

Ficha 7

Semântica das Linguagens de Programação

2021/22

1. Considere o lambda calculus com tipos. Apresente (se possível) juízos de tipificação para os seguintes termos (omitimos anotações de tipos nos termos para a simplificar a apresentação).

- (a) $\lambda f.\lambda y. f\ y\ y$
- (b) $\lambda g.\lambda x.\lambda y.\lambda z. g\ (x\ z)\ (y\ z)$
- (c) $(\lambda x. x\ x)(\lambda x. x\ x)$
- (d) $(\lambda f.\lambda y. f\ y\ y)\ (\lambda f.\lambda y. f\ y\ y)$
- (e) $(\lambda f. (\lambda y. y)(f\ x))\ g$
- (f) $(\lambda c.\lambda a. a\ b\ c)\ (\lambda u. u\ b)$
- (g) $(\lambda f. f\ y\ x)\ ((\lambda z. z)\ x\ x)$
- (h) $(\lambda y. y\ 1)\ (\lambda x.\lambda z. z\ 3\ x)$

2. Considere o sistema λ_{\rightarrow} . Indique quais dos seguintes termos são bem tipificados.

$$\begin{aligned} t_1 &\equiv (\lambda f:\text{Int} \rightarrow \text{Int}. \lambda x:\text{Int}. f\ (f\ x))\ (\lambda y:\text{Int}. h\ y\ 2) \\ t_2 &\equiv (\lambda y:\text{Int} \rightarrow \text{Bool}. \lambda x:\text{Bool} \rightarrow (\text{Int} \rightarrow \text{Bool}) \rightarrow \text{Int}. x\ (y\ a)\ y)\ (\lambda z:\text{Int}. f\ z) \\ t_3 &\equiv \lambda z:\text{Int} \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Bool}. h\ (z\ 5)\ (h\ (z\ 1))) \end{aligned}$$

Apresente uma justificação para a sua resposta.

3. Considere o sistema λ_{\rightarrow} . Escreva as anotações de tipo para os termos

- (a) K
- (b) S
- (c) $K\ z$
- (d) $S\ K\ (K\ 2)\ 3$

de forma a que eles sejam termos bem tipificados, e indique os seu tipos. Apresente as árvores de derivação no sistema de tipos que justificam as suas respostas. Relembre que

$$\begin{aligned} K &\equiv \lambda x.\lambda y. x \\ S &\equiv \lambda x.\lambda y.\lambda z. x\ z\ (y\ z) \end{aligned}$$