

## SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația  $x^2 - 2x + 4 = 0$ .
- 5p** 2. Să se afle valoarea minimă a funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .
- 5p** 3. Să se rezolve în intervalul  $[-1,1]$  ecuația  $\arcsin x + \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2}$ .
- 5p** 4. Care este probabilitatea ca, alegând un număr  $k$  din mulțimea  $\{0,1,2,\dots,7\}$ , numărul  $C_7^k$  să fie prim.
- 5p** 5. Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  pentru care vectorii  $\vec{u} = a\vec{i} + 3\vec{j}$  și  $\vec{v} = 4\vec{i} + (a+4)\vec{j}$  sunt coliniari.
- 5p** 6. Să se calculeze  $\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC})$ , știind că  $A(-3,4)$ ,  $B(4,-3)$  și  $C(1,2)$ .

## SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $A^3$ .
- 5p** b) Să se afle rangul matricei  $I_3 + A + A^t$ .
- 5p** c) Să se determine inversa matricei  $I_3 + A$ .
2. Se consideră  $a, b \in \mathbb{R}$  și polinomul  $f = X^3 + 4aX^2 + 20X + b$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ .
- 5p** a) Să se determine  $x_1, x_2, x_3$  în cazul  $a = 2, b = 0$ .
- 5p** b) Să se demonstreze că  $(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + (x_2 - x_3)^2 = 8(4a^2 - 15)$ .
- 5p** c) Să se determine  $a, b$  astfel încât polinomul  $f$  să aibă o rădăcină dublă egală cu  $-a$ .

## SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția  $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ ,  $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$  și sirul  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  dat de  $x_0 = 2$ ,  $x_{n+1} = f(x_n), \forall n \in \mathbb{N}$ .
- 5p** a) Să se determine asimptotele graficului funcției  $f$ .
- 5p** b) Să se arate că sirul  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  are limită 1.
- 5p** c) Să se arate că sirul  $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$  dat de  $y_n = x_0 + x_1 + x_2 + \dots + x_n - n$ , este convergent.
2. Se consideră funcțiile  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 + \cos x$  și  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = x \int_0^x f(t) dt$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ .
- 5p** b) Să se arate că  $F$  este funcție pară.
- 5p** c) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției  $F$ .