SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=|4x-8|-2|4-2x|$ este constantă.

5p **2.** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care parabola $y=x^2-2x+a-1$ și dreapta $y=2x+3$ au două puncte distincte comune.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x-1}+1=x$.

5p **4.** Să se determine numărul termenilor iraționali ai dezvoltării $\left(\sqrt{3}+1\right)^9$.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\vec{u}=(m+1)\vec{i}+8\vec{j}$ și $\vec{v}=(m-1)\vec{i}-4\vec{j}$ să fie coliniari .

5p **6.** Triunghiul ABC are lungimile laturilor $AB=5$, $BC=7$ și $AC=8$. Să se calculeze $m(\sphericalangle A)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră permutarea $\sigma\in S_6$, $\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&4&5&3&6&1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se determine σ^{-1}.

5p **b)** Să se arate că permutările σ și σ^{-1} au același număr de inversiuni.

5p **c)** Să se arate că ecuația $x^4=\sigma$ nu are soluții în grupul $(S_6,\cdot)$.

2. Fie legea de compoziție „$\circ$”, definită pe $\mathbb{R}$ prin $x\circ y=xy-x-y+2,\ \forall x,y\in\mathbb{R},$ și funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$.

5p **a)** Să se arate că $(1,\infty)$ este parte stabilă în raport cu „$\circ$”.

5p **b)** Să se demonstreze că $f(xy)=f(x)\circ f(y)$ pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Știind că legea „$\circ$” este asociativă, să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{\text{de 10 ori } x}=1025$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x\sin\dfrac{\pi}{x}, & x\in(0,1]\\ 0, & x=0\end{cases}$.

5p **a)** Să se arate că funcția f este continuă pe $[0,1]$.

5p **b)** Să se determine domeniul de derivabilitate al funcției f.

5p **c)** Să se arate că, dacă $n\in\mathbb{N}^*$, atunci ecuația $f(x)=\cos\dfrac{\pi}{x}$ are cel puțin o soluție în intervalul $\left(\dfrac{1}{n+1},\dfrac{1}{n}\right)$.

2. Fie funcțiile $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\left(1+x^2\right)$ și $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=x\operatorname{arctg}x$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_0^1 f(\sqrt{x})dx$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 g(x)dx$.

5p **c)** Să se calculeze aria suprafeței plane mărginită de graficele funcțiilor f și g și de dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.