MAPA - Material de Avaliação Prática e Aprendizagem

Acadêmico: Robson Cruz Santos	R.A.: 22117001-5
Curso: Engenharia de Software	
Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral	
Valor da atividade: 3,00	Prazo: 08/12/2023

Como engenheiro de software, você foi contratado para que pudesse fazer a análise de um sistema constituído de fibra óptica e precisa coletar alguns dados. Um dos resultados obtidos foi a curva relativa à atenuação-Comprimento de Onda e as Janelas de Transmissão de uma Fibra Óptica que foi definida pela seguinte função:

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$$

Para a avaliação desta atividade, responda aos itens a), b), c) e d):

a) Quais são as regiões onde essa curva será crescente ou decrescente? (Mostre os cálculos).

Devemos calcular e analisar a primeira derivada da função para encontrar os pontos críticos e observar onde a curva é crescente ou decrescente.

$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x$

Igualando a primeira derivada a zero, encontramos seus pontos críticos.

$12x^3 - 12x^2 - 24x = 0$

$12x(x^2 - x - 2) = 0$

Portanto, os pontos críticos são: $x = 0$, $x = 2$, e $x = -1$.

- Para $x < -1$, escolhemos $x = -2$ para testar a derivada.

$f'(-2) = 12(-2)^3 - 12(-2)^2 - 24(-2)$

$f'(-2) = -96 - 48 + 48 = -96$

Como $f'(-2) < 0$, a função é decrescente em $(-\infty, -1)$

- Para $-1 < x < 0$, escolhemos $x = -\frac{1}{2}$ (um númmero entre -1 e 0) para testar a derivada.

$$f'(-\frac{1}{2}) = 12(-\frac{1}{2})^3 - 12(-\frac{1}{2})^2 - 24(-\frac{1}{2})$$

$$f'(-\frac{1}{2}) = 12(-\frac{1}{8}) - 12(\frac{1}{4}) + 12$$

$$f'(-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2} - 3 + 12 = \frac{15}{2}$$

Como $f'(-\frac{1}{2}) > 0$, a função é crescente em $(-1, 0)$.

- Para $< x < 2$, escolhemos $x = 1$ (um número entre 0 e 2) para testar a derivada.

$$f'(1) = 12(1)^3 - 12(1)^2 - 24(1)$$

$$f'(1) = 12 - 12 - 24 = -24$$

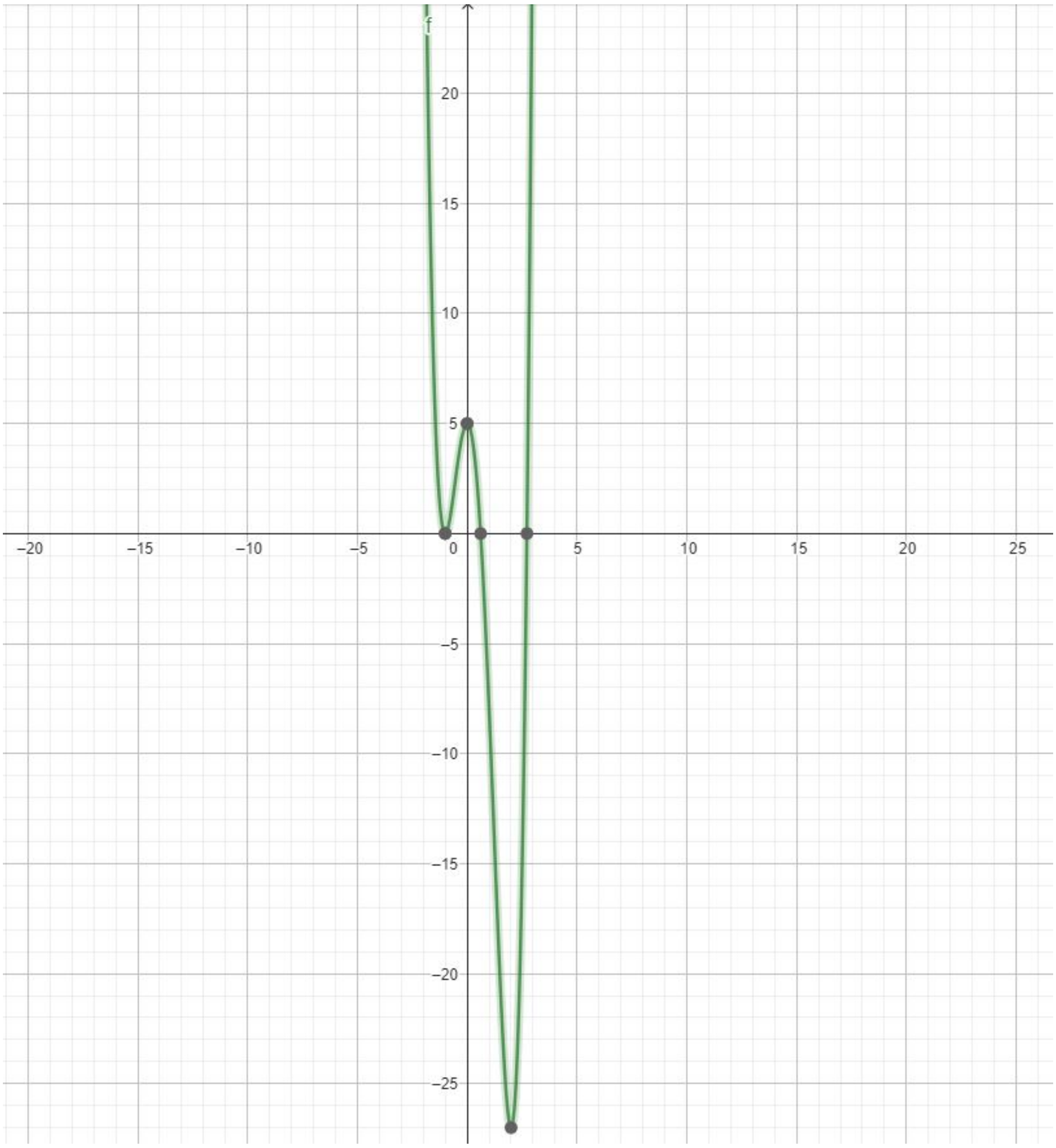
Como $f'(1) < 0$, a função é decrescente em $(0, 2)$.

Em resumo:

- A função é decrescenter em $(-\infty, -1) \cup (0, 2)$
- A função é crescenter em $(-1, 0) \cup (2, \infty)$

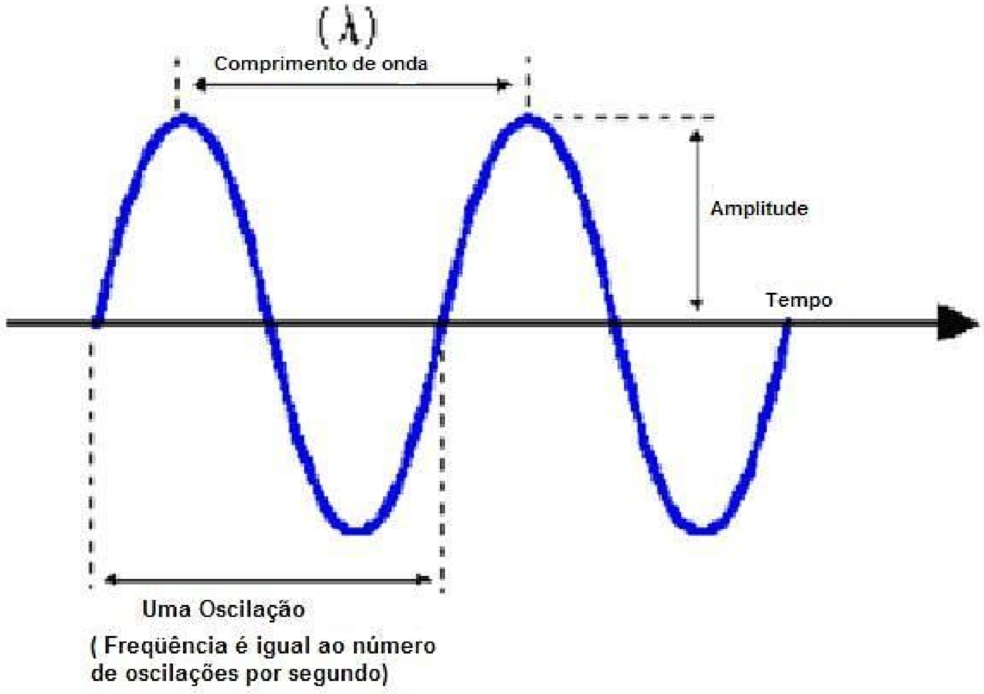
```
In [ ]:
```

b) Qual será o gráfico para a função em questão indicando os pontos máximos e mínimos em coordenadas?



In [ ]:

Nessa mesma análise foi constatado que a frequência de propagação das fibras se dá de forma gradual cujos comprimentos das ondas e sua amplitude se dão de forma constante em relação ao tempo.



Em um determinado ponto da conexão houve uma danificação da fibra fazendo com que essa frequência fosse interrompida, se tornando totalmente desordenada. Para que fosse calculada a quantidade de perda de sinal em relação ao índice de refração dos feixes, foi determinada a reta tangente para essa curva em alguns pontos. Com isso, responda:

c) Qual é a reta tangente para os pontos em que $x = 1$ e $x = 2$, considerando a função $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$

Para $x = 1$, a coordenada y é $f(1)$, e para $x = 2$, a coordenada y é $f(2)$.

$$f(1) = 3(1)^4 - 4(1)^3 - 12(1)^2 + 5 = 3 - 4 - 12 + 5 = -8$$

Portanto, o ponto de tangência em $x = 1$ é $(1, -8)$.

$$f(2) = 3(2)^4 - 4(2)^3 - 12(2)^2 + 5 = 48 - 32 - 48 + 5 = -27$$

Portanto ponto de tangência em $x = 2$ é $(2, -27)$.

Substituindo os valores de x na primeira derivada encontramos o coeficiente angular da reta tangente.

- Para $x = 1$:

$$m = f'(1) = 12(1)^3 - 12(1)^2 - 24(1) = 12 - 12 - 24 = -24$$

- Para $x = 2$:

$m = f'(2) = 12(2)^3 - 12(2)^2 - 24(2) = 96 - 48 - 48 = 0$

Então, a inclinação da reta tangente em $x = 1$ é $m = -24$, e em $x = 2$ é $m = 0$.

Usando a fórmula $y - y_0 = m(x - x_0)$, podemos determinar a equação da reta tangente:

A equação da reta tangetne em $x = 1$ é:

$y - (-8) = -24(x - 1)$

$y + 8 = -24x + 24$

$y = -24x + 24 - 8$

$y = -24x + 16$

A equação da reta tangetne em $x = 2$ é:

$y - (-27) = 0(x - (-27))$

$y + 27 = 0$

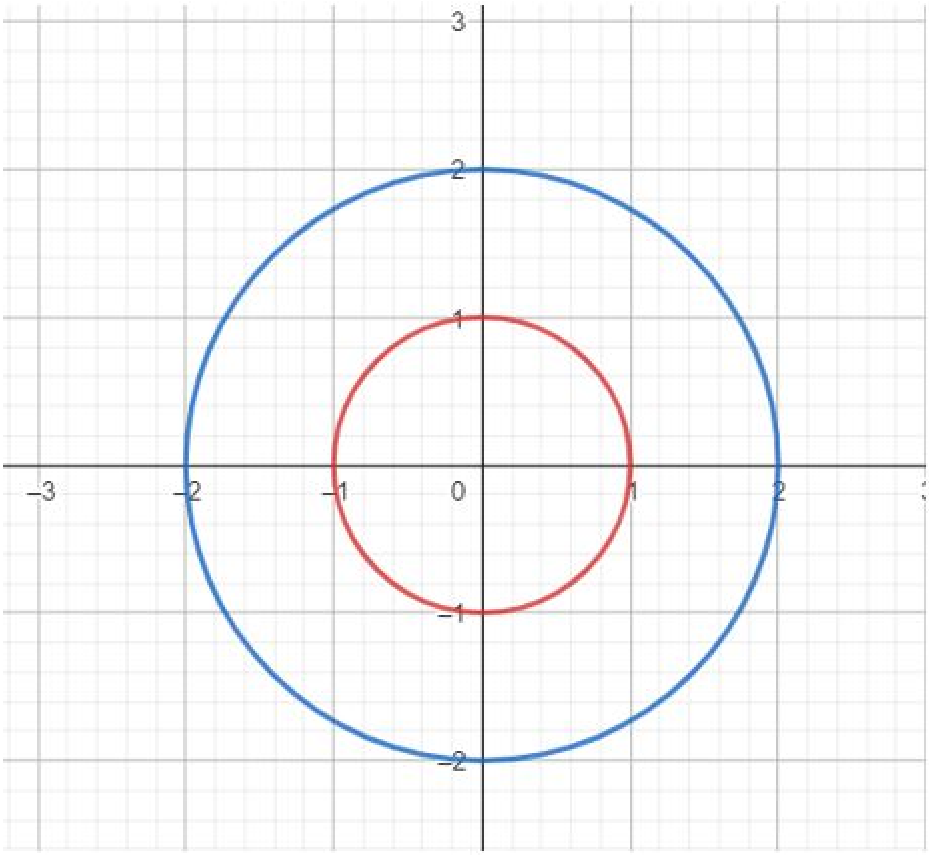
$y = 27$

```
In [ ]:
```

O Cabo de fibra óptica é definido através da coroa circular formada pelos círculos de raio 2 e de raio 1 cujas funções são:

$y^2 + x^2 = 4$ e $y^2 + x^2 = 1$

Seja a seção transversal da fibra:



d) Qual será a área da seção transversal circular delimitada pelas circunferências de raio 2 e de raio 1? Faça o cálculo através de integral.

Área do círculo maior:

$$A_{maior} = \int_{-2}^{2} \sqrt{4 - x^2} dx$$

Para resolver a integral acima, podemos usar o fato de que a integral representar a metade de um círculo de raio 2 com centro na origem. Portanto, podemos reescrever a integral como sendo a área da metade superior deste círculo no intervalo $(-2, 2)$.

A área da metade superior do círculo é metade da área total do círculo, então podemos escrever:

$$A_{maior} = \int_{-1}^{1} \sqrt{4 - x^2} dx = \frac{1}{2}$$

A área de um círculo com raio r é dada por $Area = \pi r^2$. Neste caso $r = 2$, logo a área do círculo é $area = \pi.2^2 = 4\pi$.

Agora substituindo na integral temos:

$$A_{maior} = \int_{-1}^{1} \sqrt{4 - x^2} dx = \frac{1}{2}.4\pi = 2\pi$$

```
In [ ]:
```

Área do círculo menor:

$$A_{menor} = \int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}dx$$

$$A_{menor} = \int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}dx = \pi.1^2 = \frac{\pi}{2}$$

A área da seção transversal circular (A) é dada pela diferença entre as áreas sob essas duas curvas. Portanto, a área A pode ser encontrada pela diferença entre a área maior A_{maior} e a área menor A_{menor}.

$$A = A_{maior} - A_{menor}$$

$$A = 2\pi - \tfrac{\pi}{2} = 3\frac{\pi}{2}$$

Portanto, a área da seção transversal circular é $3\dfrac{\pi}{2}$ unidades de área.

In [ ]:

```

```