

1. Ejercicio 2

El circuito que analizaremos ahora es una fuente buck, es decir, un convertidor DC/DC donde la tensión de salida es menor que la de entrada. El mismo puede observarse en la figura 1. En esta sección, consideraremos ideal a la llave con la que se hace el switching.

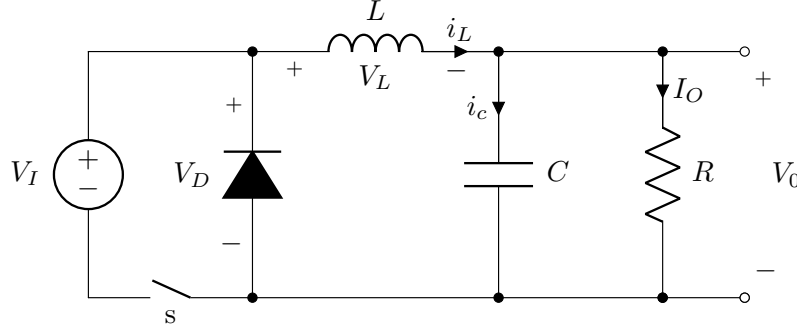


Figura 1: Fuente buck con llave ideal

Esta fuente debe cumplir los siguientes requerimientos:

V_I (V)	V_O (V)	$\Delta V_O/V_{Omax}$ (%)
9.0	3.7	5

Tabla 1: Requerimientos de entrada/salida de la fuente

Esto se debe lograr a una frecuencia de switching de $f_s = 50\text{kHz}$. En cuanto a los componentes pasivos, los reactivos son sugeridos por la cátedra: $L = 220\mu\text{H}$ y $C = 10\mu\text{F}$. La resistencia de carga debe ser elegida de manera tal que, en primera instancia, la fuente funcione en modo continuo.

1.1. Análisis teórico

1.1.1. Con componentes ideales

Para obtener la salida indicada, debemos seleccionar el duty adecuado. Esto se puede obtener planteando que en régimen permanente, $\langle V_L \rangle = 0$, y por lo tanto, $\langle V_O \rangle = \langle V_D \rangle$. Considerando al diodo como ideal, su tensión es 0 cuando la llave está abierta, y V_I cuando está cerrada. Por lo tanto, despejado para D obtenemos que:

$$D = \frac{V_O}{V_I} \simeq 0.41 \quad (1)$$

Con este valor, podemos ahora obtener la corriente de boundary. Sabiendo que cuando la llave está abierta, $V_L = L \frac{di_L}{dt} = -V_O$, y que esta condición se mantiene por un tiempo $T_s \cdot (1 - D)$, se obtiene:

$$\Delta I_L = \frac{V_O}{L} \cdot (1 - D) \cdot T_s \simeq 0.20\text{A} \quad (2)$$

Con lo cual la corriente de boundary es:

$$I_B = \frac{\Delta I_L}{2} \simeq 0.10\text{A} \quad (3)$$

Para que $I_O > I_B$, elegimos pues $R = 10\Omega$, lo cual resulta en una corriente de salida de 0.37A. El ripple de tensión, por otro lado, es entonces de:

$$\frac{\Delta V_O}{V_O} = \frac{1}{V_O} \cdot \frac{\Delta Q}{C} = \frac{1}{V_O} \cdot \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta I_L T_s}{2} \simeq 1.23\% \quad (4)$$

Este valor se encuentra por debajo del máximo aceptable de 5 %.

1.1.2. Considerando la tensión forward del diodo

El análisis anterior sirve como primera aproximación del comportamiento del circuito. Sin embargo, a la hora de simular, resulta evidente que no es suficiente: la tensión obtenida a la salida es considerablemente menor a la que se requiere, de alrededor de 3.2V.

En primer lugar, podemos observar que si bien es cierto que $V_O = \langle V_D \rangle$, en la sección anterior consideramos que cuando la llave está cerrada, la tensión en el diodo es nula. Sin embargo, sabemos que esto no es cierto: el diodo estará forward-biased, con lo cual su tensión no será otra que la de forward.

En la datasheet del MUR460¹, el diodo sugerido por la cátedra, la figura 6 muestra la relación entre la tensión forward y la corriente forward. Como la corriente será la de salida, 0.37A, la tensión estará entre $\sim 0.75V$ (a $100^\circ C$) y $\sim 0.85V$ (a $25^\circ C$). De la figura 9, obtenemos que para una onda cuadrada de corriente forward de 0.37A, la potencia disipada será de alrededor de 0.4W, que teniendo en cuenta que $R_{\Theta JA} = 50$ (nota 2 de la datasheet, asumiendo montaje 1), el diodo calentará alrededor de $20^\circ C$ sobre la temperatura ambiente. Por lo tanto, la temperatura no será ni 25 ni 100 grados, si no que rondará los 40, dependiendo de la temperatura ambiente. Supondremos pues $V_{FD} = 0.8V$ de tensión forward en el diodo.

Una vez que contamos con este valor, podemos calcular el nuevo valor de la tensión de salida:

$$V_O = \langle V_D \rangle = D \cdot V_I - (1 - D) \cdot V_{DF} \quad (5)$$

Despejando para D , obtenemos:

$$D = \frac{V_O + V_{DF}}{V_I + V_{DF}} = \frac{3.7V + 0.8V}{9V + 0.8V} \simeq 0.46 \quad (6)$$

Esto a su vez cambiará el valor de los ripples de tensión y corriente, puesto que no sólo a la tensión de la bobina durante T_{off} se le suma la tensión forward del diodo, sino que además al aumentar D , disminuye T_{off} . Resulta entonces:

$$\Delta I_L = \frac{V_O + V_{DF}}{L} \cdot (1 - D) \cdot T_s \simeq 0.21A \quad (7)$$

Con este valor, la corriente de boundary sube a 0.11A, con lo cual aún seguimos operando en modo continuo con 10Ω de carga. En cuanto al ripple de tensión:

$$\frac{\Delta V_O}{V_O} = \frac{1}{V_O} \cdot \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta I_L T_s}{2} \simeq 1.53\% \quad (8)$$

1.1.3. Considerando las ESR de la bobina y el capacitor

Si tenemos en cuenta las ESR, el circuito queda con la configuración que se observa en la figura 2.

¹<https://www.onsemi.com/pub/Collateral/MUR420-D.PDF>

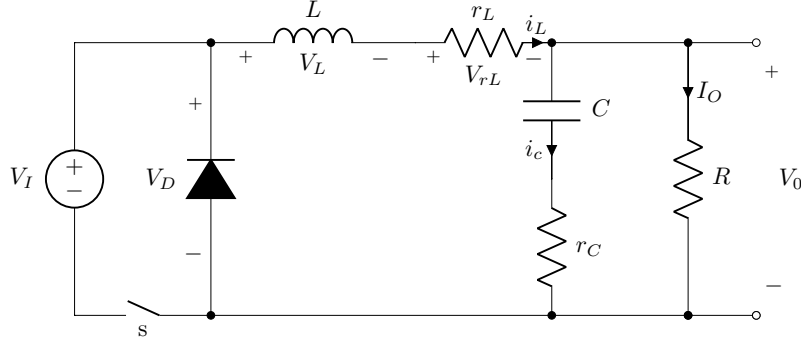


Figura 2: Fuente buck, considerando las ESR de la bobina y del capacitor

Para seguir cumpliendo con $\langle V_L \rangle = 0$, debe cumplirse ahora que $\langle V_D \rangle = \langle V_O \rangle + \langle V_{rL} \rangle$. Como la corriente media de la bobina es la de salida, la tensión media de su ESR no será otra cosa que $\frac{r_L}{R} \cdot V_O$.

La datasheet de la bobina sugerida por la cátedra² lista a esta ESR con el valor de 0.65Ω . Despejando para D , obtenemos pues:

$$D = \frac{V_O \cdot \left(1 + \frac{r_L}{R}\right) + V_{DF}}{V_I + V_{DF}} = \frac{3.7V \cdot \left(1 + \frac{0.65\Omega}{10\Omega}\right) + 0.8V}{9V + 0.8V} \simeq 0.48 \quad (9)$$

El ripple de corriente ahora es:

$$\Delta I_L = \frac{V_{DF} + V_O(1 + r_L/R)}{L} \cdot (1 - D) \cdot T_s \simeq 0.22A \quad (10)$$

En cuanto al ripple de tensión, el mismo se ve afectado por la ESR del capacitor, ya que ahora $V_O = V_C + V_{rC}$, con lo cual los efectos de ambos componentes deben tenerse en cuenta. El *application report* “Output Ripple Voltage for Buck Switching Regulator” de Texas Instruments³ realiza el análisis correspondiente, que si bien no es de gran complejidad, sí implica un desarrollo demasiado extenso para incluir en este informe paso por paso. El mismo consiste en obtener la $v_o(t) = v_c(t) + v_{rC}(t)$, para los tramos $t < T_{on}$ y el $t > T_{on}$, derivar para buscar el máximo y el mínimo de esa función por tramos, evaluar en esos puntos y obtener la diferencia.

Como los tiempos donde se encontrarían el máximo y el mínimo serían $t_{max} = \frac{T_{on}}{2} - r_C \cdot C$ y $t_{min} = \frac{T_{off}}{2} - r_C \cdot C$, los resultados terminan separándose según si estos tiempos son o no mayores a 0, puesto que de lo contrario hay que evaluar en $t = 0$.

Llamando $\tau = r_C \cdot C$, se obtiene entonces:

$$\Delta V_O = \begin{cases} \Delta I_L \cdot \left(\frac{1}{8Cf_s} + \frac{r_C^2 C f_s}{2D(1-D)} \right) & \text{si } \tau < T_{on}/2 \wedge \tau < T_{off}/2 \\ \Delta I_L \cdot \left(\frac{r_C}{2} + \frac{r_C^2 C}{T_{on}} + \frac{1}{2CT_{on}} \cdot \left(\left(\frac{T_{on}}{2} \right)^2 - (r_C C)^2 \right) \right) & \text{si } \tau < T_{on}/2 \wedge \tau > T_{off}/2 \\ \Delta I_L \cdot \left(\frac{r_C}{2} + \frac{r_C^2 C}{T_{off}} + \frac{1}{2CT_{off}} \cdot \left(\left(\frac{T_{off}}{2} \right)^2 - (r_C C)^2 \right) \right) & \text{si } \tau > T_{on}/2 \wedge \tau > T_{off}/2 \\ \Delta I_L \cdot r_C & \text{si } \tau < T_{on}/2 \wedge \tau > T_{off}/2 \end{cases} \quad (11)$$

Para el capacitor sugerido por la cátedra, la ESR que figura en la datasheet⁴ es de 32Ω . Con estos valores, $\tau = 320\mu s$, con lo cual considerando que $T_{on} \simeq T_{off} \simeq 10\mu s$ (recordemos que $D = 0.46$),

²<https://abracon.com/Magnetics/radial/AIUR-03.pdf>

³<http://www.ti.com/lit/an/slva630a/slva630a.pdf>

⁴https://ar.mouser.com/datasheet/2/129/rtk_e-6792.pdf

estaríamos en el último caso de 11, y se obtendría finalmente $\Delta V_O = 7.04V$: más del doble de V_O . Es claro que esto no es aceptable, y es necesario cambiar el capacitor por uno con menor ESR.

Se propone utilizar un capacitor de la serie ESL de KEMET Electronic Components⁵, en particular el de $39\mu F$, $50V$, que tiene 0.23Ω de ESR. Se obtiene entonces $\tau = 8.97\mu s$, con lo cual se está en el último caso de la ecuación 11, y entonces:

$$\frac{\Delta V_O}{V_O} = \frac{\Delta I_L \cdot r_C}{V_O} = 1.36 \% \quad (12)$$

Llama la atención que este resultado es menor al obtenido en la ecuación 8, antes de introducir la ESR. Sin embargo, si se corrigiese por el hecho de que ahora el capacitor es casi cuatro veces más grande, sí se estaría obteniendo un resultado menos favorable (aunque más preciso) en la ecuación 12 que en la 8.

1.1.4. Considerando la corriente de recovery del diodo

Un comportamiento no ideal del diodo que no se mencionó hasta ahora es su corriente de recovery, a la cual se hizo referencia ya en el ejercicio anterior. Lo que sucede es que como la misma depende de la derivada de la corriente en el diodo cuando se lo apaga, y como la fuente y el switch son ideales, esta derivada es infinita. Esto resulta en que los picos de corriente inversa sean, idealmente, infinitos.

Desde luego, esto no es razonable: sabemos que ninguna fuente ni ninguna llave (y para el caso, ningún diodo) tiene la capacidad de entregar corriente infinita. Sin embargo, para plasmar este fenómeno en nuestro análisis de alguna manera, recurriremos nuevamente a la hoja de datos. Encontramos que cuando $\frac{di_F}{dt} = 50A/\mu s$, con una corriente de forward de $1A$ (que no es nuestro caso, pero nuevamente, esto es a modo ilustrativo), el tiempo de recovery es como máximo $t_{rr} = 75ns$, y la corriente $I_{rr} = 1.7A$. Utilizaremos pues estos datos para construir el pico de corriente inversa que se observaría en la realidad, aunque no tenemos forma de saber si el valor dado de $\frac{di_F}{dt}$ es representativo.

La forma que toma la curva de $i_D(t)$ en recovery supera el scope de este trabajo. Su forma teórica se encuentra en la figura ??, pero aquí simplemente la graficaremos como si fuese triangular.

1.2. Simulación

Se realizaron las simulaciones correspondientes a este circuito en LTSpice, utilizando el modelo “real” del diodo, y con las ESR obtenidas de las datasheets de los componentes correspondientes. Los resultados obtenidos, así como las curvas teóricas realizadas a partir del desarrollo de la sección anterior, se encuentran en la figura 3.

En la curva de $v_L(t)$, se observa una diferencia de casi $0.3V$ entre los valores teóricos y simulados, lo cual representa un 6% de error respecto de los $\sim 5V$ tanto de v_{Lmax} como v_{Lmin} teóricos. Esto puede atribuírsele a una suma de factores: para empezar, Spice utiliza $V_{DF} \simeq 0.77V$, es decir, una tensión un 4% menor. Esto afecta a la tensión de salida, que en la simulación es de $3.67V$. Utilizando estos valores nuevamente en la fórmula teórica, se obtiene un valor más cercano al simulado - si bien no el mismo. También es razonable suponer que Spice está considerando más parámetros internos del diodo que nosotros no tuvimos en cuenta (el resto de los componentes son ideales, con lo cual no tendrían por qué introducir error).

En el gráfico de $i_L(t)$ no se observan diferencias significativas entre ambas curvas. Sabemos, sin embargo, que existe una diferencia entre las pendientes de las rectas, considerando que las curvas de tensión son visiblemente distintas.

⁵https://content.kemet.com/datasheets/KEM_A4074_ESL.pdf

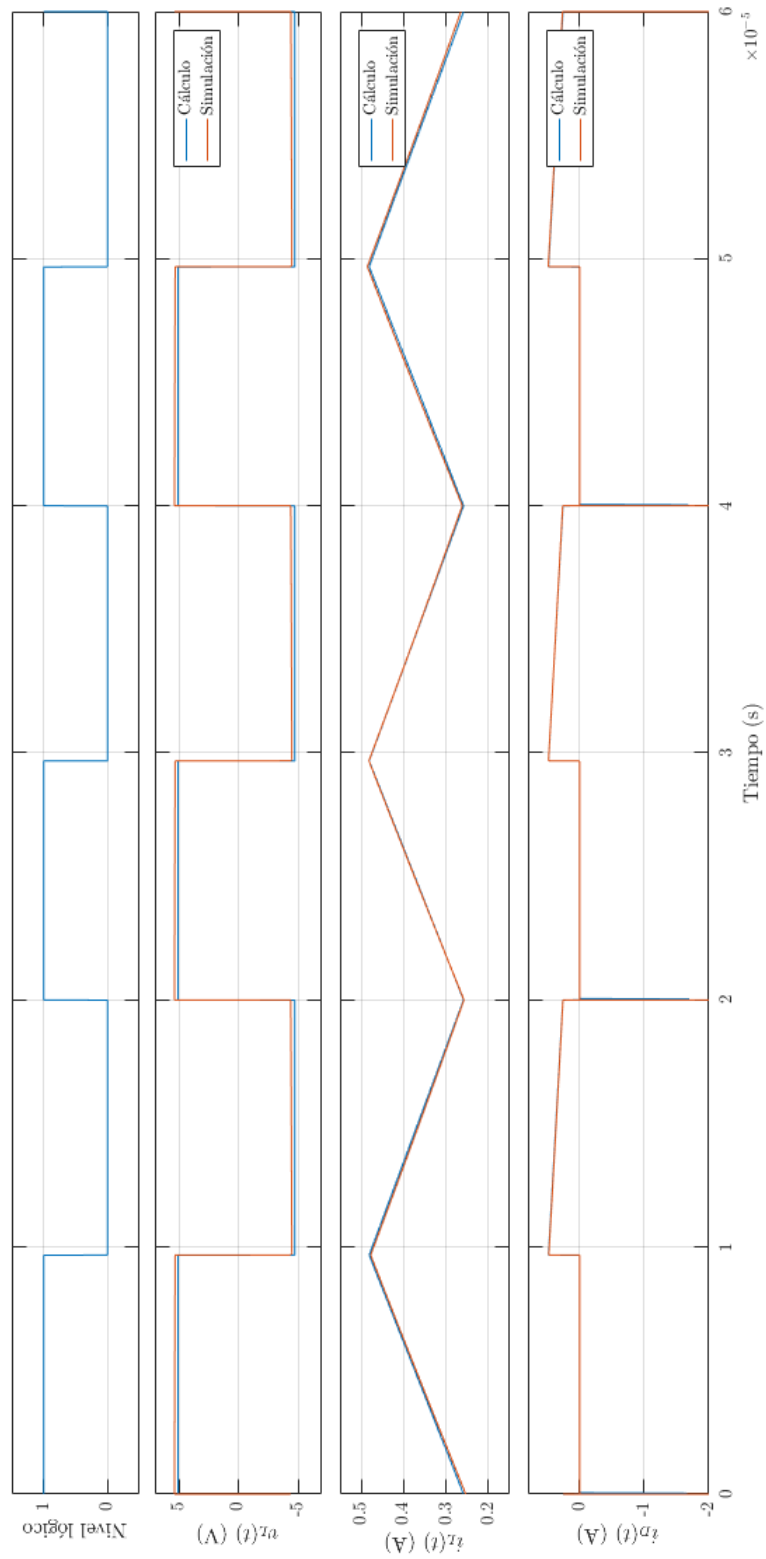


Figura 3: Curvas teóricas y simuladas de la fuente buck: de arriba hacia abajo, estado de la llave (abierto en 0), tensión en la bobina, corriente en la bobina, y corriente en el diodo.

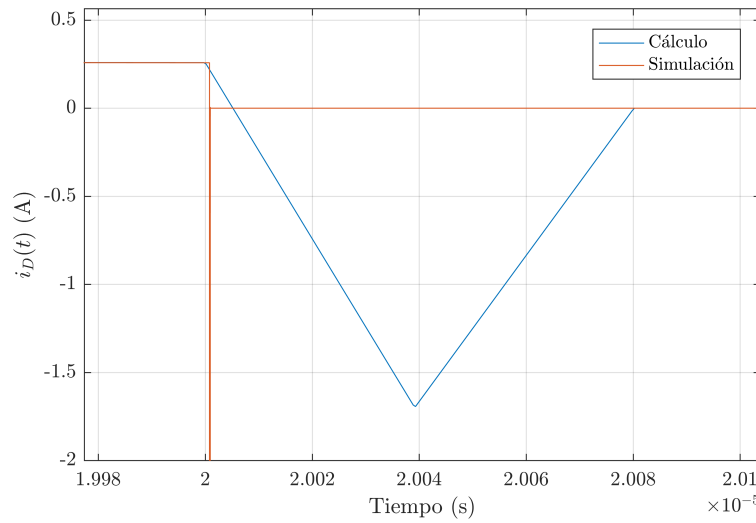


Figura 4: Corriente de recovery del diodo calculada (azul) y simulada (naranja).

En cuanto a la corriente del diodo, las curvas coinciden la mayor parte del tiempo, lo cual es razonable: en $s=0$, son iguales a i_L , y en T_{off} circula sólo la corriente inversa del diodo, que es en el peor caso de $200\mu\text{A}$ y tan pequeña como $10\mu\text{A}$ (según la datasheet), y por lo tanto completamente despreciable los órdenes de magnitud que estamos trabajando.

Aparece, sin embargo, una gran diferencia en el tiempo de recovery, que se puede apreciar en detalle en la figura 4. Esto era lo que esperábamos, dado que el switching es ideal, y por lo tanto la derivada de corriente será tan grande como pequeño sea el timestep utilizado en la simulación. El pico obtenido en la simulación superaba los 200A , pero desde luego este valor no es representativo.