

Semântica das Linguagens de Programação

Exame de Recurso (17 de Junho de 2021)

Questão 1 Considere o seguinte programa P :

```
b := 10;
if x <= 0 then { x := -x; b := b+x; }
else { a := a+x; b := b+a; }
```

1. Recorrendo à semântica de transições (*small step*) simule a execução do programa P a partir do estado inicial s em que $sa = 3$ e $sx = 1$.
2. Apresente a árvore de derivação do juízo de avaliação *big-step* $\langle P, s' \rangle \rightarrow s'[x \mapsto 5][b \mapsto 15]$, sendo s' um estado em que $s'x = -5$.
3. Apresente uma prova para o seguinte triplo de Hoare: $\{a \geq 0\} P \{b \geq 10\}$
4. Calcule a função que corresponde à interpretação denotacional de P .

Questão 2 Pretende-se estender a linguagem WHILE com a nova forma de ciclo **do** C **while** b . A descrição informal da semântica deste comando é a seguinte: *O comando C é executado repetidamente enquanto o valor da expressão b for verdade, sendo o teste feito depois da execução do comando.*

1. Especifique formalmente o comportamento deste novo ciclo, escrevendo regras apropriadas (que não devem fazer referência a outros ciclos) para a semântica natural e para a semântica operacional estrutural.
2. Os comandos **do** C **while** b e C ; **while** b **do** C são *semanticamente equivalentes*. Indique o significado formal desta afirmação e, tendo em conta as regras que propôs, apresente a prova de uma das implicações (à sua escolha).
3. Estenda a geração de código da máquina a **AM** de forma a lidar com este novo comando.

Questão 3 Considere os seguintes termos do lambda calculus:

$$F \equiv (\lambda a. \lambda b. b) \quad K \equiv (\lambda a. \lambda b. a) \quad I \equiv (\lambda x. x) \quad B \equiv (\lambda x. \lambda y. \lambda z. x (y z))$$

1. Apresente a sequência da *ordem normal* de redução até à forma normal da expressão, sublinhando os β -redexes selecionados: $F B (I B) (K F B) (K I)$
2. Considere a expressão $B I u$. Coloque anotações de tipo nas variáveis que estão a ser abstraídas de forma a que esta expressão seja tipificável. Indique um juízo de tipificação adequado. Não precisa de apresentar a prova formal do juízo de tipificação.

Questão 4 Considere a linguagem funcional que estudou.

1. Usando a semântica de avaliação *call-by-value*, calcule o valor da seguinte expressão:
 $(\lambda y. \lambda f. \text{sumcase } (f \ y \ y) \text{ of } (\lambda x. 30, \lambda x. x + x)) ((\lambda u. u + u) \ 7) (\lambda x. \lambda z. @2 \ (x + z))$
2. Construa a árvore de prova do juízo de tipificação

$$g : \text{Int} \rightarrow \text{Int} \vdash \text{let } f \equiv \lambda \langle x, y \rangle. \lambda z. (x + y) * z \text{ in } f \ \langle 5, 6 \rangle \ (g \ 7) : \text{Int}$$

3. Defina a função **prefix**, de tipo $\text{List } \theta \rightarrow \text{List } \theta \rightarrow \text{Bool}$, que testa se a primeira lista é prefixo da segunda.