

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se arate că numărul $(1+i\sqrt{3})^2 + (1-i\sqrt{3})^2$ este număr întreg.
- 5p** 2. Să se rezolve în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x = 6(\sqrt{x-2} - 1)$.
- 5p** 4. Să se determine termenul care nu conține pe x din dezvoltarea $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$.
- 5p** 5. Să se calculeze distanța de la punctul $A(3,0)$ la dreapta $d: 3x - 4y + 1 = 0$.
- 5p** 6. Triunghiul ABC are $AB = 4$, $BC = 5$ și $CA = 6$. Să se arate că $m(\angle B) = 2m(\angle C)$.
-

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x-y+z=1 \\ x+y+z=3 \\ mx+y+z=3m \end{cases}$, unde $m \in \mathbb{R}$. Pentru fiecare $m \in \mathbb{R}$, notăm cu S_m mulțimea soluțiilor reale ale sistemului.
- 5p** a) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul are soluție unică.
- 5p** b) Să se arate că pentru orice $m \in \mathbb{R}$ sistemul este compatibil.
- 5p** c) Să se determine $\min \{x^2 + y^2 + z^2 \mid (x, y, z) \in S_1\}$.
2. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = A \cdot B$ și mulțimea $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid \det(X) = 1\}$.
- 5p** a) Să se verifice că $A^4 = B^6 = I_2$.
- 5p** b) Să se arate că (G, \cdot) este un subgrup al grupului multiplicativ al matricelor inversabile de ordin doi, cu elemente numere complexe.
- 5p** c) Să se demonstreze că $C^n \neq I_2$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 - 4}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Să se determine asimptota oblică a graficului funcției f spre ∞ .
- 5p** b) Să se arate că $f^2(x)f'(x) = x^2 + 2x$, $\forall x \in \mathbb{R} - \{-2, 1\}$.
- 5p** c) Să se determine derivatele laterale ale funcției f în punctul $x_0 = -2$.
2. Pentru $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcția $F_n: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F_n(x) = \int_0^x t^n e^{-t} dt$, $x > 0$.
- 5p** a) Să se calculeze $F_1(x)$, $x > 0$.
- 5p** b) Să se determine punctele de inflexiune ale graficului funcției F_n .
- 5p** c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} F_2(x)$.