Instituto Tecnológico de Buenos Aires

31.99 Mecatrónica Aplicada

Trabajo Práctico: Control discreto de un motor DC

Parra, Rocío 57669

Profesores

Perfumo, Lucas Alberto
Fortunatti, Nelson Ariel

Presentado: 15/11/2020

1. Modelado del motor

Para modelar la planta constituida por el motor, se analizó su respuesta a un escalón de referencia, desde el reposo hasta la velocidad nominal de 290rpm. La medición se puede observar en la Figura 1.

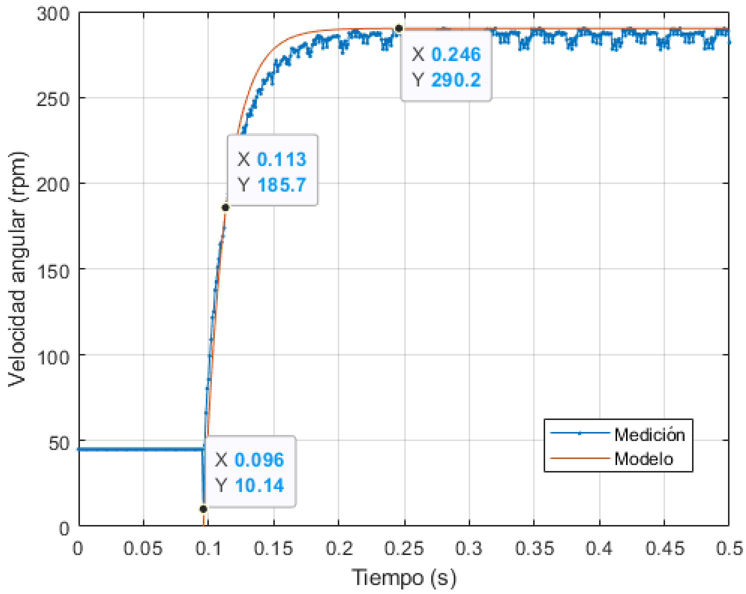

Figura 1: Respuesta al escalón a lazo abierto

La respuesta obtenida es aproximadamente consistente con la de un sistema de primer orden (una exponencial creciente), como se muestra en la curva roja. Bajo esta suposición, obtener el modelo del motor es equivalente a obtener las constantes K y τ tales que

$$P(s) = \frac{K}{s \cdot \tau + 1}, \tag{1}$$

donde $P(s)$ es la respuesta en frecuencia en tiempo continuo del motor (la planta que se está estudiando).

Esta planta recibe como entrada una tensión en V, y se obtiene como salida una velocidad en rpm.

La respuesta a un escalón entre 0V y 12V, es decir la señal medida, debe bajo este modelo corresponder a la siguiente fórmula:

$$y(t) = K \cdot 12\text{V} \cdot (1 - e^{-(t-t_0)/\tau}), \tag{2}$$

donde t_0 es el instante en el cual se aplica el escalón de entrada, y se obtiene por simple inspección del gráfico.

Para obtener K, basta despejarla del valor final de la salida:

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = K \cdot 12\text{V} \simeq 290.2\,\text{rpm}$$

$$\Rightarrow K = \frac{290.2\,\text{rpm}}{12\text{V}} \simeq 3.55\,{}^{\text{rpm}}/_{\text{V}} \tag{3}$$

Para obtener τ, usamos la propiedad de sistemas de primer orden: $y(\tau) = (y_{final} - y_0) \cdot (1 - e^{-1})$ y buscamos el t cuyo $y(t)$ sea lo más cercano posible a este valor. Se obtiene así:

$$\tau = 0.017\text{s} \tag{4}$$

Con estas dos constantes se obtiene la curva roja que se observa en la Figura 1, y se considera que el modelo es suficientemente cercano al comportamiento medido para proceder con el diseño del controlador.

2. Control PID

Se propone cerrar el lazo de control utilizando un controlador PID. Se busca satisfacer las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} M_P & < 10\,\% \\ t_s & < 1.5\text{s} \end{cases} \tag{5}$$

Un controlador PID genérico es de forma:

$$C(s) = k_p + k_d \cdot s + {}^{k_i}/_{s} \tag{6}$$

Como el sistema a lazo abierto responde en aproximadamente 150ms (es decir, mucho más rápido de lo que se pide), no parece necesario introducir la complejidad agregada por la parte derivativa del controlador. Además, se observa en la Figura 1 que hay un ruido considerable en las mediciones, que se vería amplificado por la derivación. Por lo tanto, se define $k_d = 0$.

Para elegir el valor de las otras constantes, se calcula la transferencia a lazo cerrado del sistema:

$$T(s) = \frac{P(s) \cdot C(s)}{1 + P(s) \cdot C(s)} = \frac{K \cdot k_p/\tau \cdot (s + {}^{k_i}/_{k_p})}{s^2 + (1 + K \cdot k_p)/\tau \cdot s + K \cdot k_i/\tau} \tag{7}$$

Este sistema tiene un cero en el semiplano izquierdo, en frecuencia k_i/k_p, y dos polos con parámetros:

$$\begin{cases} \omega_0^2 & = \frac{K \cdot k_i}{\tau} \\ 2\xi\omega_0 & = \frac{1 + K \cdot k_p}{\tau} \end{cases} \tag{8}$$

Para seleccionar k_i y k_p, se asumirá inicialmente que la respuesta está únicamente determinada por los polos, y luego se ajustará k_p heurísticamente para cumplir los requerimientos establecidos. Esto permite reducir el sobrepico, pero también hace que el sistema responda más lento, con lo cual se partirá de $t_s = 1$s y $m_p = 0.01$ para contar con un margen de error.

A partir de estas condiciones se pueden obtener los ξ y ω_0 deseados:

$$\begin{cases} \xi = \frac{-\ln(m_p)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(m_p)}} & \simeq 0.8261 \\ \omega_0 = \frac{4}{\xi \cdot t_s} & \simeq 4.8421\,{}^{rad}/_{s} \end{cases} \tag{9}$$

A partir de estos valores, se pueden despejar k_i y k_p. Se ajustó k_p con un factor de 1.5 para complir la especificación. Se obtiene entonces:

$$\begin{cases} k_i = \frac{\omega_0^2 \cdot \tau}{K} & \simeq 387.9655 \\ k_p = 1.5 \cdot \frac{2\xi\omega_0 \cdot \tau - 1}{K} & \simeq 198.1436 \end{cases} \tag{10}$$

Queda así completamente definido el controlador PID en tiempo continuo. Para implementar su versión discreta, se utilizó la aproximación de Tustin. El resultado se observa en la Figura 2

Las mediciones indican que el sistema funciona en régimen sobreamortiguado, con lo cual el requerimiento de máximo overshoot es ampliamente satisfecho. En general, la desventaja de esta característica es un tiempo de establecimiento mayor, pero también este parámetro es adecuado de acuerdo a la especificación.

Esto se debe en gran parte a que el sistema funcionaba prácticamente dentro de especificación por sí mismo: su tiempo de respuesta era 10 veces menor al requerido, y no presentaba sobrepico. Sin embargo, el control integral permite eliminar el error permanente, lo cual no podía garantizarse a lazo abierto.

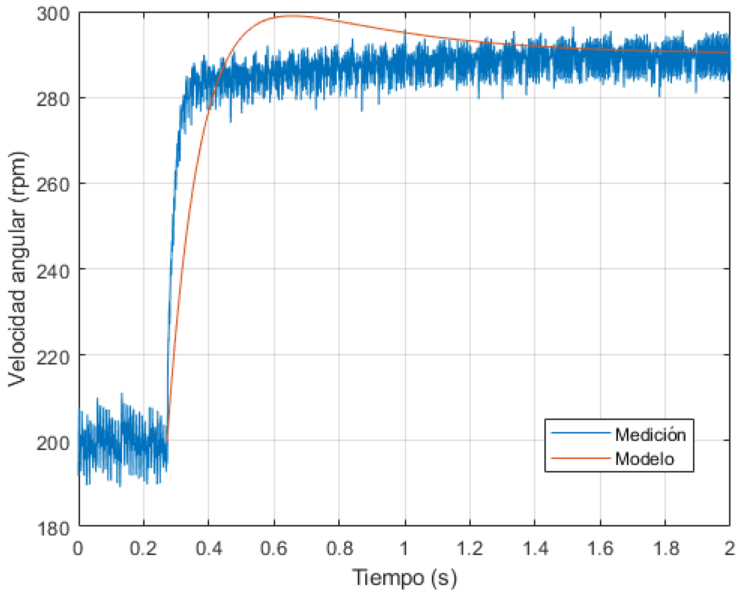

Figura 2: Respuesta al escalón a lazo cerrado