

## SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se calculeze modulele rădăcinilor complexe ale ecuației  $z^2 + 2z + 4 = 0$ .
- 5p** 2. Să se determine funcțiile de gradul întâi  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , care sunt strict crescătoare și îndeplinesc condiția  $f(f(x)) = 4x + 3$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $2^x + 4^{\frac{x+1}{2}} = 12$ .
- 5p** 4. Care este probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de la 1 la 1000, acesta să fie cub perfect?
- 5p** 5. Se consideră punctele  $A(1, 2)$  și  $B(3, 4)$ . Să se calculeze distanța de la originea axelor la dreapta  $AB$ .
- 5p** 6. Să se determine  $\alpha \in (0, 2\pi)$  astfel ca  $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha$ .

## SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $A^3$ .
- 5p** b) Să se determine  $(A \cdot A^t)^{-1}$ .
- 5p** c) Să se rezolve ecuația  $X^2 = A$ ,  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .
2. Fie  $a, b \in \mathbb{R}$  și polinomul  $f = X^{30} - 3X^{20} + aX^{10} + 3X^5 + aX + b \in \mathbb{R}[X]$ .
- 5p** a) Să se arate că restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X + 1$  nu depinde de  $a$ .
- 5p** b) Să se determine  $a$  și  $b$  astfel încât restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X^2 - X$  să fie  $X$ .
- 5p** c) Să se determine  $a$  și  $b$  astfel încât polinomul  $f$  să fie divizibil cu  $(X - 1)^2$ .

## SUBIECTUL III (30p)

1. Pentru fiecare  $t \in \mathbb{R}$ , se consideră funcția  $f_t : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_t(x) = x^3 + t^2 x$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $f'_t(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Să se arate că fiecare funcție  $f_t$  este inversabilă.
- 5p** c) Să se arate că funcția  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(t) = f_t^{-1}(1)$  este continuă în punctul 0.
2. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \int_0^x (t^2 + 1) \sqrt{|t|} dt$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $f(1)$ .
- 5p** b) Să se arate că  $f$  este funcție impară.
- 5p** c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x+1) - f(x)}{x^2 \sqrt{x}}$ .