Varianta 22

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $1+i+i^2+...+i^{10}$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$, $g(x)=2x-1$. Să se rezolve ecuația $(f\circ g)(x)=0$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x+9)+\lg(7x+3)=1+\lg(x^2+9)$.

5p **4.** Să se rezolve inecuația $C_n^2<10$, $n\geq 2$, n natural.

5p **5.** Se consideră dreptele paralele de ecuații $d_1:\ x-2y=0$ şi $d_2:\ 2x-4y-1=0$. Să se calculeze distanța dintre cele două drepte.

5p **6.** Să se calculeze $\sin 75^\circ+\sin 15^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie sistemul $\begin{cases} x+y+z=0 \\ ax+by+cz=0 \\ a^3x+b^3y+c^3z=1 \end{cases}$, cu $a,b,c\in\mathbb{R}$, distincte două câte două şi A matricea sistemului.

5p **a)** Să se arate că $\det(A)=(a+b+c)(c-b)(c-a)(b-a)$.

5p **b)** Să se rezolve sistemul în cazul $a+b+c\neq 0$.

5p **c)** Să se demonstreze că dacă $a+b+c=0$, atunci sistemul este incompatibil.

2. Se consideră şirul de numere reale $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, cu $a_0=0$ şi $a_{n+1}=a_n^2+1$, $\forall\, n\in\mathbb{N}$ şi polinomul $f\in\mathbb{R}[X]$, cu $f(0)=0$ şi cu proprietatea că $f(x^2+1)=(f(x))^2+1$, $\forall\, x\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze $f(5)$.

5p **b)** Să se arate că $\forall\, n\in\mathbb{N}$, $f(a_n)=a_n$.

5p **c)** Să se arate că $f=X$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{x^4+3}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x), x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine mulțimea valorilor funcției *f*.

5p **c)** Să se arate că $|f(x)-f(y)|\leq|x-y|, \forall x,y\in\mathbb{R}.$

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x+2$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_2^3\frac{f(x)}{x-1}dx$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_{-1}^0\frac{x^2-13}{f(x)}dx$.

5p **c)** Să se determine punctele de extrem ale funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\int_0^{x^2}f(t)e^t dt$.