

 : Exercices de cours à faire avant le TD et qui ne seront pas corrigés en séances

 : Exercices à préparer avant le TD et qui seront corrigés en séance

 : Exercices non corrigés en TD (plus difficiles), pour réviser & s'entraîner

N'hésitez pas à demander des éclaircissements auprès de vos enseignant.e.s.

1 Paramagnétisme de Pauli

On considère un gaz d'électrons libres dans une enceinte de volume V à la température T .

- 1 – Rappeler l'expression de la densité d'états en énergie $\rho_{3D}(\epsilon)$.
- 2 – Rappeler quel est le nombre moyen d'occupation $n(\epsilon)$ d'un état quantique d'énergie ϵ lorsque le potentiel chimique du gaz est égal à μ .
- 3 – Rappeler l'expression de l'énergie de Fermi à température nulle.

On plonge le gaz d'électrons dans un champ magnétique $\vec{B} = B_z \vec{e}_z$. Soit \vec{m} le moment magnétique d'un électron.

- 4 – Montrer que la densité d'états en énergie des électrons up (moment aligné avec le champ) et down (dans le sens contraire) est

$$\rho_{\pm}(\epsilon) = \frac{1}{2} \rho_{3D}(\epsilon \pm mB), \epsilon \geq \mp mB$$

- 5 – Calculer le nombre N_{\pm} d'électrons up et down à température nulle et écrire la relation qui relie le niveau de Fermi ϵ_F à N, V et B .
- 6 – La valeur de m est égale au magnéton de Bohr soit environ 10^{-23} J.T $^{-1}$. Montrer que $mB \ll \epsilon_F(B=0)$ et que, au premier ordre, $\epsilon_F(T=0, B)$ est indépendant de B .
- 7 – En déduire que l'aimantation à température nulle se met sous la forme $M = \frac{3}{2} N m \frac{mB}{\epsilon_F}$. Comparer avec le résultat équivalent pour des particules discernables, expliquer en particulier l'origine de l'énorme réduction de l'aimantation.
- 8 – Écrire N_{\pm} et M pour des températures non nulles. Discuter du comportement de M lorsque $T \gg T_F$. Montrer que dans cette limite, le potentiel chimique est donné par

$$\exp(\beta\mu) = \frac{4(\beta\epsilon_F)^{\frac{3}{2}}}{3\sqrt{\pi} \cosh(\beta mB)}.$$

et que l'aimantation vérifie l'équation $M = Nm \tanh(\beta mB)$ comme attendu.