Politechnika Warszawska

Wydział Matematyki
i Nauk Informacyjnych

PRACA DYPLOMOWA MAGISTERSKA

ANALIZA MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA W ALGORYTMIE CMA-ES WIEDZY O OGRANICZENIACH KOSTKOWYCH

Autor:
inż. Robert Jakubowski

Promotor:
dr hab. inż. Jarosław Arabas
prof. nzw. PW

Warszawa Maj 2016

....

podpis promotora

....

podpis autora

Spis treści

1. Streszczenie

2. Wstęp

2.1. Cel pracy

3. Techniki uwzględniania ograniczeń

Niektóre problemy optymalizacyjne posiadają ograniczenia. Szukając rozwiązania należy zapewnić, że rozwiązanie będzie dopuszczalne. Zgodnie z ———łącze——— techniki, które w tym pomagają można podzielić w następujący sposób:

- definicja przestrzeni przeszukiwań - zapewnienie, że podczas krzyżowań, mutacji i innych zmian punktów, żaden z punktów nie wypadnie poza przestrzeń przeszukiwań,
- modyfikacja funkcji celu - zmienienie funkcji celu tak, aby funkcja celu dla punktów spoza ograniczeń zwracały gorsze wyniki,
- transformacja rozwiązań - punkty, które są poza ograniczeniami zostają zamieniane na punkty, które znajdują się w ograniczeniach.

W tej pracy skupiono się na transformacji rozwiązań

3.1. Transformacje rozwiązań

Nie istnieje jedna technika transformacji rozwiązań spoza ograniczeń, na dopuszczalne. W kolejnych podrozdziałach opisane są metody transformacji rozwiązań, które były badane. Każda z technik jest opisana słownie oraz pseudokodem. Opis słowny zawiera wyjaśnienie, co się dzieje z punktem, który znalazł się poza ograniczeniem. W pseudokodzie zastosowane następujące oznaczenia:

- x - punkt, który poddajemy naprawie
- x' - ojciec punktu x, czyli z punktu x' z zadanym rozkładem został wylosowany punkt x
- $x(i)$ - wartość i-tej współrzędnej punktu x
- lb - ograniczenie dolne
- ub - ograniczenie górne

3.1.1. Powrót?

Nowy punkt zostaje odrzucony i wraca do poprzedniej pozycji.

```
x = x'
```

3.1.2. Rzutowanie

Punkt jest transformowany do najbliższego punktu, który spełnia ograniczenie. Oznacza to, że dla każdej współrzędnej sprawdzany jest warunek zawierania się w ograniczeniach. Dla współrzędnych, dla których nie jest on spełniony, wartość jest zamieniana na wartość ograniczenia (dolnego lub górnego), które jest najbliżej.

```
dla każdej współrzędnej i
        jeżeli lb(i) > x(i)
                x(i) = lb(i)
        jeżeli ub(i) < x(i)
                x(i) = ub(i)
```

3.1.3. Reinicjalizacja

Punkt jest przenoszony do pozycji początkowej. W tej pracy był to jednocześnie środek układu współrzędnych oraz środek symetrii ograniczeń.

```
x = x0
```

3.1.4. Odbicie

Dla każdej współrzędnej sprawdzane są warunki na ograniczenie. W przapadku współrzędnych, na których punkt jest poza ograniczeniem, wartość punktu tej współrzędnej jest symetrycznie odbita względem ograniczenia, którego warunek został złamany.

```
dla każdej współrzędnej i
        jeżeli lb(i) > x(i)
                x(i) = x(i) + 2 * (lb(i) - x(i))
        jeżeli ub(i) < x(i)
                x(i) = x(i) - 2 * (x(i) - ub(i))
```

3.1.5. Próbkowanie

Punkt jest powtórnie losowany dopóty, dopóki spełnia ograniczenia kostkowe.

```
dopóki !w_ograniczeniach(x)
        x = losuj(x')
```

3.1.6. Zawijanie

Dla każdej współrzędnej sprawdzane są warunki na ograniczenie. W przapadku współrzędnych, na których punkt jest poza ograniczeniem, różnica, pomiędzy ograniczeniem a wartością współrzędnej punktu, jest zapamiętywana. Tę różnicę odkładamy na przeciwległym ograniczeniu po stronie, która jest wewnątrz ograniczenia. W tym miejscu znajduje się nowa wartość współrzędnej punktu. W intuicyjny sposób można to wyjaśnić tak, że dla punktów nie ma ograniczeń, a przestrzeń przeszukiwań po każdym wymiarze jest jakby "zawinięta".

```
dla każdej współrzędnej i
        jeżeli lb(i) > x(i)
                x(i) = ub(i) - (lb(i) - x(i))
        jeżeli ub(i) < x(i)
                x(i) = lb(i) + (x(i) - ub(i))
```

3.2. Błądzenie przypadkowe

Można się spodziewać, że algorytm CMA-ES dla funkcji stałej będzie zachowywał się analogicznie do błądzenia przypadkowego. Takie założenie skłoniło autorów, żeby przyjrzeć się błądzeniu przypadkowemu z ograniczeniami. Błądzenie przypadkowe jest algorytmem dużo prostrzym, niż CMA-ES, więc umożliwia szybsze testowanie i wyciąganie wniosków.

Niech $X_1, X_2, ...$ będą niezależnymi n-wymiarowymi zmiennymi losowymi o wartości oczekiwanej równej $\{0\}^n$. Błądzeniem przypadkowym nazywamy sekwencję zmiennych losowych:

$$S_0 = 0, S_i = X_1 + X_2 + ... + X_i \tag{1}$$

3.3. Metoda przeprowadzania testów

W celu przeprowadzenia testów napisano szereg skryptów w języku MATLAB. Testy te obserwowały wpływ metod uwzględniania ograniczeń na ruch punktu. W rezultacie miały one pokazać rozkład prawdopodobieństwa punktu dla danej metody. Metody wybrane do testowania są takie jak w podrozdziale 3.1. Ponadto badano 2 różne metody losowania punktów: rozkład normalny oraz jednostajny. W przypadku rozkładu jednostajnego losowano liczby z przedziału $[-0.5; 0.5]$ (przedział zazwyczaj kilkukrotnie krótszy od ograniczeń kostkowych).

Skrypty

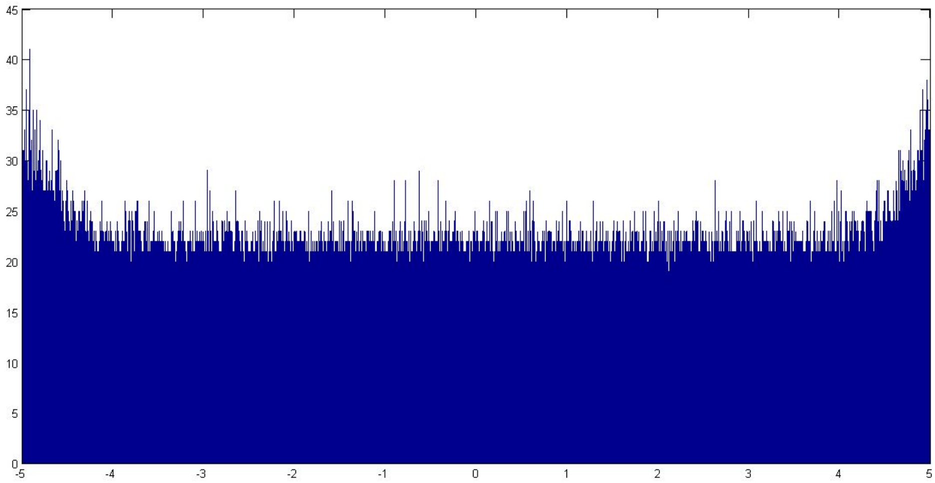
Skrypty zostały zbudowane zgodnie z poniższym pseudokodem.

```
x - błądzący punkt
punkty - tablica wszystkich położeń punktu x
iteracje - liczba iteracji podana jako parametr
i = 0
dopóki i < iteracje
        wylosuj nowe położenie punktu x
        jeżeli x jest poza ograniczeniem
                popraw x
        dodaj x do tablicy punkty
        i = i + 1
```

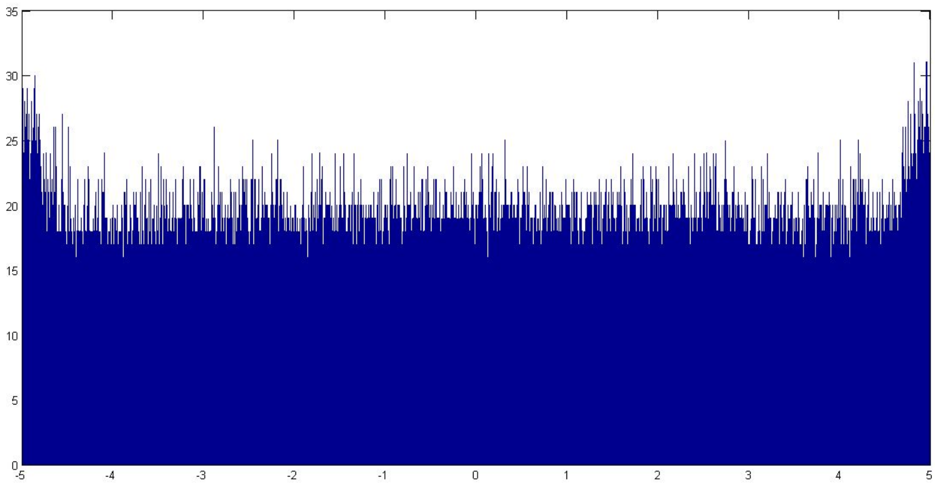
3.4. Wyniki testów

Wykresy zamieszczone w tym rozdziale są histogramami wystąpień punktu. Symulacje skryptów były uruchamiane z liczbą iteracji wynosząco od 1 miliona do 100 milionów. Szerokość przedziałów jest różna i była dobierana tak, aby jak najlepiej przedstawić interesujące fakty.

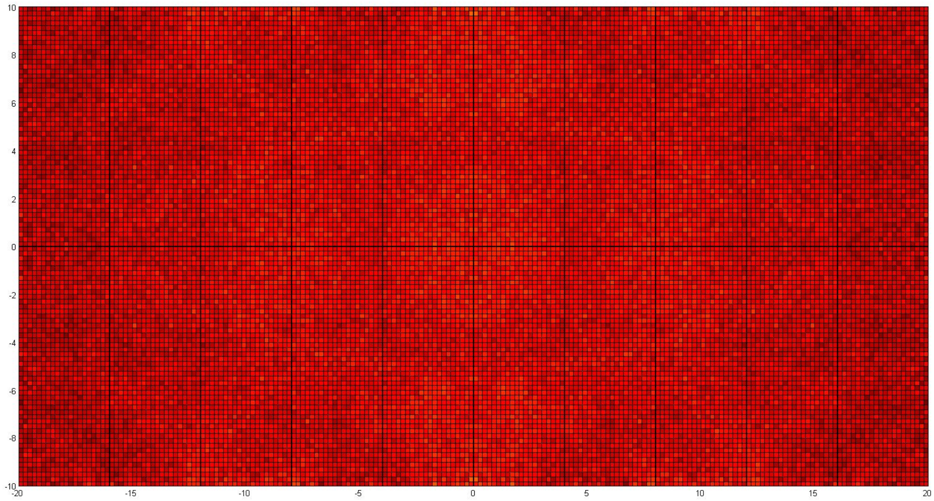
Powrót?



Rysunek 1: Rozkład normalny



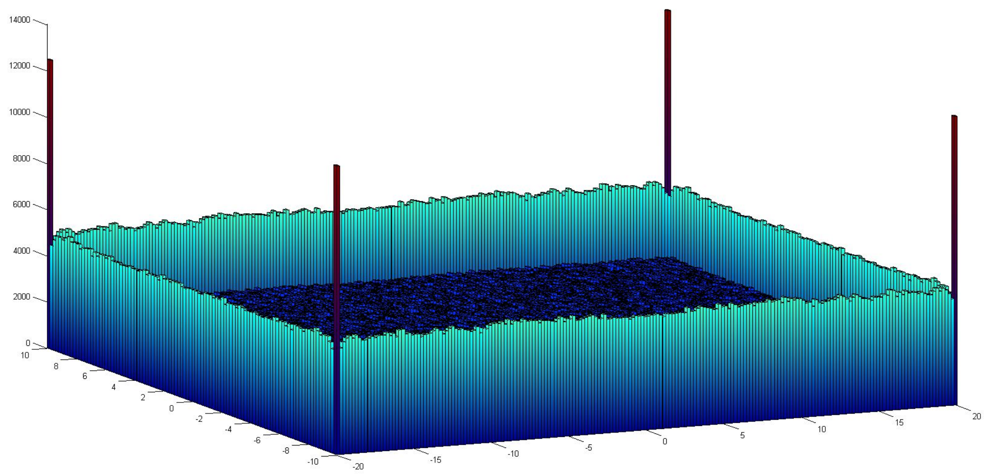
Rysunek 2: Rozkład jednostajny



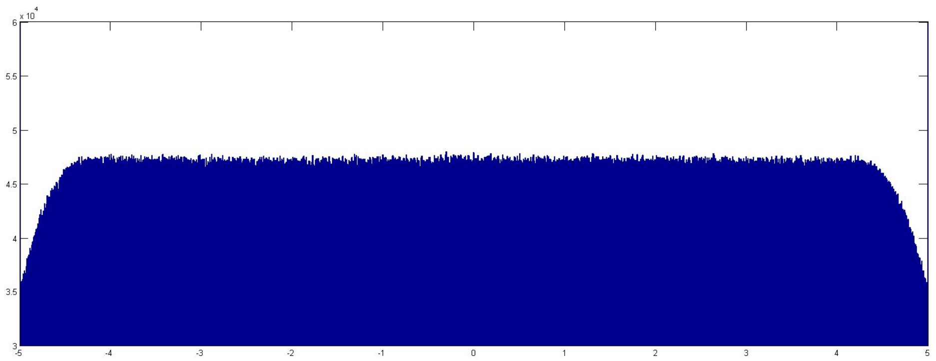
Rysunek 3: Rozkład normalny na dwóch wymiarach z kopiowaniem symetrycznym

Rzutowanie

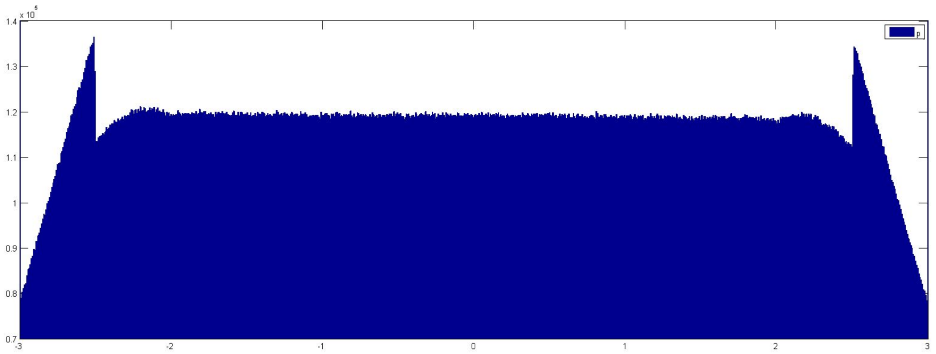
dsafdsafasf dsafdsa f asdf dsf asd fasd fasd fsadf dsafasd fasd ds fasd fsa fsad fads fads fasd fdas fdsa fad af adsf af asdfa



Rysunek 4: Rozkład normalny na dwóch wymiarach z kopiowaniem symetrycznym

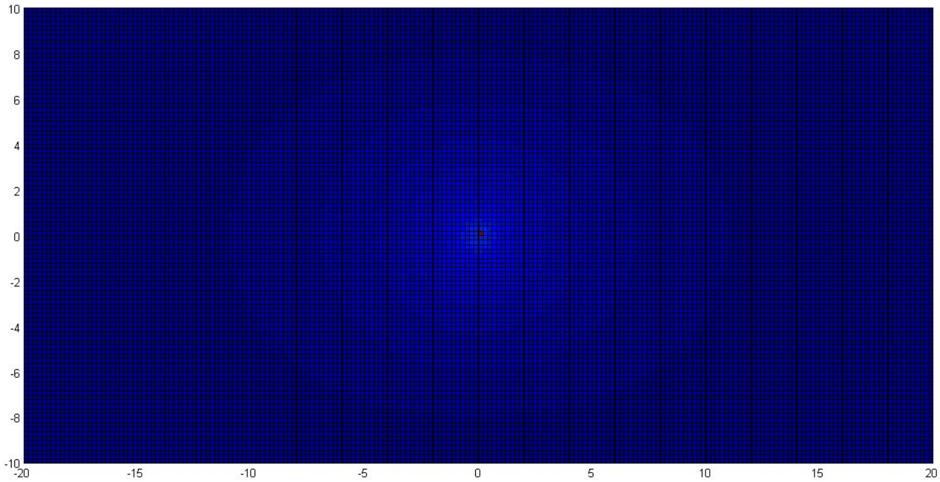


Rysunek 5: Rozkład normalny

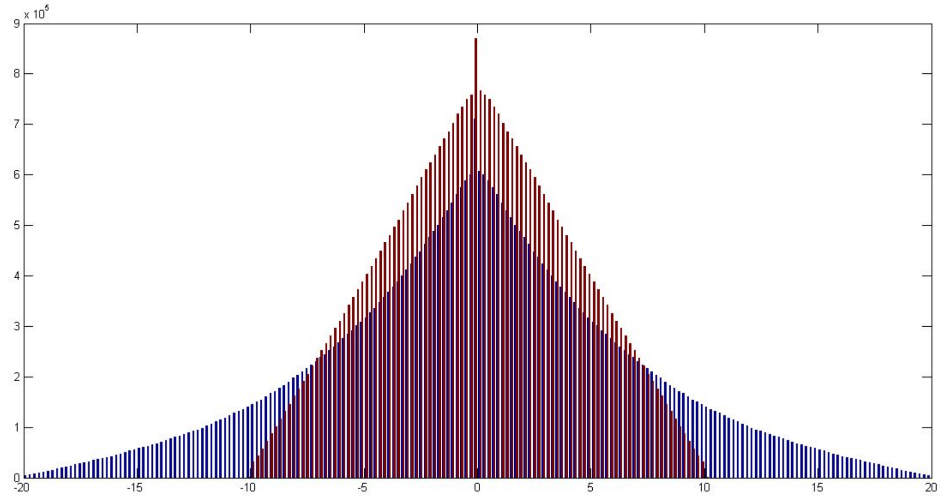


Rysunek 6: Rozkład jednostajny

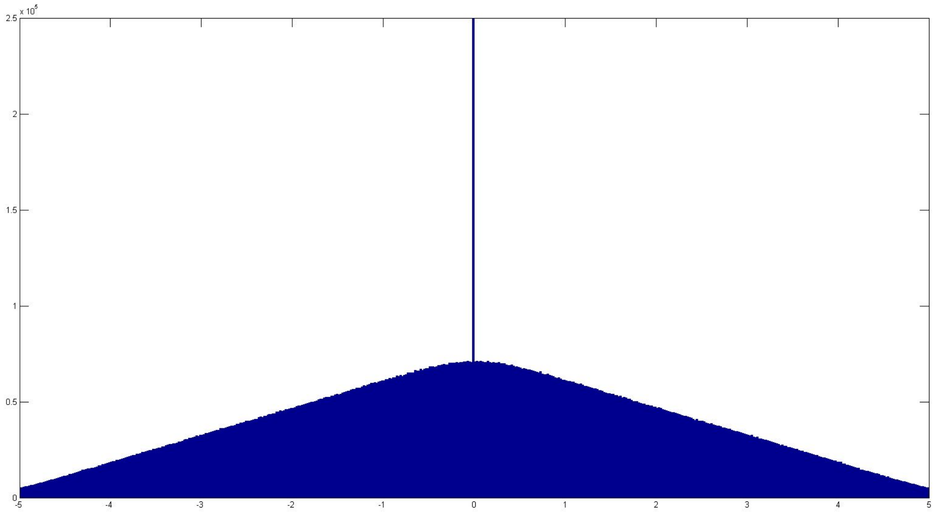
Reinicjalizacja



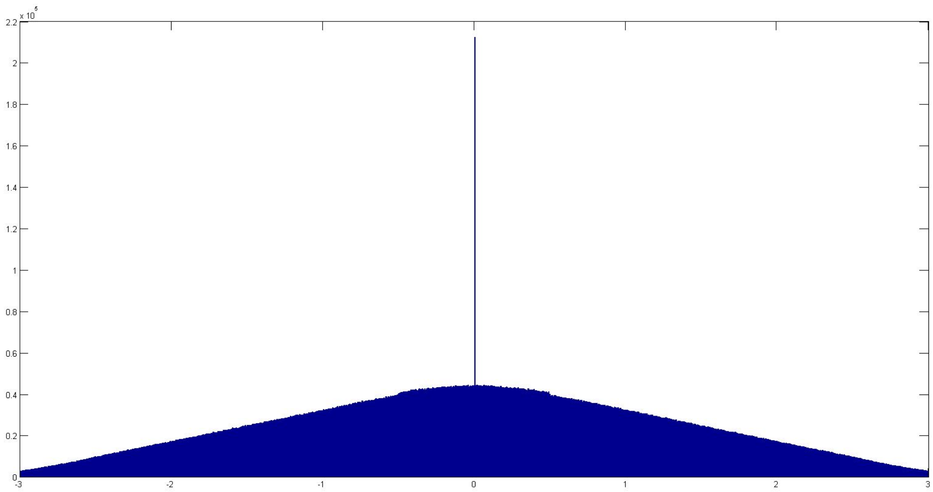
Rysunek 7: Rozkład normalny na dwóch wymiarach z kopiowaniem symetrycznym



Rysunek 8: Rozkład normalny na dwóch wymiarach z kopiowaniem symetrycznym; oddzielne histogramy dla obu wymiarów

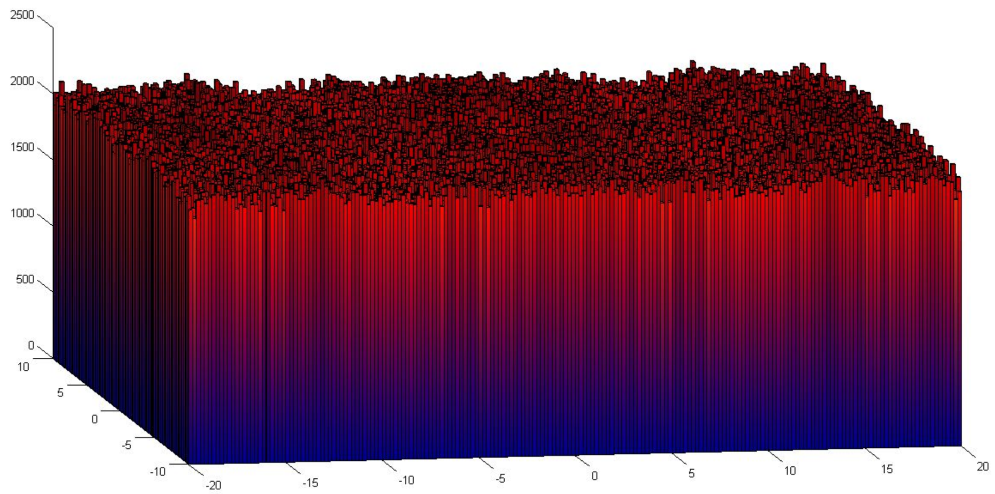


Rysunek 9: Rozkład normalny

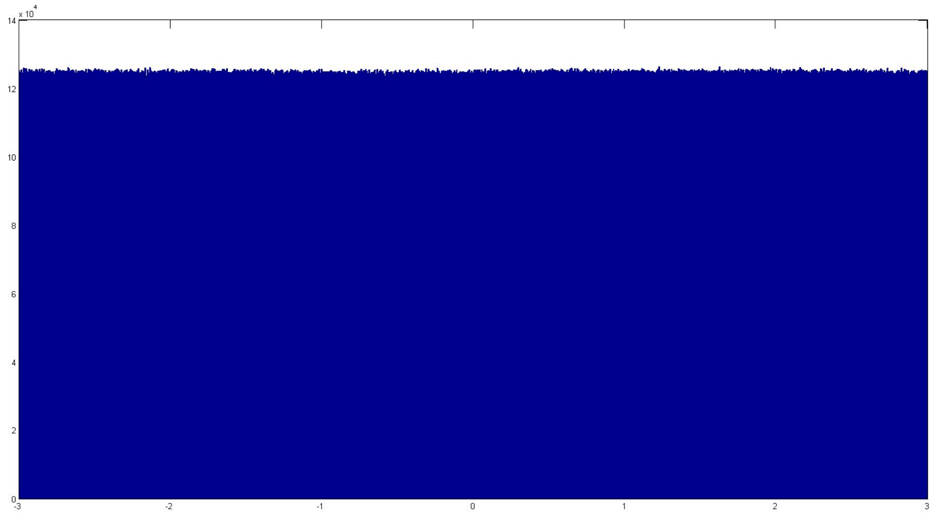


Rysunek 10: Rozkład jednostajny

Odbicie

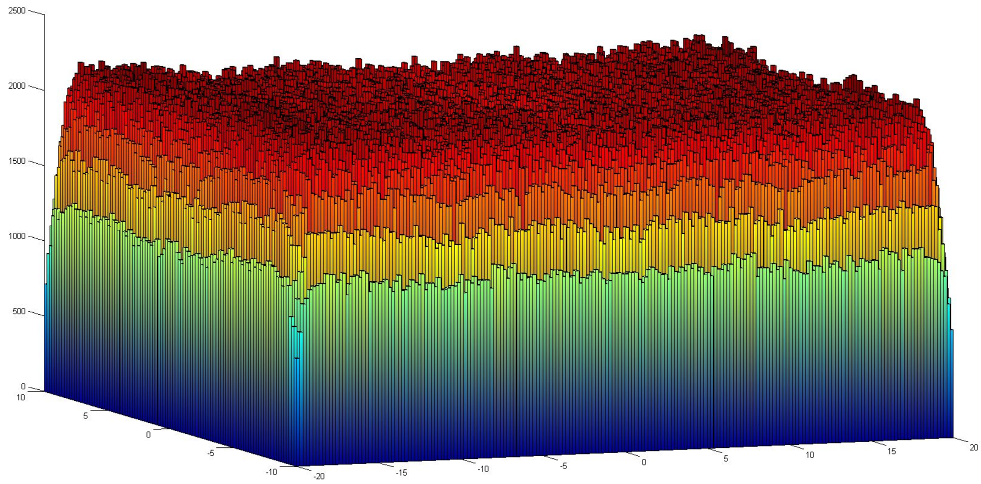


Rysunek 11: Rozkład normalny na dwóch wymiarach z kopiowaniem symetrycznym

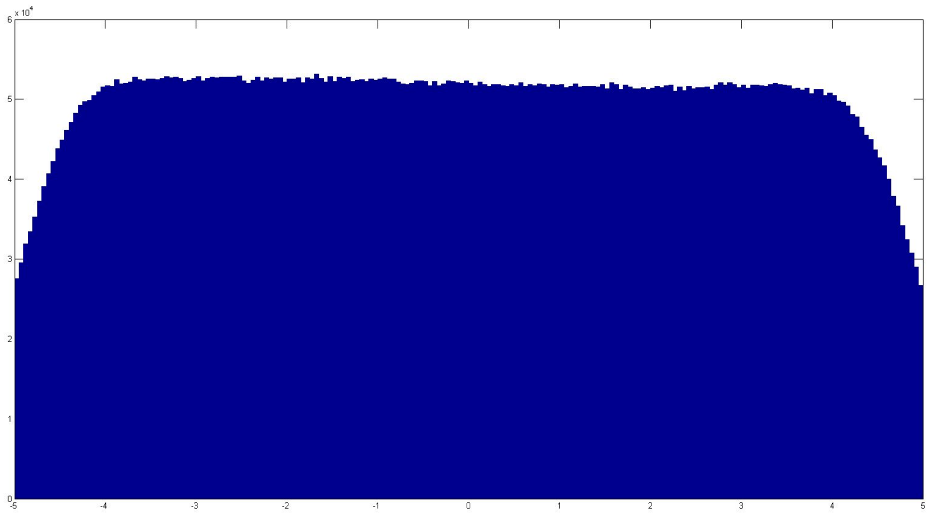


Rysunek 12: Rozkład jednostajny

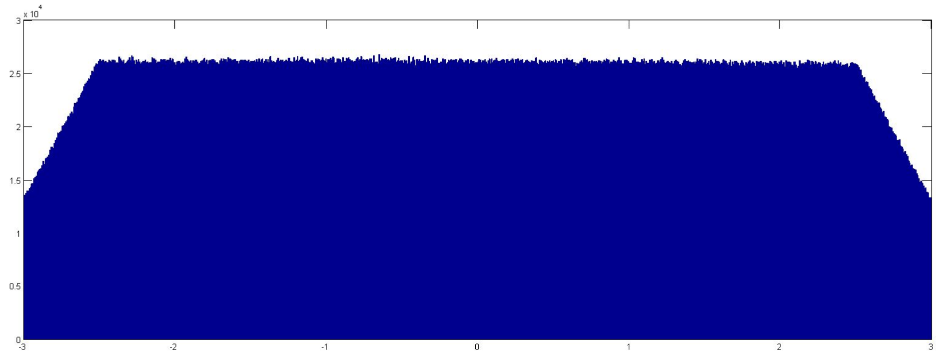
Próbkowanie



Rysunek 13: Rozkład normalny na dwóch wymiarach z kopiowaniem symetrycznym

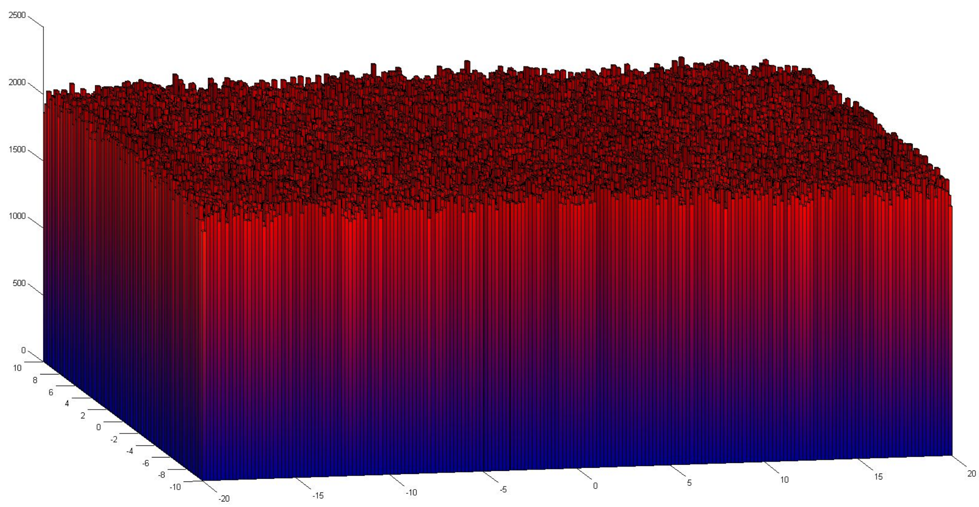


Rysunek 14: Rozkład normalny

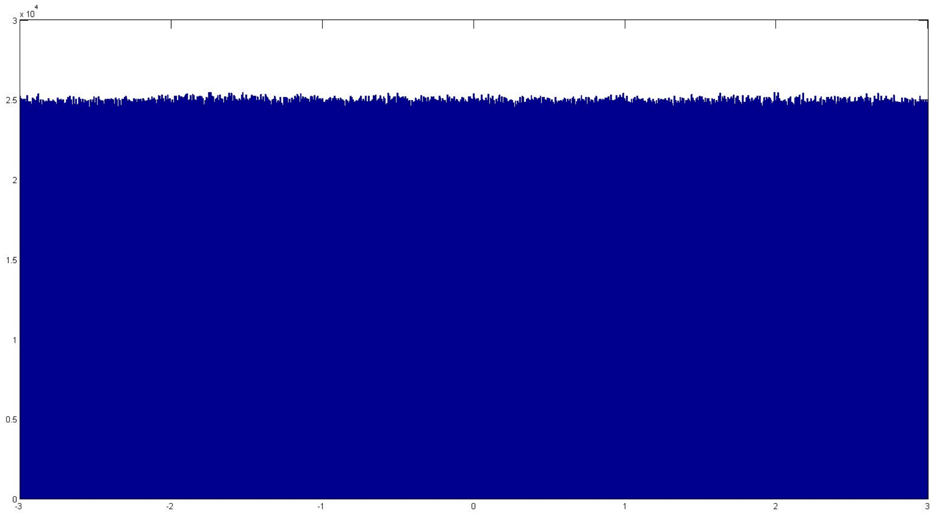


Rysunek 15: Rozkład jednostajny

Zawijanie



Rysunek 16: Rozkład normalny na dwóch wymiarach z kopiowaniem symetrycznym



Rysunek 17: Rozkład jednostajny

3.5. Wnioski

4. Benchmarki

Zgodnie z założeniami poczynionymi w rozdziale 3.2 testy algorytmu CMA-ES powinny przynieść rezultaty zbliżone do testów błądzenia przypadkowego.

4.1. Metoda przeprowadzania testów

Do przeprowadzania testów została użyta biblioteka przygotowana przez Nikolausa Hansena, współautora algorytmu CMA-ES. Podobnie, jak w przypadku błądzenia przypadkowego, wykorzystano implementację w języku MATLAB —przypis—.

4.2. Wnioski

5. Wpływ technik na efektywność CMA-ES

5.1. Algorytm CMA-ES

Klasyczne algorytmy ewolucyjne nie dostosowują się do charakterystyki optymalizowanej funkcji. W większości z nich rozkład prawdopodobieństwa losowanych punktów jest stały. Z tego faktu wynika problem dobrania parametrów przeszukiwania. Na przeciw tym problemom wychodzi algorytm CMA-ES, który w swej idei ma dopasowywać się do badanej funkcji.
Rozwinięcie akronimu CME-ES podpowiada, w jaki sposób jest to realizowane: Covariance Matrix Adaptation - Evolution Strategy (adaptacja macierzy kowariancji - strategia ewolucyjna). Punkty losowane są na podstawie macierzy kowariancji, która jest w każdej iteracji dostosowywana do aktualnej sytuacji przeszukiwań.

Szczegóły

6. Podsumowanie

6.1. Wyniki

6.2. Możliwości rozwoju

Literatura

Warszawa, dnia 18 maja 2016

Oświadczenie

Oświadczam, że pracę magisterską pod tytułem „Analiza możliwości wykorzystania w algorytmie CMA-ES wiedzy o ograniczeniach kostkowych", której promotorem jest dr hab. inż. Jarosław Arabas prof. nzw. PW, wykonałem samodzielnie, co poświadczam własnoręcznym podpisem.

....