: Exercices de cours à faire avant le TD et qui ne seront pas corrigés en séances

: Exercices à préparer avant le TD et qui seront corrigés en séance

: Exercices non corrigés en TD (plus difficiles), pour réviser & s'entraîner

N'hésitez pas à demander des éclaircissements auprès de vos enseignant·e·s.

1 Le gaz parfait : description quantique et limite classique

Une particule quantique dans une boîte

Une particule de masse m (sans spin) est confinée dans une enceinte cubique de dimension linéaire L et de volume $V = L^3$. Son énergie est donnée par

$$E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \tag{1}$$

où n_x, n_y et n_z sont trois nombres entiers positifs associés aux trois degrés de liberté de la particule.

On cherche à évaluer sommairement la façon dont le nombre de micro-états $\Omega(V, E)$ varie avec E et V. Pour cela, on se place dans l'approximation des grands nombres quantiques, de telle façon que l'énergie varie quasi continûment avec les nombres quantiques associés. La fonction $\Omega(V, E)$ est alors elle-même une fonction presque continue de E.

1 – On considère tout d'abord le cas d'une particule dans une boîte à *une* dimension de taille L. À partir de l'expression (1) des niveaux d'énergie de la particule évaluer le nombre d'états $\Phi(L, E)$ d'énergie inférieure ou égale à E. En déduire l'expression de la densité $\rho(L, E)$ d'états compris entre les énergies E et $E + \delta E$ avec $\delta E \ll E$, ainsi que $\Omega(L, E)$.

2 – Obtenir la densité d'états $\rho(L, E)$ en *deux* puis *trois* dimensions quantiquement.

3 – Calculer le nombre de micro-états accessibles pour un atome d'argon de masse molaire $M = 40$ g.mol^{-1} d'énergie comprise entre E et $E + \delta E$, où $E = 6 \times 10^{-21}$ J et $\delta E = 10^{-31}$ J, dans un volume d'un litre.

Le gaz parfait quantique

L'enceinte contient N particules sans interaction et supposées *discernables*. Malgré cette hypothèse, nous allons étudier ce système dans le cadre de la mécanique quantique.

4 – Montrer que ce gaz parfait est équivalent à une particule évoluant dans un espace à $3N$ dimensions. Calculer $\Phi(N, V, E)$ et $\rho(N, V, E)$ en vous inspirant du cas d'une particule seule.

5 – En déduire l'entropie de ce gaz.

6 – Calculer la température et la pression du gaz parfait. Vérifier que vous retoruver l'équation d'état bien connue.