

Mecânica e Campo Electromagnético

Ano lectivo de 2011/12

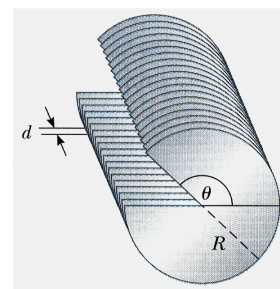
Exercícios do Capítulo 3.4 Capacidade Eléctrica

***1*.** Uma esfera condutora de raio $R = 12$ cm, isolada no espaço, é carregada de maneira a criar um campo eléctrico $E = 4,9 \times 10^4$ V/m a uma distância $d = 21$ cm do seu centro.

- Qual é a densidade superficial de carga?
- Qual a capacidade da esfera?

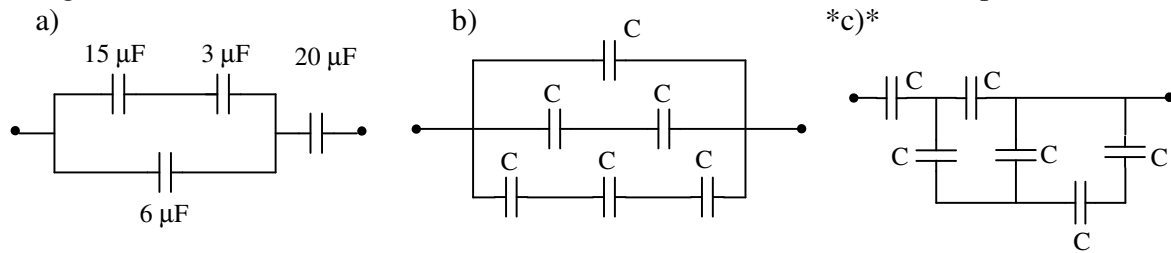
***2*.** Considerando a Terra e uma mancha nebulosa 800 m acima dela como as “placas” de um condensador, calcule a respectiva capacidade se a mancha nebulosa tiver uma área de 1 km^2 . Assuma que o ar entre a nuvem e o solo é puro e seco. Assuma que a nuvem recebe carga até se estabelecer um campo eléctrico uniforme com a amplitude de 3×10^6 V/m, altura em que se rompe o isolamento eléctrico entre a nuvem e o solo, formando-se um arco eléctrico com o aspecto de um relâmpago. Qual é a carga máxima que a nuvem pode suportar?

3. Um condensador variável, a ar, usado em circuitos de sintonia é feito com N placas semi-circulares, cada uma delas de raio R , distanciadas de d umas das outras. Como se mostra na Figura, um segundo conjunto de placas é intercalado com o primeiro, ficando as suas placas a meia distância das do primeiro conjunto. O segundo conjunto pode rodar como uma unidade. Determine a capacidade como função do ângulo de rotação, θ , correspondendo $\theta = 0$ à máxima capacidade.

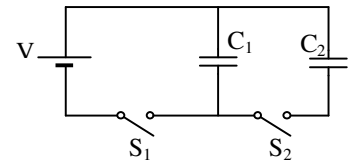


4. Um cabo coaxial com o comprimento de 50 m tem um condutor interior com um diâmetro de 2,58 mm e contém uma carga de $8,10 \mu\text{C}$. O condutor exterior tem um diâmetro interior de 7,27 mm e uma carga de $-8,10 \mu\text{C}$.
- Qual é a capacidade deste cabo?
 - Qual é a diferença de potencial entre os dois condutores? Assuma que o espaço entre os condutores é constituído por ar.
5. Um condensador esférico com a capacidade de $20 \mu\text{F}$ é composto por duas coroas esféricas metálicas, tendo uma um raio duas vezes maior que a outra. Se a região entre as coroas for o vácuo, determine o volume desta região.
6. Dois condensadores, $C_1 = 5,0 \mu\text{F}$ e $C_2 = 12 \mu\text{F}$, são ligados em paralelo a uma pilha de 9 V.
- Qual o valor da capacidade equivalente da combinação?
 - Qual a diferença de potencial aos terminais de cada condensador?
 - Qual a carga armazenada em cada condensador?
7. Os dois condensadores do problema anterior são agora ligados em série a uma pilha de 9 V.
- Qual o valor da capacidade equivalente da combinação?
 - Qual a diferença de potencial aos terminais de cada condensador?
 - Qual a carga armazenada em cada condensador?

***8*.** Determine a capacidade equivalente das configurações representadas nas Figuras seguintes. Nas alíneas b) e c) todos os condensadores são idênticos e têm capacidade C .



***9*.** Considere o circuito representado na Figura, com $C_1 = 6 \mu\text{F}$, $C_2 = 3 \mu\text{F}$ e $V = 20 \text{ V}$. O interruptor S_1 é primeiro fechado carregando o condensador C_1 . O interruptor S_1 é então aberto e o condensador C_1 é então ligado por intermédio de um interruptor S_2 a um condensador C_2 . Calcule a carga inicial adquirida por C_1 e a carga final em cada um dos condensadores.



10. Dois condensadores, $C_1 = 25 \mu\text{F}$ e $C_2 = 5 \mu\text{F}$ são ligados em paralelo e carregados com uma fonte de alimentação de 100 V .

- Faça um diagrama do circuito e calcule a energia total armazenada nos dois condensadores.
- Que diferença de potencial através dos mesmos condensadores em série seria necessária para que a energia total armazenada fosse igual à da alínea a)? Faça um diagrama deste circuito.

***11*.** Um condensador de placas paralelas é carregado e depois desligado da bateria. De que fracção varia a energia armazenada (aumento ou diminuição) se a distância entre as placas for aumentada para o dobro?

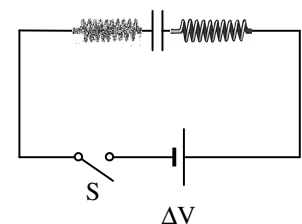
12. Um condensador de placas paralelas de área A está carregado com uma carga Q . Mostre que a força exercida por cada placa na outra é dada por $F = Q^2/2\epsilon_0 A$. (Considere que a energia necessária para afastar as placas de um condensador de um valor dx é $dW = F \cdot dx$).

13. A placa a de um condensador de placas paralelas com ar entre elas está ligada a uma mola de constante k , e a placa b está fixa. O conjunto repousa numa mesa como mostra a Figura (vista de cima). Se uma carga Q for colocada na placa a e uma carga $-Q$ for colocada na placa b , de que valor se expande a extremidade da mola?



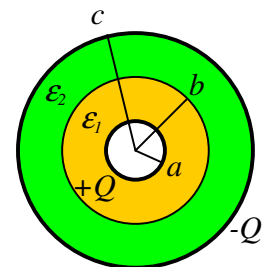
14. O circuito da Figura consiste em duas placas metálicas paralelas ligadas por duas molas metálicas idênticas a uma fonte de 100 V . Com o interruptor aberto, as placas estão descarregadas e a separação entre elas é de $d = 8 \text{ mm}$ e o conjunto tem uma capacidade $C = 8 \mu\text{F}$. Quando o interruptor é fechado, a distância entre as placas decresce para $d/2$.

- Qual o valor da carga adquirida por cada placa?
- Qual é a constante elástica das molas?



15. Considere um condensador plano de capacidade C ligado a um gerador que fornece uma tensão constante V .
- Calcule a energia armazenada no condensador.
 - Se mantiver o gerador ligado, o que aconteceria à energia armazenada se a distância entre placas aumentar para o triplo? Utilize a expressão da capacidade de um condensador de placas paralelas.
 - Verifique que a resposta é a mesma se utilizar a expressão da energia em função do campo eléctrico.
 - Se o afastamento das placas se fizesse depois de desligar o gerador, como iria variar a energia do condensador? De onde vem a energia extra?
16. Dois condensadores de capacidades C_1 e C_2 inicialmente descarregados estão ligados em série com um gerador de f.e.m. \mathcal{E} .
- Determine para cada condensador:
 - a carga de cada placa;
 - a diferença de potencial entre as placas;
 - a energia electrostática W_1 e W_2 .
 - Calcule o trabalho W' fornecido pelo gerador para carregar os condensadores. Interprete a diferença entre W' e $(W_1 + W_2)$.
17. Determine a capacidade e a máxima diferença de potencial que pode ser aplicada a um condensador de placas paralelas com a área de $1,75 \text{ cm}^2$ separadas por uma camada de Teflon de $0,040 \text{ mm}$.
18. Que valor da carga pode ser colocada num condensador de placas paralelas ($A = 5 \text{ cm}^2$) com dieléctrico de ar antes de ocorrer a sua ruptura? Obtenha a máxima carga se for utilizado polistireno em vez de ar.
19. Um condensador com ar entre as placas é ligado a uma d.d.p. de 12 V e armazena $48 \mu\text{C}$ de carga. É depois desligado da fonte ainda carregado.
- Calcule a capacidade do condensador.
 - Um pedaço de Teflon é inserido entre as placas. Calcule a nova capacidade.
 - Calcule a tensão e a carga no condensador nas condições da alínea anterior.
 - Calcule as energias inicial e final armazenadas no condensador e interprete o resultado.

- *20*. Uma superfície esférica condutora de raio a é concêntrica com outra idêntica de raio c . O espaço entre estas duas superfícies é preenchido com um dieléctrico de permissividade ϵ_1 entre a e b e ϵ_2 entre b e c (ver Figura). Determine a capacidade deste sistema.



Soluções:

Na resolução de alguns problemas é necessário consultar as seguintes tabelas:

Tabela de resistividades e coeficientes de temperatura para a resistividade.			Tabela de constantes dielétricas.		
Material	ρ ($\Omega \cdot m$)	α ($^{\circ}C^{-1}$)	Material	ϵ_r	Rigidez dielétrica (V/m)
Prata	$1,59 \times 10^{-8}$	$3,8 \times 10^{-3}$	Ar (seco)	1,00059	3×10^6
Cobre	$1,7 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-3}$	Baquelite	4,9	24×10^6
Ouro	$2,44 \times 10^{-8}$	$3,4 \times 10^{-3}$	Borracha	6,7	12×10^6
Alumínio	$2,82 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-3}$	Nylon	3,4	14×10^6
Tungsténio	$5,6 \times 10^{-8}$	$4,5 \times 10^{-3}$	Papel	3,7	16×10^6
Ferro	10×10^{-8}	$5,0 \times 10^{-3}$	Polistireno	2,56	24×10^6
Platina	11×10^{-8}	$3,92 \times 10^{-3}$	Porcelana	6	12×10^6
Chumbo	22×10^{-8}	$3,9 \times 10^{-3}$	Vidro pirex	5,6	14×10^6
Carvão	$3,5 \times 10^{-5}$	$-0,5 \times 10^{-3}$	Teflon	2,1	60×10^6
Silício	640	-75×10^{-3}	Vácuo	1	-
Vidro	10^{10} a 10^{14}		Água	80	-

1. a) $\sigma = 1,33 \mu C/m^2$ b) $C = 13,3$ pF

2. $C = 11,1$ nF $Q = 26,6 \mu C/m^2$.

3. $C = \frac{\epsilon_0 N R^2 (\pi - \theta)}{2d}$.

4. a) $C = 2,68$ nF b) $\Delta V = 3,02$ KV.

5. $Vol = 6,3 \times 10^{16} m^3$.

6. a) $C_{eq} = 17 \mu F$. b) $\Delta V = 9$ V. c) 45 e 108 μC .

7. a) $C_{eq} = 3,53 \mu F$ b) $\Delta V = 6,35$ e $2,65$ V c) $Q = 31,8 \mu C$.

8. a) $C_{eq} = 5,96 \mu F$ b) $C_{eq} = 11 C/6$ c) $C_{eq} = 8 C/13$.

9. $Q_i = 120 \mu C$; $Q_f = 80 \mu C$ e $40 \mu C$.

10. a) $W = 0,15$ J b) $\Delta V = 268$ V.

11. Para o dobro.

12.

13. $\Delta x = Q^2 / (2\epsilon_0 A k)$.

14. a) $Q = 1,6$ mC. b) $\kappa = 10^4$ N/m.

15. a) $W = \frac{1}{2} C V^2$. b) $W' = \frac{1}{3} W$. d) $W'' = 3W$.

16. a) i) $Q = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \epsilon$ ii) $W_1 = \frac{C_1 C_2^2}{(C_1 + C_2)^2} \frac{\epsilon^2}{2}$ iii) $W_2 = \frac{C_1^2 C_2}{(C_1 + C_2)^2} \frac{\epsilon^2}{2}$ b) $W = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \epsilon^2$.

17. $\Delta V = 2400$ V.

18. $Q = 13,3$ nC $Q' = 106$ nC.

19. a) $C = 4 \mu F$. b) $C' = 4 \mu F$. c) $\Delta V = 5,71$ V e $Q = 48 \mu C$. d) $W_i = 0,288$ mJ; $W_f = 0,137$ mJ.

20. $C = \frac{4\pi\epsilon_1\epsilon_2}{\epsilon_1(1/b - 1/c) + \epsilon_2(1/a - 1/b)}$.