

# Transferencia de calor por convección

Rober Torres

10 de agosto de 2022

## 1. Preliminares

### 1.1. Cantidad de calor

Si introducimos una cuchara fría en una taza con agua caliente, la cuchara tenderá a calentarse y el agua tenderá a enfriarse, hasta encontrar una temperatura de equilibrio, si generalizamos esto, ya que pasa en la naturaleza constantemente, por lo que nace la necesidad para poder estudiar este fenómeno matemáticamente la necesidad de medir esto, la cual llamaremos cantidad de calor  $Q$  o simplemente calor. Para esto primero se define la unidad de medida del calor la cual es la caloría. una caloría se define como *la cantidad de calor que se necesita para elevar 1 g de agua de 14.5 a 15.5 °C*, como para subir la temperatura necesitamos energía en forma de calor, entonces la caloría también es calor, por lo que de los datos experimentales se tiene

$$1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$$

$$1 \text{ kcal} = 4186 \text{ J}$$

## 1.2. Calor y Calor específico

La cantidad de calor  $Q$  que se necesita para elevar una masa  $m$  de una temperatura  $T_0$  a  $T_1$  depende directamente de la masa pues de las observaciones experimentales lo ha demostrado, así también como del tipo de material y la variación de la temperatura por lo que se tiene que

$$Q = mc\Delta T, \text{ siendo } \Delta T = T_1 - T_0 \quad (1)$$

Para un cambio infinitesimal de temperatura  $dT$  y calor correspondiente  $dQ$  se obtiene la ecuación siguiente

$$\Rightarrow dQ = mc dT \quad (2)$$

Así el  $C$  llamado el calor específico es

$$c = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT} \quad (3)$$

De esto se deduce que el calor específico del agua es

$$c = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C} \text{ o } c = 4186 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

## 1.3. Capacidad calorífica molar

Primero definamos un mol, *Un mol es la cantidad de sustancia que contiene tantas entidades elementales (átomos, moléculas, iones, electrones, etc) como átomos hay en 0.012 kg de carbono 12.* También necesitamos el número de Avogadro  $N_A$  que es el siguiente

$$N_A = 6.02214179 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol}$$

Con esto definimos la masa molar  $M$  de un compuesto, esta es la masa de un mol, está será la masa  $m_m$  de Una sola molécula multiplicada por su número másico

$$M = N_A m_m \quad (4)$$

Así la masa  $m$  estará dada por  $m = Mn$ , donde  $n$  es el número de moles, remplazando en la ecuación 1 obtenemos

$$Q = nMc\Delta T \quad (5)$$

Al número  $C = Mc$  se le llama la capacidad calorífica molar, Así el calor es

$$Q = nC\Delta T \quad (6)$$

Por lo que para una variación infinitesimal de temperatura  $dT$  es

$$dQ = nCdT$$

Así la capacidad calorífica molar queda

$$C = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT} = Mc \quad (7)$$

## 1.4. Mecanismos de transferencia de calor

Hay diferentes formas como el calor se transfiere entre dos puntos, además de que este depende del medio por el cual se transfiere, dependiendo del material, estos pueden ser **aislantes:** *Los que no transfieren calor* **conductores:** *Los que si transfieren el calor.* Se a clasificado de la siguiente manera

### 1.4.1. Conducción

Es la que se da por un medio a través de los materiales conductores, de las observaciones experimentales se a obtenido lo siguiente, la transferencia de calor  $dQ$  a través de una barilla conductora en un tiempo determinado  $dt$  es directamente proporcional a la longitud  $L$  y sección transversal  $A$  de la varilla, multiplicado por  $\Delta T = T_B - T_A$ , donde  $T_A$  y  $T_B$  son las temperaturas de los extremos de la barilla, además que esta depende de la conductividad térmica  $k$  del material, i.e.

$$H = \frac{dQ}{dt} = kAL \frac{T_A - T_B}{L} \quad (8)$$

si la temperatura varia de manera no uniforme a traves de la varilla podemos asignar la coordenada  $x$  así introduciendo la gradiente de  $dT/dx$  temperatura se tiene:

$$H = \frac{dQ}{dt} = \frac{-kA}{L} \frac{dT}{dx} \quad (9)$$

Ademas podemos asignar  $R = L/(kA)$ , siendo  $R$  la resistividad térmica, con lo que la ecuación quedará

$$H = \frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{R} \frac{dT}{dx} \quad (10)$$

#### 1.4.2. Convección

La convección es transferencia de calor por movimiento de una masa de fluido de una región del espacio a otra.

La transferencia de calor por convección es un proceso muy complejo, y no puede describirse con una ecuación sencilla. Veamos algunos hechos experimentales:

1. La corriente de calor causada por convección es directamente proporcional al área superficial. Esto explica las áreas superficiales grandes de los radiadores y las aletas de enfriamiento.
2. La viscosidad de los fluidos frena la convección natural cerca de una superficie estacionaria, formando una película superficial que, en una superficie vertical, suele tener el mismo valor aislante que tiene 1.3 cm de madera terciada (valor  $R = 0.7$ ). La convección forzada reduce el espesor de esta película, aumentando la tasa de transferencia de calor. Esto explica el “factor de congelación”: nos enfriamos más rápidamente en un viento frío que en aire tranquilo a la misma temperatura.

3. a corriente de calor causada por convección es aproximadamente proporcional 5/4  
nal a la potencia de la diferencia de temperatura entre la superficie y el cuerpo  
principal del fluido.

De estas observaciones se puede en un principio deducir la ley de enfriamiento de  
Newton

$$q = hA(T_w - T_\infty) \quad (11)$$

donde  $q$  es la rapidez de transferencia del calor, que esta relacionado directamente  
proporcional a  $h$  llamado el coeficiente de transferencia por convección y  $A$  el área de  
la superficie de contacto entre el fluido y la superficiales, ademas  $T_w$  es la temperatura  
de la superficie y  $T_\infty$ , la temperatura suficientemente lejos de la superficie.

### 1.4.3. Radiación

a corriente de calor causada por convección es aproximadamente proporcional a la  
potencia de la diferencia de temperatura entre la superficie y el cuerpo principal del fluido.

## 2. Transferencia del Calor por Convección

### 2.1. Fundamentos de convección

De la ecuación de enfriamiento de Newton [11](#) se puede deducir que *el coeficiente de  
transferencia de calor por convección es a corriente de calor causada por convección es  
aproximadamente proporcional a la potencia de la diferencia de temperatura entre la su-  
perficie y el cuerpo principal del fluido.*

Por otra parte Todas las observaciones experimentales indican que un fluido en mo-  
vimiento llega a detenerse por completo en la superficie y toma una velocidad cero con  
respecto a esta última. Es decir, un fluido en contacto directo con un sólido “se adhiere” a

la superficie debido a los efectos viscosos y no se desliza. Esto se conoce como la condición de no deslizamiento.

La región del flujo adyacente a la superficie en la cual los efectos viscosos son significativos se llama *capa límite*. La propiedad del fluido responsable de la condición de no desplazamiento y del desarrollo de la capa límite y *viscosidad*.

Otra consecuencia de la condición de no desplazamiento es el *Arrastre superficial*, el cual es la fuerza que un fluido ejerce sobre una superficie, en la dirección del flujo.

Una implicación de la condición de no desplazamiento es que la transferencia de calor de la superficie del sólido hacia la capa de fluido adyacente a esa superficie se da por *conducción* pura, ya que la capa de fluido está inmóvil, y se puede expresar como

$$\dot{q} = -k_{fluido} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (12)$$

donde  $T$  representa la distribución de temperatura en el fluido y  $(\partial T / \partial y)_{y=0}$  es el *gradiente de temperatura en la superficie*. A continuación, este calor *se aleja por convección* de la superficie como resultado del movimiento del fluido.

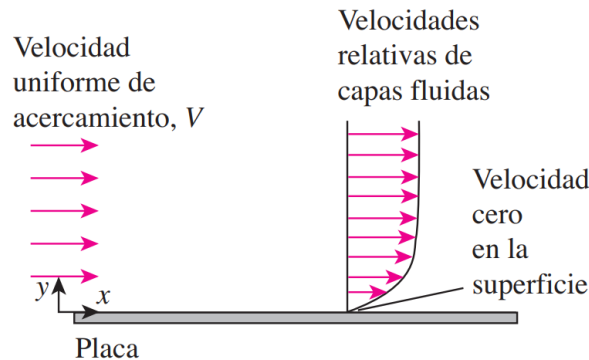
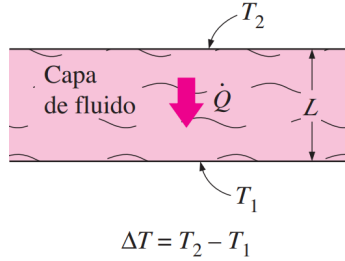


Figura 1: Un fluido que fluye sobre una superficie estacionaria llega a detenerse por completo en la superficie a causa de la condición de no deslizamiento

## 2.2. Número de Nusselt

Con una conductividad térmica  $k$  de un fluido y  $L_c$  la longitud característica, como se observa en la figura.



Entonces el número de Nusselt se puede definir como

$$N_u = \frac{hL_c}{k} \quad (13)$$

Este número recibió el nombre en honor de Wilhelm Nusselt se concibió como el *coeficiente adimensional de transferencia de calor por convección*

## 2.3. Convección Externa Forzada

La convección forzada es un mecanismo o tipo de transporte en el que el movimiento del fluido es generado por una fuente externa (como una bomba, ventilador, dispositivo de succión, etc.). Junto con la convección natural, la radiación térmica y la conducción térmica, es uno de los métodos de transferencia de calor y permite transportar cantidades significativas de energía térmica de manera muy eficiente.

El coeficiente de resistencia adimensional está dado por

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \quad (14)$$

donde  $A$  es el área frontal

### 2.3.1. Temperatura de película

Es el promedio aritmético de las temperaturas de la superficie y el flujo libre.

$$T_p = \frac{T_s + T_f}{2} \quad (15)$$

## 2.4. Convección Interna Forzada

Se usan tuberías circulares generalmente para transportar fluidos, porque hay menor fricción y por lo tanto menor caída de presión y mayor transferencia de calor. La velocidad del fluido en un tubo cambia de cero en la superficie, debido a la condición de no deslizamiento, hasta un máximo en el centro del mismo. En el flujo de fluidos, resulta conveniente trabajar con una velocidad promedio,  $V_{prom.}$ , la cual se mantiene constante en el flujo incompresible, cuando el área de la sección transversal del tubo es constante.

La velocidad y temperatura promedios está dado por

$$V_{prom.} = \frac{2}{R^2} \int_0^R u(r)rdr \quad (16)$$

Cuando se conoce el gasto de velocidad se puede determinar con facilidad la velocidad promedio

$$T_{prom.} = \frac{2}{V_{prom.}R^2} \int_0^R T(r)u(r)rdr \quad (17)$$

### 2.4.1. Capa límite de velocidad

región del flujo en la cual se sienten los efectos de las fuerzas cortantes viscosas causadas por la viscosidad del fluido.

### 2.4.2. Región del flujo irrotacional (central)

los efectos de la fricción son despreciables y la velocidad permanece esencialmente constante en la dirección radial.



### 2.4.3. Región de entrada térmica

La región del flujo sobre la cual se desarrolla la capa límite térmica y alcanza el centro del tubo.

### 2.4.4. Región térmica completamente desarrollada térmicamente

Región térmica completamente desarrollada térmicamente: La zona que se encuentra más allá de la región de entrada térmica, en la que el perfil de temperaturas adimensionales, expresado como  $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ , permanece inalterado.

### 2.4.5. Análisis termico

Las condiciones térmicas en la superficie por lo común se pueden aproximar con razonable precisión como temperatura superficial constante ( $T_s = \text{constante}$ ) o flujo constante de calor en la superficie ( $q_s = \text{constante}$ ).

## 2.5. Convección con cambio de fase

Cuando los procesos de convección tienen lugar junto a un cambio de fase, como ocurre en los procesos de convección asociados a la condensación o a la ebullición se producen unos intercambios de calor muy intensos, incluso más intensos que en la convección forzada.

## 2.6. Convección libre o natural

En convección libre se observa experimentalmente que puede ajustarse el valor del número de Nusselt mediante una expresión de la forma

$$N_u = cte(G_r P_r)^n \quad (18)$$

donde  $cte$  y  $n$  se ajustan experimentalmente y  $Gr$  es el número de Grashoff que se define como

$$Gr = \frac{g\alpha_v(T_\infty - T_f)L^3}{V^2} \quad (19)$$

donde  $\alpha_v$  es el coeficiente de dilatación de volumen.

El número de Grashoff desempeña en convección libre un papel similar al que realiza en convección forzada el número de Reynolds. En concreto, representa la relación entre las fuerzas de flotabilidad y las fuerzas viscosas en la corriente de convección natural y es la variable principal utilizada como criterio de la transposición de capa límite laminar y turbulenta( Cengel y Ghajar, [2011](#) )

### 3. Ley de Fick: Difusión molecular estacionaria.

#### 3.1. Transferencia de materia

Se entiende por transferencia de materia a la tendencia de los componentes de una mezcla a desplazarse desde una región de concentración elevada a otra baja concentración. ( Rodríguez y Jamanca, [2017](#))

#### 3.2. Difusión

La difusión está caracterizada por el flujo de difusión  $J$  de un componente, esto es, por la cantidad de materia que pasa en la unidad de tiempo a través de una superficie dada en la dirección normal a la superficie. La densidad de flujo de difusión  $j$  se puede definir como la cantidad de sustancia que pasa en la unidad de tiempo a través de la unidad de área  $S$  de la superficie dada en dirección normal a esta superficie. asi se tiene

$$j = \frac{dJ}{dS} \quad (20)$$

por lo que tenemos que

$$J = \int_S j Ds \quad (21)$$

si  $j$  es constante entonces  $J$  será

$$J = jS \quad (22)$$

### 3.3. Fundamentemos de la difusión Molecular

1. Difusión es el mecanismo por el cual se produce el movimiento, debido a un estímulo físico, de un componente a través de una mezcla.
2. La principal causa de la difusión es la existencia de un gradiente de concentración del componente que difunde. El gradiente de concentración provoca el movimiento del componente de una dirección tal que tiene a igualar las concentraciones y reducir el gradiente.

### 3.4. Difusión Molecular

1. Se produce por el movimiento de las moléculas individuales, debido a su energía térmica.
2. El número de colisiones entre partículas es mayor en la zona de alta concentración, por lo que se da un flujo hacia la de menor concentración.

### 3.5. sistema para el estudio de la difusión molecular

En el sistema a considerar es la película gaseosa comprendida entre la superficie del líquido y la boca del tubo. En película gaseosa, muy cerca a la superficie líquida, se puede tomar la concentración de la especie,  $A$  como la de equilibrio con el líquido, es decir, que es la relación entre la presión de vapor de  $A$  a la temperatura del sistema y la presión total, suponiendo que  $A$  y  $B$  forman una mezcla gaseosa ideal, dentro del recipiente el soluto  $A$  difunde a través de  $B$  estancado.

### 3.6. Ley de Fick

La densidad de flujo de difusión es un vector. Considerando que el valor de una de sus componentes es positivo cuando ésta esté dirigida hacia el sentido positivo del eje, y negativo en caso contrario.

Como la sustancia se traslada de los lugares de mayor concentración a los de menor concentración, el signo de la componente del flujo en una dirección será el contrario del que da la derivada de la concentración en esa dirección ( $\partial c/\partial n$ ). Si la concentración aumenta de izquierda a derecha, el flujo va hacia la izquierda y viceversa. Además, si la concentración de la solución es uniforme  $\partial c/\partial n = 0$ , no habrá flujo de difusión. Considerando todo esto, para un sistema estacionario macroscópico de dos componentes, homogéneo en lo que respecta la temperatura y presión, la densidad de flujo de difusión de uno de los componentes, debido a difusión molecular, vide dada por la *Ley de Fick* Martín, [2011](#)

$$j_i = -D \frac{\partial c_i}{\partial n} \quad (23)$$

o utilizando la gradiente

$$\vec{j} = -D \vec{\nabla} c_i \quad (24)$$

$$J_A = D_{AB} \frac{-dC_A}{dz} \quad (25)$$

donde  $c_i$  es la concentración local de la sustancia, puede medirse en masa por unidad de volumen, moles por unidad de volumen, etc.

### 3.7. Difusión molecular en Estado estacionario

De la ley de Fick se deduce la siguiente ecuación

$$N_A = (N_A + N_B) \frac{C_A}{C_T} - D_{AB} \frac{dC_A}{dz} \quad (26)$$

El primer sumando es lo que se mueve de  $A$  debido al flujo global del sistema. El segundo sumando es la densidad de flujo que resulta de la difusión.

- $D_{AB}$ : difusividad del compuesto  $A$  en  $B$
- $dC_A/dz$ : Gradiente de concentración del compuesto  $A$  en la dirección de  $z$ .
- $N_A$  es la densidad de flujo del compuesto  $A$  con respecto a los ejes fijos.
- $N_B$ : densidad de flujo del compuesto  $B$  con respecto a ejes fijos.
- $C_A$ : Concentración molar del compuesto  $A$
- $C_T$ : Concentración molar total

### 3.8. Difusividad

- Propiedad de transporte en función de la temperatura, presión y la naturaleza de los componentes
- Dimensione:  $L^2/T$
- Se carece de datos de difusividad para la mayor parte de las mezclas que tienen interés en ingeniería. Es preciso estimarlas a partir de correlaciones.

## 4. Resistencia térmica y tiempo de igualación

### 4.1. Resistencia Térmica

como se dedujo en [1.4.1](#) la Conducción estaba dada por  $R = L/k$ , pero esto se hizo para un elemento discreto (i.e. una sola capa de material homogéneo y caras planoparalelas separadas por un espesor  $L$ ).

Sin embargo esto no sirve si el elemento no es homogéneo, pero si su heterogeneidad se distribuye uniformemente, en un laboratorio Se puede obtener un coeficiente de conductividad util  $C$  como la media ponderada de los coeficientes de cada material, así se puede definir la Resistencia térmica  $R$  como

$$R = \frac{1}{C} \quad (27)$$

Si un elemento está formado por varias capas con sus respectivas resistencia térmicas  $R_1 + R_2 + \dots + R_n$ , entonces la resistencia total  $R_T$  se puede deducir que es

$$R_t = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (28)$$

#### **4.1.1. Resistencia térmica superficial**

Al pasar el calor de un fluido a un elemento sólido (en general, del aire ambiente a un elemento constructivo) se produce una resistencia a este paso, que varía con la velocidad del fluido (velocidad del aire), rugosidad de la superficie, etc. Y que se llama resistencia superficial. Tiene la misma ecuación dimensional que las resistencias de los elementos constructivos.

#### **4.1.2. Transmitancia térmica**

Es la cantidad de energía que atraviesa por unidad de tiempo, una superficie de elemento conductivo de caras planas y paralelas cuando entre dichas caras hay un gradiente térmico. Es el inverso a la resistencia térmica

$$U = \frac{1}{R} \quad (29)$$

#### **4.1.3. Resistencia térmica total**

Cuando el elemento descrito está en una situación real, con aire ambiente en sus dos caras, se define la resistencia térmica total  $R_t$  es la suma de la resistencia térmica del

elemento conductivo más las resistencias térmicas superficiales: es la inversa de la transmitancia  $U$ , o coeficiente de transmisión de calor de un elemento  $k$ . De esto se deduce que

$$R_t = 1/U = R_{se} + R_{si} + R \quad (30)$$

O si el elemento tiene varias capas, usando la ecuación 28, obtenemos

$$R_t = \frac{1}{U} = R_{se} + R_{si} + R_1 + R_2 + \cdots + R_n \quad (31)$$

## 4.2. Tiempo de igualación

Considere un cuerpo de forma arbitraria y masa  $m$ , volumen  $V$ , área superficial  $A_s$ , densidad  $\rho$  y calor específico  $C_p$ , inicialmente a una temperatura  $T_i$ . En el instante  $t = 0$ , el cuerpo está colocado en un medio a la temperatura  $T_\infty$  y se lleva a efecto transferencia de calor entre ese cuerpo y su medio ambiente, con un coeficiente de transferencia de calor  $h$ . En beneficio de la discusión, se supondrá que  $T_\infty > T_i$ , pero el análisis es igualmente válido para el caso opuesto. Se supondrá que el análisis de sistemas concentrados es aplicable, de modo que la temperatura permanece uniforme dentro del cuerpo en todo momento y sólo cambia con el tiempo,  $T = T(t)$ .

Durante un intervalo diferencial de tiempo,  $dt$ , la temperatura del cuerpo es elevada de una cantidad diferencial  $DT$ . Un balance de energía del sólido para el intervalo de tiempo  $dt$  se puede expresar como

$$hA_s(T_\infty - T)dt = mC_pdT \quad (32)$$

Como  $m = \rho V$  y  $dT = d(T - T_\infty)$ , puesto que  $T_\infty$  es constante, remplazando en la ecuación anterior

$$\frac{d(T - T_\infty)}{T - T_\infty} = -\frac{hA_s}{\rho V c_p} dt$$

Integrando desde  $T = 0$ , en el cual  $T = T_i$ , hasta cualquier instante de  $t$ , en el cual  $T = T(t)$ , nos da

$$\ln \left( \frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right) = -\frac{hA_s}{\rho V c_p} t \quad (33)$$

Si dejamos en función de  $t$  tenemos

$$\ln \left( \frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right) = e^{-bt} \quad (34)$$

donde

$$b = \frac{hA_s}{\rho V c_p} (1/s) \quad (35)$$

Esta ecuación nos permitirá calcular lo siguiente

1. La ecuación 34 permite calcular la temperatura  $T(t)$  de un cuerpo en el instante  $t = 0$ , de modo alternativo, el tiempo  $t$  requerido para alcanzar el específico  $T(t)$ .
2. La temperatura de un cuerpo se aproxima a la del medio ambiente,  $T_\infty$ , en forma exponencial. Al principio, la temperatura del cuerpo cambia con rapidez pero, posteriormente, lo hace más bien con lentitud. Un valor grande de  $b$  indica que el cuerpo tenderá a alcanzar la temperatura del medio ambiente en un tiempo corto. Entre mayor sea el valor del exponente  $b$ , mayor será la velocidad de decaimiento de la temperatura. Note que  $b$  es proporcional al área superficial, pero inversamente proporcional a la masa y al calor específico del cuerpo. Esto no es sorprendente, ya que tarda más tiempo en calentarse o enfriarse una masa grande, en especial cuando tiene un calor específico grande

Podemos remplazar  $T(t)$  en la ecuación 11, con lo que nos queda

$$q(t) = hA[T(t) - T_\infty] \quad (36)$$

Por lo que la cantidad total de la transferencia de calor entre el cuerpo y el medio circundante durante el intervalo  $t = 0$  hasta  $t$  es simplemente el cambio en el contenido de energía de ese cuerpo. Así la ecuación será



$$Q = mc_p[T(t) - T_i]$$

La cantidad de transferencia de calor llega a su límite superior cuando el cuerpo alcanza la temperatura  $T_\infty$  del medio circundante. Por lo tanto, la transferencia de calor máxima entre el cuerpo y sus alrededores es:

$$Q = mc_p(T_\infty - T_i)$$

## Referencias

- Cengel, Y., & Ghajar, A. (2011). *Transferencia de calor y masa* (M. Graw-Hill, Ed.).
- Martín, A. (2011). Apuntes de transmisión del calor. <https://oa.upm.es/6935/1/amd-apuntes-triansmision-calor.pdf>
- Rodríguez, S. A., Ronald, & Jamanca, N. (2017). *Transferencia de Masa* (UNAB, Ed.). UNAB.