

Mecânica e Campo Electromagnético

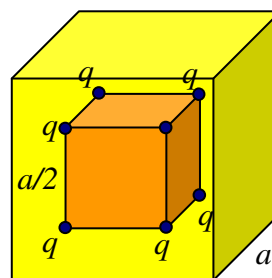
Ano lectivo de 2011/12

Exercícios do Capítulo 3.3 - Lei de Gauss

1. Um campo eléctrico uniforme $\vec{E} = a\hat{x} + b\hat{y}$ intersecta uma superfície de área A . Qual é o fluxo através desta superfície se ela estiver,
 - a) No plano yz ?
 - b) No plano xz ?
 - c) No plano xy ?

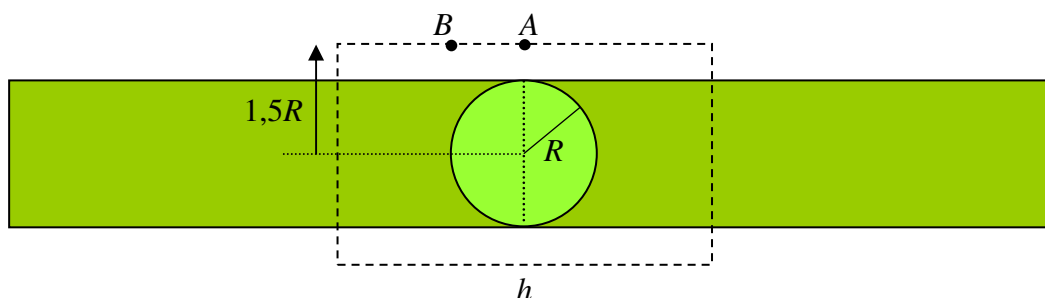
2. Uma pirâmide de base quadrada com 6,00 m de lado e altura 4,00 m é colocada numa superfície horizontal onde existe um campo eléctrico vertical de 52,0 N/C. Calcule o fluxo total do campo eléctrico através das quatro faces inclinadas da pirâmide.

- *3***. Considere uma superfície cúbica de lado a (figura). Nos vértices de um cubo de lado $a/2$ centrado na superfície cúbica anterior encontram-se 8 cargas pontuais de valor q .



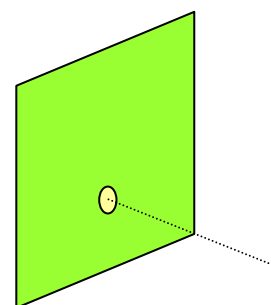
- a) Calcule o fluxo do campo eléctrico através das paredes da superfície cúbica de lado a .
 - b) Calcule o fluxo do campo eléctrico através de cada uma das faces da superfície cúbica.
 - c) Algum dos cálculos anteriores permite calcular o campo eléctrico em algum ponto da superfície cúbica de lado a ?
4. Uma esfera sólida de raio R está carregada positivamente com uma carga Q uniformemente distribuída pelo seu volume. Calcule a amplitude do campo eléctrico para,
 - a) $r = 0$; b) $r = R/2$; c) $r = R$; d) $r = 2R$.
 5. Uma esfera sólida de raio R está carregada positivamente com uma carga Q , sendo a densidade de carga dada por $\rho(r) = \alpha r$.
 - a) Determine o valor da constante α .
 - b) Determine a amplitude do campo eléctrico nos quatro pontos referidos no problema anterior.
- *6***. Considere uma longa distribuição de carga cilíndrica de raio R e densidade de carga uniforme, ρ .
- a) Determine a amplitude do campo eléctrico para $r < R$ e para $r > R$.
 - b) Descreva quantitativamente a distribuição de carga que anula o campo para $r < R$ e o mantém inalterado para $r > R$.

7. Dois cilindros muito compridos, iguais, de raio R , carregados com uma densidade de carga uniforme ρ , têm em cada uma das suas bases uma cavidade hemisférica também de raio R . Os cilindros são então unidos pelas suas cavidades, como mostra a figura, formando um único cilindro comprido com uma cavidade esférica.

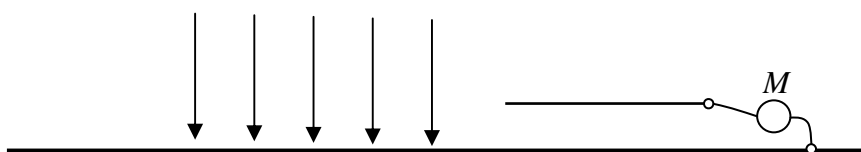


- Determine o fluxo do campo eléctrico através de uma superfície cilíndrica de raio $1,5R$ e altura h , centrada na cavidade esférica.
 - Determine a amplitude do campo eléctrico nos pontos A e B , distanciados da superfície do cilindro de carga de $0,5R$.
- *8*. Considere um plano de carga quadrado com lado de $5,0$ m e espessura desprezável, carregado com uma carga de $50,0$ mC, uniformemente distribuída.

- Calcule o campo eléctrico num ponto distante das extremidades do quadrado, à distância de $1,0$ cm da sua superfície.
- Considere, agora, um orifício circular de raio $R = 1,0$ cm no centro do quadrado. Determine a amplitude e a direcção do campo eléctrico às distâncias de 1 e 50 cm do centro do orifício, numa linha perpendicular ao plano de carga (ver figura).



9. Num dia claro e solarengo existe à superfície da Terra um campo eléctrico vertical apontando para baixo com a amplitude de 130 N/C.



- Determine a densidade de carga à superfície da Terra.
 - Um experimento para medir o campo eléctrico poderia ser constituído por uma superfície metálica ligada à Terra por um aparelho de medida (figura). Como funciona o experimento e que tipo de aparelho de medida se teria de utilizar?
10. Um longo bastão metálico cilíndrico, de raio R , está carregado com uma carga por unidade de comprimento de λ C/m. Determine a amplitude do campo eléctrico para $r < R$ e para $r > R$.

11. Uma esfera condutora é rodeada por uma fina coroa esférica, também condutora, concêntrica com a esfera. A esfera tem uma carga $-Q$ e a coroa uma carga $3Q$, em equilíbrio electrostático. Determine o campo eléctrico em todo o espaço.
12. Um fio longo e fino é rodeado por uma coroa cilíndrica metálica cujo eixo coincide com o do fio. O fio tem uma carga por unidade de comprimento λ , e a coroa cilíndrica tem uma carga líquida por unidade de comprimento 2λ .
- Determine a carga por unidade de comprimento das superfícies interior e exterior da coroa cilíndrica.
 - O campo eléctrico no interior oco da coroa cilíndrica, e no exterior, à distância r do eixo.
13. Uma fina placa condutora com 50,0 cm de lado situa-se no plano xy . Se uma carga total de $4,0 \times 10^{-8}$ C for colocada na placa, determine,
- A densidade de carga na placa.
 - O campo eléctrico imediatamente acima da placa.
 - O campo eléctrico imediatamente abaixo da placa.
- *14*. Uma esfera condutora de raio r_1 tem uma carga Q_1 . Uma coroa esférica condutora de raios r_2 e r_3 ($r_1 < r_2 < r_3$) é concêntrica com a esfera e tem uma carga Q_2 .
- Determine o campo eléctrico em todo o espaço.
 - A coroa esférica é ligada à Terra por um fio. Não considerando a presença do campo eléctrico da atmosfera, responda à alínea anterior.
15. Uma carga pontual positiva está à distância $R/2$ do centro de uma fina coroa esférica condutora de raio R . Esboce as linhas de força do campo eléctrico originadas por este conjunto.

Soluções

1. a) $\phi = Aa$; b) $\phi = Ab$; c) $\phi = 0$.

2. $\phi = 1.87 \times 10^3 \text{ N/C}$.

3. a) $\phi = 8q/\epsilon_0$. b) $\phi = 8q/6\epsilon_0$ c) Não.

4. a) $E = 0$. b) $E = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^2}$. c) $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$. d) $E = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0 R^2}$.

5. a) $\alpha = \frac{Q}{\pi R^4}$. b) $E = 0$; $E = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0 R^2}$; $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$; $E = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0 R^2}$.

6. a) $E = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}$; b) $\sigma = \frac{\rho R}{2}$.

7. a) $\phi = \frac{\pi \rho R^2 (h - 4R/3)}{\epsilon_0}$; b) (A): $E_v = \frac{5\rho R}{27\epsilon_0}$; $E_h = 0$.

(B): $E = \sqrt{E_h^2 + E_v^2}$ com $E_h = -\frac{8\rho R}{39\sqrt{13} \cdot \epsilon_0}$; $E_v = \left(\frac{1}{3} - \frac{12}{39\sqrt{13}}\right) \frac{\rho R}{\epsilon_0}$

8. a) $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$; b) a 1 cm: $E = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$; a 50 cm: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{10^4 \epsilon_0} \cong \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.

9. a) $\sigma = 1,15 \text{ nC/m}^2$; b) Medidor de carga (transferida).

10. $r < R$: $E = 0$; $r > R$: $E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$.

11. esfera: $E = 0$; coroa oca: $E = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$; coroa condutora: $E = 0$; exterior: $E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r^2}$.

12. a) $-\lambda$ e 3λ .; b) interior: $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$; exterior: $E = \frac{3\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$.

13. 80 nC/m^2 em cada face b) $E = 9,04 \times 10^3 \text{ N/C}$ c) $E = 9,04 \times 10^3 \text{ N/C}$

14. a) $r < r_1$: $E = 0$; $r_1 < r < r_2$: $E = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$; $r_2 < r < r_3$: $E = 0$; $r > r_3$: $E = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.

b) igual à alínea a) para todos os intervalos excepto $r > r_3$: $E = 0$.

15.