TD n° 5

Effet de serre (1) : introduction et épaisseur optique

Objectifs

- Se familiariser avec l'épaisseur optique ;
- Savoir définir ce qu'est l'effet de serre ;
- Quantifier l'effet de serre dans le cas simplifié d'un modèle à une couche.

Rappel : On appelle « flux surfacique d'énergie » ou « densité de flux d'énergie » une quantité en watt par mètre carré, c'est-à-dire des puissances surfaciques. [1]. On l'appelle parfois aussi « éclairement ».

5.1 Épaisseur optique et visibilité

Nous considérons un jour de brouillard à Paris. La vue depuis la tour Zamanski du campus de Jussieu est représentée sur la figure 5.1. L'objectif de cet exercice est de quantifier la visibilité en ce jour de brouillard.

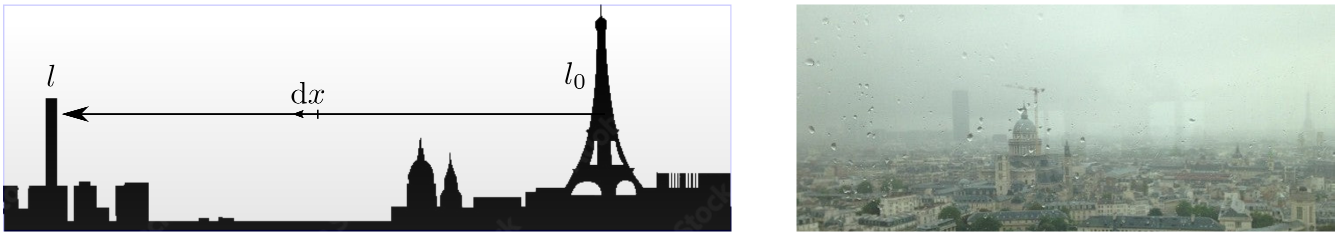


FIGURE 5.1 – Vue depuis la tour Zamanski du campus de Jussieu un jour de brouillard.

1. L'épaisseur optique ou profondeur optique est une mesure de la quantité de lumière qui est absorbée ou diffusée lorsqu'elle traverse un milieu, comme une couche d'atmosphère, un nuage, ou tout autre matériau transparent ou translucide. Pour une épaisseur $\mathrm{d}x$ de milieu de coefficient d'extinction linéique ξ_{vis}, l'épaisseur optique correspondante s'écrit $d\tau = \xi_{\text{vis}}\,\mathrm{d}x$.
Pour rappel, dans le cas de l'absorption, la diminution du flux surfacique d'énergie (en $\mathrm{W\,m^{-2}}$) est égale à l'épaisseur optique : $\mathrm{d}F_{\text{vis}}/F_{\text{vis}} = -\xi_{\text{vis}}\mathrm{d}x$ (Loi de Beer-Lambert).

On suppose le brouillard homogène et de coefficient d'extinction linéique $\xi_{\text{vis}} = 1\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^{-1}}$. Calculer l'expression de l'épaisseur optique τ entre la Tour Zamanski et un monument situé à une distance ℓ.

Correction

1. En effet, le « flux » d'une quantité X signifie « X par unité de temps », donc en unité de X/seconde. Ici X est une énergie, donc d'unité joule/seconde, c'est-à-dire des watts. Finalement, « densité surfacique » de X signifie X/unité de surface, d'où des watts/mètres carrés.

$$\tau = \int_0^{\ell} \xi_{vis} \, \mathrm{d}x = \xi_{vis} \, \ell \tag{5.1}$$

2. Le contraste visuel C d'un objet, observé à une distance ℓ, désigne la différence relative entre le flux lumineux reçu en provenance de la direction l'objet et le flux lumineux provenant de son environnement.
Pour que nous puissions distinguer les contours d'un objet, le contraste C doit dépasser un certain seuil, par exemple 2%.
Lorsque cet objet est situé dans un milieu diffusif, le contraste s'écrit :

$$C(\ell) = C_0 \exp(-\tau_{\text{vis}})$$

où τ_{vis} est l'épaisseur optique à la distance ℓ.
Remarque - enseignants : cf https ://en.wikipedia.org/wiki/Visibility#
Le contraste visuel $C_V(x)$ (perfectly black object being viewed against a perfectly white background à une distance x) : $C_V(x) = (F_B - F)/F_B$.
$F(x)$ = flux reçu de **la direction de l'objet** (cf article wikipedia : "$F(x)$ is affected by additional light that is scattered into the observer's line of sight and the absorption of light by gases and particles. Light scattered by particles outside of a particular beam may ultimately contribute to the irradiance at the target, a phenomenon known as multiple scattering.")
F_B = flux reçu du fond (F_B ne dépend pas de x).
Enfin $C_0 = C(x=0)$. Comme l'objet est noir il n'émet pas de photon et comme $x = 0$ il n'y a pas de photons diffusés qui s'y ajoutent donc $F(x=0)$ et $C_0 = 1$.
Pour quelle valeur de τ_{max} le contraste visuel devient-il trop faible pour que l'œil humain puisse distinguer un objet de contraste $C_0 = 1$ (noir sur fond blanc) ?

Correction

$$C_{seuil} = 2\,\% = \exp(-\tau_{max}) \text{ donc } \tau_{max} = -\ln\left(C_{seuil}\right) \tag{5.2}$$

AN : τ_{max}=`-log(2e-2)`=3.91. Cela signifie que l'on ne voit pas à travers une brume ou un nuage d'épaisseur optique supérieure à 3.91. Si un nuage d'une telle épaisseur optique passe devant le soleil par exemple, on ne distinguera plus le disque du soleil. Notons au passage que c'est une valeur qui est toujours vraie, quelles que soient les conditions.

3. Donner l'expression de la visibilité c'est-à-dire la distance maximale ℓ_{max} au-delà de laquelle l'œil humain ne distingue plus les contours de cet objet.

Correction

$$\tau_{max} = \xi_{vis} \, \ell_{max} \tag{5.3}$$

Si le brouillard diffuse moins et que ξ_{vis} diminue, alors la longueur ℓ_{max} augmente, mais l'épaisseur optique seuil de 3.91, elle, reste toujours la même.

4. Calculer la distance ℓ_{max} au-delà de laquelle on ne distingue plus les monuments sur la figure 5.1. La tour Eiffel étant à environ 4 km à vol d'oiseau de la tour Zamanski, est-il possible de la distinguer en ce jour de brouillard ?

Correction

$$\ell_{max} = -\frac{1}{\xi_{vis}} \ln(C_{seuil})) \tag{5.4}$$

AN : ℓ_{max}=-1./1e-3*log(2e-2)=3912 m. Cela signifie qu'on ne distingue pas à travers la brume les contours d'un objet situé à plus de 3.9 km. La tour Eiffel est donc difficilement visible avec un tel brouillard. C'est le cas sur l'image **??**.

Cet exercice permet d'appréhender la notion d'épaisseur optique dans le domaine de longueur d'onde visible. On constate que la distance au-delà de laquelle l'œil ne distingue plus les contour d'un objet correspond à une épaisseur optique bien définie.

De la même façon, au delà d'une certaine épaisseur optique, l'atmosphère est opaque.

Enfin, nous allons voir dans l'exercice suivant que le même raisonnement s'applique dans les longueurs d'onde infrarouges : dans l'infrarouge, ce n'est pas la lumière du Soleil qui subit une diffusion par des gouttelettes de brouillard, mais l'émission infrarouge de la surface de la Terre qui subit une extinction par les gaz à effet de serre.

5.2 Approche simplifiée de l'effet de serre

L'objectif de cet exercice [2] est de créer un modèle simple d'effet de serre à une couche d'atmosphère et de calculer l'épaisseur optique infrarouge nécessaire à la température moyenne de la surface terrestre de 15 °C.
Un élément de surface de la Terre est modélisé (figure 5.2) par une surface totalement absorbante aussi bien dans le visible que dans l'infrarouge. Une face est soumise au seul rayonnement solaire et l'autre face est isolée thermiquement (pas d'émission de rayonnement vers le bas). F_s est la densité de flux (infrarouge) émise par la surface de la Terre.

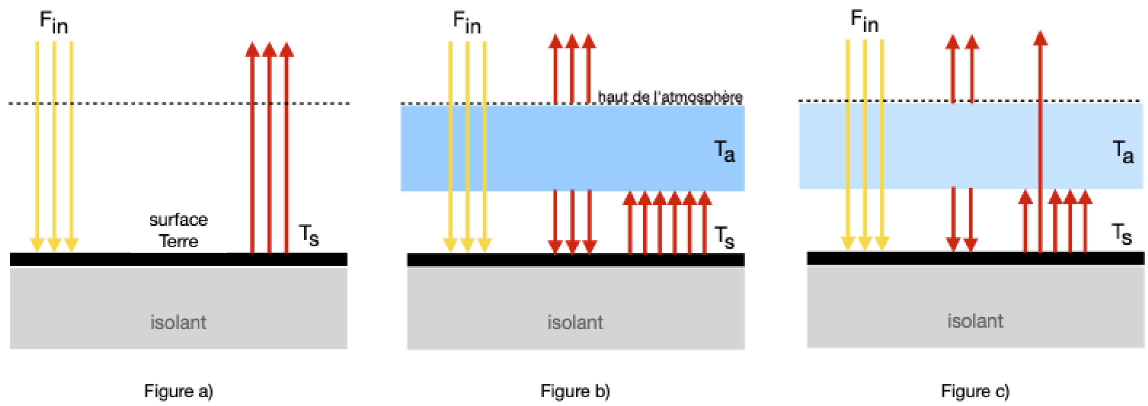


FIGURE 5.2 – Représentation schématique des échanges radiatifs pour un élément de surface terrestre dans le cas : a) sans atmosphère ; b) où l'atmosphère est assimilée à une couche totalement transparente au rayonnement solaire et totalement opaque au rayonnement infrarouge ; c) où l'atmosphère transmet une partie du rayonnement infrarouge qu'elle reçoit.

Quelques définitions :

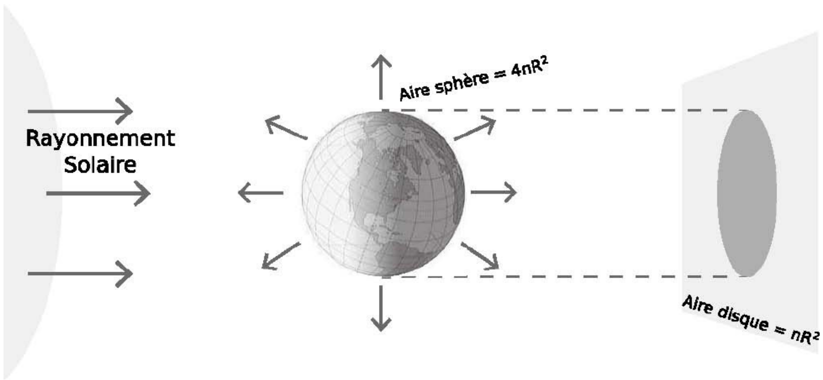
- F_{in} est la densité de flux d'énergie (puissance par unité de surface, en W/m^2) reçue du Soleil et qui entre en haut de l'atmosphère, sous forme de rayonnement visible (on néglige ici la partie UV et IR du spectre solaire).
- F_{out} est la densité de flux d'énergie sortante (vers l'espace) en haut de l'atmosphère sous forme de rayonnement infrarouge.
- L'*effet de serre* $\mathcal{E}$ est la différence entre le flux émis par la surface de la Terre et celui émis vers l'espace en haut de l'atmosphère : $\mathcal{E} = F_s - F_{\text{out}}$.

2. Cet exercice s'inspire de l'article "L'effet de serre atmosphérique : plus subtil qu'on ne le croit !", J.-L. Dufresne et J. Treiner, La Météorologie, numéro 72, février 2011, https://doi.org/10.4267/2042/39839.

- Le *bilan radiatif* au sommet de l'atmosphère s'écrit : $G = F_{\text{in}} - F_{\text{out}}$. Il est égal à $G = 0$ quand l'équilibre radiatif est établi. *Dans cet exercice, on suppose que l'équilibre radiatif est établi.*

Données : $A_b = 0{,}3$, $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$, $E = 1368\,\mathrm{W\,m^{-2}}$.

1. En s'aidant de la figure ci-dessous et de la définition de l'albédo, montrer que $F_{\text{in}} = \frac{E}{4}(1 - A_b)$ où E est la constante solaire et A_b l'albédo du système {Terre+atmosphère} vu de l'espace. Faire l'application numérique.



> **Correction**
>
> L'éclairement moyen réparti sur la sphère terrestre est la puissance interceptée par le disque $E\ \pi R_T^2$ divisée par la surface de la Terre $S_T = 4\pi R_T^2$, soit $E/4$. Comme l'albédo par définition est la fraction du rayonnement solaire incident qui est réfléchi, l'éclairement absorbé par la surface après réflexion par les nuages (20 %), diffusion Rayleigh par les molécules (6 %) et réflexion par la surface (4 %) est $E/4 - A_b\ E/4$. Donc on obtient bien $F_{\text{in}} = \frac{E}{4}(1 - A_b)$.

2. Rappeler la relation entre F_{in} et F_{out} impliquée par l'hypothèse d'un bilan radiatif en équilibre (en haut de l'atmosphère).

> **Correction**
>
> Par définition, à l'équilibre radiatif, $F_{\text{in}} = F_{\text{out}}$ et la température de surface moyenne globale T_s est constante dans le temps.

3. Rappeler l'expression de la densité de flux F_s émise par la surface de la Terre en fonction de T_s. On rappelle que la surface se comporte ici comme un corps noir.

> **Correction**
>
> Par application de la loi de Stefan-Boltzmann, on a $F_s = \sigma T_s^4$ avec $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$.

5.2.1 Une Terre sans atmosphère

On considère un modèle de Terre sans effet radiatif infrarouge de l'atmosphère, mais avec un albédo combiné de l'atmosphère et de la surface préservé de 30 % (figure 5.2.a).

4. Montrer qu'alors l'effet de serre est nul : $\mathcal{E} = 0$.

> **Correction**
>
> Comme l'atmosphère est transparente dans l'infrarouge, $F_{\text{out}} = F_s$ et $\mathcal{E} = F_s - F_{\text{out}} = 0\,\mathrm{W\,m^{-2}}$.

5. Calculer T_s la température de la surface de la Terre. Faire l'application numérique et conclure sur ce modèle.

Correction

À l'équilibre radiatif, $G = 0\,\mathrm{W\,m^{-2}}$ et $F_{\mathrm{in}} = F_{\mathrm{out}}$, d'où $\frac{E}{4}(1 - A_b) = \sigma T_S^4$. On a donc :

$$T_s = \sqrt[4]{\frac{E}{4\sigma}(1 - A_b)}. \tag{5.5}$$

AN : T_s`=(1368./4./5.67e-8*(1.-0.3))**0.25` = 255 K, soit une température moyenne de la surface de -18 °C. Sans effet de serre, la Terre est totalement gelée et n'est pas habitable.

6. Autre application : la Lune n'a pas d'atmosphère, donc ce modèle y est adapté. En prenant un albédo $A_b \simeq 0{,}1$, ce qui correspond à la lumière diffusée par la surface, déduire sa température de surface T_s. [3]

Correction

Si on souhaite faire un calcul réaliste, il convient d'évaluer F_{in} en utilisant a_L au lieu de A_b. La Lune n'a pas d'atmosphère, et un sol qui réfléchit partiellement la lumière incidente du soleil : $F_{\mathrm{in}} = E/4\,(1 - a_L)$. L'équilibre radiatif nous donne : $T_s = [E\,(1 - a_L)/(4\sigma)]^{1/4} \simeq 273K$. $E/4$ est la valeur moyennée sur la sphère. Si on prend une surface de la Lune recevant un éclairement maximal égal à E, la température est égale à : $T_s = [E\;(1 - a_L)/\sigma]^{1/4} \simeq 390K$, ce qui est proche des températures maximales observées de l'ordre de 120 °C.

5.2.2 L'atmosphère : modèle à une couche totalement absorbante dans l'infrarouge

Pour modéliser la présence d'une atmosphère, positionnons au-dessus de la surface terrestre une couche de gaz (figure 5.2.b) totalement absorbante (donc opaque) au rayonnement infrarouge.

7. Soit T_a la température de cette couche d'atmosphère. Donner l'expression de la densité de flux émise (en infrarouge) par la couche d'atmosphère vers le bas (la surface) et vers le haut (l'espace).

Correction

L'atmosphère émet un rayonnement de corps noir en IR vers le haut et vers le bas. La face vers le haut émet : σT_a^4 et la face vers le bas σT_a^4.

8. Écrire le bilan radiatif en haut de l'atmosphère.

Correction

Le seul rayonnement sortant provient de l'atmosphère car tout le rayonnement provenant de la surface est absorbé. F_{in} (visible, entrant) $= F_{\mathrm{out}} = \sigma T_a^4$ (IR, sortant).

9. Écrire le bilan radiatif à la surface de la Terre.

Correction

La surface de la Terre émet σT_s^4 en IR. Elle reçoit : F_{in} du soleil, en visible, et σT_a^4, en IR, émittance de l'atmosphère vers le sol. **C'est l'ajout de cette émittance, de l'atmosphère vers la surface, qui est responsable de l'effet de serre.** Donc : $\sigma T_s^4 = F_{\mathrm{in}} + \sigma T_a^4$ et comme F_{in} (visible, entrant) $= F_{\mathrm{out}} = \sigma T_a^4$ (question précédente), alors $\sigma T_s^4 = 2F_{\mathrm{in}}$.

10. Calculer l'effet de serre $\mathcal{E}$.

Correction

$\mathcal{E} = F_s - F_{\mathrm{out}} = 2F_{\mathrm{in}} - F_{\mathrm{in}} = F_{\mathrm{in}} = 240$ W.m^{-2}. Cet effet de serre maximal pour une atmosphère opaque dans l'infrarouge est égale à l'éclairement absorbé du Soleil. En effet, l'atmosphère ne peut pas émettre davantage que ce qu'elle absorbe, et elle absorbe l'émittance de la surface qui est en équilibre

3. On considère que la surface de la Lune est totalement absorbante dans l'IR.

avec F_{in}, soit 240 W m^{-2}. Elle ne peut donc pas “piéger” plus que 240 W m^{-2}.

11. Calculer T_s.

Correction

$$T_s = \sqrt[4]{\frac{2F_{\text{in}}}{\sigma}}. \tag{5.6}$$

AN : T_s=`(2*240./5.67e-8)**0.25`=303 K, soit une température moyenne de la surface de 30 °C. La température est plus élevée que la température observée : l'atmosphère terrestre n'est donc pas complètement opaque à l'infrarouge, autrement il y ferait plus chaud.

12. Vérifier que le bilan radiatif de la couche d'atmosphère est nul.

Correction

L'atmosphère est transparente en visible : elle ne reçoit pas d'énergie du soleil. Elle reçoit en IR de la surface de la Terre : $F_{\text{reçu}} = \sigma T_s^4 = 2F_{\text{in}}$. Elle émet en tout par chacune de ses deux faces $F_{\text{émis}} = 2 \times \sigma T_a^4 = 2F_{\text{in}}$ (car l'équilibre radiatif stipule $G = 0$, voir question 8). On a donc bien $F_{\text{reçu}} = F_{\text{émis}}$.

5.2.3 L'atmosphère : modèle à une couche partiellement absorbante dans l'infrarouge

On suppose maintenant que la couche d'atmosphère n'est plus totalement opaque en infrarouge (figure 5.2.c), c'est-à-dire qu'elle n'absorbe qu'une fraction α du rayonnement incident (qu'on prendra constant) [4]. Un corps gris à la température T émet une puissance surfacique $P_S = \epsilon\sigma T^4$, où $\epsilon < 1$ est un facteur sans dimension appelé émissivité. La **loi de Kirchhoff** assure qu'émissivité et absorptivité sont identiques : $\alpha = \epsilon$. [5] On n'utilisera plus que α par la suite.

13. Donner les expressions des densités de flux absorbé et transmis par l'atmosphère.

Correction

L'atmosphère absorbe : $\alpha\,\sigma T_s^4$ et transmet $(1-\alpha)\,\sigma T_s^4$.

14. Donner l'expression de la densité de flux émise (en infrarouge) par l'atmosphère vers le haut et vers le bas.

Correction

Chacune des deux faces de l'atmosphère émet un rayonnement de corps gris en IR. La face vers le haut émet : $\epsilon\,\sigma T_a^4$ et la face vers le bas $\epsilon\,\sigma T_a^4$.

15. Écrire le bilan radiatif de la couche d'atmosphère. En déduire une relation entre T_a et T_s.

Correction

L'atmosphère a reçu (absorbé) : $\alpha\,\sigma T_s^4$ et émet $2 \times \epsilon\,\sigma T_a^4$. Donc $\alpha\,\sigma T_s^4 = 2 \times \epsilon\,\sigma T_a^4$ et comme $\epsilon = \alpha$, $T_s^4 = 2T_a^4$.

16. Écrire le bilan radiatif en haut de l'atmosphère et en déduire l'expression de T_s. Vérifier que l'on retrouve bien le cas 5.2.1 pour $\alpha = 0$ et 5.2.2 pour $\alpha = 1$.

4. Ce type de de système est appelé un *corps gris* avec $a < 1$ par analogie avec le *corps noir* qui absorbe tous les rayonnements : $a = 1$.
5. Ce résultat, parfois appelé seconde loi de Kirchhoff, se démontre par un bilan à l'équilibre en utilisant la conservation de l'énergie.

Correction

$F_{\text{out}} = \epsilon\sigma T_a^4 + (1-\alpha)\sigma T_s^4$ avec $T_s^4 = 2T_a^4$, d'où $F_{\text{out}} = (1-\alpha/2)\sigma T_s^4$. Comme $F_{\text{in}} = F_{\text{out}}$ à l'équilibre radiatif, alors :

$$T_s = \sqrt[4]{\frac{2F_{\text{in}}}{\sigma(2-\alpha)}}. \tag{5.7}$$

On retrouve bien les deux solutions des modèles a) et b) pour $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$.

17. Écrire également l'expression de T_a.

Correction

Comme $T_s^4 = 2T_a^4$, on obtient directement :

$$T_a = \sqrt[4]{\frac{F_{\text{in}}}{\sigma(2-\alpha)}}. \tag{5.8}$$

18. Calculer la valeur de α correspondant à une valeur de l'effet de serre $\mathcal{E} = 150$ W.m^{-2} (valeur de l'effet de serre à l'ère pré-industrielle).

Correction

$\mathcal{E} = \sigma T_s^4 - F_{\text{out}} = \sigma T_s^4 - (1-\alpha/2)\sigma T_s^4 = (\alpha/2)\sigma T_s^4 = \alpha/(2-\alpha)F_{\text{in}}$. Soit au final :

$$\alpha = \frac{2\mathcal{E}}{F_{\text{in}} + \mathcal{E}} \tag{5.9}$$

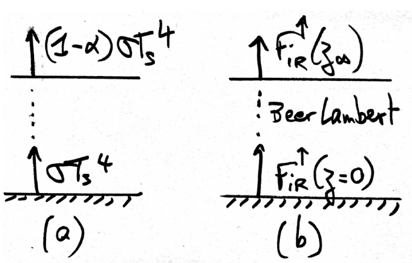
Donc α = `2*150/(240.+150.)` = 0,77.

19. Utiliser cette valeur de α pour calculer T_s et T_a.

Correction

T_s = `(2*240./5.67e-8/(2-0.77))**0.25` = 14,9 °C et
T_a = `(240./5.67e-8/(2-0.77))**0.25` = -31 °C.

20. La transmissivité t est le rapport de la densité de flux transmise et de la densité de flux incidente. Écrire la transmissivité t dans le modèle à une couche d'une part (cas a), puis dans le cas général (cas b) en appliquant la loi de Beer-Lambert à travers la couche d'atmosphère d'épaisseur optique totale τ_{IR}. En déduire que $\alpha = 1 - \exp(-\tau_{IR})$.



Correction

Dans le cas (a), la transmissivité s'écrit $t = \frac{(1-\alpha)\sigma T_s^4}{\sigma T_s^4} = (1-\alpha)$, et dans le cas (b), comme $F_{IR}^{\uparrow}(z_\infty) = F_{IR}^{\uparrow}(z_0)\exp(-\tau_{IR})$, alors $t = \frac{F_{IR}^{\uparrow}(z_\infty)}{F_{IR}^{\uparrow}(z_0)} = \exp(-\tau_{IR})$. D'où $t = (1-\alpha) = \exp(-\tau_{IR})$ et $\alpha =$

$1 - \exp(-\tau_{IR})$.

21. En déduire l'expression et la valeur de l'épaisseur optique τ_{IR} pour un effet de serre $\mathcal{E} = 150$ W.m^{-2}.

Correction

On a donc $\tau_{IR} = -\ln(1-\alpha)$ avec α = 0.77, d'où : α `= -log(1.-0.77) =` 1.47. L'atmosphère a une épaisseur optique assez élevée dans l'infrarouge.

22. Quelles sont les limites de ce modèle ?

Correction

a) L'atmosphère n'est pas complètement transparente au rayonnement solaire : la formation et la dissociation de l'ozone stratosphérique absorbent une partie du rayonnement ultraviolet, et la vapeur d'eau absorbe une partie du rayonnement solaire dans le proche infrarouge ;
b) Nous faisons ici l'hypothèse que toutes les longueurs d'onde sont absorbées de la même façon dans l'infrarouge ;
c) L'atmosphère n'est pas homogène et ne peut pas se résumer à une couche ! En réalité la température varie selon z, et l'émission infrarouge aussi ! Ce sera l'objet du TD suivant.