Sorbonne Université | Licence de physique
Énergie-Climat-Société, LU2PY125

TD n° 1 : Énergie et émissions de carbone. Ressources non renouvelables.

Données

— **Masses molaires** :

Molécule/Atome	C	O	Al	CO_2	« molécule d'air » (moyenne)
Masse molaire (g/mol)	12	16	27	44	29

— 1 ppm (ou ppmv) signifie une partie par million : 1 ppm de CO_2 signifie que sur un million de molécules prises dans un volume d'air, l'une d'elles est une molécule de CO_2.

— $P_{atm} = 10^5$ Pa et $R_{Terre} \simeq 6400$ km

Exercice I Ordres de grandeur sur les émissions de CO_2

Q.1) **Feux de forêts**. Lors de l'été 2023, les incendies au Canada ont brûlé plus de 16 millions d'hectares de forêt (chiffre au 04/09/2023). Estimer la masse de CO_2 émise dans l'atmosphère et la comparer aux émissions territoriales annuelles du Canada ($\sim$ 550 Mt en 2021) et aux émissions annuelles mondiales. On considérera que le carbone représente la moitié de la masse totale du bois.

R.1) 1 ha = 100 m × 100 m = 10 000 m^2. En attribuant une surface de $\sim$ 10 m^2 par arbre, on aboutit à une densité de 1000 arbres/ha (ce qui correspond bien à une forêt de sapins *basse densité*). En supposant que chaque arbre correspond à $\sim$ 40 kg de bois (valeur assez faible pour tenir compte de l'hétérogénéité de la biomasse sur l'ensemble de la surface brûlée), on obtient une masse totale de bois brûlé $M = 16 \times 10^6\ ha \times 1000\ arbres/ha \times 40\ kg = 6,4\ 10^{11}\ kg = 6,4\ 10^8$ tonnes de bois. Compte-tenu que 1 tonne de bois $\sim$ 0,5 tonne carbone, les émissions carbone dues aux incendies représentent $3,2\ 10^8$ tC. On convertit en émissions CO_2 : le rapport des masses molaires étant $M_{CO_2}/M_C = (12 + 2 \times 16)/12 = 44/12 = 3.67$, on obtient une émission totale de CO_2 due aux incendies $3,67 \times 0,32\ 10^9 \sim 1,2$ Gt CO_2. Cela correspond bien aux valeurs que l'on peut trouver sur le net, par exemple ici ou là. C'est du même ordre de grandeur (et même deux fois plus élevé) que les émissions nationales annuelles du Canada, et pas du tout négligeable par rapport aux émissions mondiales (par exemple 50 Gt en 2018 : valeur vue en cours) !

Remarques :

— justification des 40 kg de bois (20 kg de carbone) par arbre : un *gros* arbre, c'est 500 kg de carbone, alors qu'un acacia (2 mètres de hauteur avec un tronc de 5 centimètres), c'est $\sim$ 0,2 kg (il y a beaucoup d'eau dedans). On prend la moyenne entre 1 et 500 kg et on tient compte que 10 à 15 % seulement de la biomasse aérienne d'une forêt brûle,

— les hautes latitudes connaissent le réchauffement le plus fort (vu en cours), c'est une des raisons pour lesquelles le Canada est très touché par ces incendies,

— l'impact net des incendies de forêts sur le climat n'est pas simple. Généralement cet impact est considéré comme nul, la reconstitution ultérieure de la biomasse captant, par photosynthèse, le carbone libéré lors de la combustion. En fait cela dépend de la nature de la végétation qui a brûlée, de ce qui repoussera à la place et du temps de cette repousse. Il faut aussi considérer l'impact sur le carbone stocké dans les sols (notamment dans le cas des forêts boréales et des tourbières). Dans le cas des mégafeux de 2019-2020, en Australie, la végétation aurait déjà plus que récupérée, grâce à des pluies abondantes (source: INRAE). Dans le cas des forêts boréales, d'un côté le remplacement des conifères par des feuillus à la repousse tend à augmenter la captation (Science 2021), d'un autre côté les temps de repousse sont longs (plusieurs décennies). Le bilan (carbone) dépendra de la récurrence et de l'intensité des sécheresses et des feux sur cette période de reconstitution (récurrence et intensité dont on ne sait pas grand chose si ce n'est qu'elles vont augmenter)... À noter cependant, l'impact des incendies sur la biodiversité est contrasté et peut même être globalement positif (The Conversation 2018),

— les émissions du Canada sont énormes, à relier avec leur consommation énergétique aussi très élevée (14,14 exajoules en 2022 [World Statistical Review of Energy], soit 103 MWh/hab, encore plus que les États-Unis) et très supérieures à celles de la France (émissions territoriales autour de 7 tCO2e/hab. en 2022, valeur vue en cours, contre 14 pour le Canada),

Q.2) Émissions et concentration de CO_2.

I.2.a) Conversion. Sachant que la force de pression atmosphérique qui s'exerce sur la surface terrestre est égale au poids de l'atmosphère, calculer la masse totale de l'atmosphère. En déduire la masse de CO_2 correspondant à 1 ppm de la masse de l'atmosphère.

R.2.a) Calcul de la masse d'air sur Terre : la pression atmosphérique correspond à F/S avec F=m_{air}g et S=$4\pi R_{Terre}^2$ d'où $m_{air} = (P_{atm} \times 4\pi R_{Terre}^2)/g = 10^5 \times 4\pi \times (6380 \times 10^3)^2/10 = 5.1\ 10^{18}$ kg . Or 1 ppm $= 10^{-6} = \frac{n_{CO_2}}{n_{air}} = \frac{m_{CO_2}}{m_{air}}\frac{M_{air}}{M_{CO_2}}$ d'où $10^{-6} = m_{CO_2}/(5.1\ 10^{18}) \times 29/44 = 0.129 \times 10^{-6} m_{CO_2}$ (exprimée en Gt), d'où 1 ppm ↔ 7.7 $GtCO_2$.

I.2.b) Cumul historique. En 1870, la concentration de CO_2 atmosphérique était de 280 ppm. Un article[1] évalue les émissions dues aux activités humaines, cumulées sur la période 1870-2013, à (535 ± 55) Gt d'atomes de carbone. Sachant que seule la moitié des émissions de CO_2 reste dans l'atmosphère, l'autre moitié étant absorbée par les océans et les sols, en déduire la concentration atmosphérique de CO_2 en 2013.

R.2.b) 535 ± 55 GtC ↔ 44/12 x $(535 \pm 55) = 1962 \pm 202$ $GtCO_2$, soit une contribution de 255 ± 26 ppm. La moitié environ a été absorbée par les océans (30 %) et les sols (20 %) (mentionné pendant le CM1), laissant dans l'atmosphère $\sim 255/2 = 127$ ppm. On en déduit $[CO_2]_{2013} = 280 + 127 = 407$ ppm (*vraie* valeur : 400 ppm).

I.2.c) ***Question complémentaire :*** **énergies fossiles et émissions de CO_2.** Estimer la consommation moyenne d'essence annuelle d'un automobiliste. En déduire le taux d'accroissement de CO_2 atmosphérique annuel lié à la consommation d'énergie fossile. Comparer avec le taux réellement mesuré de 2 ppm par an. On indique qu'un litre d'essence contient 0,75 kg d'atomes de carbone.

R.2.c) Exemple de démarche : trajet quotidien 2×10 km, soit ~ 10000 km/an/personne avec une voiture consommant 10L au 100 : 1000 L/an/personne soit 1000 L x 0.75 kgC/L x 3.67 $kgCO_2$/kgC $\sim$ 3 tonnes CO_2/an/personne. Pour $\sim$ 1 milliard d'automobilistes dans le monde, ça donne 3 $GtCO_2$/an pour les émissions liées à la consommation d'essence pour le transport individuel.

1. *Quéré et al., Earth Syst. Sci. Data,* ***6****, 235 (2014)*

Par ailleurs,

— les transports représentent 20 % des émissions mondiales de CO_2 [Source : OurWorldinData, qui renvoie vers la base de données Climate Watch | Data Explorer. En 2020 : 35 Gt CO_2 tous secteurs confondus ; 7 Gt CO_2 pour le transport]. Rq : en France, la part du transport est 30 % [Source : Ministère] ; et,

— la part des déplacements individuels sur route dans les transports est 45 % [Source : OurWorldinData, qui renvoie vers IEA + ICCT].

Au final, la part du déplacement individuel sur routes dans les émissions mondiales est de $20 \times 45 \sim 10$ %. On s'attend donc à un volume total d'émissions annuelles de $3/0{,}1 = 30$ $GtCO_2$/an, ce qui correspond à $30/7{,}7 = \sim 4$ ppm. Compte-tenu toujours que ~ 50 % des émissions sont absorbées par les océans (30 %) et les sols (20 %), on arrive finalement à 2 ppm : c'est la bonne valeur !

Ou bien, si on ne connaît pas ces chiffres (pas tous vus en cours), on peut imaginer au doigt mouillé que les émissions liées à la voiture doivent être quelque part entre 10 et 30 % des émissions totales (contribution significative mais pas majoritaire). On trouve alors une plage de 10-30 $GtCO_2$ pour les émissions totales et finalement 0,7-2 ppm.

Q.3) Travail humain / énergies fossiles

I.3.a) On cherche une estimation de la puissance mécanique qu'un humain peut fournir en une journée de (dur) travail. On considérera par exemple une ascension régulière correspondant à un dénivelé de 1700 m, effectuée en 10h par une personne de 74 kg et portant un bagage de 10 kg. Exprimer l'énergie mécanique fournie en MJ ainsi que la puissance correspondante.

R.3.a) $E = mgh = 84 \times 9.81 \times 1700 \sim 1.4$ MJ d'où $P = 40$ W.

(74 kg est la masse moyenne d'un individu de la population française)

Cette puissance est bien du même ordre que celle fournie par notre alimentation - de l'ordre de 100 W correspondant aux besoins physiologiques de base, une personne qui fournit quotidiennement un effort physique intense doit s'alimenter davantage.

La puissance que nous consommons, avec notre mode de vie actuel, est beaucoup plus élevée. Même en considérant que les procédés impliquant le travail humain ont un meilleur rendement que les procédés industriels, nous ne pourrions pas soutenir notre niveau de vie actuel uniquement par le travail manuel. Autrement dit, l'équivalent de 50 personnes "travaillent" pour nous par le biais de l'énergie principalement fossile que nous consommons (ce sont les "esclaves énergétiques" dont parlent Jancovici et d'autres, mais peut-être éviter ce terme : 1) c'est un peu "abrupt" et chargé de connotations, 2) ça suggère que notre mode de vie actuel serait soutenable sans énergies fossiles à condition d'avoir 50 esclaves chacun : peut-être mais il faudrait encore trouver l'énergie pour les nourrir, et le calcul ne convergerait pas puisqu'il n'inclut pas la source d'énergie de base qui ferait fonctionner tout ça, notamment le soleil nécessaire à l'agriculture.

I.3.b) ***Question complémentaire :*** On peut, de manière alternative, estimer la puissance mécanique fournie par une personne ayant excavé de la terre pendant 10 h, en faisant un trou d'une surface de 16 m^2 sur une hauteur de 1 m. Exprimer l'énergie mécanique mise en jeu en MJ puis en kWh ainsi que la puissance correspondante (on donne $\rho_{terre} \sim 5{,}5$ g/cm^3).

R.3.b) $E = mgh = \rho V gh = 5500 \times 16 \times 9.8 \times 1 \sim 0,86$ MJ $=$ 0,24 kWh d'où $P_{bras} =$ (0.24 kWh)/(10h) $=$ 0,024 kW $=$ 24 W (on suppose que l'énergie à fournir est celle nécessaire pour soulever la terre de 1 m, il y en a peut-être davantage si le sol est très dur).

I.3.c) La combustion d'un litre d'essence génère environ 10 kWh de chaleur, qui est utilisée par un moteur automobile avec un rendement de l'ordre de 25 %. Comparer l'énergie fournie par un litre d'essence à celle fournie par une journée de travail humain.

R.3.c) $0,25 \times 10^4 \times 3600/(1,4 \times 10^6) \approx 6$. Le litre d'essence contient ainsi environ 6 journées de travail humain.

I.3.d) ***Question complémentaire*** Le cheval-vapeur (ch) est une unité de puissance introduite lors de l'apparition des machines à vapeur, afin d'exprimer leur puissance par rapport à celle fournie par un cheval. Il est défini comme la puissance à fournir pour élever une masse de 75 kg sur une hauteur de 1 mètre en 1 seconde. Calculer la valeur de 1 ch.

R.3.d) $P = mgv = 75 \times 9.8 \times 1 = 735$ W. Remarque : le cheval-vapeur n'est pas la même chose que le "cheval-fiscal" par lequel on caractérise la puissance des moteurs automobiles. Par exemple, un moteur 4 CV de Twingo fournit 90 ch.

Exercice II Recyclage de l'aluminium

Q.4) L'aluminium est un métal très polluant à produire à partir de la bauxite mais fait partie des métaux qui se recyclent le mieux. On considère une canette produite en 2023 qui serait continuellement recyclée par la suite. En supposant une efficacité de recyclage de ~ 95 %, un taux de collecte de ~ 75 %, et une durée de cycle de 40 jours (de la poubelle jaune au retour sur le marché), calculer la part initiale d'aluminium encore sur le circuit 1 an plus tard et 10 ans plus tard.

R.4) Dans 1 année, il y a $365/40 \sim 9$ cycles (et ~ 90 cycles sur 10 ans). Le taux effectif du recyclage à chaque cycle est 0.95 x 0.75 % = 71 %. La part initiale d'aluminium encore présente 1 an plus tard est donc $0.71^9 = 0.046$ (moins de 5 %) et $0.71^{90} = 4\ 10^{-14}$ (quatre millièmes de milliardième de pourcent) 10 ans plus tard ...

Remarques : le seul levier technique est l'augmentation du taux de collecte (le taux de recyclage est déjà proche de 100 % et le taux d'incorporation dans le produit recyclé est de 95 % pour la canette d'aluminium). Le levier sociétal est de ne pas utiliser d'aluminium pour des usages aussi temporaires que des emballages. Evidemment, il ne s'agit pas de remplacer l'aluminium par du plastique ; c'est la question générale de l'emballage jetable qui se pose. Heureusement, il existe d'autres usages aux durées de vie plus longues : l'industrie aime mettre en avant que 3/4 de l'aluminium produit depuis le XIX^e siècle serait encore en circulation (donnée non sourcée).

Q.5) ***Question complémentaire :*** au bout de combien de temps une quantité initiale d'une mole (correspondant à la masse de 2 canettes) se réduit-elle à un seul atome encore présent ?

R.5) On cherche $(taux)^{ncycles} = 1/N_A \sim 1.67\ 10^{-24}$, d'où $ncycles = \dfrac{\ln(1.67\ 10^{-24})}{\ln(0.71)} = 161$. La durée correspondante est donc 161 x 40 jours = 6460 jours $\sim$ 18 ans.

Q.6) Supposons que chaque personne sur Terre consomme une canette d'aluminium de 13 g par jour. Quelle masse d'aluminium faudrait-il alors extraire chaque année pour compenser les pertes du circuit de recyclage ? Comparer cette valeur à la production mondiale d'aluminium (64 Mt en 2018) et aux réserves mondiales de bauxite (entre 28 et 75 Gt, selon la façon dont elles sont définies et estimées - il faut 4 à 5 t de bauxite pour produire 1 t d'aluminium).

R.6) Chaque canette consommée donne lieu à 29 % de pertes = 3,8 g. Il faudrait donc introduire dans le circuit 3,8 g x le nombre de canettes consommées par an soit, pour une population humaine de 8 milliards, 11 Mt d'aluminium. C'est donc une portion significative de la production mondiale d'aluminium - mais sans doute surestimée car on ne consomme pas tous une canette par jour. Les réserves mondiales étant de l'ordre de 5-19 Gt d'aluminium, il n'y a pas de quoi les épuiser seulement avec cet usage.

Exercice III   Pic de Hubbert

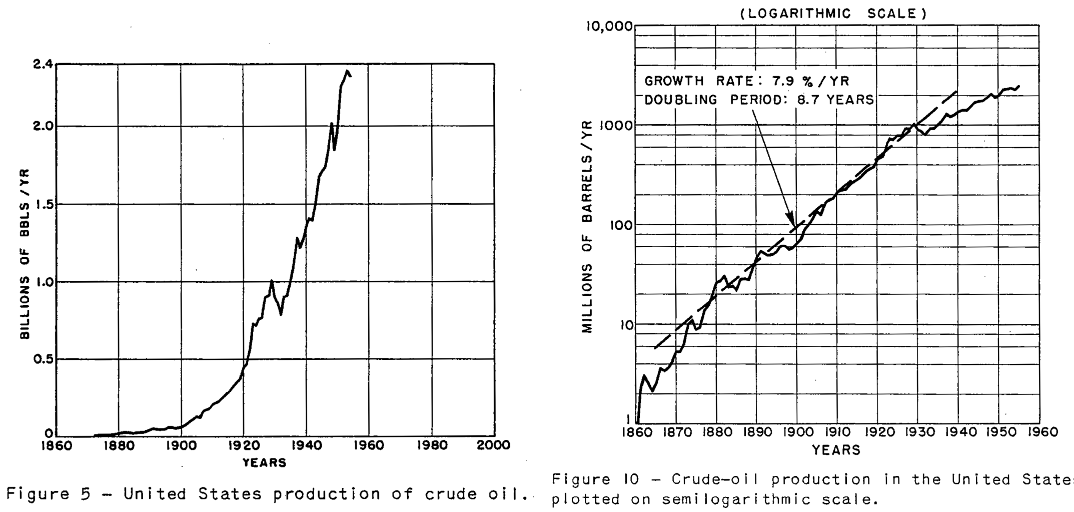

FIGURE 1 – Production de pétrole annuelle P en échelles linéaire et logarithmique (source : Hubbert, 1956).

Dans les années 1950, le géophysicien M. K. Hubbert (Shell Company) a proposé un modèle mathématique appliqué à l'épuisement des ressources en énergies fossiles, et a ainsi prédit l'existence d'un pic de production de pétrole aux États-Unis situé vers 1970 et suivi d'un déclin. La quantité cumulée $Q(t)$ est le stock de pétrole extrait depuis le début des forages (exprimée en milliards de barils ou Gbl, 1 bl = 159 L). La production annuelle (unité : Gbl/yr) est la quantité de pétrole extraite en une année : $P(t) = dQ/dt$. On a donc $Q(t) = \int_0^t P(t')dt'$.

Q.7) Expliciter les limites mathématiques que doit vérifier $P(t)$ et en déduire une proposition simple pour l'allure de la fonction $P(t)$. Quelle sera l'allure correspondante de $Q(t)$?

R.7) $P = 0$, à $t = 0$ et à $t = \infty$ lorsque le gisement est épuisé. La courbe la plus simple à envisager est donc une courbe croissante, qui atteint un maximum, et décroît à 0. $Q(t)$ est l'intégrale de l'aire sous la cloche et présente une allure croissante de 0 à une valeur asymptotique $Q_{t=\infty} = Q_{total}$.

Q.8) On observe sur la figure 1 que la courbe de production a initialement une allure exponentielle : $P(t) \propto e^{rt}$. Montrer que cela implique $P(t) \propto Q(t)$ (dans ce régime initial).

R.8) $P = dQ/dt$, avec $P_{initial} = Ce^{rt}$, s'intègre en $Q_{initial}(t) = (C/r)\,e^{rt}$ donc $P_{initial}(t) \propto Q_{initial}(t)$. Explication : une fois les premiers gisements découverts, la demande croît exponentiellement, et la production (non contrainte) suit cette demande (ce qui n'est pas toujours le cas, la production peut aussi obéir à des considérations géopolitiques).

Q.9) Il faut aussi rendre compte de ce que les gisements les plus accessibles ont été exploités en premier. De ce fait, l'extraction du pétrole devient de plus en plus difficile au fur et à mesure que la quantité de pétrole disponible $Q_{total} - Q(t)$ s'épuise (on appelle Q_{total} la quantité totale de pétrole récupérée après épuisement du gisement). On peut le décrire simplement dans $P(t)$ par un facteur $\propto 1 - \dfrac{Q(t)}{Q_{total}}$ et finalement, Hubbert propose la forme suivante :

$$P(t) = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = r\,Q\left(1 - \frac{Q}{Q_{total}}\right) \tag{1}$$

où r est un coefficient positif (unité : yr^{-1}).

En posant $y = Q/Q_{total}$, montrer que l'équation (1) s'écrit : $P = r\,Q_{total}\,y(1-y)$. Pour quelle valeur de y la production P atteint-elle son maximum ? En conclure que le pic de production t_{peak} est atteint lorsque la moitié des réserves a été exploitée. Donner l'expression de P_{peak}.

R.9) $0 < y < 1$. La fonction $f(y) = y(1-y)$ est maximale pour $y = 1/2$, donc la production est maximale pour $Q_{\mathrm{peak}} = Q_{total}/2$ et $P_{\mathrm{peak}} = rQ_{total}/4$.
Pour une ressource finie, la production diminue alors même qu'il reste encore la moitié du stock accessible !

Q.10) Montrer que

$$Q(t) = \frac{Q_{total}}{1 + e^{-r(t-t_{\mathrm{peak}})}} \tag{2}$$

est solution de l'équation (1). Tracer l'allure de $Q(t)$ et $P(t)$.

Q.11) Application à la production de pétrole aux États-Unis [2]. Les expressions analytiques de $P(t)$ et $Q(t)$ font intervenir 3 paramètres, r, Q_{total} et t_{peak}, qui peuvent être obtenus par un ajustement numérique de données réelles. Sur la figure 2 sont représentés : (en traits pleins) les données de la production annuelle $P(t)$ et du stock cumulé $Q(t)$ de pétrole aux États-Unis jusqu'en 2022 et, (en pointillés) les ajustements des données disponibles jusqu'en 1956 par les expressions (1) et (2). Commenter.

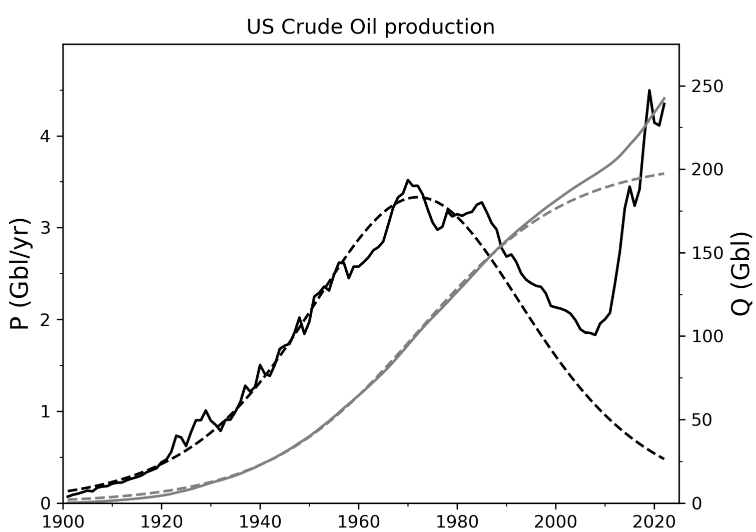

FIGURE 2 – En traits pleins : production annuelle (Gbl/yr, en noir) et cumulée Q (Gbl, en gris) aux États-Unis entre 1900-2022. En pointillés : modèle obtenu avec les paramètres $r = 0,065\ \mathrm{yr}^{-1}$, $Q_{total} = 205$ Gbl et $t_{\mathrm{peak}} = 1972$.

2. Données : EIA *(Energy Information Administration)*

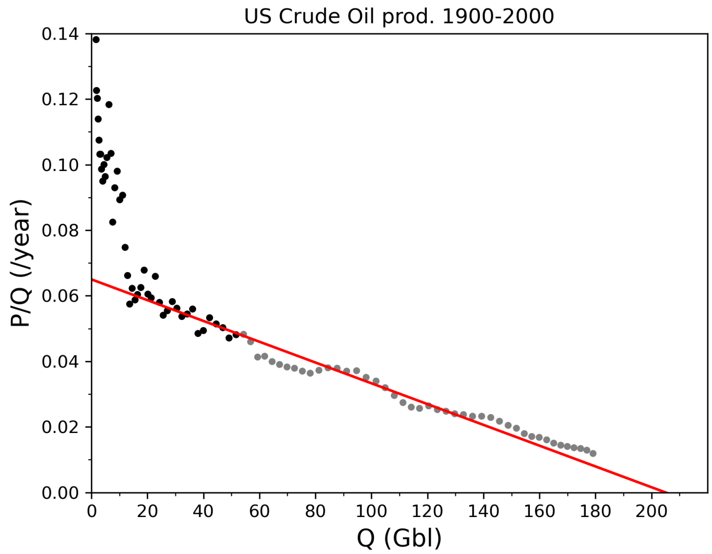

FIGURE 3 – Tracé de P/Q en fonction de Q pour les États-Unis. En noir : données de 1900 à 1956 utilisées par Hubbert. L'ajustement linéaire est réalisé sur la période 1930-1990.

R.11) L'allure de la courbe est très bien décrite par le modèle de Hubbert mais seulement jusqu'à 2010 environ. Ensuite, il faut prendre en compte le pétrole provenant de l'exploitation des schistes bitumineux ou extrait de sables bitumineux. On n'est donc plus dans l'hypothèse de gisements découverts à $t = 1900$, ou à intervalles réguliers. Il faut donc se méfier des prédictions de pic de production ou d'épuisement de ressources, globalement les ressources s'épuisent mais pas toujours aussi vite qu'anticipé (et notamment attention au discours "de toute façon il n'y aura bientôt plus de pétrole" : il en reste assez pour nous faire dépasser largement les $+2$ degrés).

Q.12) On revient plus en détail sur la démarche de Hubbert en exploitant les données d'une autre manière.

III.12.a) Montrer que P/Q suit une loi linéaire avec Q.

R.12.a) On réécrit simplement l'équation (1) : $P/Q = r(1 - Q/Q_{total})$.

III.12.b) Le graphe P/Q en fonction de Q est donné en figure 3. Commenter la pertinence du modèle et estimer r et Q_{total}.

R.12.b) La loi linéaire annoncée est vérifiée. On lit sur le graphe l'interception à $Q = 0$: $r = 0,065$ yr^{-1} et à $P/Q = 0$: $Q_{total} = 205$ Gbl (en gros). Pourquoi les points à $t \lesssim 1930$ ne suivent-ils pas le modèle ? Parce que $Q(t)$ – égale à l'intégrale de P – est calculée en sommant les valeurs annuelles de P depuis 1900, ce qui est une approximation grossière sur un intervalle de temps de quelques années.

III.12.c) En déduire une estimation de Q_{peak} et P_{peak}.

R.12.c) $Q_{\text{peak}} = 102,5$, et $P_{\text{peak}} = rQ_{total}/4 = 3,3$.