# TD11 : Introduction à la physique statistique quantique

LU3PY403 Thermostatistique - Sorbonne Université

January 15, 2026

## 1 Système à trois états : classique ou quantique

Nous considérons un système de particules identiques sans interactions qui peuvent se trouver dans trois états distincts d'énergie $\epsilon_n = n\epsilon$, avec $\epsilon > 0$ , $n = 1, 2, 3$. Le système est en équilibre thermique avec un thermostat à la température $T$.

### 1.1

Pour commencer, considérons le cas d'une seule particule. Exprimez la fonction de partition canonique $Z_1(\rho)$ en fonction de $\rho \equiv e^{-\beta\epsilon}$. Quelle est la probabilité $q_1(\rho)$ que l'état $n = 2$ soit vide ? Tracez $q_1(\rho)$ en fonction de $\rho$ et donnez des expressions explicites dans les régimes de haute et basse température. Donnez une interprétation physique de vos résultats.

### 1.2

Nous avons maintenant deux particules. Énumérez les états possibles du système à deux particules et leurs énergies dans le cas bosonique puis fermionique. Exprimez les fonctions de partition $Z_2^B(\rho)$ et $Z_2^F(\rho)$ correspondantes et les probabilités $q_2^B(\rho)$ et $q_2^F(\rho)$ que l'état $n = 2$ soit vide dans les deux cas.

### 1.3

Tracez $q_2^B(\rho)$ et $q_2^F(\rho)$ en fonction de $\rho$ et donnez des expressions explicites dans les régimes de haute et basse température. Donnez une interprétation physique de vos résultats. En particulier, commentez les différences entre les bosons et les fermions à haute et basse température.

## 2 Calcul des nombres d'occupation des fermions et des bosons

### 2.1

En partant de la fonction de partition dans l'ensemble grand-canonique de potentiel chimique $\mu$, et en introduisant les nombres d'occupation $n_{\mathbf{s}}$ des états à une particule d'énergie $\epsilon_{\mathbf{s}}$, démontrer les expressions $[e^{\beta(\epsilon_{\mathbf{s}}-\mu)} \pm 1]^{-1}$ des nombres d'occupation moyens $\langle n_{\mathbf{s}} \rangle$ pour des fermions ou des bosons. Calculer aussi la variance $\mathrm{Var}(n_{\mathbf{s}})$ à l'équilibre thermique et comparer au cas d'une loi de Poisson.