

Climat-Énergie-Société
- LU2PY125 -

3 ECTS

Travaux dirigés

2024-2025

Table des matières

1	Énergie et émissions de carbone. Ressources non renouvelables.	3
1.1	Ressources non renouvelables. Pic de Hubbert	3
1.2	Recyclage de l'aluminium	5
1.3	Ordres de grandeur sur les émissions de CO ₂	5
2	Consommation automobile et économies d'énergie	7
3	L'énergie éolienne	11
3.1	Introduction	11
3.2	Rendement d'une éolienne – Limite de Betz	11
4	Énergies hydraulique et solaire	15
4.1	Hydroélectricité et stockage de l'énergie	15
4.2	Énergie solaire : quelques ordres de grandeur	15
5	Effet de serre (1) : introduction et épaisseur optique	17
5.1	Approche simplifiée de l'effet de serre	17
5.2	Épaisseur optique	19
6	Effet de serre (2) : le modèle à deux faisceaux	21
6.1	Bases théoriques de l'effet de serre : modèle à deux faisceaux	21
6.2	Application : le profil de température dans l'atmosphère	22
7	Forçages climatiques et rétroactions	25
7.1	Le forçage radiatif	25
7.2	Les rétroactions, approche par diagrammes systémiques	25
7.3	Les rétroactions, approche quantitative	26

TD n° 1

Énergie et émissions de carbone. Ressources non renouvelables.

Objectifs

- Révision de notions mathématiques et mécaniques
- Se familiariser avec différentes unités d'énergie et de puissance
- Se familiariser avec une approche par ordre de grandeur. S'approprier quelques chiffres clefs.

Données

- Masses molaires :

Molécule/Atome	C	O	Al	CO ₂	« air » (moyenne)
Masse molaire (g/mol)	12	16	27	44	29

- 1 ppm (ou ppmv) signifie une partie par million : 1 ppm de CO₂ signifie que sur un million de molécules prises dans un volume d'air, l'une d'elles est une molécule de CO₂.
- $P_{atm} = 10^5$ Pa et $R_{Terre} \simeq 6400$ km

1.1 Ressources non renouvelables. Pic de Hubbert

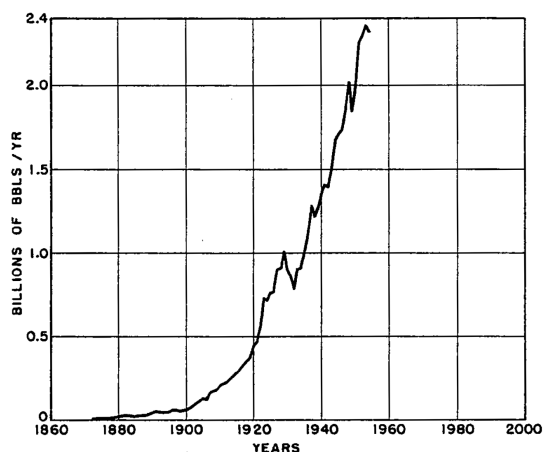


Figure 5 – United States production of crude oil.

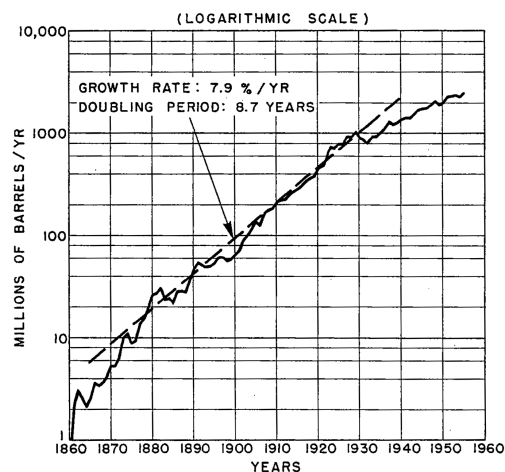


Figure 10 – Crude-oil production in the United States plotted on semilogarithmic scale.

FIGURE 1.1 – Production de pétrole annuelle P en échelles linéaire et logarithmique (source : Hubbert, 1956).

Dans les années 1950, le géophysicien M. K. Hubbert (Shell Company) a proposé un modèle mathématique appliqué à l'épuisement des ressources en énergies fossiles, et a ainsi prédit l'existence d'un pic de production de pétrole aux États-Unis situé vers 1970 et suivi d'un déclin. La quantité cumulée $Q(t)$ est le stock de pétrole extrait depuis le début des forages (exprimée en milliards de barils ou Gbl, 1 bl = 159 L). La production annuelle (unité : Gbl/yr) est la quantité de pétrole extraite en une année : $P(t) = dQ/dt$. On a donc $Q(t) = \int_0^t P(t') dt'$.

1. Expliciter les limites mathématiques que doit vérifier $P(t)$ et en déduire une proposition simple pour l'allure de la fonction $P(t)$. Quelle sera l'allure correspondante de $Q(t)$?
2. On observe sur la figure 1.1 que la courbe de production a initialement une allure exponentielle : $P(t) \propto e^{rt}$. Montrer que cela implique $P(t) \propto Q(t)$ (dans ce régime initial).
3. Il faut aussi rendre compte de ce que les gisements les plus accessibles ont été exploités en premier. De ce fait, l'extraction du pétrole devient de plus en plus difficile au fur et à mesure que la quantité de pétrole disponible $Q_{total} - Q(t)$ s'épuise (on appelle Q_{total} la quantité totale de pétrole récupérée après épuisement du gisement). On peut le décrire simplement dans $P(t)$ par un facteur $\propto 1 - \frac{Q(t)}{Q_{total}}$ et finalement, Hubbert propose la forme suivante :

$$P(t) = \frac{dQ}{dt} = r Q \left(1 - \frac{Q}{Q_{total}} \right) \quad (1.1)$$

où r est un coefficient positif (unité : yr^{-1}).

En posant $y = Q/Q_{total}$, montrer que l'équation (1) s'écrit : $P = r Q_{total} y(1 - y)$. Pour quelle valeur de y la production P atteint-elle son maximum ? En conclure que le pic de production t_{peak} est atteint lorsque la moitié des réserves a été exploitée. Donner l'expression de P_{peak} .

4. Montrer que

$$Q(t) = \frac{Q_{total}}{1 + e^{-r(t-t_{\text{peak}})}} \quad (1.2)$$

est solution de l'équation (1). Tracer l'allure de $Q(t)$ et $P(t)$.

5. Application à la production de pétrole aux États-Unis¹. Les expressions analytiques de $P(t)$ et $Q(t)$ font intervenir 3 paramètres, r , Q_{total} et t_{peak} , qui peuvent être obtenus par un ajustement numérique de données réelles. Sur la figure 1.2 sont représentés : (en traits pleins) les données de la production annuelle $P(t)$ et du stock cumulé $Q(t)$ de pétrole aux États-Unis jusqu'en 2022 et, (en pointillés) les ajustements des données disponibles jusqu'en 1956 par les expressions (1.1) et (1.2). Commenter.

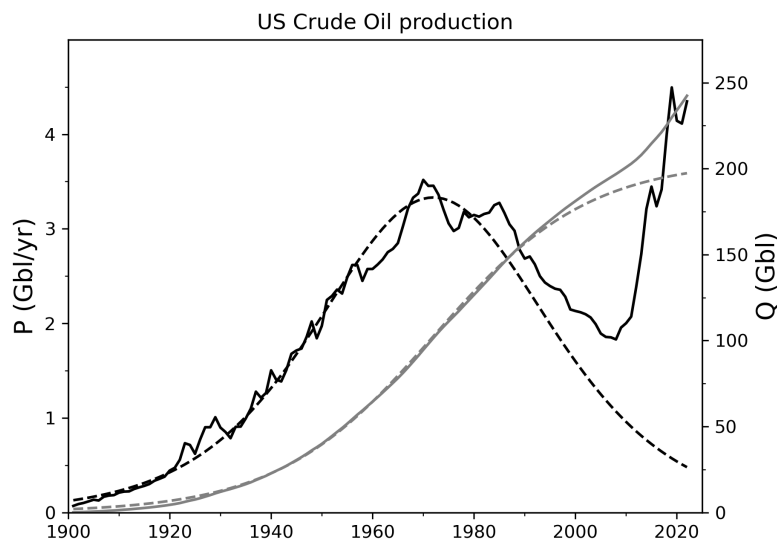


FIGURE 1.2 – En traits pleins : production annuelle (Gbl/yr, en noir) et cumulée Q (Gbl, en gris) aux États-Unis entre 1900-2022. En pointillés : modèle obtenu avec les paramètres $r = 0,065 \text{ yr}^{-1}$, $Q_{total} = 205 \text{ Gbl}$ et $t_{\text{peak}} = 1972$.

6. On revient plus en détail sur la démarche de Hubbert en exploitant les données d'une autre manière.
 - (a) Montrer que P/Q suit une loi linéaire avec Q .
 - (b) Le graphe P/Q en fonction de Q est donné en figure 1.3. Commenter la pertinence du modèle et estimer r et Q_{total} .
 - (c) En déduire une estimation de Q_{peak} et P_{peak} .

1. Données : [EIA \(Energy Information Administration\)](#)

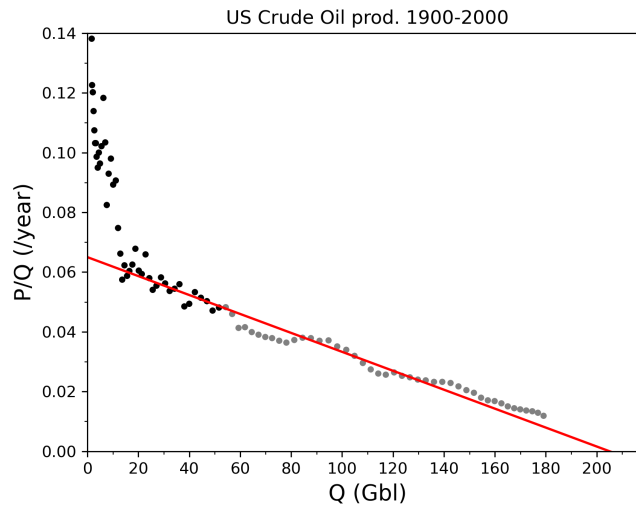


FIGURE 1.3 – Tracé de P/Q en fonction de Q pour les États-Unis. En noir : données de 1900 à 1956 utilisées par Hubbert. L'ajustement linéaire (en rouge) est réalisé sur la période 1930-1990.

1.2 Recyclage de l'aluminium

7. L'aluminium est un métal très polluant à produire à partir de la bauxite mais fait partie des métaux qui se recyclent le mieux. On considère une canette produite en 2023 qui serait continuellement recyclée par la suite. En supposant une efficacité de recyclage de $\sim 95\%$, un taux de collecte de $\sim 75\%$, et une durée de cycle de 40 jours (de la poubelle jaune au retour sur le marché), calculer la part initiale d'aluminium encore sur le circuit 1 an plus tard et 10 ans plus tard.
8. **Question complémentaire :** au bout de combien de temps une quantité initiale d'une mole (correspondant à la masse de 2 canettes) se réduit-elle à un seul atome encore présent ?
9. Supposons que chaque personne sur Terre consomme une canette d'aluminium de 13 g par jour. Quelle masse d'aluminium faudrait-il alors extraire chaque année pour compenser les pertes du circuit de recyclage ? Comparer cette valeur à la production mondiale d'aluminium (64 Mt en 2018) et aux réserves mondiales de bauxite (entre 28 et 75 Gt, selon la façon dont elles sont définies et estimées - il faut 4 à 5 t de bauxite pour produire 1 t d'aluminium).

1.3 Ordres de grandeur sur les émissions de CO_2

10. Émissions et concentration de CO_2 .

- (a) **Conversion.** Sachant que la force de pression atmosphérique qui s'exerce sur la surface terrestre est égale au poids de l'atmosphère, calculer la masse totale de l'atmosphère. En déduire la masse de CO_2 correspondant à 1 ppm de la masse de l'atmosphère.
- (b) **Cumul historique.** En 1870, la concentration de CO_2 atmosphérique était de 280 ppm. Un article² évalue les émissions dues aux activités humaines, cumulées sur la période 1870-2013, à (535 ± 55) Gt d'atomes de carbone. Sachant que seule la moitié des émissions de CO_2 reste dans l'atmosphère, l'autre moitié étant absorbée par les océans et les sols, en déduire la concentration atmosphérique de CO_2 en 2013.
- (c) **Exercice complémentaire : énergies fossiles et émissions de CO_2 .** On décompose ci-dessous les étapes d'une démarche pour aboutir à l'ordre de grandeur des émissions de CO_2 liées au transport individuel (en voiture).
 - i. Proposer un ordre de grandeur du nombre moyen de km effectués quotidiennement puis annuellement par un automobiliste.
 - ii. La consommation moyenne d'une voiture dans le Monde étant de 7 litres d'essence pour 100 km parcourus (source : Agence Internationale de l'Énergie), estimer la consommation typique, en litres d'essence, associée à ce trajet annuel (pour une personne).
 - iii. Compte tenu que la combustion d'un litre d'essence émet 0,75 kg de carbone, évaluer les émissions de carbone puis de CO_2 liées au transport individuel, en tonnes par personne et par an. Que vous inspire la valeur obtenue ?

2. Quéré et al., *Earth Syst. Sci. Data*, **6**, 235 (2014)

- iv. Proposer un ordre de grandeur du nombre d'automobilistes dans le Monde et en déduire les émissions de CO₂ liées au transport individuel pour l'ensemble du Monde.
- v. Sachant que le transport individuel représente $\sim 50\%$ des émissions du secteur du transport et que ce secteur représente lui-même environ 20% du total des émissions, vérifier la cohérence de votre calcul précédent.

11. Travail humain / énergies fossiles

- (a) On cherche une estimation de la puissance mécanique qu'un humain peut fournir en une journée de (dur) travail. On considérera par exemple une ascension régulière correspondant à un dénivelé de 1700 m, effectuée en 10h par une personne de 74 kg et portant un bagage de 10 kg. Exprimer l'énergie mécanique fournie en MJ ainsi que la puissance correspondante.
- (b) **Question complémentaire** : On peut, de manière alternative, estimer la puissance mécanique fournie par une personne ayant excavé de la terre pendant 10 h, en faisant un trou d'une surface de 20 m² sur une hauteur de 1 m. Exprimer l'énergie mécanique mise en jeu en MJ puis en Wh ainsi que la puissance correspondante (on donne $\rho_{\text{terre}} \sim 5,5 \text{ g/cm}^3$).
- (c) La combustion d'un litre d'essence génère environ 10 kWh de chaleur, qui est utilisée par un moteur automobile avec un rendement de l'ordre de 25 %. Comparer l'énergie fournie par un litre d'essence à celle fournie par une journée de travail humain.
- (d) **Question complémentaire** Le cheval-vapeur (ch) est une unité de puissance introduite lors de l'apparition des machines à vapeur, afin d'exprimer leur puissance par rapport à celle fournie par un cheval. Il est défini comme la puissance à fournir pour élever une masse de 75 kg sur une hauteur de 1 mètre en 1 seconde. Calculer la valeur de 1 ch dans l'unité SI.

12. Exercice complémentaire : Feux de forêts.

Lors de l'été 2023, les incendies au Canada ont brûlé près de 18,5 millions d'hectares de forêt ([wikipedia](https://fr.wikipedia.org/wiki/Incendies_de_forêt_du_Canada_2023), chiffre au 06/10/2023). Estimer la masse de carbone émise dans l'atmosphère par cette combustion (on considérera que le carbone représente la moitié de la masse totale du bois). La comparer aux émissions de gaz à effet de serre du Canada et aux émissions annuelles mondiales :

- Canada (en 2021) : émissions territoriales annuelles (hors émissions induites par les importations) : 550 Mt CO₂-eq, empreinte totale annuelle (incluant les importations) : 670 Mt CO₂-eq (soit 17,5 t CO₂-eq par habitant),
- Monde (actuellement) : émissions annuelles : $\sim 50 \text{ Gt CO}_2\text{-eq}$ (dont 40 Gt de CO₂), soit $\sim 6 \text{ t CO}_2\text{-eq}$ par habitant.

TD n° 2

Consommation automobile et économies d'énergie

Objectifs

Le transport automobile est un exemple majeur de consommation d'énergie. Ce TD vise à

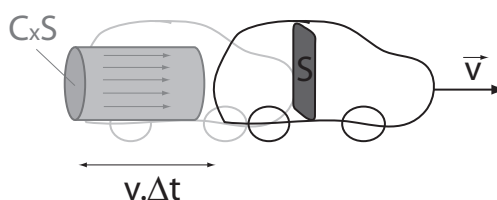
- identifier les transformations énergétiques impliquées dans le fonctionnement d'un véhicule,
- quantifier l'énergie mécanique à fournir par le moteur pour assurer un déplacement donné,
- chiffrer les économies d'énergie réalisables en jouant sur les paramètres pertinents (vitesse, masse etc),
- traduire ces données en termes d'émission de CO₂.

La façon dont le moteur produit cette énergie mécanique, son optimisation et sa décarbonation, sont naturellement des enjeux majeurs mais ne seront pas abordées dans ce TD.

1. De quelle nature est l'énergie fournie au moteur d'une voiture thermique ? Quelles sont les transformations énergétiques successives et les sources de pertes associées ?

Energie mécanique à fournir pour un déplacement : Une voiture de masse m effectue, sur terrain plat, un "déplacement" comprenant tout d'abord le démarrage, puis le mouvement sur une distance d à une vitesse v supposée constante, et enfin l'arrêt pour lequel on suppose qu'aucune énergie n'est à fournir. Afin de simplifier la discussion, on décrira cette voiture comme un objet ponctuel, subissant 3 forces : la force de traction du moteur \vec{F}_{mot} , la force de traînée (frottements de l'air) \vec{F}_{air} et la force de roulement \vec{F}_{roul} associée aux différents frottements solides entre les pièces de la voiture et entre les roues et le sol.

2. **Rappel :** un objet ponctuel se déplace d'un point A à un point B et subit un ensemble de forces $\vec{F}_1, \vec{F}_2 \dots \vec{F}_n$. Exprimer la différence d'énergie mécanique $E_m(B) - E_m(A)$ en fonction du travail de ces forces.
3. **Démarrage :** la voiture part d'une vitesse nulle et accélère jusqu'à une vitesse v . Quel est le travail (qui sera noté W_1) du moteur pendant cette phase d'accélération, supposant que durant cette phase $F_{mot} \gg F_{air}, F_{roul}$? Sur quels paramètres peut-on jouer pour le réduire ?
4. Pendant toute la suite du déplacement, la vitesse est supposée constante. Quelle est la relation entre W_{mot} , W_{air} et W_{roul} pendant cette période ?
5. **Frottements de l'air :** nous allons développer une modélisation de la force de traînée, extrêmement approximative mais qui aboutit à une expression correcte dans le régime d'écoulement considéré. Admettons que, sous l'effet du passage de la voiture, un tube d'air derrière elle est mis en mouvement à la vitesse v . Pour rendre compte du caractère plus ou moins aérodynamique du véhicule, on introduit un coefficient de traînée C_x (sans dimension) : la section du tube d'air mis en mouvement est supposée égale à $C_x S$, où S est l'aire de la section de la voiture.



Exprimer le volume \mathcal{V} du tube d'air traversé pendant un déplacement de longueur d , puis sa masse (on note ρ_a la masse volumique de l'air). En déduire le travail W_{air} , supposant que c'est l'opposé de l'énergie cinétique reçue par le tube d'air.

6. En déduire le travail $W_2 = -W_{air}$ que le moteur doit fournir pour compenser la force de traînée. Comment le réduire ? Montrer que l'on peut définir une "distance critique" d_c telle que $W_2/W_1 = d/d_c$.
7. Calculer d_c pour $\rho_a = 1,2 \text{ kg/m}^3$, $m = 1,4 \text{ t}$, $C_x = 0,33$ et $S = 2,7 \text{ m}^2$ (valeurs typiques pour une voiture). Qu'en conclure ?
8. **Force de roulement** : il faut aussi prendre en compte, malgré une contribution plus faible, la résistance au roulement qui intègre le frottement de la gomme des pneus sur la route, la dissipation de l'énergie par les suspensions de la voiture, etc. Le modèle le plus simple pour l'évaluation de ces pertes fait l'hypothèse que la résistance est simplement de la forme μmg , où μ est un coefficient de l'ordre de 0,01.
Exprimer le travail W_{roul} de la résistance au roulement pendant le déplacement et le travail $W_3 = -W_{roul}$ que le moteur doit fournir pour compenser cette force. Comment le diminuer ?

Applications numériques : Nous allons considérer deux "trajets" typiques :

- (1) "sur autoroute" : un unique "déplacement" de 100 km effectué à vitesse constante ;
- (2) "en ville" : une succession de 10 "déplacements" de 500 m (i.e. on parcourt 5 km en s'arrêtant 9 fois à cause des feux, carrefours etc).

et 5 jeux de paramètres :

- (a) "conditions normales" : $\rho_a = 1,2 \text{ kg/m}^3$, $m = 1,4 \text{ t}$, $C_x = 0,33$ et $S = 2,7 \text{ m}^2$; $v = 130 \text{ km/h}$ sur autoroute et 50 km/h en ville,
- (b) conditions normales sauf pour la vitesse : $v = 110 \text{ km/h}$ sur autoroute et 35 km/h en ville ;
- (c) conditions normales sauf pour la masse ¹ : $m = 1 \text{ t}$;
- (d) conditions normales sauf pour le coefficient de traînée ² : $C_x = 0,25$;
- (e) "conditions optimisées" : $m = 1 \text{ t}$, $C_x = 0,25$ et $S = 2,7 \text{ m}^2$; $v = 110 \text{ km/h}$ sur autoroute et 35 km/h en ville.
8. Calculer l'énergie totale \mathcal{E} à fournir pour les 2 types de trajet dans chacune des 5 conditions.
9. Supposant que le véhicule possède un moteur à essence, calculer sa consommation pour chacun des 10 cas ci-dessus. La teneur énergétique de l'essence est d'environ 10 kWh/litre. Le rendement du moteur essence ³ est de l'ordre de 35 % au maximum (sur autoroute) et 15 % en ville (utilisations fréquentes mais courtes).

Empreinte carbone :

10. En posant des ordres de grandeur raisonnables sur le nombre de trajets "en ville" et "sur autoroute", estimer la consommation d'essence par personne et par an dans chacune des conditions (a) à (e).
11. On donne 1 litre d'essence $\leftrightarrow 0,75 \text{ kgC}$. En déduire une estimation des émissions de gaz à effet de serre annuelles d'un automobiliste dans chacune des conditions (a) à (e).
12. Quelle baisse des émissions peut-on attendre en passant des conditions "normales" aux conditions "optimisées" ? Cette baisse est-elle significative ?
13. Notre automobiliste achète maintenant une voiture électrique. En restant dans les conditions (e) ⁴, sachant que l'énergie stockée dans une batterie de voiture est restituée avec environ 15 % de pertes, et qu'en France le facteur d'émission de la production électrique est de $75 \text{ gCO}_2\text{e/kWh}$, quelle est maintenant son empreinte carbone annuelle ?

1. La masse à vide d'une voiture vendue en France est actuellement en moyenne de 1,25 t, alors qu'elle n'était que de 0,9-1,05 t en 1990. En France, un malus s'applique actuellement aux véhicules de plus de 1,6 t à vide.

2. On peut trouver un copieux tableau de valeurs de C_x dans l'article [Automobile drag coefficient](#) de Wikipedia. $C_x = 0,25$ est le coefficient de la Toyota Prius, par exemple. Globalement les véhicules commercialisés les plus efficaces descendent à 0,19-0,20, ce sont des modèles de luxe assez récents.

3. On rappelle que le rendement maximum théorique d'un cycle moteur idéal vaut : $\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$ avec T_f la température de la source froide et T_c la température de la source chaude.

4. ceci afin de ne pas avoir à refaire de nouveaux calculs. En fait, pour bien faire, il faudrait prendre en compte que les voitures électriques sont plus lourdes à cause des batteries - c'est même un élément très limitant dans la conception de ces véhicules. Par exemple, le poids à vide de la Renault Zoé est de 1470 kg. Il existe de nombreux véhicules électriques beaucoup plus lourds car plus spacieux et haut de gamme - leur intérêt environnemental est plus limité car leur fabrication consomme davantage de ressources.

14. Il faut aussi prendre en compte l'*énergie grise* associée à la fabrication du véhicule ⁵. Elle est de l'ordre de 8 tCO₂e pour une voiture à essence mais monte à 14 tCO₂e pour une voiture électrique à cause de la production des batteries. Au bout de combien de temps le choix d'une voiture électrique est-il avantageux du point de vue des émissions carbone ?

Conclusion : *les calculs de ce TD donnent des valeurs assez réalistes de la consommation énergétique d'une voiture à essence (et pour une diesel les valeurs seraient proches). On voit que des baisses d'émissions significatives peuvent être réalisées sans développements technologiques nouveaux - de l'ordre d'une moitié pour les changements décrits ici, ce qui est important mais pas suffisant par rapport aux objectifs de la transition écologique. Quels moyens proposer pour aller au-delà ?*

5. Les données utilisées ici sont issues de l'analyse du cabonet Carbone 4 (<https://www.carbone4.com/analyse-faq-voiture-electrique>) dans laquelle on peut aussi trouver des éléments de discussion sur les besoins en matières premières des batteries, l'impact environnemental et social de l'extraction, les véhicules hybrides etc.

TD n° 3

L'énergie éolienne

Objectifs

Dans ce TD, on s'intéresse à l'énergie éolienne, à savoir l'énergie disponible dans les courants d'air sur Terre.

- Manipuler les notions de débit et puissances. Utiliser les relations de Bernoulli et la seconde loi de Newton dans un contexte de système ouvert.
- Mettre à profit ses connaissances pour déterminer une limite fondamentale au fonctionnement d'une éolienne.

On considérera l'air comme un fluide parfait, incompressible, irrotationnel et on négligera les effets de turbulence. On se placera de plus en régime stationnaire, avec un écoulement unidirectionnel. On négligera les effets de variation d'altitude.

Rappels et définitions

- Le débit (volumique) d'un fluide est le volume de fluide passant à travers une surface S par unité de temps (unité : $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$). Pour un fluide à la vitesse v uniforme sur une surface S , on a $Q = Sv$.
- Relation de Bernoulli : en l'absence d'obstacle sur le chemin suivi par le fluide (supposé parfait et incompressible), la densité volumique d'énergie $\mathcal{E} = \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gz + p$ est une grandeur qui se conserve dans l'écoulement.
- La puissance cinétique liée à un écoulement à la vitesse v s'écrit $\mathcal{P}_{\text{cin}} = \frac{1}{2}\rho v^3 S$ où v est la vitesse du fluide et S la section traversée par le fluide considérée.
- Si un système crée une différence de pression Δp dans le fluide au débit Q , ce système récupère une puissance mécanique $\mathcal{P} = \Delta p \times Q$.

3.1 Introduction

1. Vérifier l'homogénéité de \mathcal{E} et des expressions des puissances \mathcal{P}_{cin} et \mathcal{P} .
2. On hésite entre deux sites pour implanter un parc éolien : en (A) le vent souffle à 8 m s^{-1} approximativement 1/3 du temps et est calme le reste du temps ; en (B), il y a un vent très régulier de vitesse 5 m s^{-1} . Comparer les vitesses moyennes du vent sur les deux sites. Puis comparer les puissances surfaciques moyennes. Quel site choisir, toutes choses égales par ailleurs ?

3.2 Rendement d'une éolienne – Limite de Betz

On s'intéresse dans la suite au rendement d'une éolienne, système permettant de convertir de l'énergie cinétique du vent en énergie de rotation des pales, qui permet de produire de l'électricité grâce à un alternateur (exclu de l'étude). On considère le schéma sur la figure 3.1 : on suit l'évolution d'un tube d'air (un tube de champ de vitesse) lorsque celui-ci passe à travers la surface de l'éolienne. On néglige tout effet lié à l'altitude.

Loin en amont de l'éolienne, l'air est à la pression p_0 avec une vitesse v_1 , ça sera la situation de référence. La présence de l'éolienne va altérer l'écoulement : on note p_2 et v_2 (resp. p_3 et v_3) les pression et vitesse de l'écoulement juste avant (resp. après) l'éolienne. On s'attend à $\Delta p = p_2 - p_3 > 0$ puisque l'éolienne va provoquer une chute de pression en récupérant de l'énergie.

Loin en aval de l'éolienne, l'air a retrouvé sa pression p_0 pour être à l'équilibre mécanique avec son environnement, mais a une vitesse potentiellement différente v_4 .

On supposera que l'écoulement a une vitesse uniforme sur toute section du tube de champ et en particulier sur la surface de l'éolienne notée S . De même, on suppose que l'action des pales de l'éolienne est homogène sur toute la surface.

3. *A priori*, la vitesse v_4 est inconnue, et peut varier entre 0 et v_1 . On cherche à comprendre qualitativement l'existence d'un optimum de fonctionnement pour l'éolienne. Si la vitesse $v_4 = v_1$ quelle est la puissance récupérée par l'éolienne ? Et si $v_4 = 0$? Commenter.

Détermination de la vitesse au niveau de l'éolienne

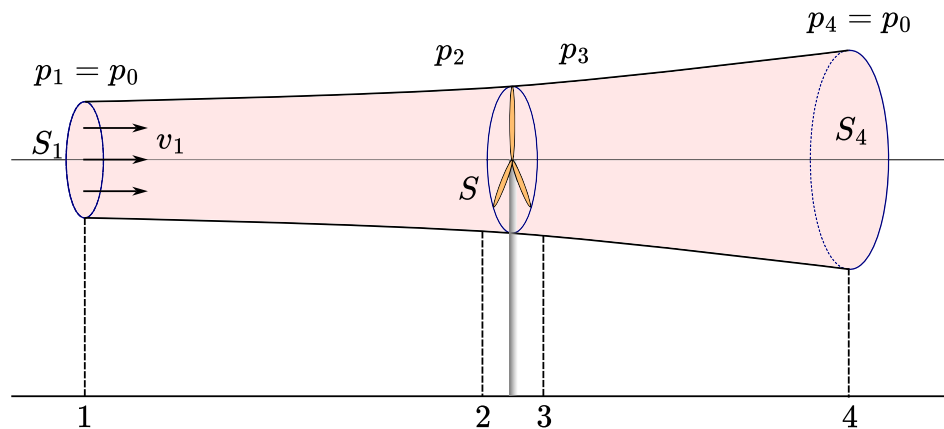


FIGURE 3.1 – Position du problème : flux d'air traversant une éolienne

On cherche ici à déterminer la vitesse v_2 de l'écoulement en fonction de v_1 et v_4 les vitesses loin de l'éolienne.

4. Énoncer la conservation du débit le long de l'écoulement. En déduire en particulier une relation entre v_2 et v_3 .
5. On suppose qu'entre 1 et 2 d'une part et entre 3 et 4 d'autre part, l'énergie volumique du fluide est conservée. Exprimer $p_2 - p_3$ en fonction des vitesses v_1 et v_4 loin de celle-ci.
6. En déduire l'expression de la puissance récupérée \mathcal{P} par l'éolienne en fonction de v_1 et v_4 .

Afin de déterminer une autre relation entre v_1 et v_4 , on cherche à exprimer la puissance récupérée d'une autre façon. Pour cela, nous allons faire déterminer la force exercée par l'éolienne grâce à un bilan de quantité de mouvement. Comme la seconde loi de Newton ne s'applique que sur un système fermé, il va falloir porter un soin particulier au choix du système.

On appelle Σ le fluide que l'on va suivre entre deux instants t et $t + dt$. À l'instant t , $\Sigma(t)$ est présenté sur la figure 3.2(a) : il s'agit de l'air entre les surfaces S_1 et S_2 ainsi que l'air en amont de S_1 qui va passer à travers S_1 pendant dt . À l'instant $t + dt$, le fluide a bougé, en particulier une partie est passée à travers la surface S_4 comme décrit sur la figure 3.2(b).

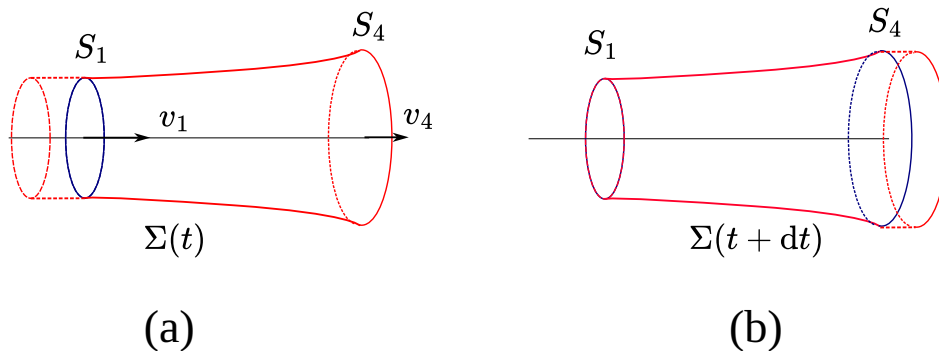


FIGURE 3.2 – Évolution du système entre les instants t et $t + dt$

7. Calculer la variation de quantité de mouvement dp selon l'axe du problème que subit le système Σ entre les instants t et $t + dt$ en fonction de ρ , Q , v_1 , v_4 et dt .
8. En utilisant la seconde loi de Newton, en déduire la force exercée par l'éolienne, et ainsi une autre expression de la puissance \mathcal{P} récupérée par celle-ci en fonction de ρ , S , v_1 , v_2 et v_4 .
9. À l'aide des deux expressions de la puissance récupérée par l'éolienne obtenues aux questions 6 et 8, en déduire l'expression de la vitesse v_2 en fonction de v_1 et v_4 .

Calcul du rendement maximal d'une éolienne

L'étude physique d'une éolienne —quel que soit son fonctionnement— nous a donc permis de trouver l'expression de la vitesse de l'écoulement au niveau de l'éolienne en fonction des conditions aux limites. Cette vitesse v_2 peut varier entre 0 et v_1 , selon le fonctionnement de l'éolienne. On définit :

$$a = \frac{v_1 - v_2}{v_1} \quad (3.1)$$

le facteur qui quantifie la diminution de cette vitesse.

10. Exprimer v_2 et v_4 en fonction de a et v_1 .
11. On définit le rendement de l'éolienne C_p , ou coefficient de puissance, comme la puissance récupérée sur la puissance qui aurait traversé la même surface sans l'éolienne. Exprimer C_p comme un rapport de puissances et en déduire son expression en fonction de a .
12. Pour quelle valeur de a le coefficient C_p est-il maximal ? Déterminer le maximum de rendement d'une éolienne, qu'on notera C_{Betz} .
13. Une éolienne de pales de longueur $L = 60$ m est placée dans une zone où le vent, quand il est fort, a la puissance cinétique surfacique $\mathcal{P}_{\text{cin}}/S = 1500 \text{ W m}^{-2}$. Quelle est sa puissance maximale d'après la limite de Betz ?

Performances des éoliennes

On a déterminé le rendement maximal d'une éolienne, qui constitue la limite de Betz. Ce rendement reste théorique et ne peut être atteint avec les éoliennes réelles.

14. Proposer des raisons pour lesquelles le rendement réel C_p d'une éolienne n'atteint pas C_{Betz} .
15. Afin de pouvoir comparer différents types d'éoliennes, on définit un nombre sans dimension λ appelé *paramètre de rapidité*, qui est le rapport entre la vitesse d'un point à l'extrémité d'une pale et la vitesse du vent. Exprimer λ avec les paramètres pertinents du problème.

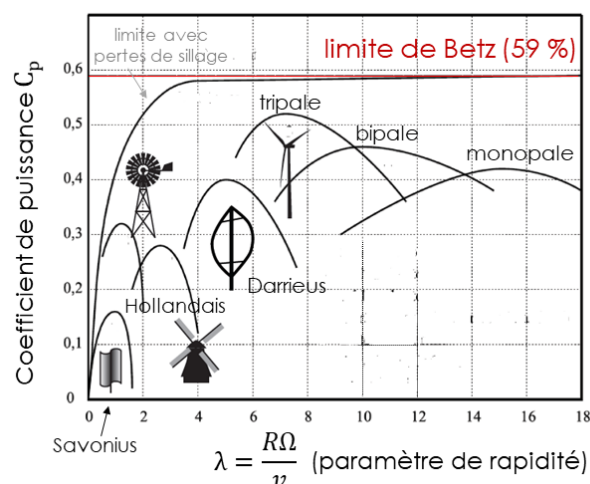


FIGURE 3.3 – Représentation des performances des différents types d'éoliennes. Adapté de Thomas W. Jr Murphy, *Energy and Human Ambitions on a Finite Planet*, UC San Diego (2021).

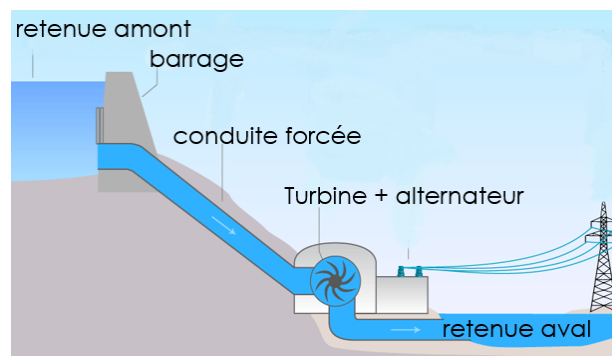
16. Le graphique 3.3 présente des rendements réels d'éoliennes, selon leur type, en particulier les éoliennes mono-bi- tripales, les moulins (américains et hollandais), le Savonius et le Darrieus qui sont des éoliennes à axe vertical. Quels commentaires peut-on faire ?

TD n° 4

Énergies hydraulique et solaire

4.1 Hydroélectricité et stockage de l'énergie

On s'intéresse à l'usine souterraine de la centrale hydroélectrique de Grand'Maison, qui fonctionne à partir d'une retenue d'eau en amont (lac de Grand'Maison) de volume utile 132 millions de m^3 et d'une retenue en aval (lac du Verney) de volume utile 14,3 millions de m^3 .



1. L'eau circule de l'amont vers l'aval dans une conduite forcée avec un débit de $140 \text{ m}^3/\text{s}$, sur une hauteur de chute de 955 m, ce qui génère une puissance électrique de 1200 MW. En déduire l'efficacité énergétique de la conversion mécanique - électrique.
2. Cette centrale est aussi une STEP (station de transfert d'énergie par pompage) servant à stocker l'énergie en surplus, générée pendant les heures creuses de consommation, et à la restituer pendant les pics de demande. Supposant que la conversion électrique - mécanique se fait à la même efficacité que celle déterminée précédemment, quelle énergie en surplus peut être récupérée en vidant totalement la retenue en aval ?

4.2 Énergie solaire : quelques ordres de grandeur

Objectifs

L'objectif de cet exercice est de faire quelques calculs "sur un coin de table". Vous pouvez chercher sur Internet les grandeurs dont vous auriez besoin.

3. La puissance rayonnée par le Soleil est environ $3,8 \cdot 10^{26} \text{ W}$. Estimer la puissance solaire arrivant en haut de l'atmosphère sur une surface équivalente à la France métropolitaine \mathcal{P}_F . La comparer à la consommation électrique moyenne de la France 54 GW.
4. Pour quelles raisons cette valeur \mathcal{P}_F est-elle différente de la puissance accessible depuis le sol en France à tout instant ?
5. Moyenné sur une durée d'un an, le flux lumineux solaire mesuré au sol, en France métropolitaine, est d'environ 150 W/m^2 . Quelle est la puissance solaire totale reçue au sol par la France métropolitaine ? Quel pourcentage

de la surface française faudrait-il couvrir de panneaux photovoltaïques pour produire l'intégralité de notre consommation électrique ?

TD n° 5

Effet de serre (1) : introduction et épaisseur optique

Objectifs :

- blabla

5.1 Approche simplifiée de l'effet de serre

Cette partie s'inspire de l'article " L'effet de serre atmosphérique : plus subtil qu'on ne le croit !", J.-L. Dufresne et J. Treiner, La Météorologie, numéro 72, février 2011 ¹.

Un élément de surface de la Terre est modélisé (figure 5.1) par une surface totalement absorbante ($a_T = 0$) aussi bien dans le visible que dans l'infrarouge. Une face est soumise au seul rayonnement solaire et l'autre face est isolée thermiquement (pas d'émission de rayonnement vers le bas). F_S est la densité de flux (infrarouge) émise par la surface de la Terre.

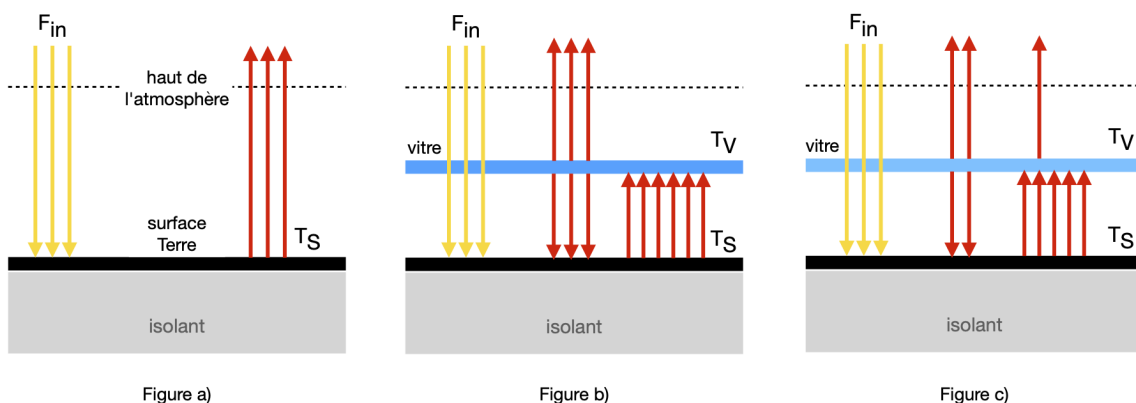


FIGURE 5.1 – Représentation schématique des échanges radiatifs pour un élément de surface terrestre dans le cas : a) sans atmosphère; b) où l'atmosphère est assimilée à une vitre totalement transparente au rayonnement solaire et totalement opaque au rayonnement infrarouge; c) où la vitre transmet une partie du rayonnement infrarouge qu'elle reçoit.

F_{in} est la densité de flux d'énergie (puissance par unité de surface, en W/m^2) reçue du Soleil et qui entre en haut de l'atmosphère, sous forme de rayonnement visible (on néglige ici la partie UV et IR du spectre solaire).

F_{out} est la densité de flux d'énergie sortante (vers l'espace) en haut de l'atmosphère sous forme de rayonnement infrarouge.

L'effet de serre \mathcal{E} est la différence entre le flux émis par la surface de la Terre et celui émis vers l'espace en haut de

1. <https://www.researchgate.net/publication/275205925>

l'atmosphère : $\mathcal{E} = F_S - F_{\text{out}}$

Le bilan radiatif s'écrit : $G = F_{\text{in}} - F_{\text{out}}$. Il est égal à $G = 0$ quand l'équilibre radiatif est établi.

Dans cet exercice, on suppose que l'équilibre radiatif est établi

6. Montrer que $F_{\text{in}} = E/4(1 - A_b)$ où E est la constante solaire et A_b l'albedo du système Terre+atmosphère vu de l'espace. Application numérique.
7. Rappeler la relation entre F_{in} et F_{out} impliquée par l'hypothèse d'un bilan radiatif en équilibre (en haut de l'atmosphère).
8. Rappeler l'expression de la densité de flux F_S émise par la surface de la Terre en fonction de T_S .

Données : $A_b = 0,7$, $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ SI, $E = 1368 \text{ W/m}^2$.

5.1.1 Une Terre sans atmosphère

On considère un modèle de Terre sans atmosphère (figure 5.1.a). Pour ce modèle fictif, on suppose que la valeur de F_{in} est inchangée².

9. Montrer qu'alors l'effet de serre $\mathcal{E} = 0$.
10. Calculer T_S la température de la surface de la Terre. Application numérique. Conclusion.
11. Application - température de la surface de la Lune.
La surface de la Lune diffuse la lumière dans le visible : $a_L \simeq 0,1$. On considère que la surface de la Lune est totalement absorbante dans l'IR. Calculer T_S pour la Lune.

5.1.2 L'atmosphère : une vitre (totalement) transparente au visible et absorbante en IR

Pour modéliser la présence d'une atmosphère, positionnons au dessus de la surface terrestre une vitre idéalisée (figure 5.1.b) totalement transparente au rayonnement solaire (visible) et totalement absorbante au rayonnement infrarouge.

12. Soit T_V la température de la vitre. Donner l'expression de la densité de flux émise (en infrarouge) par chacune des deux faces de la vitre.
13. Écrire le bilan radiatif en haut de l'atmosphère.
14. Écrire le bilan radiatif à la surface de la Terre.
15. Calculer l'effet de serre \mathcal{E} .
16. Calculer T_S .
17. Vérifier que le bilan radiatif de la vitre est nul.

5.1.3 L'atmosphère : une vitre (presque totalement) absorbante en IR

On suppose maintenant que la vitre n'est plus totalement opaque en infrarouge (figure 5.1.c).

On rappelle la **loi de Kirchhoff** : un corps gris de coefficient d'absorption $a < 1$ et de température T émet une puissance surfacique $P_S = a\sigma T^4$.

18. Donner l'expression de la densité de flux reçue par la vitre et transmise par la vitre.
19. Donner l'expression de la densité de flux émise (en infrarouge) par chacune des deux faces de la vitre.
20. Écrire le bilan radiatif de la vitre. En déduire une relation entre T_V et T_S .
21. Écrire le bilan radiatif en haut de l'atmosphère et en déduire l'expression de T_S . Vérifier que l'on retrouve bien le cas 5.1.1 pour $a = 0$ et 5.1.2 pour $a = 1$.
22. Calculer la valeur de a correspondant à une valeur de l'effet de serre $\mathcal{E} = 150 \text{ W.m}^{-2}$ (valeur de l'effet de serre à l'ère pré-industrielle).

NB : j époursuivrai bien sur le calcul de forçage radiatif de l'article mais il ne s'intéresse que à F_{out} , et d'une façon qui n'est pas encore claire pour moi. Il est dit : *Calculer la sensibilité de l'effet de serre à une variation de l'absorption du rayonnement infrarouge par l'atmosphère consiste à déterminer la variation du rayonnement infrarouge à la tropopause (\rightarrow en haut de l'atmosphère, donc de $F_{\text{out}} = (1 - a)\sigma T_S^4 + a\sigma T_V^4$ et non G) en réponse à une variation de la concentration d'un gaz, en maintenant fixe la température de l'atmosphère (\rightarrow donc T_V) et celle de la surface (donc $\rightarrow T_S$).*

2. Ce qui n'est pas très logique, puisque que $A_b \neq 0$ essentiellement du fait des nuages de l'atmosphère !

5.2 Épaisseur optique

TD n° 6

Effet de serre (2) : le modèle à deux faisceaux

Objectifs

- Quantifier le rayonnement infrarouge traversant les différentes couches de l'atmosphère ;
- Comprendre l'origine de l'effet de serre ;
- Exprimer le profil de température $T(z)$ et la température de surface de la Terre T_s à l'équilibre radiatif.

Remarque préalable : L'énergie transitant à travers une surface de 1 m^2 pendant 1 seconde est une quantité s'exprimant en W m^{-2} et appelée *flux surfacique d'énergie* (ou *densité de flux*, ou *éclairement* dans le visible, ou *émittance* dans l'infrarouge). Dans ce qui suit, pour des raisons de concision, cette quantité est simplement désignée par le terme *flux*.

6.1 Bases théoriques de l'effet de serre : modèle à deux faisceaux

Le modèle à deux faisceaux entend élucider les transferts de rayonnement dans l'infrarouge entre les couches qui composent la colonne atmosphérique. On rappelle les hypothèses simplificatrices vues en cours : ¹

- couches atmosphériques plan-parallèle (sphéricité négligée) ;
- on considère l'atmosphère complètement transparente dans le visible ;
- on néglige les phénomènes de diffusion dans l'infrarouge ;
- on fait l'approximation (drastique) du corps gris : les gaz absorbent de la même façon toutes les longueurs d'onde ($k_\lambda = \text{cste}$), ce qui implique une hypothèse similaire pour l'épaisseur optique ($\tau_\lambda = \tau$).

On définit comme en cours magistral $F^+(\tau)$ (resp. $F^-(\tau)$) le flux surfacique montant (resp. descendant) d'énergie. Pour rappel, τ est l'épaisseur optique qui quantifie la quantité de rayonnement absorbée. τ est prise nulle en haut de l'atmosphère, croît lorsque l'altitude z diminue et vaut τ_s à la surface de la Terre.

1. En faisant un bilan sur une couche d'épaisseur $d\tau$ à la température $T(\tau)$, montrer que le flux surfacique montant $F^+(\tau)$ vérifie l'équation

$$\frac{dF^+}{d\tau} = F^+(\tau) - \sigma T(\tau)^4 \quad (6.1)$$

Indication : la variation de flux surfacique entre τ et $\tau + d\tau$ est due d'une part à l'absorption de la couche ($F^+ d\tau$) et à son émission ($\sigma T^4 d\tau$).

En faisant le même raisonnement sur F^- , on obtient le système d'équations :

$$\frac{dF^+}{d\tau} = F^+(\tau) - \sigma T(\tau)^4 \quad \frac{dF^-}{d\tau} = -F^-(\tau) + \sigma T(\tau)^4 \quad (6.2)$$

Ce système s'exprime plus simplement en définissant $\Sigma(\tau) = F^+(\tau) + F^-(\tau)$ et $\Delta(\tau) = F^+(\tau) - F^-(\tau)$.

1. Ce modèle est une version simplifiée de l'équation de Schwarzschild du transfert radiatif. C'est un bon compromis entre simplicité et illustration de concepts importants de l'effet de serre.

2. Déterminer les équations différentielles vérifiées par Σ et Δ .

On se place dans ce TD à l'équilibre radiatif. On montre dans ce cas que le flux surfacique *net* $\Delta = F^+ - F^-$ est constant à toute altitude, ou autrement dit à toute épaisseur optique τ .² Cela impose :

$$\frac{d\Delta}{d\tau} = 0 \quad (6.3)$$

Sommet de l'atmosphère et détermination des flux surfaciques dans l'atmosphère

Appelons E l'éclairement du Soleil sur Terre. Ce flux surfacique est essentiellement dans le visible. On négligera toute contribution infrarouge et donc à F^- par la suite. Le flux surfacique moyen arrivant sur Terre (en retirant la partie réfléchiée) s'écrit $F_{\text{in}} = \frac{E}{4}(1 - A_b)$ avec A_b l'albédo de la Terre. À l'inverse, on note F_{out} le flux surfacique émis par le sommet de l'atmosphère vers l'univers.

3. Dédurre de l'équilibre radiatif une relation entre F_{in} et F_{out} .
4. Justifier qu'**au sommet** de l'atmosphère³ $F^+(\tau = 0) = F_{\text{out}}$ et $F^-(\tau = 0) = 0$. En déduire que

$$\Delta(\tau = 0) = \Sigma(\tau = 0) = F_{\text{out}}. \quad (6.4)$$

5. À l'aide des résultats précédents, montrer que $\Delta(\tau) = F_{\text{out}}$ et $\Sigma(\tau) = F_{\text{out}}(1 + \tau)$ quel que soit τ . En déduire l'expression de $F^-(\tau)$.
6. Déterminer finalement le profil vertical de température $T(\tau)$ à l'équilibre radiatif dans l'atmosphère :

$$T(\tau) = \sqrt[4]{\frac{F_{\text{out}}(1 + \tau)}{2\sigma}}. \quad (6.5)$$

Surface terrestre

7. La *surface* de la Terre reçoit le rayonnement (visible) du Soleil F_{in} , ainsi que le flux surfacique descendant $F^-(\tau = \tau_s)$ (infrarouge). Celle-ci étant à l'équilibre radiatif, en déduire une égalité faisant intervenir sa température de surface T_s .
8. Aboutir à l'expression de la température de surface suivante :

$$T_s = \sqrt[4]{\frac{F_{\text{out}}}{\sigma} \left(1 + \frac{\tau_s}{2}\right)} \quad (6.6)$$

En quoi une augmentation de la quantité de gaz à effet de serre conduit-elle à une augmentation de la température de surface ?

6.2 Application : le profil de température dans l'atmosphère

L'objectif de cet exercice est de mettre en application les équations du modèle à deux faisceaux pour reconstruire le profil de température de l'atmosphère $T(z)$. Nous utiliserons l'éclairement solaire moyen au niveau de la Terre $E = 1368 \text{ W m}^{-2}$ et l'albédo moyen de la Terre $A_b = 0,3$. Nous rappelons également la constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

9. Calculer numériquement le flux surfacique sortant F_{out} du sommet de l'atmosphère.
10. Dans un premier temps, démontrer et calculer la température dite équivalente T_{eq} de la surface de la Terre si il n'y avait aucun effet de serre par l'atmosphère :

$$T_{\text{eq}} = \sqrt[4]{\frac{F_{\text{out}}}{\sigma}} \quad (6.7)$$

2. Il n'y a ni dépôt ni extraction d'énergie dans chaque couche $d\tau$ de l'atmosphère.
 3. $F^+(\tau = 0)$ est aussi appelé appelé OLR, *outgoing longwave radiation* : c'est le flux surfacique infrarouge sortant au sommet de l'atmosphère

11. Pour calculer la température T_s en présence d'un effet de serre dans le modèle de la partie I, il faut estimer τ_s . Nous prendrons $\tau_s = 1,25$. Calculer la température T_s dans ce modèle. Commenter.
12. Comparer la température de surface T_s à la température de l'atmosphère juste au-dessus de la surface $T(\tau = \tau_s)$ en utilisant l'équation 6.5. Que remarque-t-on ?

Afin de déterminer le profil de température $T(z)$ dans l'atmosphère, il faut déterminer la fonction $\tau(z)$. Une bonne approximation est d'écrire l'épaisseur optique comme dépendant exponentiellement de l'altitude :⁴

$$\tau(z) = \tau_s e^{-z/H} \quad (6.8)$$

où nous avons défini une échelle de hauteur H qui sera ici l'épaisseur caractéristique de la couche de vapeur d'eau dans l'atmosphère (la vapeur d'eau étant le principal gaz à effet de serre). On prendra $H = 2$ km.

13. En déduire le profil de température recherché $T(z)$ grâce à l'équation 6.5. Montrer que la dérivée de la température par rapport à l'altitude vaut :

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{T_{eq}}{4H\sqrt[4]{2}} \frac{\tau_s e^{-z/H}}{(1 + \tau_s e^{-z/H})^{3/4}} \quad (6.9)$$

14. Montrer que la dérivée de la température avec l'altitude (autrement dit le gradient de température) lorsque $z \rightarrow +\infty$ tend vers zéro. Montrer également que le gradient de température à la surface $z = 0$ s'écrit :

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{T_{eq}}{4H\sqrt[4]{2}} \frac{\tau_s}{(1 + \tau_s)^{3/4}} \quad (6.10)$$

et le calculer pour une épaisseur optique $\tau_s = 1.25$.

15. Lorsqu'une parcelle monte dans une atmosphère saturée en vapeur d'eau (cas le plus fréquent sur Terre), le premier principe stipule qu'elle se refroidit d'environ $\left.\frac{dT}{dz}\right|_{adia} = -6,5 \text{ °C km}^{-1}$. Ce gradient de température est appelé le gradient *adiabatique saturé*. Il est possible de montrer que si le gradient de température dans l'atmosphère excède (en valeur absolue) ce gradient adiabatique saturé, l'atmosphère est instable et se mélange verticalement (par turbulence et panaches convectifs). Comparer le résultat de la question précédente au gradient adiabatique saturé. Que peut-on en conclure ?
16. Le profil de température issu du modèle et celui effectivement mesuré sont représentés sur la figure 6.1. Vérifier les résultats de la question 6. D'après le modèle utilisé et compte-tenu de votre réponse à la question 7, jusqu'à quelle altitude s'attend-on à ce que la convection joue un rôle ? Quelle est dans la réalité cette altitude ? On pourra discuter de cet écart en faisant le lien avec le TD2.

4. On considère les GES bien mélangés dans l'atmosphère. Si les GES sont bien mélangés, leur masse volumique dans l'air (en kg de GES par m³) suit la masse volumique de l'air. Cette masse volumique suit la pression, qui elle-même suit une décroissance exponentielle avec l'altitude, d'où l'expression proposée.

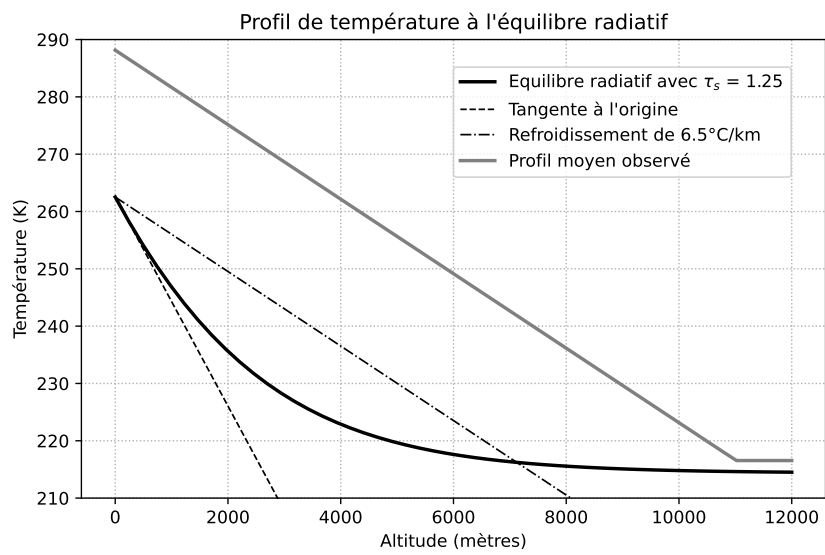


FIGURE 6.1 – Profil de température à l'équilibre radiatif : modèle à deux faisceaux (noir) et profil observé dans l'atmosphère (gris).

TD n° 7

Forçages climatiques et rétroactions

7.1 Le forçage radiatif

Le forçage radiatif ΔF est défini comme le déséquilibre radiatif imposé depuis 1750 si on fige la température ($\Delta T_s = 0$) et qu'on considère seulement les effets **directs** des émissions anthropiques (gaz à effet de serre et aérosols) sur les flux sans les rétroactions. Dans ce contexte, l'équation $\Delta G = \Delta F + \eta \Delta T_s$ se réduit à :

$$\Delta G = \Delta F = \Delta F_{\text{in}} - \Delta F_{\text{out}}. \quad (7.1)$$

1. L'effet de serre \mathcal{E} est défini comme étant la différence entre la densité de flux émise par la surface et celle émise au sommet de l'atmosphère :

$$\mathcal{E} = F^+(\tau_s) - F_{\text{out}} \quad (7.2)$$

À l'équilibre radiatif, que vaut F_{out} ? Calculer l'effet de serre \mathcal{E} pour l'épaisseur optique pré-industrielle $\tau_s = 1,25$.

2. Entre 1750 et 2020, l'augmentation des gaz à effet de serre dans l'atmosphère a modifié le flux sortant F_{out} , avec une variation d'environ $\Delta F_{\text{out}} = -3 \text{ W m}^{-2}$. Montrer que τ_s peut s'exprimer :

$$\tau_s = 2 \left(\frac{\sigma T_s^4}{F_{\text{out}}} - 1 \right). \quad (7.3)$$

En déduire une expression de $\frac{\partial \tau_s}{\partial F_{\text{out}}}$ en supposant T_s constante. Entre 1750 et 2020, de combien doit augmenter τ_s à T_s constant pour correspondre à $\Delta F_{\text{out}} = -3 \text{ W m}^{-2}$?

3. Les aérosols modifient quant à eux le flux incident F_{in} . Cette variation vaut environ $\Delta F_{\text{in}} = -1,3 \text{ W m}^{-2}$. Exprimer A_b en fonction de F_{in} puis $\frac{\partial A_b}{\partial F_{\text{in}}}$. À quelle augmentation de l'albédo correspond le forçage des aérosols ? Commenter la valeur.

7.2 Les rétroactions, approche par diagrammes systémiques

Lorsque la température de surface est perturbée ($\Delta T_s \neq 0$), toutes les composantes du système climatique vont être modifiées. Le système climatique peut alors amplifier ou atténuer la perturbation initiale par le biais de rétroactions dites positives si amplification et négative si atténuation. Un diagramme systémique permet de cartographier les composantes d'un système et d'y mettre en évidence les boucles de rétroactions.

4. En plaçant T_s et F_{out} sur un diagramme systémique comme la figure 1, décrire ce qu'est la rétroaction de Planck, à savoir qu'une surface plus chaude se refroidit plus efficacement puisque son émittance suit la loi de Stefan-Boltzmann σT^4 .
5. Décrire ce qu'est la rétroaction de l'albédo en plaçant sur un diagramme systémique la surface de glace de mer, la température de surface et l'albédo moyen de la Terre. Cette rétroaction est-elle positive (amplificatrice) ou négative (stabilisatrice) ?
6. La figure ci-dessous montre la double rétroaction des nuages sur la température de surface. Compléter le diagramme systémique ci-dessous en indiquant le signe des couplages et des deux boucles de rétroactions mises en évidence. Peut-on conclure quant à l'effet des nuages sur T_s ? Que peut-on dire sur le rôle des nuages sur l'évolution de la température de surface en situation de changement climatique ?

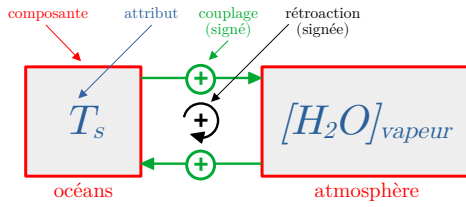


FIGURE 7.1 – Diagramme systématique : rétroaction de la vapeur d’eau. Une augmentation de la température de surface des océans augmente leur évaporation et la concentration de vapeur d’eau dans l’atmosphère : il s’agit donc d’un **couplage positif**. Une augmentation de vapeur d’eau engendre quant à elle une augmentation de la température de surface par effet de serre : il s’agit encore une fois d’un **couplage positif**. Comme $(+1) \times (+1) = +1$, la boucle de rétroaction est **positive** : une augmentation initiale de température est amplifiée par la boucle de rétroaction de la vapeur d’eau.

7.3 Les rétroactions, approche quantitative

Nous continuons l’analyse de l’équation $\Delta G = \Delta F + \eta \Delta T_s$ avec maintenant le terme lié aux rétroactions $\eta \Delta T_s$ qui reflète l’effet **indirect** sur les flux radiatifs des rétroactions associées à la variation de la température de surface T_s . Le bilan radiatif $G = F_{\text{in}} - F_{\text{out}}$ dépend de nombreux paramètres qui eux-mêmes dépendent de la température :

$$G = f(E, T_s, A_b(T_s), \tau_s(T_s)) \quad (7.4)$$

On cherche par la suite à quantifier les variations de G selon chacun des paramètres, et à les comparer à la figure 7.2 qui donne les différentes valeurs des paramètres de rétroaction¹. Nous écrivons la variation dG sous la forme :

$$dG = \underbrace{\frac{\partial G}{\partial F_{\text{out}}} \frac{\partial F_{\text{out}}}{\partial T_s}}_{\eta_{\text{Planck}}} dT_s + \underbrace{\frac{\partial G}{\partial A_b} \frac{\partial A_b}{\partial T_s}}_{\eta_{\text{alb}}} dT_s + \underbrace{\frac{\partial G}{\partial \tau_s} \frac{\partial \tau_s}{\partial T_s}}_{\eta_{\text{vap}}} dT_s = (\eta_{\text{Planck}} + \eta_{\text{alb}} + \eta_{\text{vap}}) dT_s \quad (7.5)$$

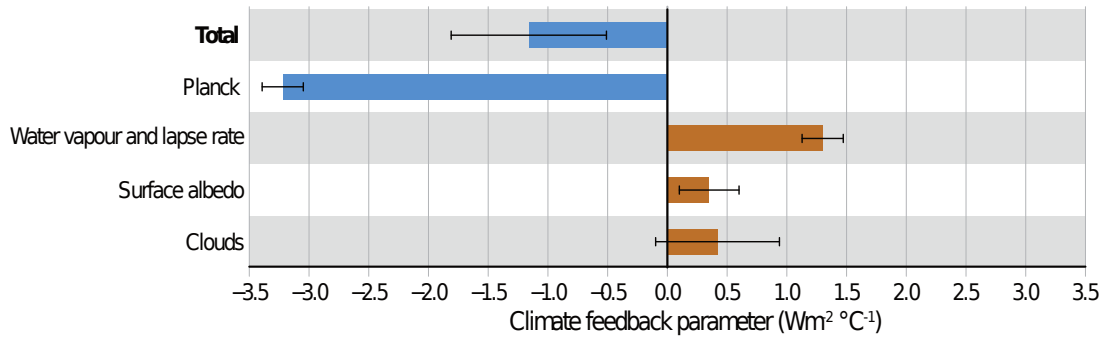


FIGURE 7.2 – Paramètre de rétroaction η pour les quatre rétroactions principales du système climatique. *Source : Sixième rapport du GIEC.*

7.3.1 Rétroaction de Planck

On s’intéresse d’abord à la variation directe de G en fonction de T_s , qu’on appelle rétroaction de Planck.

- Exprimer le paramètre de rétroaction de Planck η_{Planck} (voir équation 7.5) en fonction de T_s et τ_s en utilisant le modèle à deux faisceaux. Calculer η_{Planck} pour $\tau_s = 1.25$. Commenter.
- Entre 1750 et 2020, le bilan radiatif G s’est déséquilibré de $\Delta G = 0,8 \text{ W m}^{-2}$. Le forçage radiatif ΔF est quant à lui de 2 W m^{-2} . De combien serait l’augmentation de température de surface ΔT_s si la rétroaction de Planck était la seule à l’œuvre ? Comparer cette valeur à l’augmentation de température effectivement constatée entre 1750 et 2020 de 1°C . Que peut-on en conclure sur le rôle des autres rétroactions ?

7.3.2 Effet dû à l’albédo

- On mesure une variation de l’albédo de la surface en fonction de sa température $\frac{\partial A_b}{\partial T_s} = -1 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Montrer que le paramètre de rétroaction de l’albédo peut s’écrire :

$$\eta_{\text{alb}} = -\frac{E}{4} \frac{\partial A_b}{\partial T_s} \quad (7.6)$$

1. Nous n’évaluerons pas le paramètre de rétroaction des nuages, qui est trop complexe à estimer à la main, voir question II.6).

et en déduire la valeur de η_{alb} .

7.3.3 Effet dû à la vapeur d'eau

10. La vapeur d'eau étant un GES, son augmentation dans l'atmosphère en raison d'une évaporation accrue modifie l'épaisseur optique totale τ_s et l'augmente. Montrer que le paramètre de rétroaction de la vapeur d'eau peut s'écrire :

$$\eta_{\text{vap}} = \frac{\sigma T_s^4}{2\left(1 + \frac{\tau_s}{2}\right)^2} \frac{\partial \tau_s}{\partial T_s} \quad (7.7)$$

Reste à déterminer la variation de l'épaisseur optique τ_s avec la température T_s lorsque la rétroaction de la vapeur d'eau est active. Nous utilisons pour cela l'expression (7.3) trouvée à la question I.2) de τ_s en fonction de σT_s^4 et F_{out} . La dépendance en T_s vient du numérateur mais aussi du dénominateur puisque le flux sortant F_{out} dépend de la température T_s . Sans l'effet des rétroactions de la vapeur d'eau, ce flux dépendrait de T_s^4 , mais on observe expérimentalement sur la figure 7.3 que par l'effet de la vapeur d'eau le flux au sommet de l'atmosphère varie linéairement avec T_s . On obtient ainsi que :

$$F_{\text{out}} = aT_s + b \quad \text{avec} \quad a = 2,22 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1} \quad \text{et} \quad b = -370 \text{ W m}^{-2}. \quad (7.8)$$

11. Calculer la dérivée $\frac{\partial \tau_s}{\partial T_s}$ et l'évaluer à la température moyenne de la Terre $T_s = 288 \text{ K}$.
 12. En déduire une estimation du paramètre de rétroaction donné par l'équation (7.7). Comment se compare cette valeur à celle de la figure du rapport du GIEC ? Rappel : $\tau_s = 1.25$.

Syukuro Manabe a conclu les travaux qui lui ont valu le Prix Nobel de Physique en 2021 par ce type de calculs ainsi que par la mise au point de modèles simplifiés mais retenant toute la physique de première ordre importante pour comprendre les mécanismes du changement climatique, notamment le rôle central de la rétroaction de la vapeur d'eau. Ces travaux prédisaient déjà, dès les années 70, l'amplitude du changement climatique avec une précision remarquable.

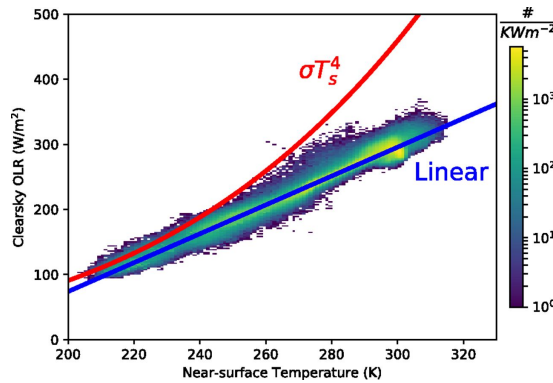


FIGURE 7.3 – Tracé du flux surfacique sortant F_{out} au sommet de la Terre en fonction de la température de surface T_s . La dépendance dévie largement du modèle du corps noir (pointillés) et est approximativement linéaire (ajustement en traits pleins). Manabe et Strickler avaient prédit théoriquement dans les années 60 cette forme approximativement linéaire. Les points montrés ici sont des mesures moyennes mensuelles de F_{out} mesurées par temps clair par satellite. La couleur indique la densité du nombres de points. Source : Koll & Cronin, PNAS 115 (41) 10293-10298 (2018).