Exemplos de avaliação CBN

letrec map $\equiv \lambda f. \, \lambda l. \, \text{listcase} \, \, l \, \, \text{of} \, \, (\text{nil}, \lambda h. \, \lambda t. \, f \, h :: \, \text{map} \, f \, t) \, \, \text{in} \, \, \text{map} \, (\lambda x. \, 2 * x) \, (7 :: \, \text{nil})$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

letrec map $\equiv \lambda f. \, \lambda l.$ listcase l of (nil, $\lambda h. \, \lambda t. \, f \, h ::$ map $f \, t)$ in map $(\lambda x. \, 2 * x) \, (7 ::$ nil)

letrec map $\equiv \lambda f. \, \lambda l. \, \text{listcase} \, \, l \, \, \text{of} \, \, (\text{nil}, \lambda h. \, \lambda t. \, f \, h :: \, \text{map} \, f \, t) \, \, \text{in} \, \, \text{map} \, (\lambda x. \, 2 * x) \, (7 :: \, \text{nil})$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

letrec map $\equiv \lambda f.\,\lambda l.\,$ listcase l of $(\mathrm{nil},\lambda h.\,\lambda t.\,f\,h::\mathrm{map}\,f\,t)$ in $\mathrm{map}\,(\lambda x.\,2*x)\,(7::\mathrm{nil})$

 $\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{(\lambda \text{map.} \ \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase} \ l \ \text{of} \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t))}_{\mathbf{F}}$ in map $(\lambda x. \ 2 * x) \ (7 :: \ \text{nil})$

letrec map $\equiv \lambda f. \lambda l.$ listcase l of $(nil, \lambda h. \lambda t. f h :: map <math>f t)$ in map $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

- $\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{ \left(\lambda \text{map. } \lambda f. \, \lambda l. \, \text{listcase } l \, \, \text{of } \, \left(\text{nil}, \lambda h. \, \lambda t. \, f \, h \, :: \, \text{map} \, f \, t \right) \right) }_{\mathbf{F}}$ in map $\left(\lambda x. \, 2 * x \right) \left(7 :: \, \text{nil} \right)$
- $\doteq (\lambda \text{map.map}(\lambda x. 2 * x) (7 :: \text{nil})) (\text{rec } \mathbf{F})$

letrec map $\equiv \lambda f. \, \lambda l. \, \text{listcase} \, \, l \, \, \text{of} \, \, (\text{nil}, \lambda h. \, \lambda t. \, f \, h :: \, \text{map} \, f \, t) \, \, \text{in} \, \, \text{map} \, (\lambda x. \, 2 * x) \, (7 :: \, \text{nil})$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

letrec map $\equiv \lambda f.\,\lambda l.\,$ listcase l of $(\mathrm{nil},\lambda h.\,\lambda t.\,f\,h::\mathrm{map}\,f\,t)$ in $\mathrm{map}\,(\lambda x.\,2*x)\,(7::\mathrm{nil})$

- $\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{(\lambda \text{map.} \ \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase} \ l \ \text{of} \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t))}_{\mathbf{F}}$ in map $(\lambda x. \ 2 * x) \ (7 :: \ \text{nil})$
- $\overset{\boldsymbol{.}}{=} (\lambda \operatorname{map.map}(\lambda x.\, 2*x)\, (7::\operatorname{nil}))\, (\operatorname{rec}\mathbf{F}) \\ \rightarrow (\operatorname{rec}\mathbf{F})\, (\lambda x.\, 2*x)\, (7::\operatorname{nil})$

letrec map $\equiv \lambda f. \, \lambda l. \, \text{listcase} \, \, l \, \, \text{of} \, \, (\text{nil}, \lambda h. \, \lambda t. \, f \, h :: \text{map} \, f \, t) \, \, \text{in} \, \, \text{map} \, (\lambda x. \, 2 * x) \, (7 :: \text{nil})$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

- $\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{(\lambda \text{map.} \ \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase} \ l \ \text{of} \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t))}_{\mathbf{F}}$ in map $(\lambda x. \ 2 * x) \ (7 :: \ \text{nil})$
- $\doteq (\lambda \mathsf{map}\,.\,\mathsf{map}\,(\lambda x.\,2*x)\,(7::\mathsf{nil}))\,(\mathsf{rec}\,\mathbf{F})$
- $\rightarrow (\operatorname{rec} \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) (7 :: \operatorname{nil})$
- \rightarrow **F** (rec **F**) ($\lambda x. 2 * x$) (7 :: nil)

letrec map $\equiv \lambda f. \lambda l.$ listcase l of $(nil, \lambda h. \lambda t. f h :: map <math>f t)$ in map $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

- $\stackrel{\dot{=}}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{\left(\lambda \text{map. } \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase} \ l \ \text{of} \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t)\right)}_{\mathbf{F}}$ in map $(\lambda x. \ 2*x) \ (7:: \ \text{nil})$
- $\doteq (\lambda \mathsf{map} \cdot \mathsf{map} (\lambda x. 2 * x) (7 :: \mathsf{nil})) (\mathsf{rec} \, \mathbf{F})$
- \rightarrow (rec **F**) $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$
- \rightarrow **F** (rec **F**) (λx . 2 * x) (7 :: nil)
- $\rightarrow^{3} \mathsf{listcase} \ (7 :: \mathsf{nil}) \ \mathsf{of} \ (\mathsf{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ (\lambda x. \ 2 * x) \ h :: (\mathsf{rec} \ \mathbf{F}) \ (\lambda x. \ 2 * x) \ t)$

letrec map $\equiv \lambda f. \lambda l.$ listcase l of $(nil, \lambda h. \lambda t. f h :: map <math>f t)$ in map $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

- $\stackrel{\dot{=}}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{\left(\lambda \text{map. } \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase} \ l \ \text{of} \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t)\right)}_{\mathbf{F}}$ in map $(\lambda x. \ 2*x) \ (7:: \ \text{nil})$
- $\doteq (\lambda \operatorname{\mathsf{map}} . \operatorname{\mathsf{map}} (\lambda x. 2 * x) (7 :: \operatorname{\mathsf{nil}})) (\operatorname{\mathsf{rec}} \mathbf{F})$
- \rightarrow (rec **F**) $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$
- \rightarrow **F** (rec **F**) (λx . 2 * x) (7 :: nil)
- \rightarrow^3 listcase (7:: nil) of (nil) $\lambda h.$ $\lambda t.$ $(\lambda x.$ 2*x) h:: (rec $\mathbf{F})$ $(\lambda x.$ 2*x) t)
- $\rightarrow (\lambda h.\,\lambda t.\,(\lambda x.\,2*x)\,h::(\operatorname{rec}\mathbf{F})\,(\lambda x.\,2*x)\,t)\,7\,\operatorname{nil}$

letrec map $\equiv \lambda f. \lambda l.$ listcase l of (nil, $\lambda h. \lambda t. fh :: map <math>ft$) in map $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

- $\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{(\lambda \text{map. } \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase } l \ \text{ of } \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t))}_{\mathbf{F}}$ in map $(\lambda x. \ 2 * x) \ (7 :: \ \text{nil})$
- $\doteq (\lambda \mathsf{map} \, . \, \mathsf{map} \, (\lambda x. \, 2 * x) \, (7 :: \mathsf{nil})) \, (\mathsf{rec} \, \mathbf{F})$
- $\rightarrow (\mathsf{rec}\,\mathbf{F})\,(\lambda x.\,2*x)\,(7::\mathsf{nil})$
- $\rightarrow \mathbf{F} (\mathsf{rec} \, \mathbf{F}) (\lambda x. \, 2 * x) (7 :: \mathsf{nil})$
- \rightarrow ³ listcase (7 :: nil) of (nil, λh . λt . (λx . 2 * x) h :: (rec **F**) (λx . 2 * x) t)
- $\rightarrow (\lambda h. \lambda t. (\lambda x. 2 * x) h :: (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) t) 7 \text{ nil}$
- $\rightarrow^2 (\lambda x. 2 * x) 7 :: (\operatorname{rec} \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) \operatorname{nil}$

letrec map $\equiv \lambda f. \lambda l.$ listcase l of (nil, $\lambda h. \lambda t. fh :: map <math>ft$) in map $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

letrec map $\equiv \lambda f.\,\lambda l.\,$ listcase l of $(\mathrm{nil},\lambda h.\,\lambda t.\,f\,h::\mathrm{map}\,f\,t)$ in $\mathrm{map}\,(\lambda x.\,2*x)\,(7::\mathrm{nil})$

- $\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{(\lambda \text{map.} \ \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase} \ l \ \text{of} \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t))}_{\mathbf{F}}$ in map $(\lambda x. \ 2 * x) \ (7 :: \ \text{nil})$
- $\doteq (\lambda \operatorname{map} . \operatorname{map} (\lambda x. 2 * x) (7 :: \operatorname{nil})) (\operatorname{rec} \mathbf{F})$
- $\rightarrow (\operatorname{rec} \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) (7 :: \operatorname{nil})$
- $\rightarrow \mathbf{F}\left(\mathsf{rec}\,\mathbf{F}\right)\left(\lambda x.\,2*x\right)\left(7::\mathsf{nil}\right)$
- \rightarrow^3 listcase (7:: nil) of (nil), λh . λt . $(\lambda x. 2*x) h$:: (rec $\mathbf{F}) (\lambda x. 2*x) t)$
- $\rightarrow (\lambda h. \lambda t. (\lambda x. 2 * x) h :: (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) t) 7 \text{ nil}$
- $ightarrow^2 (\lambda x. 2 * x) 7 :: (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) \text{ nil}$ forma canónica CBN

letrec map $\equiv \lambda f. \lambda l.$ listcase l of (nil, $\lambda h. \lambda t. fh :: map <math>ft$) in map $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

letrec map $\equiv \lambda f.\,\lambda l.\,$ listcase l of $(\mathrm{nil},\lambda h.\,\lambda t.\,f\,h::\mathrm{map}\,f\,t)$ in $\mathrm{map}\,(\lambda x.\,2*x)\,(7::\mathrm{nil})$

- $\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{(\lambda \text{map.} \ \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase} \ l \ \text{of} \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t))}_{\mathbf{F}}$ in map $(\lambda x. \ 2 * x) \ (7 :: \ \text{nil})$
- $\doteq (\lambda \operatorname{map} . \operatorname{map} (\lambda x. 2 * x) (7 :: \operatorname{nil})) (\operatorname{rec} \mathbf{F})$
- $\rightarrow (\operatorname{rec} \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) (7 :: \operatorname{nil})$
- $\rightarrow \mathbf{F}\left(\mathsf{rec}\,\mathbf{F}\right)\left(\lambda x.\,2*x\right)\left(7::\mathsf{nil}\right)$
- \rightarrow^3 listcase (7:: nil) of (nil), λh . λt . $(\lambda x. 2*x) h$:: (rec $\mathbf{F}) (\lambda x. 2*x) t)$
- $\rightarrow (\lambda h. \lambda t. (\lambda x. 2 * x) h :: (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) t) 7 \text{ nil}$
- $ightarrow^2 (\lambda x. 2 * x) 7 :: (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) \text{ nil}$ forma canónica CBN