Sorbonne Université
Énergie-Climat-Société, LU2PY125

Licence de physique

TD n° 2 : Énergétique du climat

Exercice I   Bilan d'énergie d'une parcelle d'air en région intertropicale

Objectifs :

— *Manipuler et calculer divers transferts d'énergie d'intérêt dans l'atmosphère*

— *Comprendre comment les climats "géographiques" sont régis par la physique du climat*

La figure 1 illustre la circulation moyenne dans la région intertropicale de la Terre. Cette circulation est caractérisée par deux cellules centrées autour de l'équateur météorologique appelées cellules de Hadley. Les alizés convergent dans les basses couches vers cet équateur météorologique, qui est aussi appelé zone de convergence intertropicale (ZCIT).

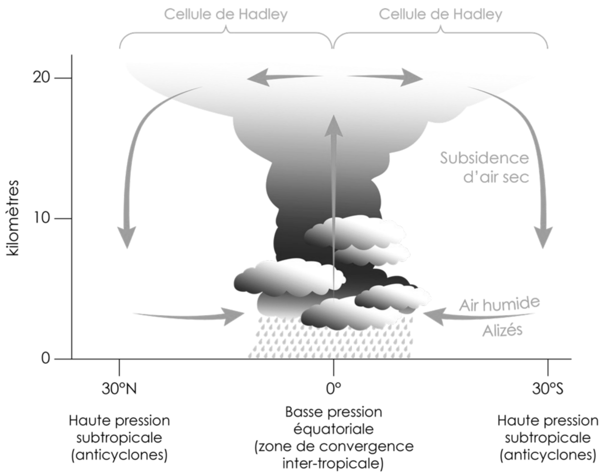

FIGURE 1 – Circulation moyenne intertropicale. Les parcelles de l'équateur (à 0° de latitude sur la figure) sont chauffées par la surface, acquièrent de la flottabilité (comme une montgolfière) et entrent en convection. En montant, elles se refroidissent, condensent, et libèrent de la chaleur latente, ce qui accroît encore leur flottabilité. La convection profonde est alors enclenchée, et aboutit à la formation de nuages orageux épais dans la ZCIT (zone de convergence intertropicale). De part et d'autre de la ZCIT, en altitude, les parcelles sèches divergent vers les tropiques et redescendent lentement vers la surface (à 30°N et 30°S sur la figure).

Dans cet exercice, nous allons suivre le chemin d'une parcelle d'air (petit volume élémentaire) dans la cellule de Hadley. Ce chemin est représenté sur la figure 2 par les points A, B et C.

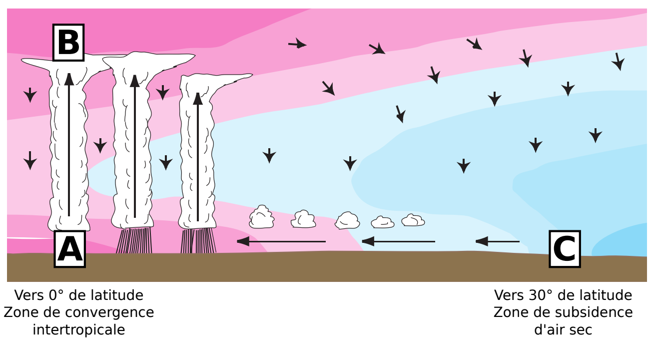

FIGURE 2 – Chemin parcouru par la parcelle dans la cellule de Hadley. L'énergie statique humide e_h est montrée en fond. Elle est la plus élevée dans la partie gauche de la figure (proche des points A et B), et la plus faible dans la partie droite de la figure (proche du point C). **Trajet A→B :** La parcelle monte en quelques heures dans les tours convectives de la ZCIT. **Trajet B→C :** la parcelle s'éloigne de l'équateur, se refroidit radiativement, perd de la flottabilité et redescend lentement dans la branche subsidente de la cellule de Hadley. **Trajet C→A :** De nouvelles parcelles convergent vers la ZCIT en formant des alignements de cumulus d'alizés.

Pour suivre son évolution, nous allons employer l'énergie statique humide e_h, somme de l'énergie interne massique, de l'énergie potentielle massique et de l'enthalpie de changement d'état massique :

$$e_h = c_p\,T + g\,z + L_v\,r_{\text{vap}}, \tag{1}$$

où pour la parcelle d'air c_p est sa capacité thermique massique, T sa température, z son altitude et r_{vap} son rapport de mélange massique en vapeur d'eau ; g est l'accélération de la pesanteur, L_v est l'enthalpie massique de vaporisation (ou *chaleur latente*).

Q.1) En repartant du premier principe de la thermodynamique, rappeler pourquoi l'énergie statique humide est conservée pour une transformation pseudo-adiabatique, c'est-à-dire sans autre échange de chaleur que l'échange de chaleur latente.

R.1) Rappel : À partir du premier principe, on obtient :

$$c_p\,\mathrm{d}T = \frac{\mathrm{d}p}{\rho} + \delta q \tag{2}$$

Autrement dit, la variation d'énergie interne de la parcelle est égale à la somme du travail des forces de pression (compression/détente) et des échanges de chaleur avec l'extérieure.

— On introduit d'abord l'équation de l'équilibre hydrostatique $\frac{\mathrm{d}p}{\rho} = -g\,\mathrm{d}z$ dans l'équation 2 ;
— On se place ensuite dans le cas d'une transformation pseudo-adiabatique, dans laquelle le seul échange de chaleur est l'échange de chaleur latente avec l'environnement $\delta q = -L_v\,\mathrm{d}r_{\text{vap}}$ avec $L_v > 0$ et r_{vap} le rapport de mélange massique de vapeur d'eau. S'il y a condensation, $\mathrm{d}r_{\text{vap}} < 0$ et $\delta q > 0$ (chauffage). S'il y a évaporation, $\mathrm{d}r_{\text{vap}} > 0$ et $\delta q < 0$ (refroidissement).

On obtient ainsi :

$$c_p\,\mathrm{d}T + g\,\mathrm{d}z + L_v\,\mathrm{d}r_{\text{vap}} = 0 \tag{3}$$

Lors d'une transformation pseudo-adiabatique, la quantité conservée est donc :

$$e_h = c_p\,T + g\,z + L_v\,r_{\text{vap}} \tag{4}$$

Il s'agit de l'énergie portée par une parcelle d'air :
— $c_p\,T$ représente l'énergie interne (plus précisément l'enthalpie) ;
— $g\,z$ représente l'énergie potentielle ;
— $L_v\,r_{\text{vap}}$ représente l'enthalpie de changement d'état.

Lors du transport de la parcelle, les différents termes évoluent ainsi pour conserver l'énergie statique humide e_h :
— Si par exemple la parcelle monte, $g\,z$ augmente et $c_p\,T$ diminue. En se refroidissant, la parcelle condense : $L_v\,r_{\text{vap}}$ diminue et $c_p\,T$ augmente (par libération de chaleur latente) ;
— Si la parcelle descend, $g\,z$ diminue et $c_p\,T$ augmente. En se réchauffant, l'eau condensée de la parcelle s'évapore : $L_v\,r_{\text{vap}}$ augmente et $c_p\,T$ diminue (refroidissement par évaporation).

On considère une parcelle d'atmosphère humide placée en surface au point A. L'altitude $z_A = 0\,\mathrm{km}$, $T_A = 25\,°\mathrm{C}$, $r_{\text{vap,A}} = 20\,\mathrm{g\,kg^{-1}}$ (c'est-à-dire qu'il y a $20\,\mathrm{g}$ de vapeur d'eau dans $1\,\mathrm{kg}$ d'air), et on rappelle que $c_p = 1004\,\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$, $L_v = 2500\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$ et $g = 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

Q.2) Calculer l'énergie statique humide initiale $e_{h,A}$ de la parcelle.

R.2) On peut s'intéresser aux différents termes :
— $c_p\,T$ =`1004*(273.15+25)`$= 300\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$;
— $g\,z = 0\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$;
— $L_v\,r_{\text{vap}}$ =`2.5e6*20e-3`$= 50\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$.

C'est donc l'énergie interne et la chaleur latente qui dominent. L'énergie statique humide totale est donc $e_h = 350\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$.

Q.3) Pour se donner une idée de l'énergie contenue dans une parcelle d'atmosphère, on s'intéresse à la chaleur latente. Le champion cycliste Robert Förstemann peut fournir une puissance P_{max} de 700 W pendant une minute maximum, avant d'être épuisé de fatigue. Quelle masse d'eau Robert peut-il évaporer avant de tomber de fatigue ? [Alternativement, déterminer la hauteur qu'un humain de 74 kg doit monter pour accumuler autant d'énergie potentielle que celle nécessaire à vaporiser 1 kg d'eau.]

R.3) L'enthalpie de vaporisation de l'eau L_v étant de $2500\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$, Robert doit pédaler un temps t_{vap} pouvant s'écrire :

$$t_{\text{vap}} = L_v / P_{\text{max}} \tag{5}$$

On trouve t_{vap} `=2.5E6/700=` $1\,\text{h}\,\text{kg}^{-1}$. Avec une minute, Robert peut seulement évaporer $16\,\text{g}$ d'eau avant d'être épuisé.

La parcelle d'air est entraînée dans l'ascendance d'un nuage fortement convectif et passe du point A sur la figure 2 au point B. Sa température finale est $T_B = -60\,°\text{C}$. Du fait de la condensation de la vapeur d'eau sous forme de gouttelettes d'eau dans le nuage et de précipitations (pluies), la parcelle perd toute son eau lors de l'ascension et $r_{\text{vap,B}} = 0\,\text{g}\,\text{kg}^{-1}$.

Q.4) Donner le signe de variation des différents termes d'énergie (équation (1)) entre l'état initial et final.

R.4) Les énergies internes et latentes vont diminuer au profit d'une augmentation d'énergie potentielle.

Q.5) On suppose l'ascendance suffisamment rapide pour être pseudo-adiabatique (la parcelle n'a pas le temps d'échanger avec l'extérieur). Calculer l'altitude atteinte par la parcelle au point B.

R.5) Au point A, l'altitude est nulle, donc nous avons :

$$e_{h,A} = c_p\, T_A + L_v r_{\text{vap,A}}. \tag{6}$$

Au point B, la parcelle est sèche, donc nous avons :

$$e_{h,B} = c_p\, T_B + g\, z_B. \tag{7}$$

Par conservation de l'énergie statique humide, on peut écrire $e_{h,B} = e_{h,A}$, d'où :

$$c_p\, T_B + g\, z_B = e_{h,A}, \text{ et donc :}$$
$$z_B = \frac{e_{h,A} - c_p\, T_B}{g}.$$

On obtient $z_B =$ `(350e3-1004*(273.15-60))/9.81=` $13.9\,\text{km}$.

Q.6) Vérifier ce résultat grâce à la figure 1.

R.6) L'ordre de grandeur est assez similaire à la hauteur des cumulonimbus de la figure 1. Avec de simples considérations de conservation d'énergie, on peut faire de bons calculs en ordre de grandeur.

La parcelle d'air est poussée par les forces de pression loin de l'équateur vers les tropiques. Elle se refroidit, perd de la flottabilité et redescend du point B au point C sans nouvel apport d'eau (r_{vap} reste nul).

Q.7) On suppose que cette subsidence est, tout comme l'était l'ascendance, rapide et que la transformation est pseudo-adiabatique. Déterminer la température de la parcelle d'air une fois redescendue au point C. Ce résultat vous semble-t-il réaliste ?

R.7) L'énergie statique s'écrit :

$$e_{s,B} = c_p\, T_B + g\, z_B \text{ au point B et}$$
$$e_{s,C} = c_p\, T_C \text{ au point C, donc le bilan s'écrit :}$$
$$c_p\, T_B + g\, z_B = c_p\, T_C, \text{ ce qui nous donne :}$$

$$T_C = T_B + \frac{g}{c_p}\, z_B = \texttt{-60+9.81/1004*13.9e3} = 75.8\,°\text{C}.$$

Ce résultat n'est pas réaliste. Les régions de descente d'air sec, comme le Sahara, ne connaissent pas des températures aussi élevées.

En réalité, la subsidence est trop lente pour que l'hypothèse de transformation pseudo-adiabatique soit valide. La parcelle a le temps d'échanger de la chaleur avec l'extérieur, et notamment de perdre de l'énergie par émission infrarouge, surtout la nuit où elle ne reçoit plus de rayonnement solaire. La conservation de l'énergie de la parcelle lors de la descente s'écrit donc en réalité :

$$c_p\,\mathrm{d}T + g\,\mathrm{d}z + L_v\,\mathrm{d}r_{\text{vap}} = \delta q_{\text{rad}}, \tag{8}$$

avec δq_{rad} les pertes de chaleur par refroidissement radiatif. Ici, le terme $\mathrm{d}r_{\text{vap}}$ sera nul car la parcelle est sèche tout au long de la transformation.

Q.8) On suppose que la parcelle redescend lentement jusqu'au point C où sa température finale est typique d'un désert chaud et prise égale à $T_C = 30\,°\mathrm{C}$. Quelle quantité de chaleur a été perdue radiativement lors de la descente pour aboutir à une telle température en surface ?

R.8) Le bilan d'énergie de la transformation s'écrit dans ce cas :

$$c_p\,\Delta T + g\,\Delta z = \Delta q_{\text{rad}}, \text{ autrement dit :}$$
$$c_p\,(T_C - T_B) + g\,(z_C - z_B) = \Delta q_{\text{rad}}$$

L'énergie massique perdue par rayonnement au cours de la descente est donc de :

$$\Delta q_{\text{rad}} = c_p\,(T_C - T_B) - g\,z_B = \texttt{1004*(30.+60.)-9.81*13.8e3} = -45\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}.$$

Q.9) Le taux moyen de refroidissement radiatif peut être calculé à partir des observations et est d'environ $1.5\,\mathrm{K}$/jour dans l'atmosphère tropicale. Quelle est la variation d'énergie thermique massique de la parcelle en un jour due à ces pertes par rayonnement ?

R.9) Une variation de température $\mathrm{d}T_{rad}$ correspond à une variation d'enthalpie massique $c_p\,\mathrm{d}T_{rad}$. Si un échange de chaleur δq est entièrement responsable de cette variation de température (ce qui est le cas ici pour un échange radiatif), alors $\delta q = c_p\,\mathrm{d}T_{rad}$, et la puissance thermique massique échangée est

$$\pi = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = c_p\,\frac{\mathrm{d}T_{rad}}{\mathrm{d}t}$$

L'application numérique donne -0.017 W/kg soit -1.5 kJ/kg/jour.

Q.10) En déduire un ordre de grandeur de la vitesse verticale de subsidence et de sa durée.

R.10) Lors de la descente la parcelle perd $45\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$ d'énergie radiative et la puissance de l'émission infrarouge est de $\pi = -1.5\,\mathrm{kJ/kg/jour}$. La parcelle met donc $\Delta q_{\text{rad}}/\pi = 30\,\text{jours}$ à redescendre. Elle descend d'une altitude z_B en 30 jours, soit à une vitesse d'environ $5\,\mathrm{mm\,s^{-1}}$.

Cet exercice permet de constater que par simple application du premier principe sur une parcelle d'atmosphère, on peut calculer les caractéristiques de la circulation tropicale avec les bons ordres de grandeur. L'atmosphère dans son ensemble constitue donc une très belle application de la conservation de l'énergie.