

## PL 4

# Algoritmos Probabilísticos

### 4.1 Funções de dispersão

O objectivo destes exercícios é avaliar o funcionamento de uma estrutura de dados importante, a *Chaining Hash Table*, e um dos conceitos que a suportam, *Hash Functions* (funções de dispersão).

1. Crie uma função para gerar chaves constituídas por caracteres. O comprimento (i.e., o número de caracteres) de cada chave deve ser escolhido aleatoriamente (distribuição uniforme) entre  $i_{min}$  e  $i_{max}$ . A função deve ter como parâmetros de entrada o número  $N$  de chaves a gerar, os valores de  $i_{min}$  e  $i_{max}$ , um vector com os caracteres a usar nas chaves e um vector com as probabilidades de cada um dos caracteres a utilizar. Se a função for chamada sem o último parâmetro, deve considerar os caracteres equiprováveis (ver a documentação da função `nargin`).

A função deve devolver um "cell array" com o conjunto de chaves geradas garantindo que as chaves são todas diferentes.

- (a) Gere um conjunto de  $N = 10^5$  chaves usando todas as letras maiúsculas e minúsculas ('A' a 'Z' e 'a' a 'z') com igual probabilidade e em que  $i_{min} = 6$  e  $i_{max} = 20$ .
  - (b) Gere um conjunto de  $N = 10^5$  chaves usando todas as letras minúsculas ('a' a 'z') com as probabilidades contidas no ficheiro `prob_pt.txt` e que correspondem às frequências das letras em Português ([https://pt.wikipedia.org/wiki/Frequ%C3%Aancia\\_de\\_letras](https://pt.wikipedia.org/wiki/Frequ%C3%Aancia_de_letras)). Considere novamente  $i_{min} = 6$  e  $i_{max} = 20$ .
2. Considere a função Matlab `string2hash()`<sup>1</sup> que implementa duas funções de dispersão diferentes. Considere ainda 2 funções Matlab fornecidas que são adaptações para Matlab das funções de dispersão `hashstring()`<sup>2</sup> e `DJB31MA()`<sup>3</sup>.  
Utilizando separadamente cada uma destas quatro funções de dispersão, simule a inserção das chaves criadas no exercício 1a) em 3 *Chaining Hash Tables*, uma de tamanho  $5 \times 10^5$ , outra de tamanho  $10^6$  e a terceira de tamanho  $2 \times 10^6$ . Para cada uma das simulações (4 funções de dispersão  $\times$  3 tamanhos):
    - (a) Guarde um vector com os *hashcodes* obtidos.
    - (b) Registe o número de atribuições a cada uma das posições de cada *Hash Table*.
    - (c) Calcule o número de colisões (em cada *Hash Table* e para cada função de dispersão).
    - (d) O tempo de execução da simulação.
  3. Utilizando a informação obtida no exercício anterior, compare o desempenho das quatro funções de dispersão para cada tamanho diferente da *Hash Table*, relativamente a:

---

<sup>1</sup><https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/27940-string2hash>

<sup>2</sup>Função usada em Programação II que poderá ser adaptada ao matlab.

<sup>3</sup>Função baseada no algoritmo de Daniel J. Bernstein, ver sumário de MPEI de 2014 (Prof. Paulo Jorge Ferreira) ou slides TP.

- (a) Uniformidade, de duas formas diferentes:
    - i. visualize os histogramas dos *hashcodes* com 100 intervalos e verifique se os valores nos diferentes intervalos são similares;
    - ii. calcule os momentos de ordem 2, 5 e 10 das variáveis aleatórias correspondentes aos valores dos *hashcodes* divididos pelo comprimento da *Hash Table* (i.e, variável aleatória toma valores entre 0 e 1) e compare com os valores teóricos da distribuição uniforme.<sup>4</sup>
  - (b) Número de colisões e número máximo de atribuições numa mesma posição da *Hash Table*.
  - (c) Tempos de execução.
4. Repita os exercícios 2 e 3 usando agora as chaves criadas no exercício 1b). As conclusões destes resultados são semelhantes às do exercício 3?

## 4.2 Filtros de Bloom

Os objetivos destes exercícios são criar e testar um módulo que suporte a criação de *Bloom filters* (ex: [2, Cap. 4: Mining Data Streams]).

Crie um conjunto de funções Matlab que implementem as funcionalidades de um *Bloom Filter* básico. As funções devem ter os parâmetros necessários para que seja possível criar *Bloom Filters* de diferentes tamanhos ( $n$ ) e a utilização de diferentes números de funções de dispersão ( $k$ ). Na criação das diferentes funções de dispersão, use o método descrito no slide 49 da apresentação TP sobre funções de dispersão com a função que melhor desempenho teve na secção 4.1 anterior.

Sugestão: Criar pelo menos 3 funções [1, sec. 3.2]: uma para inicializar a estrutura de dados; outra para inserir um elemento (ou elementos) no filtro; uma terceira para verificar se um elemento pertence ao conjunto.

1. Com as funções que desenvolveu, crie um *Bloom Filter* para guardar um conjunto,  $U_1$ , de 1000 palavras diferentes<sup>5</sup>. Use um *Bloom Filter* de tamanho  $n = 8000$  e  $k = 3$  funções de dispersão.
2. Teste o *Bloom Filter* criado anteriormente, verificando a pertença de todas as palavras do conjunto  $U_1$ . Obteve algum falso negativo?
3. Teste o *Bloom Filter* criado anteriormente, verificando a pertença de um novo conjunto,  $U_2$ , com 10000 palavras todas diferentes das de  $U_1$ . Indique a percentagem de falsos positivos obtidos.
4. Compare a percentagem de falsos positivos obtida anteriormente com a estimativa que aprendeu nas TPs.
5. Repita os exercícios 1. e 3. para um número de funções de dispersão  $k$  de 4 até 10. Faça um gráfico com a percentagem de falsos positivos em função de  $k$ . Analisando os resultados, qual o valor ótimo  $k$ ? Compare este valor com o valor teórico que aprendeu nas TPs.

## 4.3 Detecção de similaridade - Algoritmo MinHash

O objetivo destes exercícios é a criação e teste de um “módulo” que suporte a descoberta de conjuntos similares (ex: [2, Cap. 3: Finding Similar Items]).

Nestes exercícios iremos utilizar o ficheiro `u.data` do conjunto de dados (release 4/1998) MovieLens 100k, disponível em <http://grouplens.org/datasets/movielens/>. Este ficheiro contém informação sobre 943 utilizadores e 1682 filmes. Tem cerca de 100 000 linhas, como as seguintes:

```
196 242 3 881250949
186 302 3 891717742
22 377 1 878887116
```

<sup>4</sup>Na distribuição uniforme entre 0 e 1, o valor do momento de ordem  $n$  é igual a  $\frac{1}{n+1}$ .

<sup>5</sup>Sugestão: pode utilizar as palavras válidas portuguesas do ficheiro `wordlist-preao-20201103.txt` utilizado na secção de avaliação do guião PL03.

As colunas são separadas por *tabs*: a primeira coluna contém o ID do utilizador, a segunda contém o ID de um filme (avaliado pelo utilizador mencionado na primeira coluna), a terceira é a avaliação dada pelo utilizador ao filme e a quarta coluna é um *timestamp* do momento da avaliação.

O objectivo é descobrir utilizadores que avaliaram conjuntos similares de filmes. Para este objectivo as colunas 3 e 4 não são necessárias.

1. Analise o código Matlab disponibilizado no final desta secção e complete-o por forma a conseguir calcular a **distância de Jaccard** entre os conjuntos de filmes avaliados pelos vários utilizadores.

Inclua no código a possibilidade de calcular o tempo que demora cada uma das partes (cálculo da distância e determinação das distâncias abaixo de um determinado limiar). Veja a informação relativa às funções Matlab `tic`, `toc`, `cputime`, `etime`.

No final, o programa deve mostrar informação com: (1) número de pares de utilizadores com distâncias inferiores ao limiar definido; (2) informação sobre cada par (identificação dos utilizadores e distância de Jaccard).

Adicione, também, a capacidade de gravar em ficheiro a matriz de distâncias calculada. Sugere-se que consulte a informação da função `save`.

2. Com base no código que adaptou, crie funções para:

- (a) criar a estrutura de dados com os conjuntos de filmes;
- (b) calcular as distâncias entre conjuntos;
- (c) processar as distâncias e devolver os pares de conjuntos similares. Um dos parâmetros de entrada desta função deve ser o limiar de decisão.

Faça um primeiro teste ao código considerando 100 utilizadores seleccionados de forma aleatória.

3. Depois do teste anterior com um número reduzido de utilizadores e da resolução de eventuais problemas detectados, execute o seu programa com todo o conjunto de dados por forma a determinar todos os pares de utilizadores com uma distância de Jaccard inferior a 0.4

Tome nota dos tempos e dos resultados obtidos.

4. Crie uma nova versão da função de cálculo de distância recorrendo a uma aproximação probabilística usando *MinHash*. Comece por testar esta nova implementação com um número pequeno de utilizadores e depois teste-a com o conjunto total de utilizadores.

Na implementação do *MinHash*, considere um número  $k$  de funções de dispersão de 50, 100 e 200.

Compare os pares considerados como similares (e o seu valor de similaridade) para cada valor de  $k$  com os obtidos com a implementação não probabilística e retire conclusões.

*% Código base para deteção de pares similares*

```

udata=load('u.data'); % Carrega o ficheiro dos dados dos filmes
% Fica apenas com as duas primeiras colunas
u= udata(1:end,1:2); clear udata;

% Lista de utilizadores
users = unique(u(:,1)); % Extrai os IDs dos utilizadores
Nu= length(users); % Número de utilizadores

% Constrói a lista de filmes para cada utilizador
Set= cell(Nu,1); % Usa células
for n = 1:Nu, % Para cada utilizador
    % Obtém os filmes de cada um
    ind = find(u(:,1) == users(n));
    % E guarda num array. Usa células porque utilizador tem um número
    % diferente de filmes. Se fossem iguais podia ser um array
    Set{n} = [Set{n} u(ind,2)];
end

```

```

%% Calcula a distância de Jaccard entre todos os pares pela definição.

J=zeros(...); % array para guardar distâncias
h= waitbar(0,'Calculating');
for n1= 1:Nu,
    waitbar(n1/Nu,h);
    for n2= n1+1:Nu,
        %% Adicionar código aqui
    end
end
delete (h)

%% Com base na distância, determina pares com
%% distância inferior a um limiar pré-definido

threshold =0.4 % limiar de decisão

% Array para guardar pares similares (user1, user2, distância)
SimilarUsers= zeros(1,3);
k= 1;
for n1= 1:Nu,
    for n2= n1+1:Nu,
        if % .....
            SimilarUsers(k,:)= [users(n1) users(n2) J(n1,n2)]
            k= k+1;
        end
    end
end
end

```

A ser completado ...

# Bibliografia

- [1] James Blustein and Amal El-Maazawi. Bloom filters - a tutorial, analysis, and survey. Technical Report CS-2002-10, Dalhousie University, Dec 2002.
- [2] Jure Leskovec, Anand Rajaraman, and Jeff Ullman. *Mining of Massive Datasets*. Cambridge University Press, 2014.