

## SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Numerele reale pozitive  $a, b, c, d$  sunt în progresie geometrică. Știind că  $d - a = 7$  și  $c - b = 2$ , să se determine rația progresiei.
- 5p** 2. Să se determine valorile reale nenule ale lui  $m$  știind că  $mx^2 + x - 2 \leq 0$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** 3. Să se rezolve în intervalul  $(0, 5)$  ecuația  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ .
- 5p** 4. Să se determine numărul  $n = C_{10}^0 - C_{10}^2 + C_{10}^4 - C_{10}^6 + C_{10}^8$ .
- 5p** 5. Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  pentru care vectorii  $\vec{u} = (a-1)\vec{i} - (2a+2)\vec{j}$  și  $\vec{v} = (a+1)\vec{i} - \vec{j}$  sunt perpendiculare.
- 5p** 6. Fie  $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$  astfel încât  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ . Să se calculeze  $\sin 2\alpha$ .

## SUBIECTUL II (30p)

1. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  și mulțimea  $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid AXA^t = O_2\}$ , unde  $A^t$  este transpusa matricei  $A$ .
- 5p** a) Să se arate că dacă  $X, Y \in G$ , atunci  $X + Y \in G$ .
- 5p** b) Să se arate că, dacă  $X \in G$ , atunci suma elementelor lui  $X$  este egală cu 0.
- 5p** c) Să se arate că dacă  $X \in G$  și  $\det X = 0$ , atunci  $X^n \in G$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^4 - 6X^3 + 18X^2 - 30X + 25 \in \mathbb{C}[X]$ .
- 5p** a) Să se arate că polinomul  $f$  se divide cu  $X^2 - 2X + 5$ .
- 5p** b) Să se arate că polinomul  $f$  nu are nicio rădăcină reală.
- 5p** c) Să se arate că rădăcinile polinomului  $f$  au același modul.

## SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția  $f : (1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln(\ln x)$ .
- 5p** a) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = e$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** b) Să se demonstreze că funcția  $f$  este concavă.
- 5p** c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x+1) - f(x)}{f'(x)}$ .
2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ .
- 5p** b) Să se arate că orice primitivă a funcției  $f$  este strict crescătoare pe intervalul  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .
- 5p** c) Să se calculeze  $\int_0^{2\pi} xf(x) dx$ .