Mecânica e Campo Electromagnético

Problemas

Capítulo 2 – Sistemas Oscilatórios

2007-08

1 - Um corpo de 2 kg estica de 10 cm uma mola à qual está pendurado na vertical, em equilíbrio. O corpo preso à mola é depois colocado sobre uma mesa lisa, com uma das extremidades da mola fixa. O corpo é mantido à distância de 5 cm da posição de equilíbrio e então solto oscilando com movimento harmónico simples. Determine:

a) a frequência angular, ω.

b) a frequência, f.

c) o período, T.

d) a amplitude, A.

e) a constante de fase, δ.

f) Qual é o módulo da velocidade máxima do corpo, e quando ele a tem?

2 - Uma segunda mola, idêntica à do problema anterior, está ligada a um segundo corpo, que tem também a massa de 2 kg. A mola está esticada de 10 cm em relação à posição de equilíbrio e as duas molas são simultaneamente soltas, estando a primeira distendida apenas 5 cm. Qual dos dois corpos atinge, em primeiro lugar, a posição de equilíbrio?

3 - Qual o período de um pêndulo de 1 m, quando g = 9,81 m.s^{-2}?

4 - Uma partícula tem o deslocamento, x, dado por $x = 3 \cos(5 \pi t + \pi)$ em que x está expresso em metros e t em segundos.

a) Qual a frequência, f, e o período, T, do movimento?

b) Qual a maior distância percorrida pela partícula, medida a partir do equilíbrio?

c) Onde está a partícula no instante $t = 0$? E no instante $t = 0{,}5$ s?

5 - Uma partícula, com movimento harmónico simples, está em repouso a uma distância de 6 cm da posição de equilíbrio, no instante t = 0. O seu período é 2 s.

Escreva as expressões da posição, x, da velocidade, v, e da aceleração, a, em função do tempo.

6 - A posição de uma partícula é dada por $x = 4$ sen $2\,t$, em que x é expresso em metros e t em segundos.

a) Qual é o valor máximo de x?

b) Qual o primeiro instante, depois de $t = 0$, em que ocorre este máximo?

c) Determine a expressão da velocidade da partícula em função do tempo.

d) Qual é a velocidade no instante $t = 0$?

e) Determine uma expressão para a aceleração da partícula em função do tempo. Qual é a aceleração no instante $t = 0$? Qual é o valor máximo da aceleração?

7 - Uma partícula desloca-se num círculo no plano xy com centro na origem. O raio do circulo é 40 cm e o módulo da velocidade da partícula é 80 $cm.s^{-1}$.

a) Qual a velocidade angular da partícula?

b) Quais a frequência e o período do movimento circular?

c) Escreva as componentes x e y do vector posição, $\bar{r}$, em função do tempo.

8 - Um corpo de 3 kg está preso a uma mola e oscila com a amplitude de 10 cm e a frequência $f = 2$ Hz.

a) Qual é a constante de força da mola?

b) Qual é a energia mecânica total do movimento?

c)Escreva uma equação $x(t)$ que descreva a posição do corpo em relação à sua posição de equilíbrio. A constante de fase pode ser determinada pela informação que se deu?

9 - Um corpo de 100 g executa um movimento harmónico simples com uma frequência de 20 Hz e amplitude de 0,5 cm.

a) Qual é a constante da força, k, que actua sobre ele?

b) Qual é a aceleração máxima?

c) Qual é a energia mecânica total do movimento?

10 - Quando o deslocamento de um corpo que oscila preso a uma mola é igual à metade da amplitude, qual a fracção da sua energia mecânica total que corresponde à energia cinética? Para que deslocamento as energias cinética e potencial são iguais?

11 - Se o período de um pêndulo de 70 cm de comprimento é 1,68 s, qual o valor de g no local onde ele se encontra?

12 - Um corpo de 2 kg está suspenso verticalmente numa mola de constante de força, $k = 350\ \text{N.m}^{-1}$.

a) Determine o alongamento, y_0, da mola esticada quando o corpo está em repouso, e a energia potencial da mola em relação à situação em que está sem tensão.
b) O corpo é puxado para baixo, até uma distância y' = 3 cm abaixo do ponto de equilíbrio. Determine a variação da energia potencial da mola, a variação da energia potencial gravitacional e a variação total da energia potencial. Mostre que a variação total da energia potencial é $\dfrac{k y'^2}{2}$.
c) O corpo é então libertado. Determine o período, a frequência e a amplitude da oscilação subsequente.

13 - Um corpo de 2 kg oscila preso a uma mola de constante de força $k = 400\ \text{N.m}^{-1}$, com amplitude inicial de 3 cm.

a) Determine o período e a energia mecânica total inicial.
b) Qual a constante de amortecimento b, quando a energia diminui de 1% por período. Assuma que o período da oscilação natural é igual ao da oscilação amortecida.

14 - Um corpo de 2 kg oscila preso a uma mola de constante de força $k = 400\ \text{N.m}^{-1}$. A constante de amortecimento é $b = 2{,}00\ \text{kg.s}^{-1}$ O corpo é accionado por uma força sinusoidal de valor máximo 10 N e frequência angular de $10\ \text{rad.s}^{-1}$.

a) Qual é a amplitude das oscilações?

b) Se a frequência da força motriz se alterar, em que frequência ocorrerá a ressonância?

c) Determine a amplitude das vibrações na ressonância.

Soluções Cap.2

1 - a) 9,9 rad.s^{-1}; b)1,58 Hz; c) 0,63s; d) 5 cm; e) 0 rad; f) 0,495 m/s.

2 - Chegam ao mesmo tempo (Δt=T/4)

3 - 2,006 s

4 - a) 5/2 s^{-1} e 0,4 s; b) 3 m; c) -3 m e 0 m.

5 - $x(t)$= 6 cosπt (cm); $v(t)$ = -6πsenπt (cm/s); $a(t)$ = -6π^2 cosπt (cm.s^{-2}).

6 - a) 4m; b) π/4 s; c) 8cos2t (m/s); d) 8 m/s; e) 0 ms^{-2} e 16 m.s^{-2}.

7 - a) 2 rad/s; b) 0,318 Hz e 3,14 s; c)x = 40 cos(2t+δ) (m) e y = 40 sen(2t+δ) (m).

8 - a) 474 N/m; b) 2,37 J; c) x = 0,1cos(4πt+δ); não.

9 - a) 1579 N/m; b) 79 m.s^{-2}; c) 0,0197 J.

10 - 3/4 e $x = \pm \frac{\mathrm{A}}{\sqrt{2}}$.

11 - 9,79 m.s^{-2}.

12 - a) 5,6 cm e 0,55 J; b) 0,7455 J -0,588 J e 0,1575 J; c) 0,475 s 2,1 Hz e 0,03 m.

13 - a) 0,44 s e 0,18 J; b) 0,045 kg/s.

14 - a) 4,98 cm; b) 14,14 rad/s; c) 35,4 cm.

Formulário

$$\vec{r}(t); \quad \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}; \quad \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}; \quad \vec{a}_c = \frac{v^2}{r}\hat{u}_n; \quad \vec{a}_t = \frac{dv}{dt}\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{dv}{dt}\hat{u}_t;$$

$$\theta(t); \ \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}; \quad \alpha(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}; \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}; \vec{p} = m\vec{v}; \ F_{a,cin} = \mu_c N$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}; \ \vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{u}_r; \ E_{pg} = -G\frac{M_T m}{r}; \ I = \rho V g$$

$$\vec{\tau}_F = \vec{r} \times \vec{F}; \ W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F}\cdot d\vec{r}; \quad W = \Delta E_c; \ W_c = -\Delta E_p; \quad \vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\cdot dt$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}; \quad \vec{L} = I\vec{\omega}; \quad I = \sum_i m_i r_i^2;$$
$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

$$\vec{F}_{el} = -k\vec{x}; \ x(t) = A\cos(\omega t + \delta); \ \omega = \sqrt{k/m}; \ \omega = 2\pi/T; \ f = 1/T$$

$$\theta(t) = \theta_o \cos(\omega t + \delta); \ \omega = \sqrt{g/l};$$

$$E_c = (1/2)mv^2; \ E_p = (1/2)kx^2$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v}; \ x(t) = A_0 e^{-(b/2m)t}\cos(\omega t + \delta); \ \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2};$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v} + \vec{F}_{ext}; \quad F_{ext} = F_0\cos(\omega_f t); \quad x(t) = A\cos(\omega_f t + \delta);$$

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{\left(\omega_f^2 - \omega_0^2\right)^2 + \left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}};$$

$$\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}; \ \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = k\frac{q}{r^2}\hat{r}; \ V_P = -\int_\infty^P \vec{E}\cdot d\vec{s}; \ \vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}; \ \Delta U = q\Delta V = \int \vec{E}\bullet d\vec{s}$$

Constantes:

$e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C ;massa electrão=$9{,}109 \times 10^{-31}$ kg
massa protão=$1{,}673 \times 10^{-27}$ kg; massa neutrão=$1{,}675 \times 10^{-27}$ kg
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2} ; $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 8{,}988 \times 10^9$ Nm^{2}C^{-2};
$M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6{,}37 \times 10^6$ m; $D_{T\text{-}S} = 1{,}496 \times 10^{11}$ m ; $M_S = 1{,}991 \times 10^{30}$ kg