

## SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Știind că  $\log_3 2 = a$ , să se arate că  $\log_{16} 24 = \frac{1+3a}{4a}$ .
- 5p** 2. Să se determine două numere reale care au suma 1 și produsul  $-1$ .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $2^{2x+1} + 2^{x+2} = 160$ .
- 5p** 4. Într-o clasă sunt 22 de elevi, dintre care 12 sunt fete. Să se determine în câte moduri se poate alege un comitet reprezentativ al clasei format din 3 fete și 2 băieți.
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordinate  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, -1)$ ,  $B(-1, 1)$  și  $C(1, 3)$ .  
Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul  $C$  și este paralelă cu dreapta  $AB$ .
- 5p** 6. Să se arate că  $\sin 6 < 0$ .

## SUBIECTUL II (30p)

1. Pentru  $x \in \mathbb{C}$  se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & x^2-1 \\ 1 & x-1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{C})$ .
- 5p** a) Să se verifice că  $(A(x))^2 = 2xA(x)$ .
- 5p** b) Să se determine toate numerele complexe  $x$  pentru care  $(A(x))^4 + (A(x))^2 = O_2$ .
- 5p** c) Să se arate că ecuația  $X^2 = A(0)$ ,  $X \in M_2(\mathbb{C})$  nu are soluții.
2. Se consideră polinomul  $f \in \mathbb{C}[X]$ ,  $f = (X+i)^{100} + (X-i)^{100}$ , care are forma algebraică  $f = a_{100}X^{100} + a_{99}X^{99} + \dots + a_1X + a_0$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $a_{100} + a_{99}$ .
- 5p** b) Să se determine restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X^2 - 1$ .
- 5p** c) Să se demonstreze că polinomul  $f$  are toate rădăcinile reale.

## SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{|x^2 - x|}$ .

- 5p** a) Să se arate că graficul funcției  $f$  admite asimptotă spre  $-\infty$ .
- 5p** b) Să se determine domeniul de derivabilitate al funcției  $f$ .
- 5p** c) Să se determine punctele de extrem local ale funcției  $f$ .

2. Se consideră sirul  $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  dat de  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 1} dx$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

- 5p** a) Să se calculeze  $I_2$ .
- 5p** b) Să se verifice că  $I_{n+2} + I_n = \frac{1}{n+1}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .
- 5p** c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$ .