

# Fenómenos de transporte

Rober Torres

20 de agosto de 2022

## Índice

<b>1. Preliminares</b>	<b>3</b>
1.1. Masa molar . . . . .	3
<b>2. Fenómenos de transporte</b>	<b>4</b>
2.1. Ley de Newton de la viscosidad . . . . .	4
2.2. Ley de Poiseuille . . . . .	6
2.3. Ley de Fourier . . . . .	8
2.4. Convección . . . . .	8
2.5. Radiación . . . . .	9
2.6. transferencia de masa . . . . .	10
2.6.1. Difusión . . . . .	11
2.6.2. Fundamentemos de la difusión Molecular . . . . .	11
2.6.3. Difusión Molecular . . . . .	12
2.6.4. sistema para el estudio de la difusión molecular . . . . .	12
2.6.5. Ley de Fick . . . . .	12
2.6.6. Difusión molecular en Estado estacionario . . . . .	13
2.6.7. Difusividad . . . . .	14



# 1. Preliminares

Los fenómenos de transporte son todos los procesos irreversibles de naturaleza estadística derivados de los movimientos aleatorios continuo de las moléculas, principalmente observadas en los fluidos. Este se basa en 2 conceptos primarios:

1. *Ecuaciones Constitutivas* que son una relación entre las variables termodinámicas o mecánicas de un sistema físico: presión, volumen, tensión, etc.
2. *Leyes de conservación* i.e. que en la evolución temporal de un sistema aislado ciertas magnitudes permanecen constantes.

Algunos ejemplos destacados de estos son *ley de conducción de calor de Fourier* que describe el flujo de calor o gradientes de temperatura y las *Ecuaciones de Navier-Stokes* que describe el flujo de un fluido. Estas ecuaciones también demuestran la conexión profunda entre los fenómenos de transporte y la termodinámica, una conexión que explica por qué los fenómenos de transporte son irreversibles.

Casi todos estos fenómenos físicos involucran sistemas que buscan su estado de energía más bajo de acuerdo con el principio de energía mínima, momento en el que ya no hay fuerzas impulsoras en el sistema y el transporte cesa. la transferencia de calor es el intento del sistema por lograr el equilibrio térmico con su entorno, al igual que el transporte de masa y de momento mueve el sistema hacia el equilibrio químico y mecánico.

Los ejemplos de procesos de transporte incluyen la conducción de calor (transferencia de energía), el flujo de fluido (transferencia de momento), la difusión molecular (transferencia de masa), la radiación y la transferencia de carga eléctrica en los semiconductores.

## 1.1. Masa molar

*Un mol es la cantidad de sustancia que contiene tantas entidades elementales (átomos, moléculas, iones, electrones, etc) como átomos hay en 0.012 kg de carbono 12.* También necesitamos el número de Avogadro  $N_A$  que es el siguiente

$$N_A = 6.02214179 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol}$$

Con esto definimos la masa molar  $M$  de un compuesto, esta es la masa de un mol, está será la masa  $m_m$  de Una sola molécula multiplicada por su número másico

$$M = N_A m_m \quad (1)$$

Así la masa  $m$  estará dada por  $m = Mn$ , donde  $n$  es el número de moles.

## 2. Fenómenos de transporte

### 2.1. Ley de Newton de la viscosidad

Consideremos un fluido (líquido o gas) contenido entre dos grandes laminas planas y paralelas, de área  $A$ , separadas entre sí por una distancia muy pequeña  $Y$  Supongamos que el sistema está inicialmente en reposo, pero que al a cabo del tiempo  $t = 0$ , la lamina inferior se pone en movimiento en la dirección del eje  $x$ , con una velocidad constante  $V$ , A medida que transcurre el tiempo el fluido gana cantidad de movimiento, y, finalmente se establece la velocidad en régimen estacionario. Una vez alcanzado dicho estado estacionario de movimiento, es preciso aplicar una fuerza constante  $F$  para conservar el movimiento laminar inferior. Esta fuerza viene dada por la siguiente expresión (suponiendo que el flujo es laminar):

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{V}{Y} \quad (2)$$

Es decir, que la fuerza por unidad de área es proporcional a la disminución de velocidad con distancia  $Y$ . La constante de proporcionalidad  $\mu$  se denomina viscosidad del fluido.

Si queremos utilizar la ecuación 2 es conveniente expresarla en una forma más explícita. El esfuerzo constante que se ejerce en la dirección  $x$  sobre la superficie de un fluido, situada a una distancia constante  $y$ , por el fluido existe en la región donde  $y$  es menor, se designa

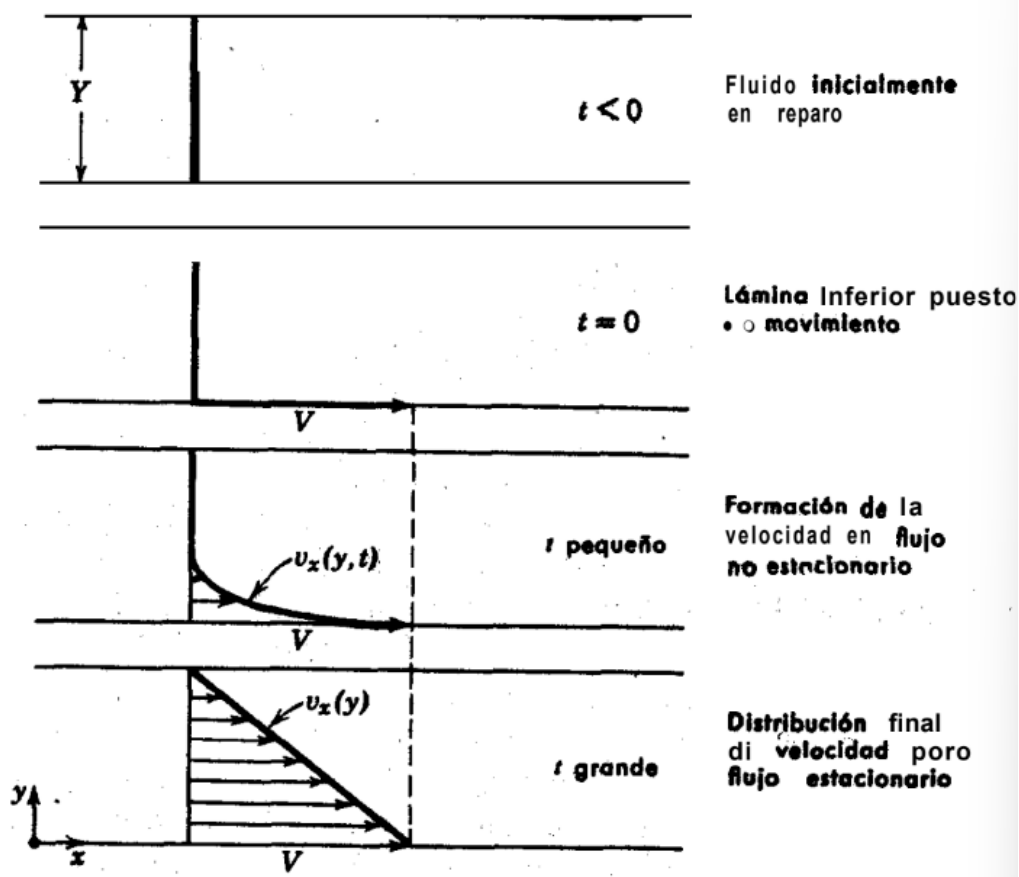


Figura 1: flujo de un fluido viscoso

por  $\tau_{xy}$  y el componente  $x$  del vector de velocidad de fluido, por  $v_x$ , Téngase en cuenta que  $v_x$  no es igual a  $\partial v / \partial x$ ; así la ecuación 2 queda de la siguiente forma

$$\tau_{xy} = -\mu \frac{dv_x}{dy} \quad (3)$$

Esta es la ley de *Newton de la Viscosidad* y los fluidos que cumplen se denominan *fluidos newtonianos*. Todos los gases y la mayor parte de los líquidos sencillos, se comportan de acuerdo a la ecuación 3

## 2.2. Ley de Poiseuille

Consideremos un tubo de longitud  $l$  y radio  $R$ , por cuyo interior circula un fluido viscoso en régimen laminar; las capas de fluido circularán en su interior con distintas velocidades, siendo nula la velocidad de la que se encuentra en contacto con él, puesto que queda adherida a la pared; ésta a su vez «tira» hacia atrás de la capa más próxima a ella y así sucesivamente; la velocidad será máxima en el centro del tubo.

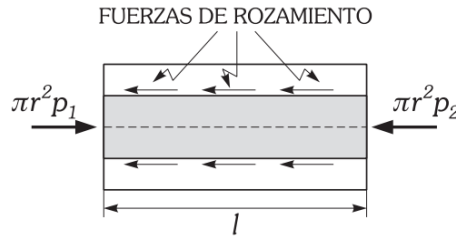


Figura 2: Tubo de corriente que se mueve a velocidad constante y por tanto se encuentra en equilibrio

Si tomamos un pequeño cilindro de radio  $r$ , concéntrico en el tubo que se mueve a velocidad constante y por tanto se encuentra en equilibrio de fuerzas; la fuerza motora debida a la diferencia de presión entre sus extremos tendrá que igualarse a la fuerza retardadora de viscosidad que actúa sobre su superficie lateral, y por tanto:

$$(p_1 - p_2) \pi r^2 = -\mu A \frac{dv}{dr} = -\mu 2\pi r l \frac{dv}{dr}$$

siendo  $dv/dr$  el gradiente de velocidad de una distancia  $r$  del eje, y ponemos el signo menos para indicar que la velocidad disminuye a medida que  $r$  aumenta; agrupando términos se obtiene:

$$-dv = \frac{p_1 - p_2}{2\pi l} r dr \Rightarrow -\int_v^0 dv = \frac{p_1 - p_2}{2\mu l} \int_0^R r dr \Rightarrow v = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} (R^2 - r^2)$$

la ecuación  $v = f(r)$  es la de una parábola y decimos que el flujo tiene un *perfil de velocidades* parabólico.

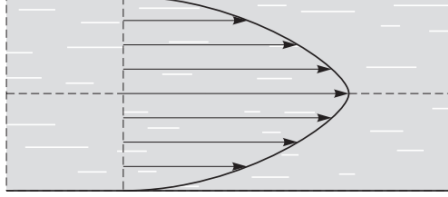


Figura 3: Perfil de velocidades parabólico

Para hallar el caudal calculemos el volumen  $d^2V$  del fluido que atraviesa el elemento de sección recta comprendido entre las circunferencias de radio  $r$  y  $r + dr$  en un tiempo  $d$ , que valdrá

$$d^2V = dA v dt = 2\pi r dr \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} (R^2 - r^2) dt$$

el volumen que fluye a través de toda la sección en un tiempo  $dt$  se obtiene integrando entre  $r = 0$  y  $r = R$  y nos queda

$$dV = \frac{\pi(p_1 - p_2)}{2\mu l} dt \int_0^R r(R^2 - r^2) dr = \frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{p_1 - p_2}{l} dt$$

dividiendo por  $dt$  y mando  $\Delta p = p_1 - p_2$ , se obtiene para el gasto  $G$  la siguiente ecuación

$$G = \frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{\Delta p}{l} \quad (4)$$

Que es la ecuación de Poiseuille: El caudal de fluido (volumen por unidad de tiempo) que circula por un tubo cilíndrico en régimen laminar, es directamente proporcional a la cuarta potencia del radio  $R$  y a la diferencia de presiones entre la parte anterior y posterior del tubo  $\Delta p$ , e inversamente proporcional a la longitud de éste  $l$  y al coeficiente de viscosidad del líquido  $\mu$

### 2.3. Ley de Fourier

La transferencia de calor  $dQ$  a través de una varilla conductora en un tiempo determinado  $dt$  es directamente proporcional a la longitud  $L$  y sección transversal  $A$  de la varilla, multiplicado por  $\Delta T = T_B - T_A$ , donde  $T_A$  y  $T_B$  son las temperaturas de los extremos de la varilla, además que esta depende de la conductividad térmica  $k$  del material, i.e.

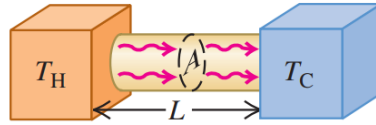


Figura 4: Conducción del calor

$$H = \frac{dQ}{dt} = kAL \frac{T_A - T_B}{L}$$

si la temperatura varía de manera no uniforme a través de la varilla podemos asignar la coordenada  $x$  así introduciendo la gradiente de  $dT/dx$  temperatura se tiene:

$$H = \frac{dQ}{dt} = \frac{-kA}{L} \frac{dT}{dx}$$

Además podemos asignar  $R = L/(kA)$ , siendo  $R$  la resistividad térmica, con lo que la ecuación quedará

$$H = \frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{R} \frac{dT}{dx} \quad (5)$$

Esta ley se puede aplicar a gases, sólidos y líquidos, siempre que el transporte de calor se produzca únicamente por conducción.

### 2.4. Convección

La convección es transferencia de calor por movimiento de una masa de fluido de una región del espacio a otra.



La transferencia de calor por convección es un proceso muy complejo, y no puede describirse con una ecuación sencilla. Veamos algunos hechos experimentales:

1. La corriente de calor causada por convección es directamente proporcional al área superficial. Esto explica las áreas superficiales grandes de los radiadores y las aletas de enfriamiento.
2. La viscosidad de los fluidos frena la convección natural cerca de una superficie estacionaria, formando una película superficial que, en una superficie vertical, suele tener el mismo valor aislante que tiene 1.3 cm de madera terciada (valor  $R = 0.7$ ). La convección forzada reduce el espesor de esta película, aumentando la tasa de transferencia de calor. Esto explica el “factor de congelación”: nos enfriamos más rápidamente en un viento frío que en aire tranquilo a la misma temperatura.
3. La corriente de calor causada por convección es aproximadamente proporcional  $5/4$  a la potencia de la diferencia de temperatura entre la superficie y el cuerpo principal del fluido.

De estas observaciones se puede en un principio deducir la ley de enfriamiento de Newton

$$q = hA(T_w - T_\infty) \quad (6)$$

donde  $q$  es la rapidez de transferencia del calor, que está relacionado directamente proporcional a  $h$  llamado el coeficiente de transferencia por convección y  $A$  el área de la superficie de contacto entre el fluido y la superficiales, además  $T_w$  es la temperatura de la superficie y  $T_\infty$ , la temperatura suficientemente lejos de la superficie.

## 2.5. Radiación

La radiación es la transferencia de calor por ondas electromagnéticas como la luz visible, los rayos infrarrojos y la radiación ultravioleta. Todos hemos sentido el calor de la

radiación solar y el intenso calor de un asador de carbón o las brasas de una chimenea. Casi todo el calor de estos cuerpos tan calientes no nos llega por conducción ni por convección en el aire intermedio, sino por radiación. Habría esta transferencia de calor aunque solo hubiera vacío entre nosotros y la fuente de calor.

La tasa de radiación de energía de una superficie es proporcional a su área superficial  $A$ , y a  $T$ , la cuarta potencia de la temperatura absoluta (Kelvin). La tasa también depende de la naturaleza de la superficie; esta dependencia se describe con una cantidad  $e$  llamada emisividad: un número adimensional entre 0 y 1 que representa la relación entre la tasa de radiación de una superficie dada y la de un área igual de una superficie radiante ideal a la misma temperatura. La emisividad también depende un poco de la temperatura. Así, la corriente de calor  $H = dQ/dt$  debida a radiación de un área superficial  $A$  con emisividad  $e$  a la temperatura absoluta  $T$  se puede expresar como

$$H = Ae\sigma T^4 \quad (7)$$

donde  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann. y el valor numérico es

$$\sigma = 5.6704001402 \times 10^{-8} \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

## 2.6. transferencia de masa

Cuando un sistema contiene dos o más componentes cuya concentración varía de un punto a otro, existe una tendencia natural a que la masa se transfiera, minimizando cualquier diferencia de concentración dentro del sistema. La transferencia de masa en un sistema se rige por la primera ley de Fick: El flujo de difusión de una concentración más alta a una concentración más baja es proporcional al gradiente de la concentración de la sustancia y la difusividad de la sustancia en el medio. La transferencia de masa puede tener lugar debido a diferentes fuerzas motrices

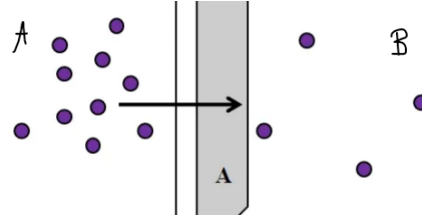


Figura 5: Moléculas transportándose de mayor concentración a menor concentración

### 2.6.1. Difusión

La difusión está caracterizada por el flujo de difusión  $J$  de un componente, esto es, por la cantidad de materia que pasa en la unidad de tiempo a través de una superficie dada en la dirección normal a la superficie. La densidad de flujo de difusión  $j$  se puede definir como la cantidad de sustancia que pasa en la unidad de tiempo a través de la unidad de área  $S$  de la superficie dada en dirección normal a esta superficie. así se tiene

$$j = \frac{dJ}{dS} \quad (8)$$

por lo que tenemos que

$$J = \int_S j Ds \quad (9)$$

si  $j$  es constante entonces  $J$  será

$$J = jS \quad (10)$$

### 2.6.2. Fundamentemos de la difusión Molecular

1. Difusión es el mecanismo por el cual se produce el movimiento, debido a un estímulo físico, de un componente a través de una mezcla.
2. La principal causa de la difusión es la existencia de un gradiente de concentración del componente que difunde. El gradiente de concentración provoca el movimiento del componente de una dirección tal que tiene a igualar las concentraciones y reducir el gradiente.

### 2.6.3. Difusión Molecular

1. Se produce por el movimiento de las moléculas individuales, debido a su energía térmica.
2. El número de colisiones entre partículas es mayor en la zona de alta concentración, por lo que se da un flujo hacia la de menor concentración.

### 2.6.4. sistema para el estudio de la difusión molecular

En el sistema a considerar es la película gaseosa comprendida entre la superficie del líquido y la boca del tubo. En película gaseosa, muy cerca a la superficie líquida, se puede tomar la concentración de la especie,  $A$  como la de equilibrio como el líquido, es decir, que es la relación entre la presión de vapor de  $A$  a la temperatura del sistema y la presión total, suponiendo que  $A$  y  $B$  forman una mezcla gaseosa ideal, dentro del recipiente el soluto  $A$  difunde a través de  $B$  estancado.

### 2.6.5. Ley de Fick

La densidad de flujo de difusión es un vector. Considerando que el valor de una de sus componentes es positivo cuando ésta esté dirigida hacia el sentido positivo del eje, y negativo en caso contrario.

Como la sustancia se traslada de los lugares de mayor concentración a los de menor concentración, el signo de la componente del flujo en una dirección será el contrario del que da la derivada de la concentración en esa dirección ( $\partial c / \partial n$ ). Si la concentración aumenta de izquierda a derecha, el flujo va hacia la izquierda y viceversa. Además, si la concentración de la solución es uniforme  $\partial c / \partial n = 0$ , no habrá flujo de difusión. Considerando todo esto, para un sistema estacionario macroscópico de dos componentes, homogéneo en lo que respecta la temperatura y presión, la densidad de flujo de difusión de uno de los componentes, debido a difusión molecular, viene dada por la *Ley de Fick*

$$j_i = -D \frac{\partial c_i}{\partial n} \quad (11)$$

o utilizando la gradiente

$$\vec{j} = -D \vec{\nabla} c_i \quad (12)$$

$$J_A = D_{AB} \frac{-dC_A}{dz} \quad (13)$$

donde  $c_i$  es la concentración local de la sustancia, puede medirse en masa por unidad de volumen, moles por unidad de volumen, etc.

#### 2.6.6. Difusión molecular en Estado estacionario

De la ley de Fick se deduce la siguiente ecuación

$$N_A = (N_A + N_B) \frac{C_A}{C_T} - D_{AB} \frac{dC_A}{dz} \quad (14)$$

El primer sumando es lo que se mueve de  $A$  debido al flujo global del sistema. El segundo sumando es la densidad de flujo que resulta de la difusión.

- $D_{AB}$ : difusividad del compuesto  $A$  en  $B$
- $dC_A/dz$ : Gradiente de concentración del compuesto  $A$  en la dirección de  $z$ .
- $N_A$  es la densidad de flujo del compuesto  $A$  con respecto a los ejes fijos.
- $N_B$ : densidad de flujo dle compuesto  $B$  con respecto a ejes fijos.
- $C_A$ : Concentración molar del compuesto  $A$
- $C_T$ : Concentración molar total

### 2.6.7. Difusividad

- Propiedad de transporte en función de la temperatura, presión y la naturaleza de los componentes
- Se carece de datos de difusividad para la mayor parte de las mezclas que tienen interés en ingeniería. Es preciso estimarlas a partir de correlaciones.

## 3. Referencias

- Young, H. y Freedman, R. (2013) Física Universitaria (Ed. Pearson, vol: 1, 13ed)
- Burbano, S., Burbano, E. y Gracia, C. (sin fecha) Física General (Ed. Tébar).
- Bird, R. Stewart, W. y Lightfoot, E. (1992). Fenómenos de transporte (Ed. REPLA, s.a )