

## SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se determine partea reală a numărului complex  $(\sqrt{3} + i)^6$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ . Să se calculeze  $(f \circ f)(512)$ .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $\cos 2x + \sin x = 0$ .
- 5p** 4. Se consideră mulțimea  $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ . Să se determine numărul tripletelor  $(a, b, c)$  cu proprietatea că  $a, b, c \in M$  și  $a < b < c$ .
- 5p** 5. Să se calculeze distanța dintre dreptele paralele de ecuații  $x + 2y = 6$  și  $2x + 4y = 11$ .
- 5p** 6. Paralelogramul  $ABCD$  are  $AB = 1$ ,  $BC = 2$  și  $m(\angle BAD) = 60^\circ$ . Să se calculeze produsul scalar  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$ .

## SUBIECTUL II (30p)

- 1.** Se consideră sistemul  $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ 7x - y + az = b \end{cases}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt parametri reali.
- 5p** a) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  pentru care determinantul sistemului este egal cu zero.
- 5p** b) Să se determine valorile parametrilor  $a, b \in \mathbb{R}$  pentru care sistemul este incompatibil.
- 5p** c) Să se arate există o infinitate de valori ale numerelor  $a$  și  $b$  pentru care sistemul admite o soluție  $(x, y, z)$ , cu  $x, y, z$  în progresie aritmetică.
- 2.** Se consideră mulțimea  $G = \left\{ X(t) = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix} \middle| t \in \mathbb{R} \right\}$ .
- 5p** a) Să se arate că  $X(t) \cdot X(u) = X(t+u)$ ,  $\forall t, u \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Să se determine  $t \in \mathbb{R}$  știind că  $X(t) \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ .
- 5p** c) Să se arate că mulțimea  $G$  formează grup abelian în raport cu înmulțirea matricelor.

## SUBIECTUL III (30p)

- 1.** Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- 5p** b) Să se determine domeniul de derivabilitate al funcției  $f$ .
- 5p** c) Să se demonstreze că funcția  $f$  are două puncte de extrem.
- 2.** Fie funcția  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$  și sirul  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ,  $a_n = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \sqrt{n^2 - k^2}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $\int_0^1 x f(x) dx$ .
- 5p** b) Să se determine volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției  $f$  în jurul axei  $Ox$ .
- 5p** c) Să se demonstreze că sirul  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  este convergent.