SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se ordoneze crescător numerele $a=\lg 2-\lg 20$, $b=C_3^2-C_4^2$ şi $c=-\sqrt[3]{4\sqrt{4}}$.

5p **2.** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ ştiind că distanța de la vârful parabolei de ecuație $y=x^2+2x+a$ la axa Ox este egală cu 1.

5p **3.** Numerele reale x şi y verifică egalitatea $\operatorname{arctg} x+\operatorname{arctg} y=\frac{\pi}{2}$. Să se arate că $x\cdot y=1$.

5p **4.** Să se arate că numărul A_n^3, $n\in\mathbb{N}$, $n\ge 3$ este divizibil cu 3.

5p **5.** Punctele E,F,G,H sunt mijloacele laturilor $[BC],[DA],[AB]$, respectiv $[CD]$ ale patrulaterului $ABCD$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{HG}=\overrightarrow{CA}$.

5p **6.** Să se calculeze $\operatorname{tg} x$, ştiind că $x\in\left(\frac{3\pi}{4},\pi\right)$ şi $\sin 2x=-\frac{3}{5}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie $m\in\mathbb{R}$ şi $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ -1 & m & -1\\ 3m+4 & 1 & 0\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(A)$.

5p **b)** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât matrice A să fie inversabilă.

5p **c)** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $A^{-1}=A^*$.

2. Se consideră corpul $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ şi polinoamele $f,g\in\mathbb{Z}_3$, $f=X^3-X$, $g=X^3+\hat{2}X+\hat{2}$.

5p **a)** Să se determine rădăcinile din $\mathbb{Z}_3$ ale polinomului *f*.

5p **b)** Să se arate că polinomul *g* este ireductibil în $\mathbb{Z}_3[X]$.

5p **c)** Să se determine toate polinoamele $h\in\mathbb{Z}_3[X]$ de gradul trei, astfel încât $h(x)=g(x)$, oricare ar fi $x\in\mathbb{Z}_3$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\operatorname{arctg} x$.

5p **a)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției *f*.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-f(x)}{x^3}$.

5p **c)** Să se arate că funcția $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=(x-1)f(x)$ admite exact un punct de extrem.

2. Se consideră şirul $(I_n)_{n\ge 1}$, $I_n=\int_0^1 x^n\sin x\,dx$.

5p **a)** Să se calculeze I_1.

5p **b)** Să se arate că şirul $(I_n)_{n\ge 1}$ este convergent.

5p **c)** Să se demonstreze că $I_{2n}+2n(2n-1)I_{2n-2}=2n\sin 1-\cos 1$, $\forall n\ge 2$.