

## Ficha 4

### Semântica das Linguagens de Programação

2021/22

1. Considere o seguinte programa  $P$  da linguagem **While**:

```
x := x + y;  
y := x - y;  
x := x - y;
```

Construa uma prova do seguinte triplo de Hoare:

$$\{x > 0 \wedge y > 0 \wedge x = x_0 \wedge y = y_0\} P \{x = y_0 \wedge y = x_0\}$$

2. Relembre a questão da Ficha 1 em que se estendia a linguagem **While** com ciclos *for*:

$$\mathbf{Stm} \ni C ::= \dots \mid \mathbf{for} (C_1; b; C_3) \mathbf{do} C_2$$

com a seguinte semântica informal

*O comando  $C_1$  é executado; em seguida, a expressão booleana  $b$  é testada, e caso seja verdadeira é executada uma iteração de  $C_2$ , seguida de  $C_3$ , seguida de novo teste de  $b$ ; enquanto  $b$  for verdadeiro são executadas iterações de  $C_2$  seguido de  $C_3$ ; se  $b$  for falso termina a execução.*

- (a) Escreva uma ou mais regras da lógica de Hoare para esta forma de ciclo.
- (b) Prove a correcção das regras que escreveu usando os seguintes métodos (alternativos)
  - i. directamente utilizando a noção de *regra derivada* na lógica de Hoare, tendo em conta a equivalência provada na Ficha 1

$$\mathbf{for} (C_1; b; C_3) \mathbf{do} C_2 \quad \text{e} \quad C_1; \mathbf{while} b \mathbf{do} \{C_2; C_3\}$$

- ii. utilizando as regras de semântica operacional que definiu para estes ciclos

3. Considere o seguinte programa que calcula o quadrado de um número natural.

```
r := 0;
i := 0;
a := 1;
while i < x do {
  i := i + 1;
  r := r + a;
  a := a + 2
}
```

- (a) Escreva a especificação que descreve de forma adequada o que este programa faz, e encontre um invariante do ciclo que lhe permita provar a correcção do programa face à especificação.
- (b) Determine um variante que lhe permita provar a correcção total e apresenta a prova.

4. Considere o seguinte programa  $E$  da linguagem **While**

```
i := 1;
y := 1;
while i <= z do {
  y := y * x;
  i := i + 1
}
```

- (a) Escreva asserções  $\phi$  e  $\psi$  tais que o triplo de Hoare  $\{\phi\}E\{\psi\}$  descreva de forma adequada o que este programa faz.
- (b) Escreva também um invariante para o ciclo de  $E$  que seja suficiente para derivar o triplo, e apresenta a árvore de derivação.

5. Relembre o comando **do**  $C$  **while**  $b$  apresentado na Ficha 2 e o resultado de equivalência dos comandos

$\text{do } C \text{ while } b$                       e                       $C ; \text{while } b \text{ do } C$

Escreva a regra da lógica de Hoare para esta forma de ciclo e prove a sua correcção (sugestão: recorra à noção de regra derivada).