

Semântica das Linguagens de Programação

1º Teste (20 de Abril de 2021)

Questão 1 Considere os seguintes programas, P1 e P2, da linguagem WHILE:

$\begin{aligned} P1 \equiv & \quad y := 2; \\ & \text{while } \neg(x \leq 0) \text{ do } \{ \\ & \quad y := y * x; \\ & \quad x := x - 1; \\ & \} \end{aligned}$	$\begin{aligned} P2 \equiv & \quad y := 2; \\ & \text{if } x > 1 \text{ then } \{ \\ & \quad x := x - 1; \\ & \quad y := y * x; \\ & \} \text{ else } x := 0 \end{aligned}$
--	---

1. Recorrendo à semântica de transições (*small step*) simule a execução do programa P1 a partir do estado inicial s em que $sx = 1$. Apresente as árvore de provas que justificam as 4 primeiras transições.
2. Indique o resultado da tradução do programa $P1$ em código da máquina abstracta AM.
3. Apresente a árvore de derivação do juízo de avaliação *big-step* $\langle P2, s' \rangle \rightarrow s'[x \mapsto 3][y \mapsto 6]$, sendo s' um estado em que $s'x = 4$.
4. Calcule a função que corresponde à interpretação denotacional de P2.

Questão 2 Pretende-se estender a linguagem WHILE com uma nova forma de ciclo de acordo com a seguinte sintaxe abstracta:

Stm $\ni C ::= \dots \mid \text{repeat } C \text{ until } b$

A descrição informal da semântica deste comando é a seguinte: *O comando C é executado repetidamente enquanto o valor da expressão b for falso, sendo o teste feito depois da execução do comando.*

1. Especifique formalmente o comportamento deste novo ciclo, escrevendo regras apropriadas (que não devem fazer referência a outros ciclos) para:
 - (a) a semântica natural.
 - (b) a semântica operacional estrutural.
2. Proponha uma regra da lógica de Hoare para os ciclos **repeat C until b** (sem recorrer a outras formas de ciclo) e prove a sua correcção tendo em conta a equivalência semântica entre os comandos $\{\text{repeat } C \text{ until } b\}$ e $\{C ; \text{while } \neg b \text{ do } C\}$.

Questão 3 Sejam $b_1, b_2 \in \mathbf{Bexp}$ tal que $b_1 \Rightarrow b_2$, e $A, B, C, D \in \mathbf{Stm}$ tal que

$$\begin{aligned} P_1 &\equiv A; \text{while } b_1 \text{ do } \{\{\text{if } b_2 \text{ then } B \text{ else } C\}; D\} \\ P_2 &\equiv A; \text{while } b_1 \text{ do } \{B; D\} \end{aligned}$$

1. Com base na semântica natural (*big-step*), indique o significado formal da afirmação:
“ P_1 e P_2 são programas semanticamente equivalentes”
e demonstre uma das implicações (à sua escolha) envolvidas na prova dessa equivalência.
2. Considere agora que $b_1, b_2 \in \mathbf{Bexp}$ tal que $b_1 \Rightarrow b_2$, $A, B, C, D \in \mathbf{Stm}$ e

$$\begin{aligned} S_1 &\equiv \text{while } b_1 \text{ do } \{A; \{\text{if } b_2 \text{ then } B \text{ else } C\}; D\} \\ S_2 &\equiv \text{while } b_1 \text{ do } \{A; B; D\} \end{aligned}$$

Comente, justificando informalmente, se os programas S_1 e S_2 são necessariamente equivalentes.