



POLITECHNIKA WARSZAWSKA

WYDZIAŁ MATEMATYKI  
I NAUK INFORMACYJNYCH



PRACA DYPLOMOWA MAGISTERSKA

**ANALIZA MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA  
W ALGORYTMIE CMA-ES WIEDZY  
O OGRANICZENIACH KOSZTOWYCH**

AUTOR:

INŻ. ROBERT JAKUBOWSKI

PROMOTOR:

DR HAB. INŻ. JAROSŁAW ARABAS  
PROF. NZW. PW

WARSZAWA MAJ 2016

.....

podpis promotora

.....

podpis autora

# Spis treści

<b>1</b>	<b>Streszczenie</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Wstęp</b>	<b>5</b>
2.1	Cel pracy . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Techniki uwzględniania ograniczeń</b>	<b>6</b>
3.1	Transformacje rozwiązań . . . . .	6
3.1.1	Powrót? . . . . .	6
3.1.2	Rzutowanie . . . . .	6
3.1.3	Reinicjalizacja . . . . .	7
3.1.4	Odbicie . . . . .	7
3.1.5	Próbkowanie . . . . .	7
3.1.6	Zawijanie . . . . .	7
3.2	Błądzenie przypadkowe . . . . .	8
3.3	Metoda przeprowadzania testów . . . . .	8
3.3.1	Skrypty . . . . .	8
3.4	Wyniki testów . . . . .	9
3.5	Wnioski . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Testowanie algorytmu CMA-ES</b>	<b>10</b>
4.1	Metoda przeprowadzania testów . . . . .	10
4.2	Wnioski . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Wpływ technik na efektywność CMA-ES</b>	<b>11</b>
5.1	Idea . . . . .	11
5.2	Szczegóły . . . . .	11
<b>6</b>	<b>Podsumowanie</b>	<b>12</b>
6.1	Wyniki . . . . .	12
6.2	Możliwości rozwoju . . . . .	12

## 1. Streszczenie

## **2. Wstęp**

### **2.1. Cel pracy**

### 3. Techniki uwzględniania ograniczeń

Niektóre problemy optymalizacyjne posiadają ograniczenia. Szukając rozwiązania należy zapewnić, że rozwiązanie będzie dopuszczalne. Zgodnie z ————łączy——— techniki, które w tym pomagają można podzielić w następujący sposób:

- definicja przestrzeni przeszukiwań - zapewnienie, że podczas krzyżowań, mutacji i innych zmian punktów, żaden z punktów nie wypadnie poza przestrzeń przeszukiwań,
- modyfikacja funkcji celu - zmienienie funkcji celu tak, aby funkcja celu dla punktów spoza ograniczeń zwracała gorsze wyniki,
- transformacja rozwiązań - punkty, które są poza ograniczeniami zostają zamieniane na punkty, które znajdują się w ograniczeniach.

W tej pracy skupiono się na transformacji rozwiązań

#### 3.1. Transformacje rozwiązań

Nie istnieje jedna technika transformacji rozwiązań spoza ograniczeń, na dopuszczalne. W kolejnych podrozdziałach opisane są metody transformacji rozwiązań, które były badane. Każda z technik jest opisana słownie oraz pseudokodem. Opis słowny zawiera wyjaśnienie, co się dzieje z punktem, który znalazł się poza ograniczeniem. W pseudokodzie  $x$  jest punktem, który poddajemy naprawie.

##### 3.1.1. Powrót?

Nowy punkt zostaje odrzucony i wraca do poprzedniej pozycji.

$$x = x'$$

##### 3.1.2. Rzutowanie

Punkt jest transformowany do najbliższego punktu, który spełnia ograniczenie. Oznacza to, że dla każdej współrzędnej sprawdzany jest warunek zawierania się w ograniczeniach. Dla współrzędnych, dla których nie jest on spełniony, wartość jest zamieniana na wartość ograniczenia (dolnego lub górnego), które jest najbliżej.

```

dla każdej współrzędnej i
    jeżeli lb(i) > x(i)
        x(i) = lb(i)
    jeżeli ub(i) < x(i)
        x(i) = ub(i)

```

### 3.1.3. Reinicjalizacja

Punkt jest przenoszony do pozycji początkowej. W tej pracy był to jednocześnie środek układu współrzędnych oraz środek symetrii ograniczeń.

```

x = x0

```

### 3.1.4. Odbicie

Dla każdej współrzędnej sprawdzane są warunki na ograniczenie. W przypadku współrzędnych, na których punkt jest poza ograniczeniem, wartość punktu tej współrzędnej jest symetrycznie odbita względem ograniczenia, którego warunek został złamany.

```

dla każdej współrzędnej i
    jeżeli lb(i) > x(i)
        x(i) = x(i) + 2 * (lb(i) - x(i))
    jeżeli ub(i) < x(i)
        x(i) = x(i) - 2 * (x(i) - ub(i))

```

### 3.1.5. Próbkowanie

Punkt jest powtórnie losowany dopóty, dopóki spełnia ograniczenia kostkowe.

```

dopóki !w_ograniczeniach(x)
    x = losuj(x')

```

### 3.1.6. Zawijanie

Dla każdej współrzędnej sprawdzane są warunki na ograniczenie. W przypadku współrzędnych, na których punkt jest poza ograniczeniem, różnica, pomiędzy ograniczeniem a wartością współrzędnej punktu, jest zapamiętywana. Tę różnicę odkładamy na przeciwnym ograniczeniu po stronie, która jest wewnątrz ograniczenia. W tym miejscu

znajduje się nowa wartość współrzędnej punktu. W intuicyjny sposób można to wyjaśnić tak, że dla punktów nie ma ograniczeń, a przestrzeń przeszukiwań po każdym wymiarze jest jakby "zawinięta".

```
dla każdej współrzędnej i
    jeżeli lb(i) > x(i)
        x(i) = ub(i) - (lb(i) - x(i))
    jeżeli ub(i) < x(i)
        x(i) = lb(i) + (x(i) - ub(i))
```

### 3.2. Błądzenie przypadkowe

Można się spodziewać, że algorytm CMA-ES dla funkcji stałej będzie zachowywał się analogicznie do błądzenia przypadkowego. Takie założenie skłoniło autorów, żeby przyjąć się błądzeniu przypadkowemu z ograniczeniami. Błądzenie przypadkowe jest algorytmem dużo prostrzym, niż CMA-ES, więc umożliwia większe możliwości testowania i wyciągania wniosków.

Niech  $X_1, X_2, \dots$  będą niezależnymi  $n$ -wymiarowymi zmiennymi losowymi o wartości oczekiwanej równej  $\{0\}^n$ . Błądzeniem przypadkowym nazywamy sekwencję zmiennych losowych:

$$S_0 = 0, S_i = X_1 + X_2 + \dots + X_i \quad (1)$$

### 3.3. Metoda przeprowadzania testów

W celu przeprowadzenia testów napisano szereg skryptów w języku MATLAB. Testy te obserwowały wpływ metod uwzględniania ograniczeń na ruch punktu. W rezultacie miały one pokazać rozkład prawdopodobieństwa punktu dla danej metody. Metody wybrane do testowania są takie jak w podrozdziale [—link—](#). Ponadto badano 2 różne metody losowania punktów: rozkład normalny oraz jednostajny. W przypadku rozkładu jednostajnego losowano z przedziału znacząco mniejszego od ograniczeń kostkowych.

#### 3.3.1. Skrypty

Skrypty zostały zbudowane zgodnie z poniższym pseudokodem.

```
x - błądzący punkt
punkty - tablica wszystkich położań punktu x
```



```
iteracje - liczba iteracji podana jako parametr
i = 0
dopóki i < iteracje
    wylosuj nowe położenie punktu x
    jeżeli x jest poza ograniczeniem
        popraw x
    dodaj x do tablicy punkty
    i = i + 1
```

### 3.4. Wyniki testów

### 3.5. Wnioski

## **4. Testowanie algorytmu CMA-ES**

Zgodnie z założeniami poczynionymi w rozdziale 3 testy algorytmu CMA-ES miały przynieść rezultaty zbliżone do testów błędzenia przypadkowego.

### **4.1. Metoda przeprowadzania testów**

Do przeprowadzania testów została użyta biblioteka przygotowana przez Nikolausa Hansena, współautora algorytmu CMA-ES. Podobnie, jak w przypadku błędzenia przypadkowego, wykorzystano implementację w języku MATLAB —przypis—.

### **4.2. Wnioski**

## **5. Wpływ technik na efektywność CMA-ES**

### **5.1. Idea**

### **5.2. Szczegóły**

## **6. Podsumowanie**

### **6.1. Wyniki**

### **6.2. Możliwości rozwoju**

## Literatura



Warszawa, dnia 14 maja 2016

## Oświadczenie

Oświadczam, że pracę magisterską pod tytułem „Analiza możliwości wykorzystania w algorytmie CMA-ES wiedzy o ograniczeniach kosztowych”, której promotorem jest dr hab. inż. Jarosław Arabas prof. nzw. PW, wykonałem samodzielnie, co poświadczam własnoręcznym podpisem.

.....