Bu durumda P anaparası ve r oranı belli ise **bir yıllık basit faiz** $I = P.r$ ile hesaplanır.

Faiz işleyen zaman yıl değil de yıllar, aylar veya günler olduğunda basit faiz hesaplamak gerekirse ne olacak? Bu durumda, t yıl cinsinden zamanı göstermek üzere, bir P anaparası üzerinden yıllık r basit faiz oranından t yılda elde edilecek basit faiz

$$I = P.r.t$$

formülü ile hesaplanır. $S = P + I = P + P.r.t = P.(1 + r.t)$ olup, dolayısıyla birikmiş değer

$$S = P(1 + rt)$$

formülü ile hesaplanır, buradaki $1 + rt$ çarpanına **basit faizde birikme çarpanı** denir. Bu formülden P çekilirse

$$P = S(1 + rt)^{-1}$$

elde edilir, buradaki $(1+rt)^{-1}$ çarpanına **basit faizde iskonto (indirim) çarpanı** denir. Bu durumda P değerine, S'nin r oranından t yıl için iskontolu veya şimdiki değeri denir.

Uyarı: t zamanı mutlaka yıl cinsinden yazılmalıdır. Eğer zaman ay olarak verilmişse

$$t = \frac{\text{ay sayısı}}{12}$$

olarak belirlenir. Eğer zaman gün olarak verilmişse tam ve basit olmak üzere iki basit faiz hesabı yapılır:

1) **Tam Basit Faiz:** $t = \frac{\text{gün sayısı}}{365}$ alınır

2) **Normal Basit Faiz:** $t = \frac{\text{gün sayısı}}{360}$ alınır

Uyarı: Aksi belirtilmemişse **Normal Basit Faiz** hesaplanacaktır.

Örnek 1.1. *2000 TL için % 5 ten 50 günlük tam ve normal basit faizi bulunuz.*

P=2000 TL, r=0,05

tam basit faiz: $t = \frac{50}{365} \Rightarrow I = Prt = 2000.(0,05).\frac{50}{365} = 13,70$ TL

normal basit faiz: $t = \frac{50}{360} \Rightarrow I = Prt = 2000.(0,05).\frac{50}{360} = 13,89$ TL

İki Tarih Arasındaki Zaman Hesabı

Verilen belirli iki tarih arasında tam ve yaklaşık olmak üzere iki zaman hesabı yapılır:

1) **Tam Zaman:** Bir takvim yardımıyla günlerin sayısı tam olarak sayılır.

Uyarı: Verilen başlangıç ve bitiş tarihlerinden yalnızca biri toplama dahil edilir, ikisi birden dahil edilmez.

2) **Yaklaşık Zaman:** Her bir ayın 30 gün olduğu kabul edilir.

Örnek 1.2. *20 Haziran 2019 ile 24 Ağustos 2019 arasındaki tam ve yaklaşık zamanı bulunuz.*

tam zaman: 10 gün Hazirandan + 31 gün Temmuzdan + 24 gün Ağustostan

Toplam: 10+31+24= 65 gün

yaklaşık zaman:
$$\begin{array}{rcccc} & 2019 & : & 8 & : & 24 \\ - & 2019 & : & 6 & : & 20 \\ \hline & 0 & : & 2 & : & 4 \end{array} \Longrightarrow 2 \text{ ay } 4 \text{ gün} = 2.30+4 = 64 \text{ gün}$$

Örnek 1.3. *20 Nisan 2019'de bankaya % 6 faiz oranıyla yatırılan 2000 TL nin 1 Temmuz 2019 tarihinde getirdiği tam ve normal faizi a) tam zaman b) yaklaşık zaman kullanarak hesaplayınız.*

tam zaman: 10 Nisandan + 31 Mayıstan + 30 Hazirandan + 1 Temmuzdan= 72 gün

yaklaşık zaman:
$$\begin{array}{rcccc} & 2019 & : & 7 & : & 1 \\ - & 2019 & : & 4 & : & 20 \\ \hline & 0 & : & 2 & : & 11 \end{array} \Longrightarrow 2 \text{ ay } 11 \text{ gün} = 2.30+11 = 71 \text{ gün}$$

a) Tam Zaman ve Tam Faiz

$I = 2000.(0,06).\frac{72}{365} = 23,67$ TL

Tam Zaman ve Normal Faiz= **Banker Kuralı**

$I = 2000.(0,06).\frac{72}{360} = 24,00$ TL

b) Yaklaşık Zaman ve Tam Faiz

$I = 2000.(0,06).\frac{71}{365} = 23,34$ TL

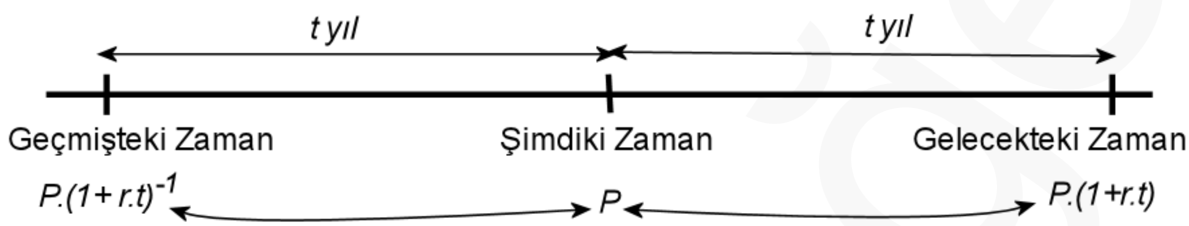
Yaklaşık Zaman ve Normal Faiz

$I = 2000.(0,06).\frac{71}{360} = 23,67$ TL

Uyarı: Aksi belirtilmedilçe **Banker Kuralı** ile hesap yapılacaktır.

1.1.1. Basit Faizde Paranın Zaman Değeri

İşlemlerimizin çoğunda aşağıdakine benzer zaman şeması kullanacağız:



Örnek 1.4. *9 ayda % 6 basit faiz ile 1500 TL olacak bir birikimin şimdiki değeri nedir?*

$S = 1500$ **TL** , $r = 0,06$, $t = \frac{9}{12}$ **olduğundan** $P = S.(1+rt)^{-1} = \frac{1500}{1+0,06.\frac{9}{12}} = 1435,41$ **TL**

Basit Faiz İçin Denk Ödemelerde Odak Noktasının Önemi

Paranın değerinin hesaplanacağı zamana, zaman şemasında odak noktası diyeceğiz.

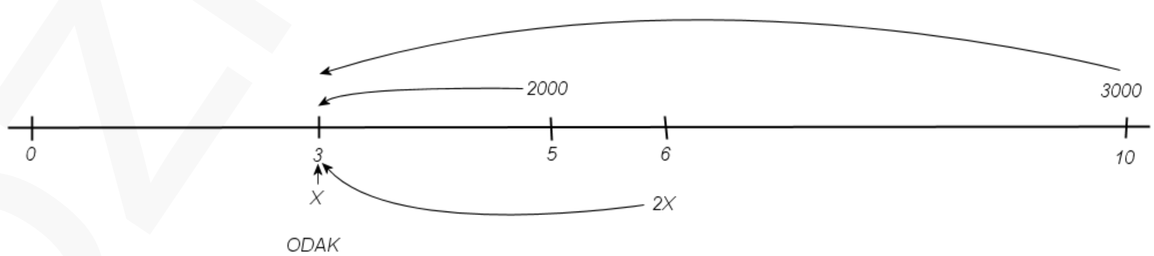
Örnek 1.5. *Bir tüketicinin aldığı borcu ödemesi için iki seçeneği var olsun.*

Birinci seçenek: *5 ay sonra 2000 TL ve 10 ay sonra 3000 TL ödemek,*

İkinci seçenek: *3 ay sonra X TL ve 6 ay sonra $2X$ TL ödemek.*

Her iki seçenek birbirine denk ve paranın değeri (enflasyon, piyasadaki basit faiz vs.) %12 ise X değerini odak noktalarını 6.ay ve 3.ay alarak bulup, sonuçları karşılaştırınız.

Odak noktası 3.ay olarak alınırsa:

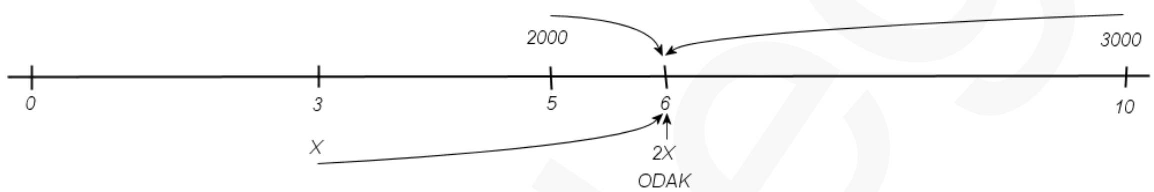


$2000.(1+0,12.\frac{2}{12})^{-1}+3000(1+0,12.\frac{7}{12})^{-1}=X+2X(1+0,12.\frac{3}{12})^{-1}$

$\Longrightarrow 1960,78+2803,74=X+1,941747573X$

$\Longrightarrow 4764,52=2,941747573X \Longrightarrow \boxed{X=1619,62 \text{ TL}}$

Odak noktası 6.ay olarak alınırsa:



$2000(1+0,12.\frac{1}{12})+3000(1+0,12.\frac{4}{12})^{-1}=X(1+0,12.\frac{3}{12})+2X$

$2020+2884,62=1,03X+2X \Longrightarrow \boxed{X=1618,69 \text{ TL}}$

Dikkat edilirse, odak noktası 3. ay olduğunda $X = 1619,62$ TL, 6. ay olduğunda $X = 1618,69$ TL bulunmuştur. Yani farklı değerler bulunmuştur. Şu halde basit faizde odak noktası değişince hesaplanan değerler farkılılık gösterebilir, ancak ileride göreceğimiz gibi bileşik faizde odak noktasının önemi yoktur. Bu nedenle basit faiz ile yapılan finansal işlemlerde odak noktası önceden bellidir.

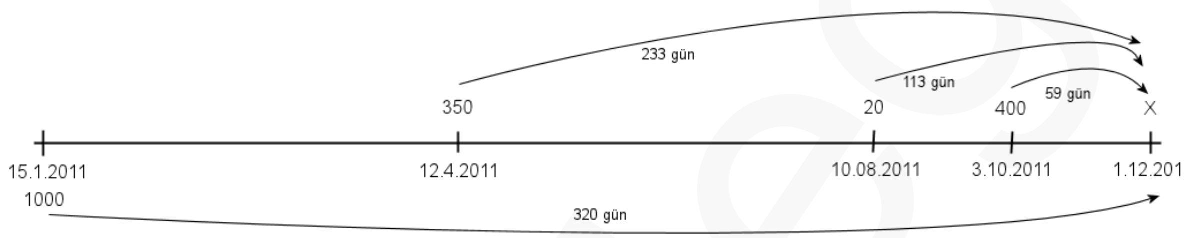
1.1.2. Taksitli Ödemeler

1) **Tüccar Kuralı:** Tüm taksitler ve ana borç, borcun bitim tarihine odaklanır.
2) **Amerikan Kuralı:** Her taksitten sonra ödenmemiş geriye kalan kısım bir sonraki taksit zamanına faizlenir. Eğer o taksidin bedeli hesaplanan faizden çok ise ödeme yapılır ve geriye kalan kısım bir sonraki taksit zamanına faizlenir, eğer o taksidin bedeli hesaplanan faizden az ise o taksit ödenmez ve o ödeme bir sonraki taksit ile birlikte hesaba katılır.

Uyarı: Aksi belirtilmedilçe **Tüccar Kuralı** ile hesap yapılacaktır.

Örnek 1.6. *Bir tüketici 15.1.2011'de % 16 dan 1000 TL borç aldı. 12.4.2011'de 350 TL, 10.8.2011'de 20 TL ve 3.10.2011'de 400 TL ödedi. 1.12.2011'de borcu kapatmak için ödeyeceği bedeli a) Tüccar Kuralı b) Amerikan Kuralı ile hesaplayınız.*

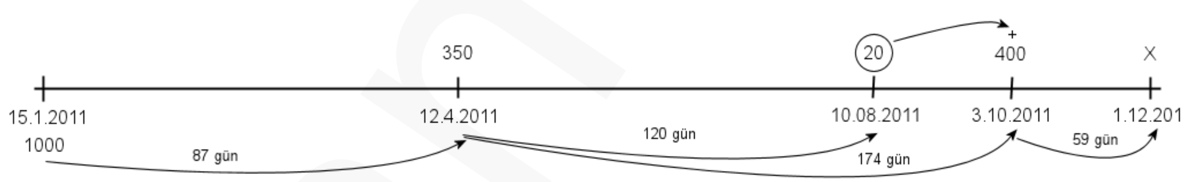
a) Tüccar Kuralı:



$1000.(1+0,16.\frac{320}{360}) = X + 400.(1+0,16.\frac{59}{360}) + 20.(1+0,16.\frac{113}{360}) + 350.(1+0,16.\frac{233}{360})$

$\Rightarrow 1142,22 = X + 410,49 + 21,00 + 386,24 \Longrightarrow \boxed{X = 324,49 \text{ TL}}$

b) Amerikan Kuralı:



1000 **TL için 87 günlük faiz:** $1000.0,16.\frac{87}{360} = 38,67$ **TL,** $\quad 38,67 < 350$

12.4.2011'deki toplam borç: $1000 + 38,67 = 1038,67$ **TL**

12.4.2011'de 350 **TL'lik ilk taksit ödenince kalan borç:** $688,67$ **TL**

$688,67$ **TL için 120 günlük faiz:** $688,67.0,16.\frac{120}{360} = 36,73$ **TL,** $\quad 36,73 \not< 20$ **olduğundan** 20 **TL'lik taksit ödenmez, sonraki taksite katılır.**

688,67 TL için 174 günlük faiz: $688,67.0,16.\frac{174}{360} = 53,26$ **TL,** $\quad 53,26 < 420$

3.10.2011'deki toplam borç: $688,67 + 53,26 = 741,93$ **TL,** $400 + 20 = 420$ **TL ödenince geriye kalan borç:** $321,93$ **TL**

1.12.2011'deki borç $X = 321,93.(1+0,16.\frac{59}{360}) = \boxed{330,37 \text{ TL}}$

1.1.3. Alıştırmalar

1. 2019 yılında 60000 TL'yi % 18'den bankaya yatıran bir kişi, parasını 6 yıl sonra çekerse bu yatırımdan elde edeceği faiz miktarını ve parasının birikmiş değerini bulunuz. [$I = 64800$ TL, $S = 124800$ TL]

2. Cep telefonu almak isteyen bir alıcıya, satıcı ya peşin 3000 TL ya da 6 ay sonra 3200 TL ödeme seçeneği sunmuş olsun, paranın değerinin % 6 olduğu biliniyorsa, alıcı hangi seçeneği tercih etmelidir, neden? [Peşin almalıdır, 6 ay sonra alırsa 110 TL fazladan öder]

3. Bankaya % 12,5'den yatırdığımız bir miktar paranın iki katına çıkması için kaç yıl gerekir? [8 yıl]

4. Paranın değerinin % 10 olduğu bir zaman diliminde, size 6 ay sonra 25000 TL ve 1 yıl sonra 20000 TL ödeme yapacak bir yatırımı şimdi 40000 TL'ye satın alır mısınız? Neden? [Evet, değerinin 1991,34 TL altında almış oluruz]

5. (İPTAL) Ahmet Bey, Osman Bey'den % 15 oranından 9 ay sonra 2000 TL ödeyeceği bir miktar borç alsın. Eğer 3 ay sonra bu borcunu şimdiki değer üzerinden % 14 oranı ile geri öderse Ahmet Bey bu erken ödeme işleminden kaç para kâr eder?

6. A şirketinin 15 Ocak 2019 tarihinde B şirketine 3000 TL borcu var olsun. A şirketi 15 Nisan 2019'da 1000 TL ve 15 Ekim 2019'da 1500 TL borç ödemesi yapmış ise 15 Ocak 2020 tarihinde B şirketine ne kadarlık bir ödeme yaparsa borcunu kapatmış olur? Sonucu a) Tüccar Kuralı, b) Amerikan Kuralı kullanarak ve geçerli faiz oranını % 16 alarak hesaplayınız. [a) 803,12 TL b) 824,83 TL]