Atividade 2

QUESTÃO 1

O crescimento e o decrescimento de uma função descrevem como os valores da função estão mudando à medida que a variável independente se move ao longo do domínio da função. Uma função f(x) é considerada crescente em um intervalo se, à medida que você se move da esquerda para a direita nesse intervalo, os valores da função aumentam. Isso significa que quanto maior o valor de x, maior será o valor correspondente de f(x).

Além do exposto, ao examinar geometricamente o sinal da derivada, é possível determinar os intervalos nos quais uma função derivável demonstra crescimento ou decrescimento. Como uma consequência do Teorema do Valor Médio, obtém-se o seguinte resultado:

Teorema (Teste Crescente/Decrescente): Seja f contínua no intervalo $[a, b]$ e derivável no intervalo $]a, b[$,

a) Se $f^{'}(x) > 0$ para todo $x \in \;]a, b[$, então, f é crescente em $[a, b]$

b) Se $f^{'}(x) < 0$ para todo $x \in \;]a, b[$, então, f é decrescente em [a, b]

Fonte: BRESCANSIN, A. Y. F. **Cálculo Diferencial e Integral I**. Aplicações da derivada e da integral definida. Maringá: UniCesumar, 2017. p. 260.

Com base no que foi apresentado e considerando a função $f(x) = x^2 + 6x - 1$, é possível dizer que os intervalos em que a função é crescente e decrescente são:

Alternativa 1: função é crescente no intervalo de]-∞,0[e]3,+∞[e decrescente no intervalo]2,0[

Alternativa 2: A função é crescente no intervalo de]-∞,-2[e]-2,+∞[e decrescente no intervalo]-3,0[

Alternativa 3: A função é crescente no intervalo de]-∞,0[e em]0,+∞[e não apresenta intervalo decrescente.

Alternativa 4: A função é crescente no intervalo de]-∞,-4[e]0,+∞[e decrescente no intervalo]-4,0[

Alternativa 5: A função não apresenta intervalos crescente e decrescente no intervalo]-4,0[

```
In [ ]:
```

Para determinar os intervalos em que a função $f(x) = x^3 + 6x - 1$ é crescente e decrescente, você precisa analisar a primeira derivada da função. A função é crescente onde a primeira derivada é positiva e decrescente onde a primeira derivada é negativa.

Vamos calcular a primeira derivada da função:

$f(x) = x^3 + 6x - 1$

$f(x) = 3x^2 + 12x$

Agora, igualamos a primeira derivada a zero para encontrar os pontos críticos:

$3x^2 + 12x = 0$

Fatorando $3x$ fora:

$3x(x + 4) = 0$

Isso nos dá dois valores críticos: $x = 0$ e $x = -4$$

Agora, vamos analisar os intervalos entre esses valores críticos para determinar onde a função é crescente e decrescente. Podemos fazer isso usando os testes de intervalos:

1. Para $x < -4$, escolhemos um valor de teste, como $x = -5$, e substituímos na derivada:

$f'(-5) = 3(-5)^2 + 12(-5)$

$f'(-5) = 3(25) - 60$

$f'(-5) = 75 - 60$

$f'(-5) = 15$

Como a derivada é positiva em $x = -5$, a função é crescente no intervalo $(-\infty, -4)$.

2. Entre -4 e 0, escolhemos um valor de teste, como $x = -2$, e substituímos na derivada:

$f'(-2) = 3(-2)^2 + 12(-2)$

$f'(-2) = 3.4 - 24$

$f'(-2) = 12 - 24$

$f'(-2) = -12$

3. Para $x > 0$, escolhemos um valor de teste, como $x = 1$, e substituímos na derivada:

$f'(1) = 3(1)^2 + 12(1)$

$f'(1) = 3 + 12$

$f^{'}(1) = 15$

Como a derivada é positiva em $x = 1$, a função é crescente no intervalo $(0, +\infty)$

Portanto, a alternativa correta é: **A função é crescente no intervalo de $]-\infty, -4[$ e $]0, +\infty[$ e decrescente no intervalo $]-4, 0[$**

In [ ]:

QUESTÃO 2

Os conceitos de limite são amplamente utilizados na matemática, especialmente na análise matemática, cálculo e outras áreas relacionadas. Eles são fundamentais para compreender o comportamento das funções em pontos específicos à medida que variáveis se aproximam de valores particulares.

Seja o seguinte limite: $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 + 6x - 16}{x^2 + x - 6}$

Alternativa 1: -1.

Alternativa 2: -2.

Alternativa 3: 0.

Alternativa 4: 1.

Alternativa 5: 2.

In [ ]:

É possível dizer que o valor do limite da função em questão é:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 6x - 16}{x^2 + x - 6} = \frac{2^2 + 6(2) - 16}{2^2 + 2 - 6} = \frac{4 + 12 - 16}{4 + 2 - 6} = \frac{4}{0}$$

$$\frac{x^2 + 6x - 16}{x^2 + x - 6} = \frac{(x+8)(x-2)}{(x+3)(x-2)}$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{(x+8)(x-2)}{(x+3)(x-2)} = \lim_{x \to 2} \frac{x+8}{x+3}$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{x+8}{x+3} = \frac{2+8}{2+3} = \frac{10}{5} = 2$$

In [ ]:

QUESTÃO 3

O limite de uma função é um conceito fundamental na análise matemática que descreve o comportamento de uma função à medida que sua variável independente se aproxima de um determinado valor. Isso significa que estamos observando como a função se comporta quando x se torna cada vez mais próximo de a, mas não necessariamente igual a. O limite pode existir mesmo que o valor da função em a não esteja definido.

Visto isso, considere a função $f: \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & se\, x < -1 \\ \frac{x^2 - x - 5}{x+2}, & se\, x \geq -1 \end{cases}$$

Com base no exposto e considerando $x = -1$, sobre a continuidade e a diferenciabilidade da função f nesse ponto, é possível dizer que:

Alternativa 1: f não é continua em x=-1 e não é diferenciável em x=-1.

Alternativa 2: f é continua em x=-1 e f não é diferenciável em x=-1.

Alternativa 3: f não é continua em x=-1 e é diferenciável em x=-1.

Alternativa 4: f é continua em x=-1 e f é diferenciável em x=-1.

Alternativa 5: O valor x=-1 não é objeto de análise da função.

In [ ]:

In [ ]:

Para determinar a continuidade e a diferenciabilidade da função $f(x)$ em $x = -1$, primeiro, vamos calcular o valor da função em $x = -1$ para ver se a função é contínua nesse ponto. Em seguida, vamos verificar se a derivada da função existe em $x = -1$ para avaliar a diferenciabilidade.

1. Continuidade:

Para verificar a continuidade, precisamos calcular os limites à esquerda e à direita de $x = -1$ e verificar se eles são iguais ao valor da função em $x = -1$.

a) Limite à esquerda de $x = -1$:

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^-} (2x - 1)$$

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = 2(-1) - 1$$

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = -2 - 1$$

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = -3$$

b) Limite à direita de $x = -1$:

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} \frac{x^2 - x - 5}{x + 2}$$

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} \frac{(-1)^2 - (-1) - 5}{-1 + 2}$$

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} \frac{1 + 1 - 5}{1}$$

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = -3$$

Agora, vamos verificar o valor da função em $x = -1$:

$$f(-1) = 2(-1) - 1 = -2 - 1 = -3$$

Os limites à esquerda e à direita, bem como o valor da função em $x = -1$, são todos iguais a -3. Portanto, a função é contínua em $x = -1$.

2. Diferenciabilidade

Para verificar a diferenciabilidade em $x = -1$, precisamos calcular a derivada da função em $x = -1$ e ver se ela existe.

Vamos calcular a derivada da função no intervalo em que $x \geq -1$ usando a regra do quociente:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2 - x - 5}{x + 2}\right) = \frac{((x+2).(2x-1) - (x^2 - x - 5).1)}{(x+2)^2}$$

Agora, calcularemos a derivada em $x = -1$:

$$f'(x) = \frac{((-1+2) \cdot (2(-1) - 1) - (-1^2 - (-1) - 5) \cdot 1)}{(-1+2)^2} = \frac{(1 \cdot (-2-1) - (1+1-5))}{1} = \frac{(-3+4)}{1} = 1$$

A derivada da função em $x = -1$ é igual a 1.

Portanto, a função é contínua e diferenciável em $x = -1$. A alternativa correta é: **f é contínua em $x = -1$ e f é diferenciável em $x = -1$.**

In [ ]:

Questão 4

Encontrar os valores máximos e mínimos de uma função é um problema comum na análise de funções, e tem diversas aplicações em matemática, ciências, economia, entre outros campos. Para encontrar o máximo absoluto (global) e o mínimo absoluto, você precisa considerar todo o domínio da função e comparar os valores da função em diferentes pontos.

Com base na função $f(x) = x^2 - 4x + 1$, assinale a alternativa correta que indica os valores de máximo e mínimo absolutos de f no intervalo [1, 4]:

Alternativa 1: Máximo absoluto em x = 4 e mínimo absoluto em x = 2.

Alternativa 2: Máximo absoluto em x = 3 e mínimo absoluto em x = 1.

Alternativa 3: Máximo absoluto em x = 0 e mínimo absoluto em x = 2.

Alternativa 4: Máximo absoluto em x = 4 e mínimo absoluto em x = 0.

Alternativa 5: Máximo absoluto em x = 1 e mínimo absoluto em x = 3.

In [ ]:

Para encontrar os valores de máximo e mínimo absolutos da função $f(x) = x^2 - 4x + 1$ no intervalo $[1, 4]$, deve-se considerar os valores da função nesse intervalo e compará-los.

Primeiro, deve-se calcular os valores da função nos extremos do intervalo:

Para $x = 1$

$f(1) = 1^2 - 4.1 + 1 = 1 - 4 + 1 = -2$

In [ ]:

Para $x = 4$

$f(4) = 4^2 - 4.4 + 1 = 16 - 16 + 1 = 1$

Agora, deve-se encontrar os pontos críticos da função onde a derivada é zero. Vamos calcular a derivada de $f(x)$:

$f'(x) = 2x - 4$

Agora iguala-se $f'(x)$ a zero:

$2x - 4 = 0$

$2x = 4$

$x = 2$

Então, $x = 2$ é um ponto crítico. Vamos encontrar o valor de $f(x)$ nesse ponto:

$f(2) = 2^2 - 4.2 + 1 = 4 - 8 + 1 = -3$

Agora, podemos comparar os valores encontrados:

$f(1) = -2$

$f(2) = -3$

$f(4) = 1$

Portanto, o valor máximo absoluto ocorre em $x = 4$ com $f(4) = 1$ e o valor mínimo absoluto ocorre em $x = 2$ com $f(2) = -3$.

A alternativa correta é a **Alternativa 1**:

Máximo absoluto em $x = 4$ e mínimo absoluto em $x = 2$.

In [ ]:

In [ ]:

Questão 5

Os máximos e mínimos relativos de um gráfico estão relacionados aos pontos em que uma função atinge os valores mais altos (máximos) e mais baixos (mínimos) em uma vizinhança próxima, mas não necessariamente em todo o domínio da função. Esses pontos são conhecidos como pontos de extremo local ou pontos críticos.

Dada a função $f(x) = x^3 - 6x2 + 9x + 1$, é possível dizer que os pontos de máximo e de mínimo do gráfico da função são:

Alternativa 1: Máximo é (0,5) e mínimo é (3,0).

Alternativa 2: Máximo é (5,1) e mínimo é (3,1).

Alternativa 3: Máximo é (1,5) e mínimo é (3,1).

Alternativa 4: Máximo é (2,5) e mínimo é (3,2).

Alternativa 5: Máximo é (0,0) e mínimo é (1,1).

In [ ]:

Para encontrar os pontos de máximo e mínimo de uma função, você precisa primeiro calcular a derivada da função e, em seguida, encontrar os valores de x onde a derivada é igual a zero (pontos críticos). Depois disso, você pode usar o teste da segunda derivada para determinar se esses pontos são máximos ou mínimos.

Vamos começar calculando a derivada da função $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$:

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

Agora, vamos encontrar os pontos críticos igualando a derivada a zero e resolvendo para x:

$3x^2 - 12x + 9 = 0$

Dividindo todos os termos por 3 para simplificar:

$x^2 - 4x + 3 = 0$

Agora, vamos fatorar a equação:

$(x - 3)(x - 1) = 0$

Isso nos dá dois valores de x:

1. $x - 3 = 0 \implies x = 3$
2. $x - 1 = 0 \implies x = 1$

Agora que temos os pontos críticos em $x = 3$ e $x = 1$, podemos usar o teste da segunda derivada para determinar se eles são máximos ou mínimos.

Vamos calcular a segunda derivada:

$f''(x) = 6x - 12$

Agora, avaliamos a segunda derivada nos pontos críticos:

1. Para $x = 3$:

$f''(3) = 6.(3) - 12 = 18 - 12 = 6$

Como a segunda derivada é positiva em $x = 3$, isso indica que há um mínimo local em $x = 3$.

1. Para $x = 1$:

$f''(3) = 6.(1) - 12 = 6 - 12 = -6$

Como a segunda derivada é negativa em $x = 1$, isso indica que há um máximo local em $x = 1$.

Agora que sabemos que $x = 3$ é um mínimo local e $x = 1$ é um máximo local, podemos encontrar os valores correspondentes de $(f(x))$ para esses valores de x:

Para o mínimo relativo em $x = 3$:

$f(3) = 3^3 - 6(3)^2 + 9(3) + 1 = 27 - 54 + 27 + 1 = 1$

Portanto, o ponto de mínimo relativo é $(3, 1)$.

Para o máximo relativo em $x = 1$:

$f(1) = 1^3 - 6(1)^2 + 9(1) + 1 = 1 - 6 + 9 + 1 = 5$

Portanto, o ponto de máximo relativo é $(1, 5)$.

Assim, a resposta correta é a **"Alternativa 3"**: Máximo é (1,5) e mínimo é (3,1).

```
In [ ]:
```