

DP 组成

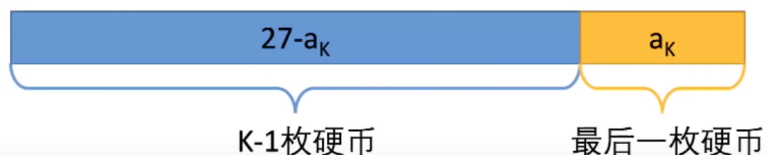
1. 确定状态 $f[X]$

需要 2 个意识 a.最后一步 b.子问题

最后一步

九章算法

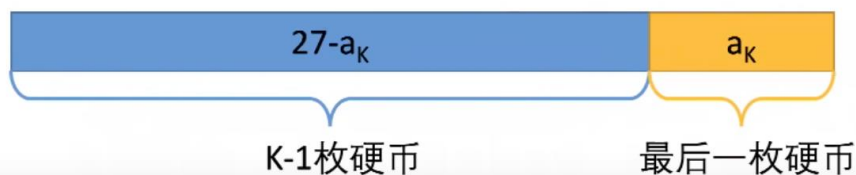
- 虽然我们不知道最优策略是什么，但是最优策略肯定是 K 枚硬币 a_1, a_2, \dots, a_K 面值加起来是 27
- 所以一定有一枚**最后**的硬币: a_K
- 除掉这枚硬币，前面硬币的面值加起来是 $27 - a_K$



子问题

九章算法

- 所以我们就要求：最少用多少枚硬币可以拼出 $27 - a_K$
- 原问题是最少用多少枚硬币拼出 27
- 我们将原问题转化成了一个子问题，而且规模更小： $27 - a_K$



2. 转移方程

最后一步： $a_K=2,5,7$.

子问题： $f[X-2], f[X-5], f[X-7]$

状态 $f[x]$ 和子问题的关系：

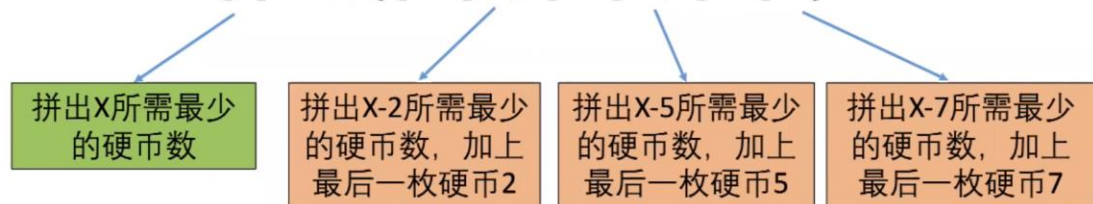
$f[x] = f[x-2] + 1 \dots$

动态规划组成部分二：转移方程

九章算法

- 设状态 $f[X]$ = 最少用多少枚硬币拼出 X
- 对于任意 X ,

$$f[X] = \min\{f[X-2]+1, f[X-5]+1, f[X-7]+1\}$$



3. 初始条件和边界情况

初始条件: 用转移方程算不出来, 需要手工定义, 如 $f[0] = 0$

动态规划组成部分三：初始条件和边界情况

九章算法

- $f[X] = \min\{f[X-2]+1, f[X-5]+1, f[X-7]+1\}$
- 两个问题： $X-2$, $X-5$ 或者 $X-7$ 小于 0 怎么办？什么时候停下来？
用转移方程算不出来, 需要手工定义
- 如果不能拼出 Y , 就定义 $f[Y]$ = 正无穷
- 例如 $f[-1] = f[-2] = \dots = \text{正无穷}$
 $f[0] = 0$
- 所以 $f[1] = \min\{f[-1]+1, f[-4]+1, f[-6]+1\} = \text{正无穷}$, 表示拼不出来 1
- 初始条件： $f[0] = 0$

- 拼出X所需要的最少硬币数： $f[X] = \min\{f[X-2]+1, f[X-5]+1, f[X-7]+1\}$
- 初始条件： $f[0] = 0$
- 然后计算 $f[1], f[2], \dots, f[27]$
- 当我们计算到 $f[X]$ 时， $f[X-2], f[X-5], f[X-7]$ 都已经得到结果了