## Exemplos de árvores de prova de tipificação (type checking)

 $\vdash$  let  $f \equiv \lambda \langle x, y \rangle$ . x + y in  $f \langle 5, 6 \rangle$ : Int

$$\vdash$$
 let  $f \equiv \lambda \langle x, y \rangle$ .  $x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$ : Int

$$\vdash$$
 let  $f \equiv \lambda \langle x, y \rangle$ .  $x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$ : Int

$$\vdash \mathsf{let} \ f \equiv \lambda \langle x, y \rangle. \ x + y \ \mathsf{in} \ f \ \langle 5, 6 \rangle : \mathsf{Int} \\ \mathbf{1}. \ \vdash \lambda \langle x, y \rangle. \ x + y : \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int}$$

**2**.  $f:\operatorname{Int}\times\operatorname{Int}\to\operatorname{Int}\vdash f\left\langle 5,6\right\rangle :\operatorname{Int}$ 

$$\vdash$$
 let  $f \equiv \lambda \langle x, y \rangle$ .  $x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$ : Int

**2**.  $f:\operatorname{Int}\times\operatorname{Int}\to\operatorname{Int}\vdash f\left\langle 5,6\right\rangle :\operatorname{Int}$ 

 $\vdash$  let  $f \equiv \lambda \langle x, y \rangle$ . x + y in  $f \langle 5, 6 \rangle$ : Int

**2**.  $f:\operatorname{Int}\times\operatorname{Int}\to\operatorname{Int}\vdash f\left\langle 5,6\right\rangle :\operatorname{Int}$ 

$$\vdash$$
 let  $f \equiv \lambda \langle x, y \rangle$ .  $x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$ : Int

 $\vdash \mathsf{let} \ f \equiv \lambda \langle x, y \rangle. \ x + y \ \mathsf{in} \ f \ \langle 5, 6 \rangle : \mathsf{Int} \\ \mathbf{1}. \vdash \lambda \langle x, y \rangle. \ x + y : \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \\ \mathbf{1}. \ \langle x, y \rangle : \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \vdash x + y : \mathsf{Int} \\ \mathbf{1}. \ x : \mathsf{Int}, y : \mathsf{Int} \vdash x + y : \mathsf{Int} \\ \mathbf{1}. \ x : \mathsf{Int}, y : \mathsf{Int} \vdash x : \mathsf{Int} \\ \mathbf{2}. \ x : \mathsf{Int}, y : \mathsf{Int} \vdash y : \mathsf{Int} \\ \mathbf{2}. \ f : \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \vdash f \ \langle 5, 6 \rangle : \mathsf{Int} \\ \end{pmatrix}$ 

$$\vdash$$
 let  $f \equiv \lambda \langle x, y \rangle$ .  $x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$ : Int

 $\vdash \mathsf{let} \ f \equiv \lambda \langle x, y \rangle. \ x + y \ \mathsf{in} \ f \ \langle 5, 6 \rangle \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \\ \mathbf{1}. \vdash \lambda \langle x, y \rangle. \ x + y \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \\ \mathbf{1}. \ \langle x, y \rangle \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \vdash x + y \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \\ \mathbf{1}. \ x \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int}, y \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \vdash x + y \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \\ \mathbf{1}. \ x \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int}, y \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \vdash x \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \\ \mathbf{2}. \ x \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int}, y \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \vdash y \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \\ \mathbf{2}. \ f \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \vdash f \ \langle 5, 6 \rangle \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \\ \mathbf{2}. \ f \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \vdash f \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \\ \mathbf{2}. \ f \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \vdash f \ \mathsf{:} \ \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int}$ 

$$\vdash$$
 let  $f \equiv \lambda \langle x, y \rangle$ .  $x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$ : Int

 $\vdash$  let  $f \equiv \lambda \langle x, y \rangle$ . x + y in  $f \langle 5, 6 \rangle$ : Int 1.  $\vdash \lambda \langle x, y \rangle$ .  $x + y : \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int}$ 1.  $\langle x, y \rangle$ : Int  $\times$  Int  $\vdash x + y$ : Int 1.  $x : Int, y : Int \vdash x + y : Int$ **1**.  $x : \mathsf{Int}. \, u : \mathsf{Int} \vdash x : \mathsf{Int}$ **2**.  $x : \mathsf{Int}, u : \mathsf{Int} \vdash u : \mathsf{Int}$ **2**.  $f: \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \vdash f(5,6) : \mathsf{Int}$ **1**.  $f: \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \vdash f: \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int}$ **2**.  $f: \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \vdash \langle 5, 6 \rangle : \mathsf{Int} \times \mathsf{Int}$ 1.  $f: \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \vdash 5: \mathsf{Int}$ **2**.  $f: \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \vdash 6: \mathsf{Int}$