

# Semântica das Linguagens de Programação

2º Teste (20 de Maio de 2019) / Duração: 2:00

**Questão 1** Considere os seguintes termos do lambda calculus puro:

$$\begin{array}{ll} F & \equiv (\lambda a. \lambda b. b) & I & \equiv (\lambda x. x) \\ K & \equiv (\lambda a. \lambda b. a) & S & \equiv (\lambda x. \lambda y. \lambda z. x z (y z)). \\ Y & \equiv (\lambda f. (\lambda x. f (x x)) (\lambda x. f (x x))) \end{array}$$

1. Apresente a sequência da ordem applicativa de redução até à forma normal da expressão

$$K I (I F) S (F F I) K$$

Sublinhe o  $\beta$ -redex que é seleccionado em cada passo de redução.

2. Considere agora o termo  $K Y I$ . Como classifica este termo quanto normalização? Justifique a sua resposta.

**Questão 2** Considere a seguinte expressão

$$\begin{array}{l} \text{let par} \equiv \lambda l. \lambda a. \text{listcase } l \text{ of } (\langle a.1, a.2 \rangle, \lambda h. \lambda t. \langle a.3, h \rangle) , \\ \text{ex} \equiv (3 * 7) :: 4 :: \text{nil} \\ \text{in par ex } \langle 12 - 2, 20, 30 \rangle \end{array}$$

1. Apresente, passo a passo, a sequência da avaliação call by name desta expressão até à sua forma canónica.
2. Construa uma árvore de prova do seguinte juízo

$$e : \text{List } \theta, v : \text{Int} \times \theta \times \text{Int} \vdash \text{let par} \equiv \lambda l. \lambda a. \text{listcase } l \text{ of } (\langle a.1, a.2 \rangle, \lambda h. \lambda t. \langle a.3, h \rangle) \text{ in } (\text{par } e v) : \text{Int} \times \theta$$

**Questão 3** Pretende-se estender a linguagem de programação funcional, com um novo tipo de dados para representar *listas de concatenação*, ou seja, o equivalente ao seguinte tipo de dados do Haskell:

```
data CList a = Single [a] | App (CList a) (CList a)
```

1. Defina a sintaxe abstracta das novas expressões e do novo tipo, e as regras de inferência de tipo para as novas expressões.
2. Indique as novas formas canónicas da linguagem e as novas regras de avaliação call by value.
3. Defina uma função `conta`, de tipo  $\text{CList } \theta \rightarrow \text{Int}$ , que conta o número de elementos de uma lista de concatenação.