

## Contrôle continu du 21 décembre 2023.

Durée : 2h. Calculatrice non-programmable autorisée. Documents non autorisés.

### Exercice I Questions de cours (*durée approximative : 15 mn*)

- Q.1)** Expliquer par quelques phrases un exemple de rétroaction positive dans le système climatique et accompagner votre exemple d'un schéma de rétroaction.
- R.1)** Exemple : Augmentation de la température de surface  $\rightarrow$  diminution de la cryosphère  $\rightarrow$  diminution de l'Albedo  $\rightarrow$  augmentation de la température de surface.
- Q.2)** Expliquer en quelques mots, sans la démontrer, en quoi consiste la limite de Betz : comment est-elle établie, quelles sont ses conséquences ?
- R.2)** Il existe une limite à la puissance récupérable par un dispositif plan unique à partir de l'écoulement libre d'un fluide (cette limite vaut  $\frac{16}{27} = 59\%$ ). Elle s'établit (dans les hypothèses suivantes : fluide faiblement compressible, écoulement non turbulent) en exploitant i) la conservation d'énergie volumique (théorème de Bernoulli) ii) la conservation de la masse et iii) en considérant l'impulsion prise au courant par unité de temps. Conséquences : toute la puissance incidente ne peut être captée par une seule éolienne, et le ralentissement du fluide en sortie implique un espacement entre éoliennes (afin que le fluide reconstitue un flux suffisamment important et que la turbulence produite par une éolienne ne gêne pas une éolienne en aval).

### Exercice II Empreinte carbone du transport aérien (*45 + 30 mn*)

L'objet de cet exercice est d'évaluer l'énergie nécessaire pour un trajet aérien et son empreinte carbone. Il se compose de deux parties qui peuvent être traitées indépendamment.

Les caractéristiques de l'avion (Boeing 747) sont : masse (à pleine charge)  $M = 360$  t, envergure  $L = 64$  m. Pour les applications numériques, on pourra prendre  $g \sim 10 \text{ m.s}^{-2}$  et  $\pi \sim 3$ .

#### Partie I. Énergie mécanique à fournir par les moteurs (*45 mn*)

##### Coût énergétique du décollage

- Q.3)** Évaluer l'énergie mécanique mise en jeu pour placer l'avion à l'altitude  $z$  (depuis le sol pris pour référence  $z = 0$ ) et à une vitesse  $v$  (depuis une vitesse nulle). Effectuer l'application numérique pour  $z = 10$  km et  $v = 950$  km/h.
- R.3)**  $E_m = Mgz + \frac{1}{2}Mv^2$ .  
 $E_m = 36 + 12,5 \sim 48$  GJ (avec  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ ).

##### Coût énergétique du vol en altitude

L'avion est à présent en vol horizontal (à la vitesse  $v$ ).

L'effet d'une force due à une vitesse horizontale est complexe mais est schématisé dans la figure suivante (il permet la boutonnerie de description correcte des mécanismes principaux).

(1) à la même vitesse  $\vec{v}$ , un tube de section  $C_x S$  (où  $S$  est la section réelle de l'avion et  $C_x < 1$  un coefficient de traînée décrivant le caractère plus ou moins aérodynamique de la pénétration de l'avion dans l'air), et

---

1. inspiré de D. JC MacKay, *L'énergie durable - pas de que vent !*, 2009

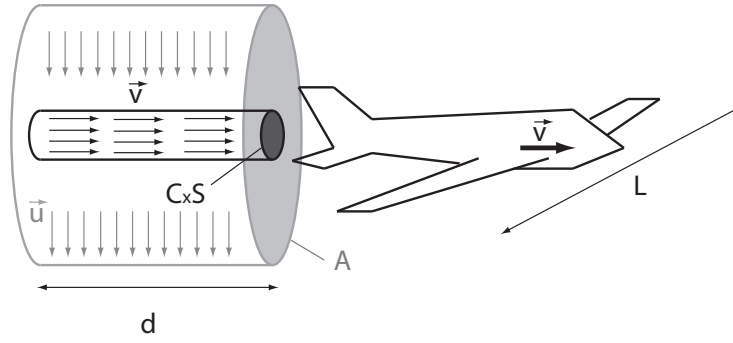


FIGURE 1 – Modèle du déplacement de l'air par un avion se déplaçant sur une distance  $d$ .

(2) à la vitesse  $\vec{u}$ , verticale et orientée vers le bas, un tube plus large de section  $A = \pi(L/2)^2$  ( $L$  étant l'envergure des ailes de l'avion).

Si nous avons déjà rencontré l'équivalent du premier tube pour décrire les voitures au TD 5, le second permet de décrire que, si l'air pousse l'avion vers le haut et le maintient en vol, l'avion doit en retour pousser l'air vers le bas.

On notera  $\rho$  la densité volumique de l'air :  $\rho = 0,4 \text{ kg/m}^3$  à une altitude de vol de 10 km.

**Q.4)** Exprimer l'énergie cinétique transférée à chacun des deux tubes d'air lorsque l'avion a parcouru une distance  $d$ . On les notera par exemple  $E^A$  et  $E^S$ .

**R.4)**  $E^A = \frac{\rho d}{2} [Au^2]$  et  $E^S = \frac{\rho d}{2} [C_x S v^2]$

La somme  $E_A + E_S$  est une énergie que l'avion perd en la transmettant à l'air et qui doit être compensée par une poussée (fournie par les moteurs).

On montre que la vitesse  $v$  de l'avion (en vol horizontal) est reliée à la vitesse  $u$  par la relation :

$$u = \frac{Mg}{\rho v A}$$

**Q.5)** En déduire une expression de la quantité  $E_{\text{poussée}} = E^A + E^S$  en fonction de  $v$ .

**R.5)**

$$E_{\text{poussée}} = \frac{d}{2} \left[ \rho C_x S v^2 + \frac{(Mg)^2}{v^2 \rho A} \right]$$

**Q.6)** Quelle est la vitesse optimale  $v^*$  pour laquelle  $E_{\text{poussée}}$  est minimale ?

**R.6)**

$$\frac{dE_{\text{poussée}}}{dv} = d \left[ \rho C_x S v - \frac{(Mg)^2}{v^3 \rho A} \right]$$

$$\frac{dE_{\text{poussée}}}{dv} \Big|_{v^*} = 0 \Leftrightarrow v^* = \frac{\sqrt{Mg/\rho}}{(S C_x A)^{1/4}}$$

**Q.7)** Application numérique : calculer  $v^*$  (en  $\text{m.s}^{-1}$  puis en  $\text{km.h}^{-1}$ ). On donne  $C_x = 0,03$  et  $S = 180 \text{ m}^2$ .

**R.7)**  $A \sim 3 \times 32^2 \sim 3072 \text{ m}^2$  et  $v^* = \frac{\sqrt{360000 \times 10/0,4}}{(180 \times 0,03 \times 3072)^{1/4}} = 264 \text{ m.s}^{-1} \sim 950 \text{ km.h}^{-1}$ .

On considère dans la suite que le pilote se place toujours en régime de croisière, à la vitesse  $v^*$ .

**Q.8)** Montrer que  $E_{poussée}(v^*) = \frac{Mgd}{\mathcal{F}}$ , où  $\mathcal{F}$  est un facteur géométrique (appelé  *finesse* ) faisant intervenir  $A$ ,  $C_x$  et  $S$  que l'on explicitera.

**R.8)**  $E_{poussée}(v^*) = d\sqrt{\frac{C_x S}{A}} Mg$  d'où  $\mathcal{F} = \sqrt{\frac{A}{C_x S}}$

**Q.9)** Effectuer l'application numérique de  $E_{poussée}(v^*)$  pour une distance  $d$  de 1 km. Au-delà de quelle distance parcourue la contribution du vol excède-t-elle celle du décollage ?

**R.9)**  $E_{poussée}(v^*)/km = 1000 \times \sqrt{0,03 \times 180/3072} \times 360000 \times 10 = 151 \text{ MJ/km}$ . Énergie du vol > énergie du décollage à partir de  $d_c > \frac{48000}{151} = 318 \text{ km}$ .

**Q.10)** Calculer la puissance mise en jeu dans cette phase de croisière. Exprimer la valeur obtenue comme un pourcentage de la puissance délivrée par un gros réacteur nucléaire (1 GW).

**R.10)** 1 km est parcouru en un temps  $\Delta t = 1/950h = 3600/950s = 3,8s$ . D'où  $P = (151MJ)/(3,8s) \sim 40MW$ , soit 4 % de la puissance d'un réacteur nucléaire.

**Q.11) Question bonus (pas facile) :** démontrer la relation  $u = mg/(\rho v A)$ . On pourra relier l'accélération subie par l'air au poids de l'avion.

**R.11)** La force que l'air exerce sur l'avion doit compenser la force  $m\vec{g}$  de pesanteur subie par l'avion - elle est donc égale à  $-m\vec{g}$ . La force que l'avion exerce sur l'air est donc égale à  $m\vec{g}$ . D'après le principe fondamental de la dynamique, cette force doit être égale à la variation de quantité de mouvement de l'air :

$$m\vec{g} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

où  $d\vec{p}$  est la variation de quantité de mouvement de l'air pendant un temps  $dt$ . Comme, pendant un temps  $dt$ , un tube d'air de section  $A$  et de longueur  $v dt$  est mis en mouvement à la vitesse  $\vec{u}$ , on a

$$d\vec{p} = (\rho A v dt)\vec{u}$$

et donc finalement

$$\vec{u} = \frac{m}{\rho A v} \vec{g}$$

## Partie II. Empreinte carbone du transport aérien (30 mn)

Afin de pouvoir traiter cette partie indépendamment de la précédente, on rappelle  $E_{poussée}(v^*) = \frac{Mgd}{\mathcal{F}}$  et on donne la valeur numérique de la finesse  $\mathcal{F} = 24$ .

**Q.12)** Calculer la valeur de l'énergie  $E_{poussée}^{km-passager}$  à fournir par km et par passager (sans tenir compte du décollage), si notre avion transporte 400 passagers (charge maximale).

**R.12)** (on ne précise pas si la masse 360 t est celle de l'avion vide ou avec ses passagers mais ça importe peu car, si on rajoute 400 passagers de 75 kg, ça ne rajoute que 30 t à  $m$ )  
L'avion de masse 360 t consomme 150 MJ/km soit 375 kJ/km/passager.

**Q.13)** Cette énergie est fournie par un moteur thermique. On note  $\eta$  l'efficacité de la conversion de l'énergie thermique (chaleur), fournie par la combustion du carburant, en énergie mécanique de poussée de l'avion : on donne  $\eta \simeq 0,45$ . Le carburant est du kérosène, de densité énergétique (chaleur qu'il est capable de dégager par combustion) 43 MJ/kg. On note  $\rho_K$  la masse volumique du kérosène :  $\rho_K = 0,8 \text{ kg/L}$ . Quel est le volume  $V$  de kérosène nécessaire par km et par passager ?

R.13)  $\frac{375 \text{ kJ}}{\eta \times 43 \text{ MJ/kg} \times 0,8 \text{ kg/L}} = 0,024 \text{ L}$

Q.14) D'après les calculs des questions précédentes, sur quels facteurs peut-on jouer pour améliorer l'efficacité du transport aérien<sup>2</sup> ?

R.14) On peut augmenter la finesse  $\mathcal{F}$ , c'est-à-dire baisser le coefficient de traînée  $C_x$  et augmenter le rapport  $A/S$  (avec des ailes longues par rapport à leur épaisseur ou à la taille de l'habitacle), et augmenter l'efficacité  $\eta$  du moteur.

Q.15) La combustion d'un litre de kérosène dégage 2,55 kg de  $\text{CO}_2$ . Pourtant, les données officielles<sup>3</sup> donnent un chiffre de 3,1 kg $\text{CO}_2\text{e/L}$  en précisant qu'il est issu d'une "analyse de cycle de vie". Expliquer le sens de ce terme et la différence entre ces deux chiffres.

R.15) L'analyse en cycle de vie calcule l'empreinte de l'ensemble du processus lié à l'utilisation du produit : sa production, son acheminement, son utilisation et sa fin de vie - tandis que la combustion du kérosène ne correspond qu'à la phase d'utilisation.

Q.16) Dédurre des questions précédentes l'empreinte carbone (en g $\text{CO}_2\text{e}$ ) par passager et par km. Comparer avec les données de la figure 2.

R.16) On trouve 0,074 kg $\text{CO}_2\text{e}/(\text{km}.\text{passager})$ , ce qui est en très bon accord avec les données de la figure et (outre la satisfaction d'avoir modélisé correctement le phénomène) montre que les avions sont déjà près de leur consommation optimale et que peu de gains technologiques peuvent être anticipés (à moins de passer à une énergie décarbonée pour les avions, ce qui est encore loin d'être possible actuellement à cause de la difficulté de stocker cette énergie avec une densité élevée).

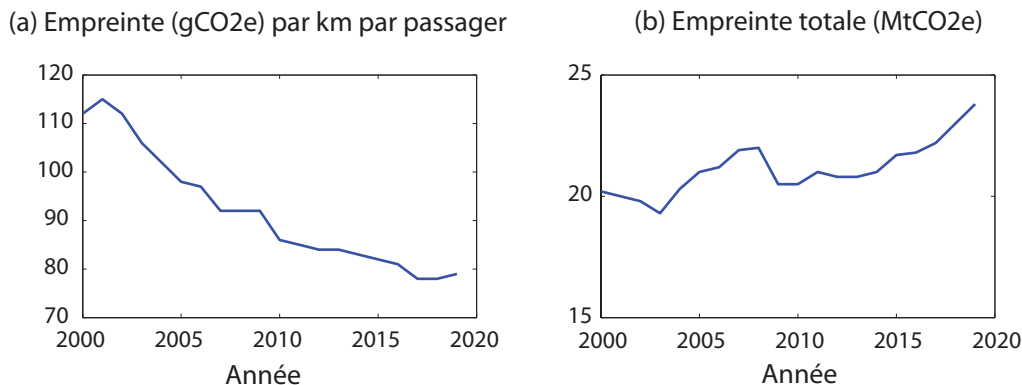


FIGURE 2 – Évolution de (a) l'empreinte carbone du transport aérien (en g $\text{CO}_2\text{e}$ ), par km et par passager, et (b) l'empreinte carbone totale du transport aérien en France en mégatonnes (Mt $\text{CO}_2\text{e}$ ) (les vols internationaux sont comptabilisés mais seulement pour moitié, l'autre moitié étant attribuée à l'autre pays de départ/arrivée).

Q.17) Donner un ordre de grandeur de l'empreinte carbone annuelle de la population française. L'empreinte du transport aérien en France est indiquée dans la figure 2. Quelle fraction de l'empreinte carbone totale représente la part du transport aérien ?

R.17) L'empreinte carbone par personne est de l'ordre de 10 t $\text{CO}_2\text{e}$  soit un ordre de grandeur de 680 Mt $\text{CO}_2\text{e}$  pour l'ensemble de la population française. Ainsi, le transport aérien représentait, en 2019, 3,5 % de l'empreinte de la France (en fait sensiblement plus si on inclut

2. Remarque : la plupart de ces paramètres ont déjà été optimisés par les constructeurs aéronautiques si bien qu'il n'y a plus de progrès significatifs à faire de ce côté. L'amélioration d'efficacité observée sur la figure 2 pour la période 2000-2019 s'explique en fait davantage par un travail sur la gestion des flux de passagers et le taux de remplissage des avions.

3. Agence gouvernementale ADEME

le forçage radiatif dû aux traînées de condensation des avions : leur rôle est plus difficile à évaluer mais il double environ l’empreinte d’un vol).

**Q.18)** Estimer, toujours grâce à la figure 2, l’empreinte d’un aller-retour transatlantique ( $\sim 2 \times 7000$  km) pour une personne et la comparer avec l’empreinte carbone annuelle moyenne par personne en France. Commenter.

**R.18)** Un vol transatlantique pour une personne, si on estime sa distance à  $2 \times 7\,000$  km, émet  $1,1 \text{ tCO}_2\text{e}$ , c’est donc une contribution très significative (a fortiori si on double ce chiffre pour inclure les traînées de condensation, et si on a en tête la cible de 2 tonnes  $\text{CO}_2$  par personne nécessaire pour atteindre la neutralité carbone).

Le fait que le transport aérien contribue de manière mineure au niveau national alors qu’un aller-retour transatlantique a un impact très fort dans l’empreinte d’une personne est dû au fait que la plupart des Français prennent rarement l’avion.

**Q.19) Question bonus :** Expliquer en quoi consiste l’effet rebond et en quoi les données de la figure suggèrent la présence d’un tel effet dans le domaine du transport aérien.

**R.19)** Un effet rebond consiste en une augmentation des usages qui compense en partie les gains d’efficacité effectués sur une technologie - et qui pourrait être causée précisément par ces gains d’efficacité. Ici, on voit que le transport aérien a gagné en efficacité car son empreinte carbone par passager et par km a baissé, mais ce gain d’efficacité n’a pas du tout entraîné une baisse de l’empreinte carbone du secteur : au contraire, elle a augmenté. C’est donc que les usages du transport aérien (nombre de passagers.km) ont augmenté, peut-être justement parce que le transport aérien devenait plus efficace et moins coûteux.

### Exercice III Panneau solaire thermique (30 mn)

On considère une plaque absorbante (de surface  $S = 2 \text{ m}^2$ ) assimilable à un corps noir à la température  $T_p$ , posée sur une couche d’isolant thermique. Elle communique au réseau d’eau du logement une puissance utile  $P_u = SF_{\text{utile}}$ . À quelques cm au-dessus de cette plaque, une vitre, en contact avec l’air, est à la température ambiante  $T_v$  ; elle laisse passer la totalité du spectre visible et absorbe les infrarouges. On donne la constante de Stefan-Boltzmann  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}\text{K}^{-4}$ .

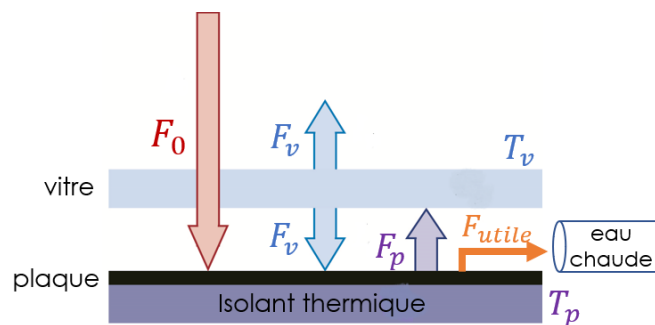


FIGURE 3 – Panneau solaire : vitre à la température  $T_v$  + plaque absorbante à la température  $T_p$ .

**Q.20)** Quel est le rôle de la vitre ?

**R.20)** La vitre améliore le chauffage de la plaque par effet de serre. La distance entre la vitre et la plaque absorbante permet de limiter les échanges par conduction ou convection thermique.

**Q.21)** Quelle est la puissance surfacique rayonnée par un corps noir en fonction de la température de ce corps noir ? Comment s’appelle cette loi ?

**R.21)**  $P = \sigma T^4$  (loi de Stefan-Boltzmann).

**Q.22)** Quels sont les deux flux entrants pour la plaque absorbante ? Quels sont les deux flux sortants ? En déduire une équation lorsque la plaque est à l'équilibre thermique à la température  $T_p$ .

**R.22)** La plaque absorbante reçoit  $SF_0 + S\sigma T_v^4$ , cède  $P_u$  au réseau d'eau et rayonne  $S\sigma T_p^4$ . A l'équilibre thermique, on a donc :

$$P_u = SF_0 + S\sigma(T_v^4 - T_p^4)$$

**Q.23)** En déduire l'expression de l'efficacité énergétique  $\eta = P_u/(SF_0)$ .

**R.23)** si bien que :

$$\eta = 1 - \frac{\sigma(T_p^4 - T_v^4)}{F_0}$$

**Q.24)** Supposons que, sous un flux lumineux de  $1000 \text{ W/m}^2$  (grand beau temps et panneau bien orienté par rapport au soleil), par une température extérieure de  $10^\circ\text{C}$ , la plaque absorbante soit portée à une température de  $60^\circ\text{C}$ . Quelle est alors l'efficacité énergétique du panneau ?

**R.24)** A  $T_v = 283 \text{ K}$  et  $T_p = 333 \text{ K}$ , on trouve  $\eta = 0,67$ .

**Q.25)** Expliquer au moins une similarité et une différence de ce système physique avec l'effet de serre dans l'atmosphère.

**R.25)** similarité : effet de serre ; différence : on évacue  $P_u$ .